Computer Assignment 6 - Signals & Systems - Dr Akhavan

Amirali Dehghani - 810102443

Question 1

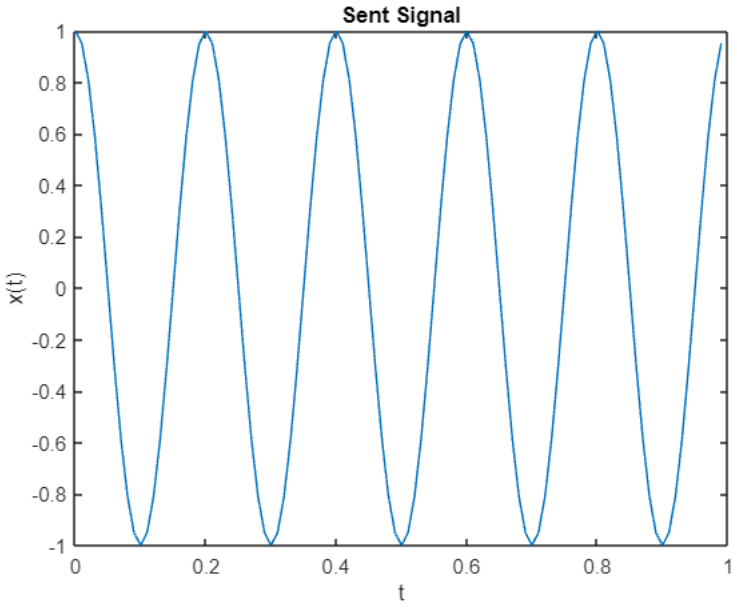
در این سوال هدف پیدا کردن فاصله و سرعت یک جسم از یک رادار است.

```
clc, clearvars, close all;
```

1 - 1) Plotting sent signal

در ابتدا سیگنال ارسال شده را رسم می‌کنیم.

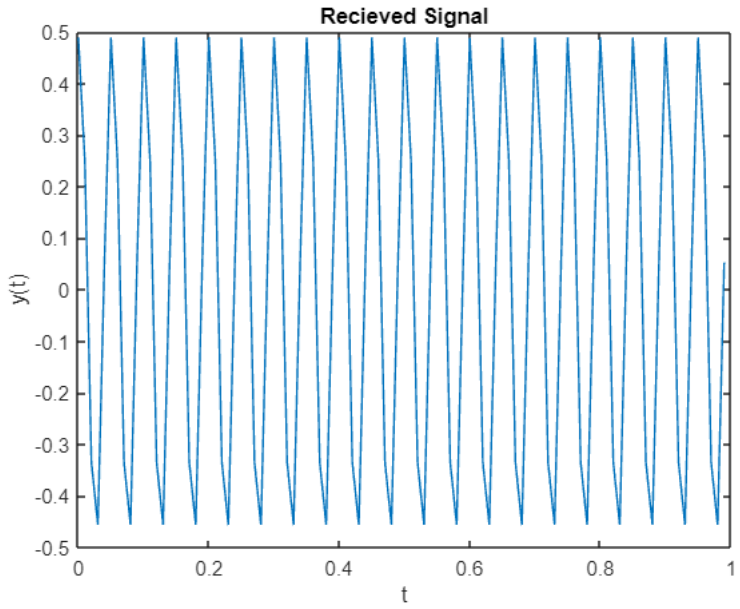
```
fc = 5;
fs = 100;
ts = 1 / fs;
tStart = 0;
tEnd = 1;
t = tStart : ts : tEnd - ts;
x = cos(2 * pi * fc * t);
plot(t, x);
xlabel('t'); ylabel('x(t)');
title("Sent Signal")
```



1 - 2)Plotting received signal

در این گام سیگنال دریافتی را رسم می‌کنیم.

```
alpha = 0.5; beta = 0.3; C = 3e8;
R = 250 * 1e3 ; V = 180 * 1e3 / 3600;
ro = 2 / C; td = ro * R;
fd = beta * V;
YSum = alpha * cos(2 * pi * (fc + fd) * (t - td));
plot(t,YSum);
xlabel('t'); ylabel('y(t)');
title("Recieved Signal")
```



1 - 3) Fourier-transform of received signal

تابع سیگنال به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$y(t) = \alpha \cdot cos\big(2\pi(f_c + f_d)(t - t_d)\big) = \alpha \cdot cos(2\pi(f\_c + f\_d)t - 2\pi(f\_c + f\_d)t\_d) = \alpha \cdot cos(2\pi \cdot f\_new \cdot t + \varphi\_new)$$

که در آن داریم:

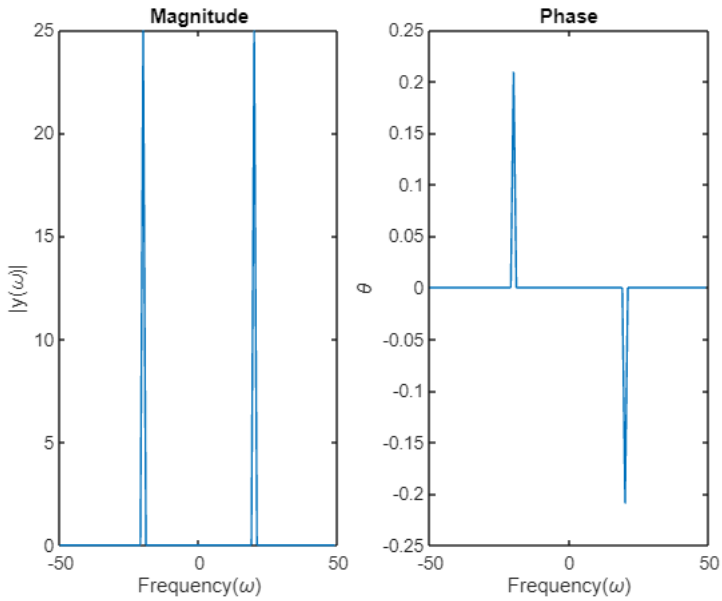
- $f\_new = f\_c + f\_d$
- $\varphi\_new = -2\pi \cdot f\_new \cdot t\_d$

اکنون اگر تبدیل فوریه بر روی سیگنال اعمال شود، خواهیم داشت:

$$\mathcal{F}\{y(t)\} = \hat{y}(\omega) = \pi \cdot \delta(\omega - f\_new) \cdot e\text{^}(-j\omega\varphi\_new) + \pi \cdot \delta(\omega + f\_new) \cdot e\text{^}(j\omega\varphi\_new)$$

اکنون با داشتن اندازه (قدر مطلق) تابع $\hat{y}(\omega)$می‌توانیم f_newرا به‌دست آوریم، سپس از آن f_dرا حساب کنیم. همچنین با اندازه‌گیری فاز تابع $\hat{y}(\omega)$، مقدار φ_new قابل محاسبه خواهد بود و در نتیجه می‌توان t_dرا نیز محاسبه کرد.

```
T = tEnd - tStart;
N = T * fs;
f = -fs/2 : fs/N : fs/2 - fs/N;
Y = fftshift(fft(YSum));
Y_magnitude = abs(Y);
figure;
subplot(1,2,1);
plot(f, abs(Y));
xlabel('Frequency(\omega)');ylabel('|y(\omega)|');
title("Magnitude");
threshold = 1e-6;
Y(abs(Y) < threshold) = 0;
Y_phase = angle(Y);
subplot(1,2,2);
plot(f, Y_phase);
xlabel('Frequency(\omega)')
ylabel('\theta')
title('Phase')
```




```
[~, maxIdx] = max(Y_magnitude);
fd = abs(f(maxIdx)) - fc
```

```
fd = 15
```

```
td = abs(Y_phase(maxIdx)) / (2 * pi * abs(f(maxIdx)))
```

```
td = 0.0017
```

1 – 4) Adding noise

در این گام نویز اضافه می‌کنیم و نتیجه می‌گیریم که t_d به نویز حساسیت بیشتری دارد و در نتیجه فاصله با افزودن نویز، خطای بیشتری دارد. اما f_d مقاومت بیشتری نسبت به نویز دارد و همانطور که مشاهده می‌شود، سرعت خطای آنچنانی ندارد.

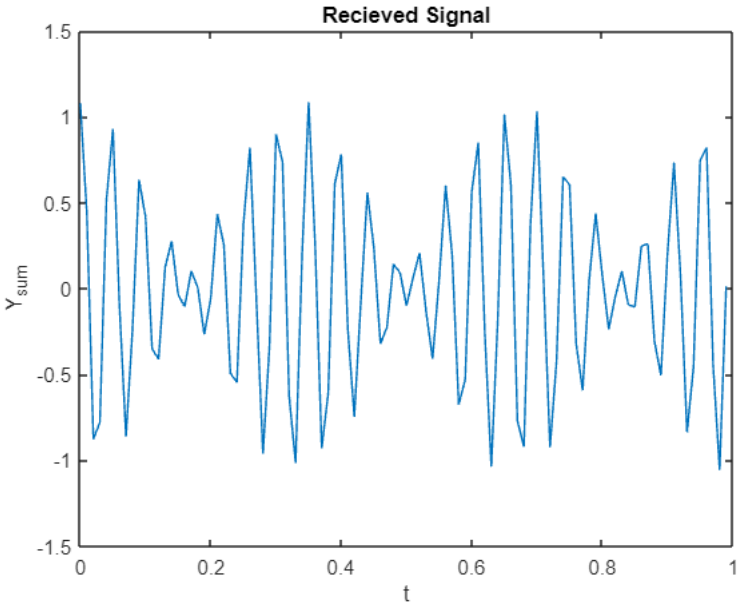
```
times = 100;
fd_mean = 0;
td_mean = 0;
Rs_estimated = [];
Vs_estimated = [];
for std = 0:0.05:0.7
    fd_mean = 0;
    td_mean = 0;
    for i = 1:times
        yNoisy = std * randn(size(YSum)) + YSum;
        YNoisy = fftshift(fft(yNoisy));
        YNoisy_magnitude = abs(YNoisy);
        yNoisy_phase = angle(YNoisy);
        [~, maxIdx] = max(YNoisy_magnitude);
        fd = abs(f(maxIdx)) - fc;
        td = abs(yNoisy_phase(maxIdx)) / (2 * pi * abs(f(maxIdx)));
        fd_mean = fd_mean + fd / times;
        td_mean = td_mean + td / times;
    end
    V_estimated = fd_mean / beta;
    R_estimated = td_mean * C / 2;
    fprintf("std: %.2f, R: %.1f Km, V: %.1f m/s, V: %.1f Km/H \n", std,
R_estimated / 1000, V_estimated, V_estimated * 3.6);
end
```

```
std: 0.00, R: 250.0 Km, V: 50.0 m/s, V: 180.0 Km/H
std: 0.05, R: 248.8 Km, V: 50.0 m/s, V: 180.0 Km/H
std: 0.10, R: 248.6 Km, V: 50.0 m/s, V: 180.0 Km/H
std: 0.15, R: 246.2 Km, V: 50.0 m/s, V: 180.0 Km/H
std: 0.20, R: 261.5 Km, V: 50.0 m/s, V: 180.0 Km/H
std: 0.25, R: 250.6 Km, V: 50.0 m/s, V: 180.0 Km/H
std: 0.30, R: 249.7 Km, V: 50.0 m/s, V: 180.0 Km/H
std: 0.35, R: 232.3 Km, V: 50.0 m/s, V: 180.0 Km/H
std: 0.40, R: 243.9 Km, V: 50.0 m/s, V: 180.0 Km/H
std: 0.45, R: 258.3 Km, V: 50.0 m/s, V: 180.0 Km/H
std: 0.50, R: 232.6 Km, V: 50.0 m/s, V: 180.0 Km/H
std: 0.55, R: 251.8 Km, V: 50.0 m/s, V: 180.0 Km/H
std: 0.60, R: NaN Km, V: 49.3 m/s, V: 177.6 Km/H
std: 0.65, R: 312.1 Km, V: 51.0 m/s, V: 183.6 Km/H
std: 0.70, R: 299.8 Km, V: 50.8 m/s, V: 183.0 Km/H
```

1 - 5) Detecting multiple objects

در این گام دو سیگنال را دریافت می‌کنیم که آن‌ها را با هم جمع می‌کنیم.

```
V1 = 180 / 3.6;
R1 = 250 * 1000;
td1 = 2 / C * R1;
fd1 = beta * V1;
alpha1 = 0.5;
y1 = alpha1 * cos(2 * pi * (fc + fd1) * (t - td1));
V2 = 216 / 3.6;
R2 = 200 * 1000;
td2 = 2 / C * R2;
fd2 = beta * V2;
alpha2 = 0.6;
y2 = alpha2 * cos(2 * pi * (fc + fd2) * (t - td2));
ySum = y1 + y2;
figure;
plot(t, ySum);
xlabel('t'); ylabel('Y_sum');
title('Recieved Signal');
```

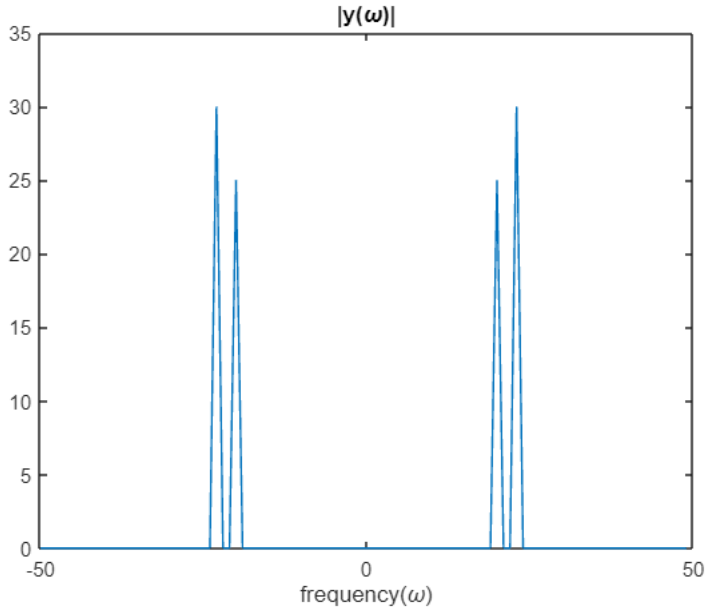


1 - 6) Fourier-transform of multiple signals

در این گام تبدیل فوریه حاصل جمع دو سیگنال را محاسبه کرده و بعد قله‌ها را پیدا می‌کنیم و اندیس‌های آن‌را مرتب می‌کنیم. سپس باید دو قله اول را انتخاب کنیم (البته چون برای هر یک ، یکبار دیگر تکرار می‌شود، باید یک قله را اسکیپ کنیم.) و به این ترتیب فرکانس آن را می‌توانیم به راحتی پیدا کنیم و در نتیجه f_d و t_d را می‌توانیم محاسبه کنیم.

```
N = T * fs;
f = -fs/2 : fs/N : fs/2 - fs/N;
```

```
YSum = fftshift(fft(ySum));
figure;
plot(f, abs(YSum));
xlabel('frequency(\omega)');
title('|y(\omega)|')
```




```
[peak_values, primary_idx] = findpeaks(abs(YSum));
[~, peak_idxs] = sort(peak_values, 'descend');
fds = zeros(1,2);
tds = zeros(1,2);
YSum_phase = angle(YSum);
for i = 1:2
    pick_idx = primary_idx(peak_idxs(2 * (i - 1) + 1));
    fds(i) = abs(f(pick_idx)) - fc;
    tds(i) = abs(YSum_phase(pick_idx));
    tds(i) = tds(i) / (2 * pi * (fc + fds(i)));
    V_estimated = fds(i) / beta;
    R_estimated = tds(i) * C / 2;
    fprintf("R: %.1f Km, V: %.1f m/s, V: %.1f Km/H \n", R_estimated / 1000,
V_estimated, V_estimated * 3.6);
end
```

```
R: 200.0 Km, V: 60.0 m/s, V: 216.0 Km/H
R: 250.0 Km, V: 50.0 m/s, V: 180.0 Km/H
```

1 - 7) Two objects with same speed

اگر دو شیء با سرعت یکسان داشتیم باشیم، f_d آن‌ها یکسان خواهد بود و در نتیجه قله‌های آن‌ها در یک فرکانس خواهد بود بنابرین نمی‌توانیم آن‌ها را تشخیص بدهیم و از هم جدا بکنیم. این نتیجه در کد هم نمایش داده شده است.

```
V2 = 180 / 3.6;
```

```
R2 = 200 * 1000;
td2 = 2 / C * R2;
fd2 = beta * V2;
alpha2 = 0.6;
y2 = alpha2 * cos(2 * pi * (fc + fd2) * (t - td2));
ySum = y1 + y2;
YSum = fftshift(fft(ySum));

[peak_values, primary_idx] = findpeaks(abs(YSum));
[~, peak_idxs] = sort(peak_values, 'descend');
fds = zeros(1,2);
tds = zeros(1,2);
YSum_phase = angle(YSum);
for i = 1:2
    pick_idx = primary_idx(peak_idxs(2 * (i - 1) + 1));
    fds(i) = abs(f(pick_idx)) - fc;
    tds(i) = abs(YSum_phase(pick_idx));
    tds(i) = tds(i) / (2 * pi * (fc + fds(i)));
    V_estimated = fds(i) / beta;
    R_estimated = tds(i) * C / 2;
    fprintf("R: %.1f Km, V: %.1f m/s, V: %.1f Km/H \n", R_estimated / 1000,
V_estimated, V_estimated * 3.6);
end
```

```
R: 222.7 Km, V: 50.0 m/s, V: 180.0 Km/H
R: 3254.4 Km, V: 40.0 m/s, V: 144.0 Km/H
```

1 - 8)

حال اگر این دو جسم به جای سرعت یکسان، فاصله‌ی یکسانی داشته باشند، f_d آن‌ها متفاوت خواهد بود و در نتیجه قله‌ها از هم جدا می‌شوند. بعد از پیدا کردن قله‌ها مانند قبل، می‌توانیم فاز را نیز پیدا کنیم و با کمک آن، مقادیر را تشخیص بدهیم. نکته‌ای که مهم است این است که با فاصله‌های یکسان، t_d ها یکسان خواهند بود اما هیچ مشکلی در تشخیص دادن اشیاء به وجود نمی‌آورد.

```
V2 = 216 / 3.6;
R2 = 250 * 1000;
td2 = 2 / C * R2;
fd2 = beta * V2;
alpha2 = 0.6;
y2 = alpha2 * cos(2 * pi * (fc + fd2) * (t - td2));
ySum = y1 + y2;
YSum = fftshift(fft(ySum));

[peak_values, primary_idx] = findpeaks(abs(YSum));
[~, peak_idxs] = sort(peak_values, 'descend');
fds = zeros(1,2);
tds = zeros(1,2);
YSum_phase = angle(YSum);
for i = 1:2
```

```
    pick_idx = primary_idx(peak_idxs(2 * (i - 1) + 1));
    fds(i) = abs(f(pick_idx)) - fc;
    tds(i) = abs(YSum_phase(pick_idx));
    tds(i) = tds(i) / (2 * pi * (fc + fds(i)));
    V_estimated = fds(i) / beta;
    R_estimated = tds(i) * C / 2;
    fprintf("R: %.1f Km, V: %.1f m/s, V: %.1f Km/H \n", R_estimated / 1000,
V_estimated, V_estimated * 3.6);
 end
```

```
R: 250.0 Km, V: 60.0 m/s, V: 216.0 Km/H
R: 250.0 Km, V: 50.0 m/s, V: 180.0 Km/H
```

1 - 9)

اگر تعداد سیگنال‌ها را ندانیم، می‌توانیم تبدیل فوریه سیگنال دریافتیمان را محاسبه کنیم و بعد تعداد قله‌ها را به ۲ تقسیم کنیم که این همین تعداد سیگنال‌ها است. همچنین بسیار مهم است که threshold مناسبی داشته باشیم چون که سیگنال‌ها معمولا نویزی هستند.

```
V2 = 216 / 3.6;
R2 = 200 * 1000;
td2 = 2 / C * R2;
fd2 = beta * V2;
alpha2 = 0.6;
y2 = alpha2 * cos(2 * pi * (fc + fd2) * (t - td2));

V3 = 360 / 3.6;
R3 = 110 * 1000;
td3 = 2 / C * R3;
fd3 = beta * V3;
alpha3 = 0.4;
y3 = alpha3 * cos(2 * pi * (fc + fd3) * (t - td3));

ySum = y1 + y2 + y3;
YSum = fftshift(fft(ySum));
threshold = 0.1;
[peak_values, primary_idx] = findpeaks(abs(YSum));
[peak_values, peak_idxs] = sort(peak_values, 'descend');
fds = [];
tds = [];
YSum_phase = angle(YSum);
for i = 1:floor(length(peak_idxs) / 2)
    if(peak_values(2 * (i - 1) + 1) < threshold)
        break;
    end
    peak_idx = primary_idx(peak_idxs(2 * (i - 1) + 1));
    fd = abs(f(peak_idx)) - fc;

    td = abs(YSum_phase(peak_idx));
    td = td / (2 * pi * (fc + fd));
```

```
    fds = [fds, fd];
    tds = [tds, td];
 end
 for i = 1:length(fds)
    V_estimated = fds(i) / beta;
    R_estimated = tds(i) * C / 2;
    fprintf("R: %.1f Km, V: %.1f m/s, V: %.1f Km/H \n", R_estimated / 1000,
V_estimated, V_estimated * 3.6);
 end
```

```
R: 200.0 Km, V: 60.0 m/s, V: 216.0 Km/H
R: 250.0 Km, V: 50.0 m/s, V: 180.0 Km/H
R: 110.0 Km, V: 100.0 m/s, V: 360.0 Km/H
```

Question 2

در این سوال هدف در واقعا ساختن یک آهنگ با استفاده از نوت‌ها و همچنین تشخیص‌دادن نوت‌های یک آهنگ است. در ابتدا فرکانس تمامی نوت‌های داده شده را به عنوان یک فرکانس ذخیره می‌کنیم.

```
clc, clearvars, close all;
C = 523.25;
D = 587.33;
E = 659.25;
F = 698.46;
G = 783.99;
A = 880.0;
B = 987.77;
Csharp = 554.37;
Dsharp = 622.25;
Fsharp = 739.99;
Gsharp = 830.61;
Asharp = 932.33;
R = 0;

tStart = 0; tEnd = 0.5;
T = tEnd - tStart;
fs = 8e3; ts = 1 / fs;
t = tStart:ts:tEnd/2 - ts;
thau = 25e-3;
rest = zeros(size(0 : ts : thau - ts));
```

2 - 1) Play Music

از جدول داده شده، نوت‌ها تشخیص داده و به ترتیب در آرایه قرار می‌دهیم و سپس، با هرفرکانس سیگنال $\sin(2\pi t * f)$ را ساخته و درنهایت به عنوان موسیقی مورد نظر قرار می‌دهیم و با دستور sound، آن را پخش می‌کنیم.

```
clear sound;
part1 = [D, R, D, R, G, G, R, Fsharp, Fsharp, R, D, D, R];
part2 = [D, R, E, R, E, R, D, R, Fsharp, R, D, R, E, E, R];
part3 = [D, D, R, E, E, R, Fsharp, Fsharp, R, E, E, R];
part4 = part2;
part5 = [D, D, R, E, R, D, R, Fsharp, Fsharp, R, E, E, R];
part6 = part5;
part7 = [D, R, D, R, E, E, R, Fsharp, R, E, R, Fsharp, Fsharp, R];
part8 = [Fsharp, R, E, R, Fsharp, Fsharp,  R, Fsharp, Fsharp, R, D, D];
notes = [part1, part2, part3, part4, part5, part6, part7, part8];
song = [];

for i = 1:length(notes)
    if(notes(i) == R)
        note = rest;
    else
        note = sin(2 * pi * notes(i) * t);
    end
    song = [song, note];
end
sound(song);
```

2 - 2) Playing GOT music

مشابه بخش قبلی فقط نوت‌های دلخواه خودمان را قرار می‌دهیم.

```
clear sound;

part1 = [G, C, E, F, G, C, E, F];
part2 = [G, C, E, F, G, F, E, D];
part3 = [C, D, E, F, E, D, C, R];
part4 = [F, F, G, A, G, F, E, R];
part5 = [G, G, G, E, F, E, D, R];

notes = [part1, part1, part2, part3, part4, part5, part2, part3];
song = [];

for i = 1:length(notes)
    if(notes(i) == R)
        note = rest;
    else
        note = sin(2 * pi * notes(i) * t);
    end
```

```
    song = [song, note];
end

sound(song);
```

2 - 3)

برای این بخش، باید با توجه به تایم‌های داده شده، موسیقیمان را تقسیم بندی کنیم و برای هر بخش، تبدیل فوریه آن را محاسبه کنیم و در نتیجه، قله‌های آن را پیدا کنیم. در نهایت با پیدا کردن هر قله و فرکانس آن قله، می‌توانیم نوت مورد نظر را پیدا کنیم.

```
NoteMap = {'G', 783.99;
           'F#', 739.99;
           'E', 659.25;
           'D', 587.33};

N = T * fs;
f = -fs/2 : fs/N : fs/2 - fs/N;
noteList = '';
lenNote = length(t);
lenRest = length(rest);
i = 0;
while(i < length(song))
    if(song(i + 1:i + lenRest) == 0)
        i = i + lenRest;
        continue;
    end
    sliced_note = song(i + 1: i + lenNote);
    note_fourier = fftshift(fft(sliced_note));
    [~, note_freq_idx] = max(abs(note_fourier));
    note_freq = abs(f(note_freq_idx));
    for j = 1:length(NoteMap)
        if(note_freq >= NoteMap{j,2} - 2 && note_freq <= NoteMap{j,2} + 2)
            noteList = [noteList, NoteMap{j,1}, '|'];
        end
    end
    i = i + lenNote;
end
fprintf('The notes are:\n%s\n', noteList);
```

```
The notes are:
D|D|G|G|F#|F#|D|D|D|E|E|D|F#|D|E|E|D|D|E|E|F#|F#|E|E|D|E|E|D|F#|D|E|E|D|D|E|D|F#|F#|E|E|
D|D|E|D|F#|F#|E|E|D|D|E|E|F#|E|F#|F#|F#|E|F#|F#|F#|F#|D|D|
```