

5: Conclusioni

Questo lavoro ha sviluppato e verificato, in modo coerente e riproducibile, la pipeline di proiezione prospettica basata sul modello pinhole e ne ha analizzato gli effetti al variare dei parametri intrinseci effettivamente impostabili in *CoordCode* (la lunghezza focale e il principal point).

Il quadro teorico adottato è la relazione:

$$u = f \frac{X}{Z} + C_x \text{ con } (Z > 0)$$

$$v = f \frac{Y}{Z} + C_y \text{ con } (Z > 0)$$

che, nella sua essenzialità, isola i contributi di scala radiale (governati dal fuoco), e di traslazione (governati dal principal point) in assenza di Skew e distorsioni.

L'implementazione software ha consentito di mettere alla prova questi elementi su insiemi di punti 3D sintetici, con una duplice resa grafica (vista 3D e proiezione 2D) e con tracciabilità numerica tramite esportazione dei dati.

Dal punto di vista sperimentale, i risultati confermano puntualmente le previsioni del modello. A parità di scena, l'aumento della focale produce un'omotetia centrata in (C_x, C_y) : le distanze $\|u - C_x, v - C_y\|$ crescono in proporzione al fattore di variazione di fuoco.

È un comportamento direttamente leggibile dalla forma: $(u - C_x, v - C_y) = \frac{f}{Z}(X, Y)$ e osservabile in tutte le configurazioni testate: gli stessi vertici, proiettati con fuoco minore o maggiore, si dispongono su "corone" di raggio coerente con il rapporto di scala.

Analogamente, lo spostamento del principal point agisce come traslazione rigida dell'intero insieme (u, v) : modificare C_x (rispettivamente C_y) trasla uniformemente le coordinate lungo l'asse u (rispettivamente v), senza introdurre deformazioni né variazioni di scala. Questi due gradi di libertà, scala e offset, sono sufficienti, già da soli, a spiegare la quasi totalità delle differenze osservate nelle proiezioni all'interno del perimetro modellato.

Il progetto mette inoltre in evidenza una caratteristica strutturale della proiezione centrale: la non iniettività della mappa $(X, Y, Z) \rightarrow (u, v)$.

L'identità $(X, Y, Z) \sim (\lambda X, \lambda Y, \lambda Z)$ con $(\lambda > 0)$ implica che tutti i punti giacenti sulla stessa semiretta uscente dal centro ottico collassano sulla stessa immagine (u, v) .

Da qui discende una duplice conseguenza: da un lato, la proiezione è intrinsecamente perdita d'informazione (la profondità non è ricostruibile da una singola vista in assenza di ulteriori vincoli); dall'altro, configurazioni 3D anche molto diverse possono produrre pattern 2D indistinguibili, con una naturale ambiguità interpretativa. Nelle prove, questa ambiguità è stata percepibile come sovrapposizione di punti e come difficoltà di lettura della struttura spaziale quando la sola proiezione 2D è considerata isolatamente. La presenza della vista 3D accoppiata, introdotta nell'applicativo, ha proprio la funzione di mitigare questa perdita percettiva, rendendo esplicito il legame tra geometria nello spazio e resa sul sensore.

Sul piano metodologico, *CoordCode* ha dimostrato di essere un banco di prova utile perché:

- Rende immediata la relazione tra parametri intrinseci e immagine.
- Offre misurabilità tramite tabella numerica (X, Y, Z, u, v) ed esportazione testuale.
- Consente una verifica “visuale e numerica” delle ipotesi teoriche.

La scelta di limitare l'interazione a f e (C_x, C_y) ha volontariamente mantenuto il fuoco sull'essenziale, evitando interferenze con altri fenomeni (skew, pixel non quadrati, distorsioni). In questo perimetro, la coerenza fra teoria, codice ed evidenza grafica è risultata chiara.

Rimangono, tuttavia, limiti e opportunità. Il modello pinhole è ideale: non contempla distorsioni ottiche (radiali e tangenziali), rolling shutter, rumore di misura, quantizzazione o disallineamenti meccanici; non gestisce inoltre le componenti anisotrope della focale (f_x, f_y) né lo skew (s) .

Questi aspetti, benché trascurati per semplicità, sono spesso determinanti in impieghi reali, in particolare in ambito robotico, dove la precisione metrica e la ripetibilità sono requisiti essenziali. L'osservazione sperimentale della sola coppia (f, C_x, C_y) è quindi da leggersi come primo gradino di una catena di raffinamenti che tipicamente include calibrazione completa degli intrinseci, modellazione delle distorsioni e validazione su acquisizioni reali.

In conclusione, la tesi ha consolidato il ponte tra formulazione matematica e osservazione sperimentale: il modello pinhole, pur nella sua semplicità, spiega in modo trasparente gli effetti principali degli intrinseci; l'applicativo sviluppato ne ha offerto una dimostrazione operativa, traducendo equazioni in comportamenti misurabili e ripetibili. La chiarezza con cui si evidenziano scala radiale, traslazione e perdita di profondità rende questo strumento idoneo sia per la didattica sia come base di partenza per prototipi più completi.

Grazie per l'attenzione