امیرعلی دهقانی
۸۱۰۱۰۲۴۴۳

سیگنال‌ها و سیستم‌ها
تمرین کامپیوتری ۱

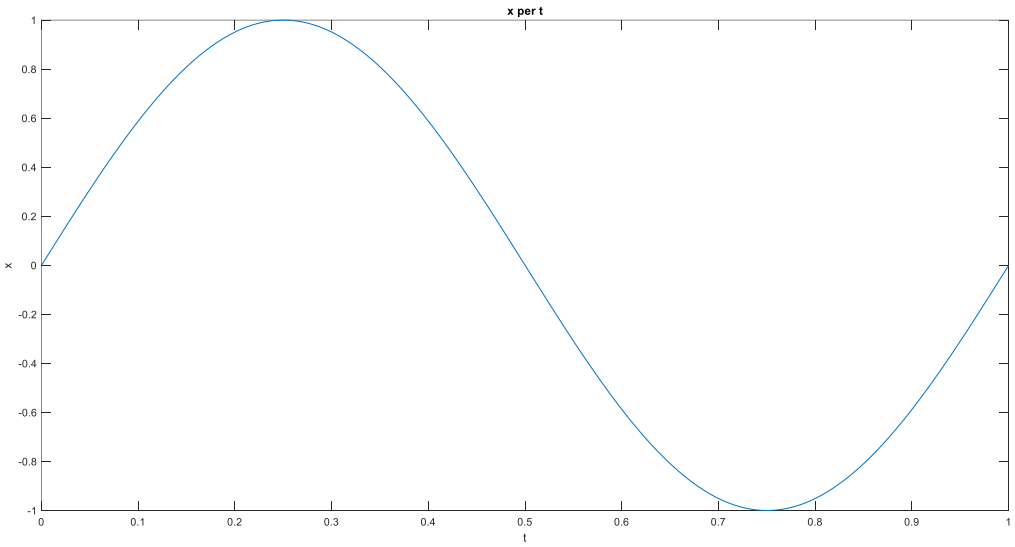
تاریخ تحویل : / /
دکتر اخوان

## بخش دوم

```
clc, clearvars, close all;
load('p2.mat')
```

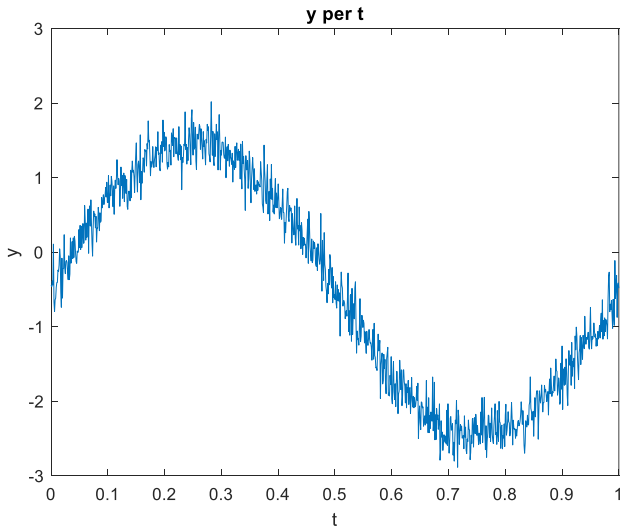
### ۲ – ۱)

```
%% 2 - 1
figure;
plot(t, x);
xlabel("t"), ylabel("x"), title("x per t");
```



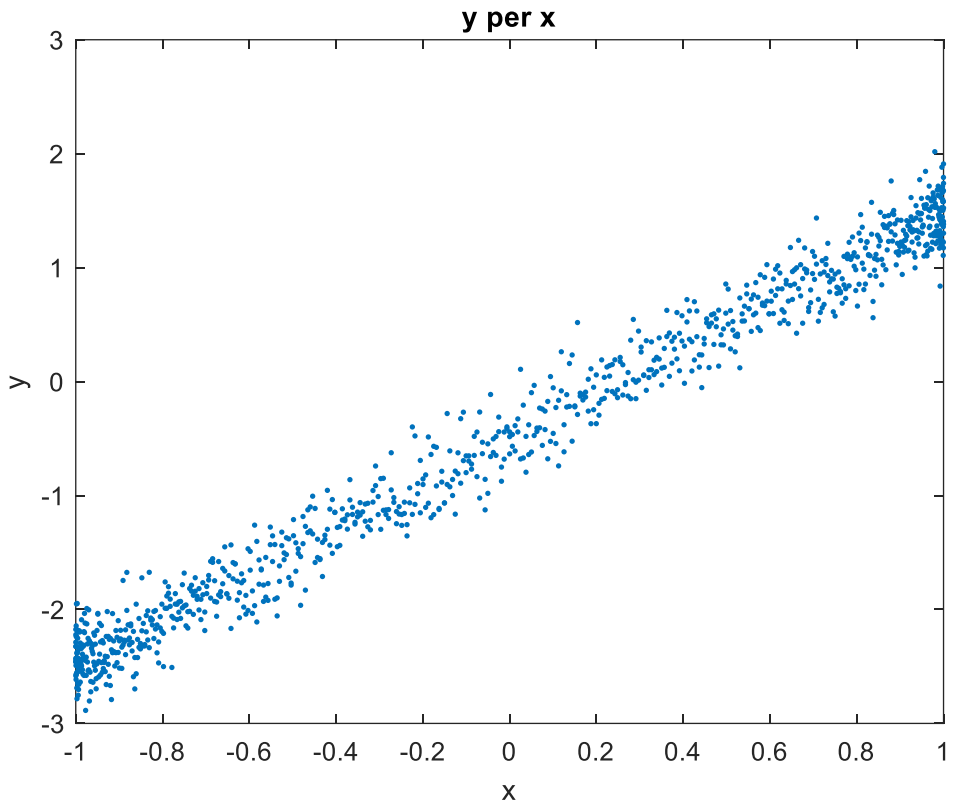

### ۲ – ۲)

```
%% 2 - 2
figure;
plot(t, y);
xlabel("t"), ylabel("y"), title("y per t");
```



**۲ – ۳)** از آنجایی که می‌دانیم رابطه ی y بر حسب x خطی می باشد، و به صورت $y = \alpha x + \beta$ می باشد، بنابراین شیب خط برابر $\alpha$ و عرض از مبدا آن برابر $\beta$ می باشد.

```
%% 2 - 3
figure;
plot(x, y, '.');
xlabel("x"), ylabel("y"), title("y per x");
```




**۲ – ۴)** برای محاسبه‌ی α و β باید با استفاده از مشتق گیری ضمنی از تابع $f(a,\beta) = \sum_t (y_t - (\alpha x_t + \beta))^2$ می‌توانیم α و β را حساب کنیم.

$$\frac{\partial}{\partial \beta} f = 0 \rightarrow \sum_t y_t - (\alpha . x_t + \beta) = 0 \rightarrow y_{sum} - \alpha . x_{sum} - t . \beta = 0 \rightarrow \beta = y_{avg} - \alpha . x_{avg}$$

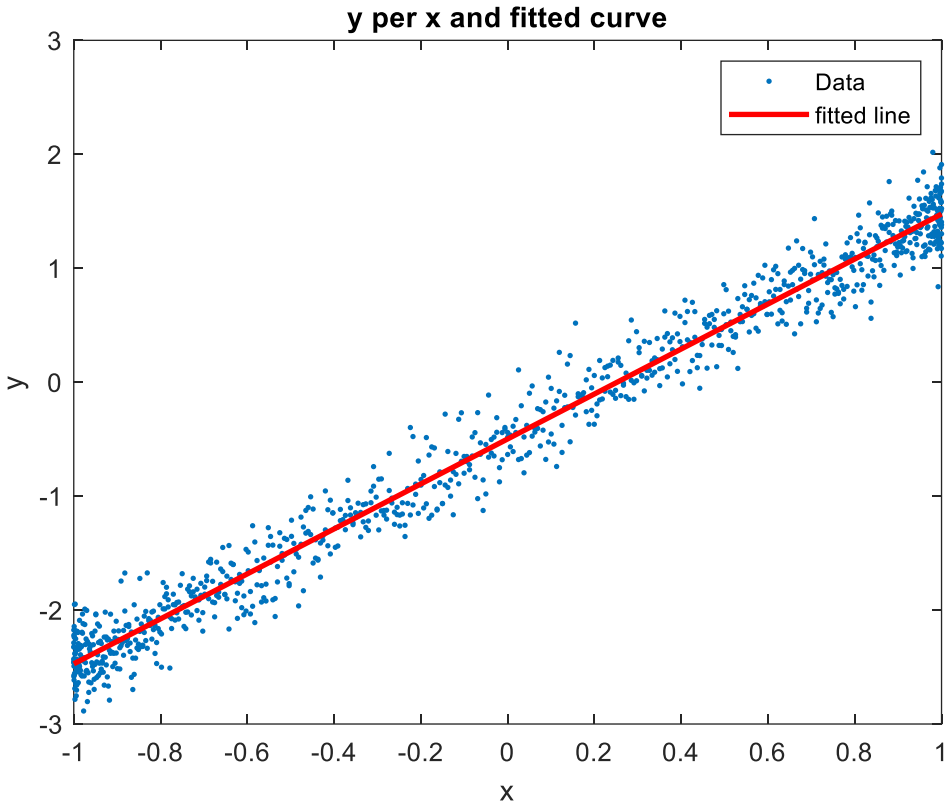
$$\frac{\partial}{\partial \alpha} f = 0 \rightarrow \sum_t x_t (y_t - (\alpha . x_t + \beta)) = 0 \rightarrow \sum_t x_t y_t - a . x_t^2 - x_t \beta = 0 \rightarrow \beta = y_{avg} - \alpha . x_{avg} \rightarrow \alpha = \frac{\sum_t (x_t - x_{avg})(y_t - y_{avg})}{\sum_t (x_t - x_{avg})^2}$$

```
function [alpha, beta] = p2_4(x,y)
    alpha = sum((x - mean(x)) .* (y - mean(y))) / sum((x - mean(x)).^2);
    beta = mean(y) - alpha * mean(x);
end
```

```
%% 2 - 4
[alpha, beta] = p2_4(x, y)
```

```
figure;
plot(x, y, '.');
xlabel("x"), ylabel("y"), title("y per x and fitted curve");
hold on;
t1 = -1:0.001:1;
plot(t1, alpha .* t1 + beta, "Color", "Red", "LineWidth", 2);
legend("Data", "fitted line");
```

```
alpha =

    1.9736


beta =

   -0.4983
```

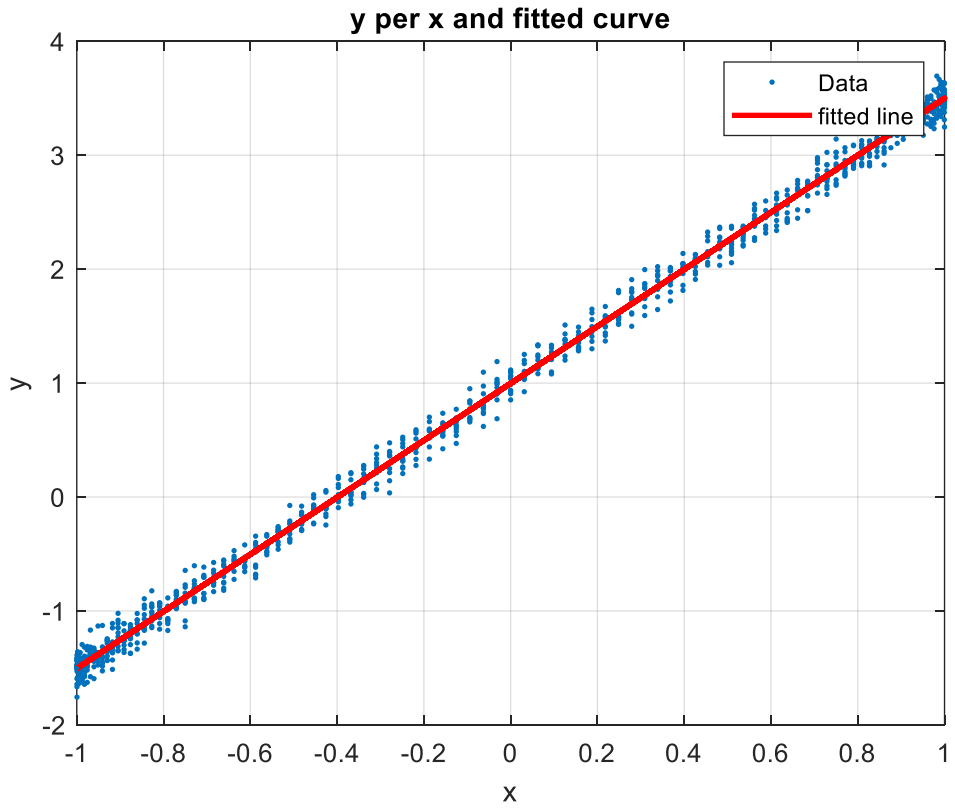


تست تابع با مقادیر دیگر:

```
clc, clearvars, close all;
```

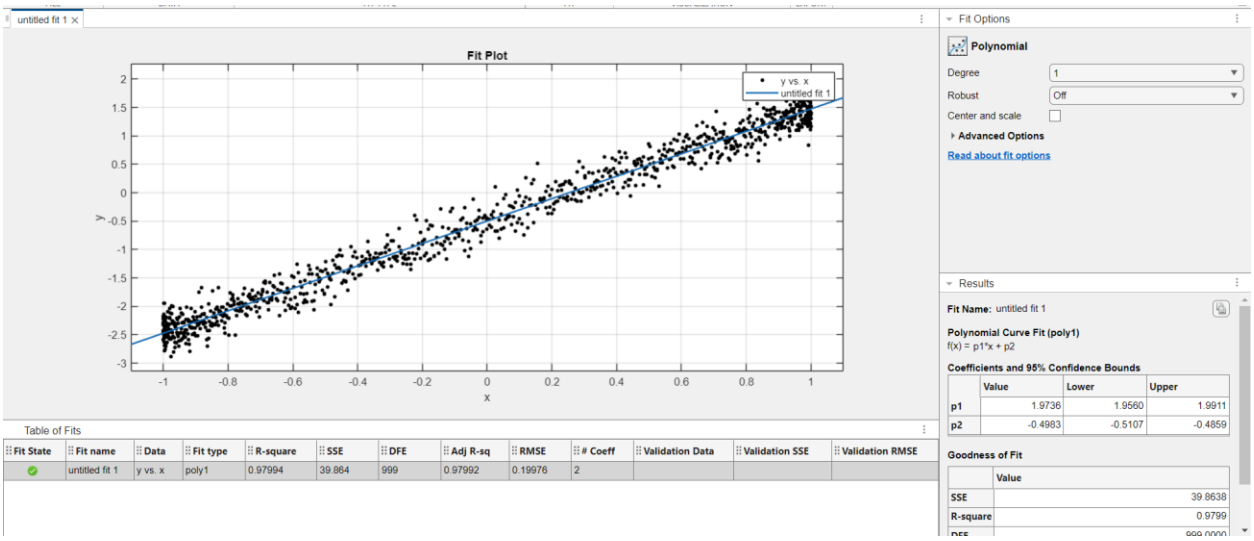
```
alphaTrue = 2.5;
betaTrue = 1.0;
t = 0:0.001:1;
x = sin(2 * pi * t);
y = alphaTrue * x + betaTrue;
noiseLevel = 0.1;
yNoisy = y + noiseLevel * randn(size(y));
[alphaEstimated, betaEstimated] = p2_4(x, yNoisy);
fprintf('real alpha %.4f estimated alpha %.4f\n', alphaTrue, alphaEstimated)
fprintf('real beta %.4f estimated beta %.4f\n', betaTrue, betaEstimated)
figure;
plot(x, yNoisy, '.');
xlabel("x"), ylabel("y"), title("y per x and fitted curve");
hold on;
plot(x, alphaEstimated * x + betaEstimated, 'r', 'LineWidth', 2);
legend("Data", "fitted line");
grid on;
```

```
real alpha 2.5000 estimated alpha 2.5048
real beta 1.0000 estimated beta 0.9968
```



این تابع را با مقادیر دیگر تست کردم. مقدار $\alpha = 2.5$ و $\beta = 1$ را جایگذاری کردم و همچنین تابع $x = \sin 2\pi t$ را قرار دادم. مقادیر به دست آمده، به ترتیب برابر ۲.۵۰۴۸ و ۰.۹۹۶۸ بودند که تقریب خوبی می باشد.

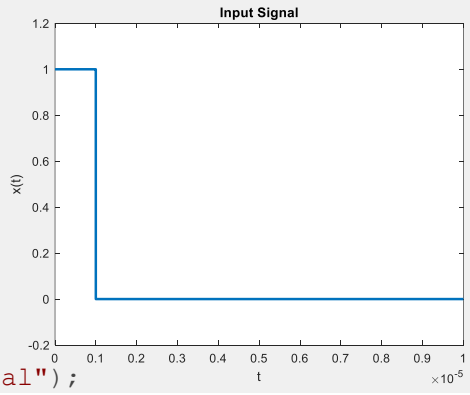
**۲ – ۵)** بله دقیقا برابر هستند:




## بخش سوم

۳-۱)

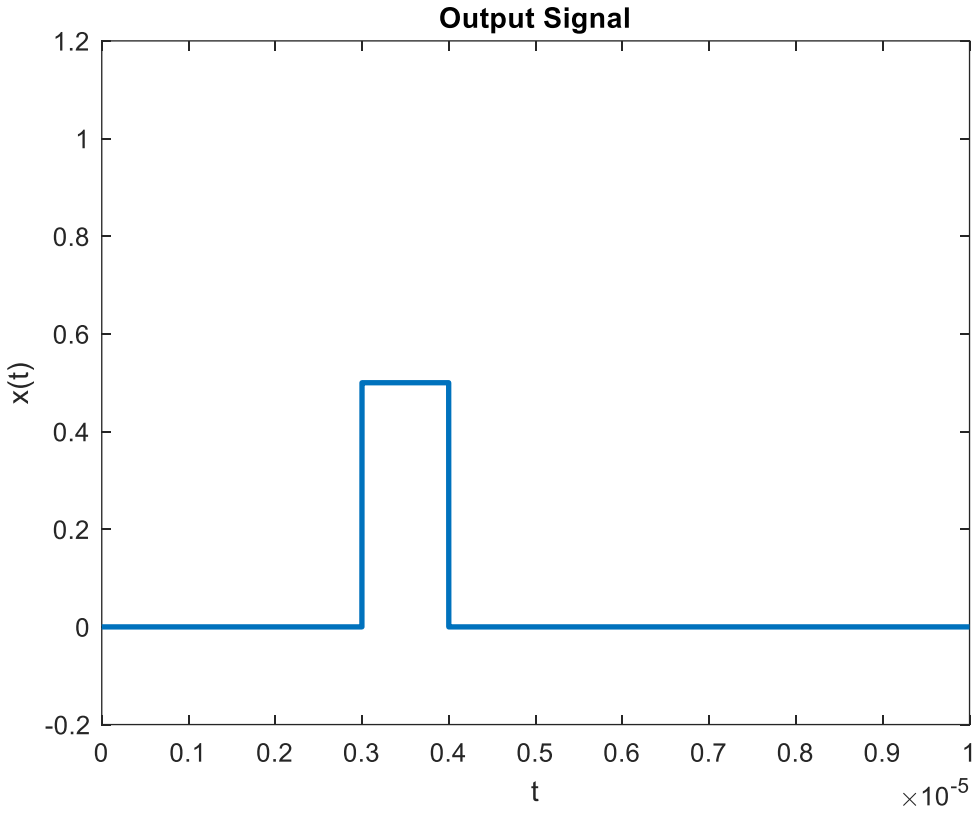
```
%% 3 - 1
ts = 1e-9;
T = 1e-5;
tau = 1e-6;
t = 0:ts:T;
x = zeros(size(t));
x(1:(tau/ts)) = 1;
figure;
plot(t, x, "LineWidth", 2);
xlim([0, T]);
ylim([-0.2, 1.2]);
xlabel("t"), ylabel("x(t)"), title("Input Signal");
```



(۳ – ۲

$$c * t_d = 2R \xrightarrow{yields} t_d = \frac{2R}{c} = \frac{2 * 450}{3 * 10^8} = 3 * 10^{-6} s$$

```
R = 450;
c = 3e8;
td =  2 * R / c;
outputSignal = zeros(size(t));
alpha = 0.5;
outputSignal(td/ts:(td+tau) / ts) = alpha;
figure;
plot(t, outputSignal, "LineWidth", 2);
xlim([0, T]);
ylim([-0.2, 1.2]);
xlabel("t"), ylabel("x(t)"), title("Output Signal");
```



۳ – ۳) نمودار مقدار correlation به دست آمده بر پایه زمان:

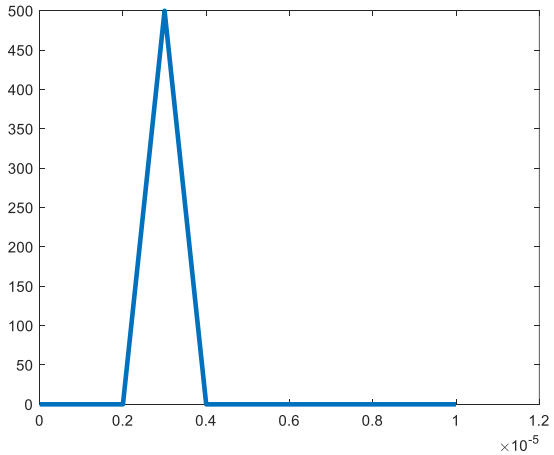
حال نقطه ی ماکسیمم این نمودار را پیدا میکنیم. این نقطه، $t_d$ می باشد. با توجه به رابطه ی زیر، فاصله ی جسم یا همان R بدست می آید:

$$c * t_d = 2R \xrightarrow{yields} R = \frac{c * t_d}{2}$$

```
sigma = calc_corr(t, tau, ts, outputSignal);
plot(t, sigma, "LineWidth", 3);
[maxSum, maxCorr] = max(ro);
td = t(maxCorr);
estimatedR = td * c / 2
function sigma = calc_corr(t, tau, ts, inputSignal)
    sigma = zeros(size(t));
    for i=1:length(t)-(tau/ts)
        temp = zeros(size(t));
        temp (i:i+(tau/ts)-1) = 1;
        sigma(i) = sum(temp .* inputSignal);
    end
end
```

که مقدار تقریبی ۴۴۹.۸۵۰۰ به دست آمد و به ۴۵۰ خیلی نزدیک است.

```
estimatedR =

  449.8500
```



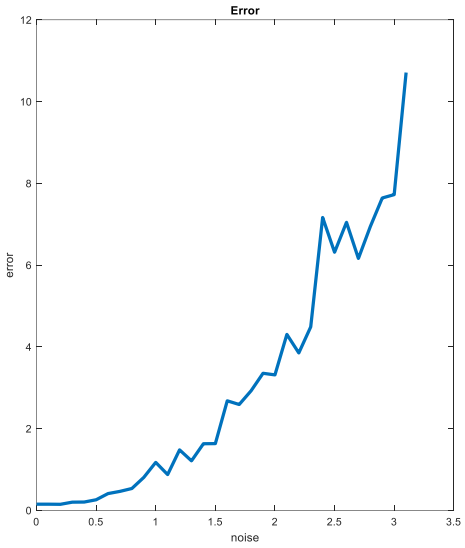

تابع calc_corr در اینجا به این صورت کار می‌کند که هرسری یک سیگنال نمونه با اندازه‌هایی که داشتیم تولید می‌شود و با تابع ورودی جمع می‌شود. در نهایت هم مجموع تمام این‌ها برمی‌گردد. حال در برنامه‌ی اصلی td را که از ماکزیمم تابع خروجی به دست آوردیم، برمیداریم و R را محاسبه می‌کنیم.

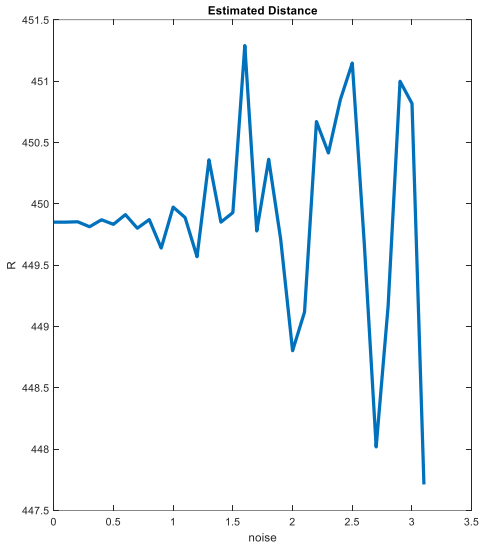
۳ – ۴)

متأسفانه سیگنال‌های ورودی اغلب نویزی هستند. برای شبیه‌سازی نویز، اعداد تصادفی بر اساس توزیع نرمال به سیگنال اضافه می‌کنیم. سپس نویز را افزایش می‌دهیم تا ببینیم تخمین فاصله چقدر از مقدار واقعی فاصله می‌گیرد. (فاصله واقعی ۴۵۰ متر است.)

برای کاهش اثر تصادفی بودن نویز، هر سطح نویز را ۱۰۰ بار تکرار می‌کنیم و میانگین خطاها را محاسبه می‌کنیم. این روند را ادامه می‌دهیم تا زمانی که خطا به ۱۰ متر برسد.

```
noiseLevel = 0;
numIterations = 100;
distance = 450;
noiseIncrement = 0.1;
errorValues = zeros(1, numIterations);
estimatedDistances = zeros(1, numIterations);
lastError = 0;
currentIndex = 1;

while(lastError < 10)
    totalError = 0;
    totalDistance = 0;

    for iteration = 1 : numIterations
        correlationOutput = calc_corr(t, tau, ts, outputSignal + noiseLevel *
randn(size(outputSignal)));
        [~, maxCorrIndex] = max(correlationOutput);
        estimatedDistance = t(maxCorrIndex) * c / 2;
        totalError = totalError + abs(distance - estimatedDistance);
        totalDistance = totalDistance + estimatedDistance;
    end

    errorValues(currentIndex) = totalError / numIterations;
    estimatedDistances(currentIndex) = totalDistance / numIterations;
    lastError = errorValues(currentIndex);
    currentIndex = currentIndex + 1;
    noiseLevel = noiseLevel + noiseIncrement;
end

lastValidIndex = currentIndex - 1;
noiseRange = (0 : noiseIncrement : noiseIncrement * (lastValidIndex - 1));

subplot(1, 2, 1);
plot(noiseRange, errorValues(1:lastValidIndex), 'LineWidth', 3);
title('Error');
xlabel('noise');
ylabel('error');

subplot(1, 2, 2);
plot(noiseRange, estimatedDistances(1:lastValidIndex), 'LineWidth', 3);
title('Estimated Distance');
xlabel('noise');
ylabel('R');
```


Error
error
noise
0
2
4
6
8
10
12
0
0.5
1
1.5
2
2.5
3
3.5


Estimated Distance
R
noise
447.5
448
448.5
449
449.5
450
450.5
451
451.5
0
0.5
1
1.5
2
2.5
3
3.5