FONCTIONS, DOMAINE ET DERIVABILITE

Ce document est à conserver pour les premiers cours

Votre premier objectif est de trouver le domaine de définition des fonctions suivantes: nous avons travaillés sur le domaine de définition des fonctions pendant la session d'été de Juillet 2022. Nous allons faire un bref rappel ici, mais je vous conseil de revoir ce que nous avons fait en Juillet.

Rappel

Le domaine de définition d'une fonction est l'ensemble des valeurs que peut prendre la variable indépendante (x dans le cas d'une fonction à 1 dimension) de cette fonction. Il est important de connaitre le domaine d'une fonction car sans son domaine on ne peut savoir pour quelle valeur de x cette fonction existe, quelle valeur de x choisir afin d'effectuer la représentation graphique de cette dernière. De plus, on ne sait sur quel interval cette fonction admet une dérivée.

Exemple 1: Trouvons le domaine de la fonction $f(x) = \sqrt{x}$. Il faut ce souvenir que l'on ne peut pas prendre la racine d'un nombre négatif quand on travail avec les nombres réels $\mathbb{R}$. En effet, il n'y pas de nombres réels négatifs ayant un carré négatifs. Alors nous disons que les valeurs que peut prendre x sont tous les nombres positifs en plus de zéro. Alors **le domaine est:** $x \in [0,\infty[$ ("x appartient à l'interval zéro, infini, zero inclut")

Exemple 2: Trouvons le domaine de la fonction $f(x) = \sqrt{x+5}$. Il faut encore ce souvenir que ce qui est sous la racine ne peut être négatif, donc pour trouver le domaine, il suffit de soit (1)

Rte de Jacquet #15, Jacquet Toto, Delmas 95 * Téls : 509- 3702-4222 * e-mails : cpedmead@yahoo.fr*
coursprivesedme@gmail.com

trouver les valeurs pour lesquelles $x + 5$ est négatif et les exclures ou (2) trouver les valeurs qui assure que $x + 5$ sera zéro ou positif, autrement dit, résoudre l'inéquation $x + 5 \geq 0$ et on voit que $x \geq -5$. **Le domaine est alors** $x \in [-5,\infty[$.

Exemple 3: Trouvons le domaine de la fonction $f(x) = \dfrac{1}{x}$. Nous savons que nous ne pouvons pas diviser par zéro, mais que nous pouvons diviser par toutes les autres valeurs, alors le domaine est: $x \in \mathbb{R}^*$ ou $x \in \mathbb{R} - \{0\}$ ou $x \in]-\infty,0[\cup]0,\infty[$. Ces trois façons d'indiquer le domaine se valent. Ils veulent tous dire que x peut prendre toutes les valeurs de l'ensemble $\mathbb{R}$ sauf zéro.

Exemple 4: Trouvons le domaine de la fonction $f(x) = \dfrac{1}{2x+4}$. On ne peut diviser par zéro. Alors, quelle valeur fait que $2x + 4 = 0$. Il s'agit de $x = -2$. Alors $x \in]-\infty, -2[\cup]-2,\infty[$. **NOTEZ bien que $x = 0$ est acceptable ici, car pour $x = 0$, $2x + 4 = 4$. Cet exemple est important, il faut que le dénominateur ne soit pas zéro, mais pas nécessairement que x ne soit pas zéro**.

les fonctions e^x, $\sin(x)$, $\cos(x)$, et tous les polynômes $f(x) = ax^n + bx^{n-1} + cx^{n-2} + \ldots + d$ sont tous définies sur $\mathbb{R}$.

Si la fonction qui nous intéresse est une fonction composé (multiplication ou somme de deux fonctions ou autre), le domaine sera définie par soit une combinaison des restrictions des fonctions présentes dans l'expression, soit la fonction avec le plus de restriction dominera.

Exemple 5: Trouvons le domaine de la fonction $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt{x}}$. Alors on sait déjà que la fonction racine carré n'admet pas de nombre négatif, MAIS admet zéro. Cependant on sait que la fonction $\dfrac{1}{x}$ n'admet pas zéro au dénominateur, alors notre fonction $f(x)$ n'admet ni les valeurs négatives, ni zéro. Alors le domaine est: $x \in]0,\infty[$ ('x appartient à l'interval zéro, plus l'infini, zéro exclus) ou $x \in \mathbb{R}^+$.

A) Trouver le domaine des 23 fonctions suivantes

B) Représenter graphiquement les fonctions 1,17 et 21.

1. $f(x) = 2x^2 + 3x$ R: $x \in \mathbb{R}$

2. $f(x) = \ -3\sqrt{x}$ R: $x \in [0,\infty[$

3.

4. $f(x) = x\sqrt{x}$ R: $x \in [0,\infty[$

5.

6. $f(x) = (2x-1)(3x+2)$ R:$x \in \mathbb{R}$

7. $f(x) = \dfrac{x}{x^2+8}$ R:$x \in \mathbb{R}$

8. $f(x) = \dfrac{x+5}{x-1}$

9. *résoudre $x-1=0$, $x=1$.*

10. R:$x \in]-\infty,1[\cup]1,\infty[$

11. $f(x) = \dfrac{\sqrt{2x+4}}{x-3}$

12. *résoudre $x-3=0$, $x=3$*

13. *et résoudre $2x+4=0 \rightarrow x=-2.$*

14. *pour le déno $x \in]-\infty,3[\cup]3,\infty[$*

15. *pour le numérateur $x \in]-2,\infty[$*

16. *Alors l'intersection de ces intervalles est: $x \in]-2,3[\cup]3,\infty[$*

17. $f(x) = 2x^6 - 3x^4$ R: $x \in \mathbb{R}$

18. $f(x) = \sin(x^2)$ R: $x \in \mathbb{R}$

19. $f(x) = 4\sin(x) + \cos(2x)$ R: $x \in \mathbb{R}$

20. $f(x) = \left(\dfrac{4x-1}{x+2}\right)^3$ R: $x \in]-\infty, -2[\cup]-2, \infty[$

21. $f(x) = \cos(-2x+5)$ R: $x \in \mathbb{R}$

22. $f(x) = (\sin(x))^2$ R: $x \in \mathbb{R}$

23. $f(x) = \dfrac{1}{3}x^3 + \dfrac{1}{2}x^2 + x$ R: $x \in \mathbb{R}$

24. $f(x) = 12x^2 - 6x + 1$ R: $x \in \mathbb{R}$

25. $f(x) = 5x^2 + x - 7e^{6x}$ R: $x \in \mathbb{R}$

26. $f(x) = e^{3x}$ R: $x \in \mathbb{R}$

27. $f(x) = \dfrac{3e^x - 4}{e^x + 1}$ R: $x \in \mathbb{R}$

28. $f(x) = \dfrac{e^{-2x+1}}{e^{-2x+1}}$ cette fonction est égale à 1, car nous avons la même expresion au numérateur et au dénominateur, son domaine est R: $x \in \mathbb{R}$

29. $f(x) = xe^{5x}$ R: $x \in \mathbb{R}$

30. $f(x) = (3x-2)^2$ R: $x \in \mathbb{R}$

31. $f(x) = x^2\sqrt{x}$ R: $x \in \mathbb{R}^+$

32. $f(x) = \sqrt{e^{-5x}}$ R: $x \in \mathbb{R}$