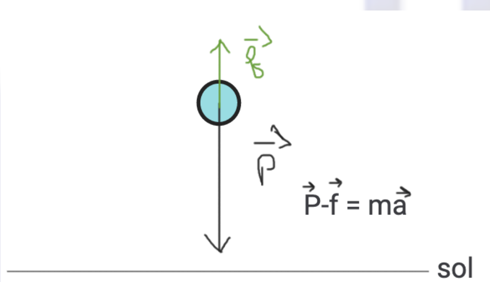
COLLEGE EDME
ci-devant
COURS PRIVÉS EDME

<u>Cours Prives Edme</u>
<u>Cours de Physique-Chimie</u>
<u>Année Académique 2022</u>
<u>Classe de Terminale Spécialité</u>

<u>Chapitre 12- Mouvements et Energies dans un Champ Uniforme</u>

En classe de première, nous avons étudié les interactions dites fondamentales, notamment les interactions gravitationnelles par le biais de la loi d'interaction de Newton, et les interactions électrostatiques par le biais de la loi d'interaction de Coulomb. Nous avons appris à modéliser les forces qui agissent sur un point matériel en utilisant des vecteurs. De plus, au chapitre 11 de la classe de Terminal, nous avons appris qu'une fois l'inventaire de toutes les forces agissant sur un point matériel effectué, leurs sommes est proportionnelle à la masse du point matériel multiplié par l'accélération de ce dernier (deuxième loi de Newton). Voir le schéma ci-contre pour une révision. Dans ce schéma, $\vec{P}$ et $\vec{f}$ sont le poids et les forces de frottements, respectivement.



Ce que nous devons faire maintenant c'est d'intégrer les concepts des interactions fondamentales, aux concepts de mouvements (premiere et deuxième loi de Newton) afin de pouvoir déterminer la position de l'objet en fonction du temps (son **équation horaire**). Cette fonction de position en fonction du temps, que l'on notera $\overrightarrow{OG}(t)$, nous permettra de déterminer quel était la position de l'objet étudié à une date t donné, et quel sera sa position à une date $t + n$

où n est un entier naturel. Ceci nous permettra de définir la trajectoire (représentation d'un des coordonnés de l'espace en fonction d'un des deux autres; z en fonction de x par exemple) de l'objet dans l'interval de temps étudié.

Champ de Pesanteur Uniforme

Il faut se souvenir que tout objet massique génère un champ de pesanteur autour de lui. C'est-à-dire qu'il établie une région d'influence autour de lui qui perturbe la trajectoire de n'importe quel autre objet massique pris dans ce champ. Une fois l'autre objet massique pris dans ce champ, il ressent (et exerce à son tour) une force gravitationnelle d'attraction sur l'objet initial. Par exemple, dans l'absence du soleil et tout autre astre, la terre continuerais une trajectoire rectiligne et uniforme dans l'espace (principe d'inertie). Cependant, le soleil, par le faite d'avoir une masse, génère un champ de pesanteur. Ce dernier agit sur toutes les planètes, dont la terre, et satellite de notre système solaire car ils possèdent une masse. Ce phénomène maintient la terre en orbite autour du soleil. Plus l'objet est massique, plus le champ de pesanteur générer est grand. De ce fait, le champ de pesanteur générer par le soleil est plus grand que celui générer par la terre qui est plus grand que celui générer par la lune.

En classe de première nous avons appris que pour calculer le champ de pesanteur générer par un objet massique, on partait de la loi d'interaction gravitationnel. Supposant que deux points matériels de masse M_1 et m_2 séparés par une distance d interagissent par attraction gravitationnel. Nous pouvons écrire l'expression de la force entre ces deux objets:

$$\overrightarrow{F}_{12} = G\frac{M_1 m_2}{d^2}\overrightarrow{u}_{12} = -\overrightarrow{F_{21}} \qquad (1)$$

où $\overrightarrow{u}_{12}$ est un vecteur unitaire orienté du centre de l'objet 2 vers le centre de l'objet 1, G est la constante gravitationnel, et $\overrightarrow{F}_{12}$ est la force exercé par l'objet 1 sur l'objet 2. Supposant que maintenant nous aimerions connaitre la valeur du champ gravitationnel exercé par l'objet 1. Pour ce faire, nous n'avons qu'à diviser l'équation (1) par la masse de l'objet 2, de sorte à avoir une expression qui dépends **seulement** de la masse de l'objet 1, et de la distance:

$$\frac{\overrightarrow{F}_{12}}{m_2} = G\frac{M_1}{d^2}\overrightarrow{u}_{12} \qquad (2)$$

Donc, un objet de masse M_1 génère un champ gravitationnel de **norme** $G\dfrac{M_1}{d^2}$, de direction et de sens donnée par le vecteur $\overrightarrow{u}_{12}$. Donc nous remarquons que le champ gravitationnel est un vecteur, et dépends de la masse de l'objet qui le génère et est inversement proportionnel à la distance carré du centre de l'objet 1. Plus on est éloigner de l'objet 1, moins on ressens son influence gravitationnel. Notez également que tout objet à la même distance d de l'objet 1 ressent le même champ gravitationnel, mais ne ressens pas la même force d'attraction, car la force dépends aussi de la masse de l'autre objet en question. Par exemple, si on place une pierre à la même distance terre-soleil, cette pierre sera alors dans une région de l'espace où la norme du champ gravitationnel sera la même que celui ressentis par la terre. Cependant, l'attraction ($\overrightarrow{F}$) exercé par le soleil sur la terre sera supérieur à celle exercé par le soleil sur la pierre, car la masse de la terre est largement supérieur à la masse de la pierre.

Intéressons-nous au champ de pesanteur de la terre. Si nous nous intéressons à sa norme à la surface de la terre, nous avons qu'à appliquer la relation $G\dfrac{M_1}{d^2}$ avec M_1 la masse de la terre et d le rayon de la terre (cette valeur n'est pas exactement la même en tous points sur la terre), en faisant ceci, on trouve $G\dfrac{M_1}{d^2} = g = 9{,}81N \cdot kg^{-1}$. On peut aussi dire que $\overrightarrow{g} = \dfrac{\overrightarrow{P}}{m}$ (comme dans l'équation 1). $\overrightarrow{g}$ est défini par:

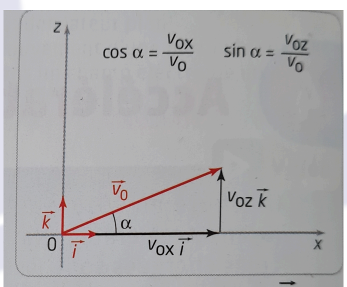
- sa **direction**, appelée verticale du lieu;
- son **sens**, vers la terre;
- sa **norme**, qui dépend du lieu (on utilisera $g = 9{,}81N \cdot kg^{-1}$)

Le champ de pesanteur est dit uniforme dans une région de l'espace si l'on peut considérer que la direction, le sens et la norme de $\overrightarrow{g}$ sont identiques en tout point de cette région: $\overrightarrow{g}$ =cste.

Étude du Mouvement

Nous considérons seulement les référentiels galiléen (la terre est considéré comme étant un référentiel galiléen).

Dans un référentiel terrestre, le mouvement du centre de masse G d'un système de masse constante m est étudié dans un repère $(O; \hat{i}, \hat{j}, \hat{k})$ avec un axe vertical orienté vers le haut; c'est-à-dire un repère à trois dimensions, ayant pour centre O.



1. Le vecteur vitesse initial $\overrightarrow{v_0}$ est situé dans le plan $(O\,;\vec{i},\vec{k})$ et est incliné d'un angle α avec l'horizontale.

Condition initiales

Les **conditions initiales** sont les positions, vitesses et accélérations du système à l'instant $t = 0$.

Considérons un système, qui à l'instant $t = 0$, est situé à l'origine O, et possède une vitesse initiale v_0 incliné d'un angle α avec l'horizontale (voir le schéma). À $t = 0$ le système étant à l'origine, ses coordonnées de positions sont

$\overrightarrow{OG}(0) = \{x(0) = 0; y(0) = 0; z(0) = 0\}$ et ses coordonnées de vitesses sont $\overrightarrow{v}(0) = \{v_x(0) = v_0 \cos\alpha; v_y(0) = 0; v_z(0) = v_0 \sin\alpha\}$.

Inventaire des forces

Après avoir pris connaissance des conditions initiales, nous pouvons faire l'inventaire des forces. Supposant que la seul force appliqué au système soit son poids $\overrightarrow{P}$, alors nous savons que son accélération est le champ de pesanteur $\overrightarrow{g}$.

Vecteur accélération

Alors l'accélération à toutes les dates $t$est $\overrightarrow{a}(t) = \{a_x(t) = 0; a_y(t) = 0; a_z(0) = -g\}$. Il s'agit alors d'un système uniformément accéléré car la valeur de l'accélération est constante, (c-a-d on ne considère pas les forces de frottements).

Commentaire Mathématique

Il est très important de connaitre les conditions initiales dans lequel se trouve un système afin de déterminer comment la trajectoire du système évolue dans le temps. Cependant, ceci n'est pas suffisant. Il faut pouvoir déterminer le vecteur vitesse et le vecteur position à toutes les dates t (pas seulement à $t = 0$). Mathématiquement, pour ce faire, il faut résoudre des equations différentiels et utiliser des techniques d'intégration (calculer l'intégrale d'une fonction). Nous n'allons pas apprendre à résoudre les equations différentiels et à calculer les intégrales ici, mais nous allons plutôt donner les résultats de ces calculs. Mais, il est important que vous compreniez que les intégrales sont des calculs qui sont, en quelque sorte l'inverse d'une dérivée.

Par exemple, une fonction f à pour dérivée f'. Si par exemple, nous avions la dérivée f' et nous voulions savoir quel était la fonction f de départ, on prends alors l'integral de f pour retrouver f:

$$f = \int f' dx \qquad (3)$$

où le signe $\int$ signifie intégral. On dit que f est **la primitive** de f'.

Revenons à la physique: Nous avions dit dans le chapitre 11 que le vecteur vitesse était la dérivée du vecteur position en fonction du temps, on peut aussi dire alors, que le vecteur position est la **primitive** du vecteur vitesse. De même, le vecteur accélération est la dérivée du vecteur vitesse, on peut alors dire que le vecteur vitesse est la primitive du vecteur accélération.

Notez que: **La primitive de zéro est toujours une constante.**

Donc, à partir du vecteur accélération on peut trouver le vecteur position à toutes les dates en calculant la primitive de ce dernier:

$\vec{a}(t) = \{a_x(t) = 0; a_y(t) = 0; a_z(0) = -g\}$ alors:

$\vec{v}(t) = \{v_x(t) = cste_1; v_y(t) = cste_2; v_z(t) = -gt + cste_3\}$

et d'après les conditions initiales $v_x(0) = v_0 \cos\alpha$ alors $cste_1 = v_0 \cos\alpha$. De plus, $v_y(0) = 0$, alors $cste_2 = 0$ et finalement $v_z(0) = v_0 \sin\alpha$ alors $cste_3 = v_0 \sin\alpha$. Alors finalement le vecteur vitesse s'écrit:

$\vec{v}(t) = \{v_x(t) = v_0 \cos\alpha; v_y(t) = 0; v_z(t) = -gt + v_0 \sin\alpha\}$ (4)

Maintenant que nous possédons le vecteur vitesse à toutes les dates t, nous pouvons appliquer le même principe que précédemment pour déterminer le vecteur position. Notamment que le vecteur position est la primitive du vecteur vitesse:

$$\overrightarrow{OG}(t) = \{x(t) = (v_0 \cos\alpha)t; y(t) = cste_5; z(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + (v_0 \sin(\alpha)t + cste_6\}$$

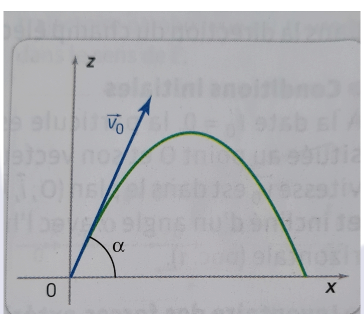
d'après les conditions initiales, $x(0) = y(0) = z(0) = 0$ alors les constantes $cste_5 = cste_6 = 0$, alors l'**équation horaire** du système est:

$$\overrightarrow{OG}(t) = \{x(t) = (v_0 \cos\alpha)t; y(t) = 0; z(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + (v_0 \sin(\alpha))t\} \qquad (5)$$

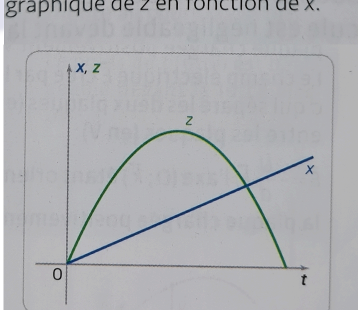
Analyse

Ces équations nous indiques la vitesse et la position d'un objet lancé à une vitesse v_0 à toutes les dates t du mouvement de ce système. Notez que si nous faisons une représentation graphique de l'altitude $z(t)$ en fonction de la position horizontale $x(t)$, nous obtiendrons **une trajectoire** parabolique, où le système monte en altitude avec une vitesse v_0 et avance selon la position horizontale, atteint une altitude maximale, et redescend sans jamais bouger dans le sens de la droite vers la gauche ($y(t) = 0$ pour tout t). C'est exactement ce qui se produit en lançant une pierre par exemple (voir le schéma). Notez qu'avec les equations établies$\{a(t); v(t), x(t)\}$, nous pouvons prédire exactement où le système sera à toutes les dates!

De plus, nous observons aussi que la composante $z(t)$ du mouvement, qui décrit l'altitude, augmente avec le carré du temps et donc à une dépendance parabolique en fonction du temps également, et la composante horizontale du mouvement $x(t)$ augmente linéairement avec le temps.



5. Trajectoire du centre de masse du système : représentation graphique de z en fonction de x.



4. Représentation graphique des coordonnées x et z du vecteur position $\overrightarrow{OG}$ en fonction du temps.

Finalement, pour prouver analytiquement le schéma **5**, on regarde les équations de $z(t)$ et de $x(t)$:

$x(t) = (v_0 \cos \alpha)t$ et $z(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + (v_0 \sin(\alpha))t$. Comme pour notre graph il s'agit d'une courbe z en fonction de x, on veut que dans l'expression de $z(t)$ que x apparaisse. La seule variable qui lie ces deux équations est t. Alors on exprime t en fonction de x à partir de l'équation $x(t)$:

$$t = \frac{x}{v_0 \cos \alpha} \quad (6)$$

et on remplace cette expression dans l'équation de $z(t)$ pour obtenir $z(x)$:

$$z(x) = -\frac{1}{2}g\left(\frac{x}{v_0 \cos \alpha}\right)^2 + x\tan(\alpha) \qquad (7)$$

Et on peut vraiment voir que z est une fonction proportionnelle à x^2, alors le résultat de la parabole est cohérente (vous devez pouvoir faire cette dérivation trouver (6), ensuite passer de (6) à (7))

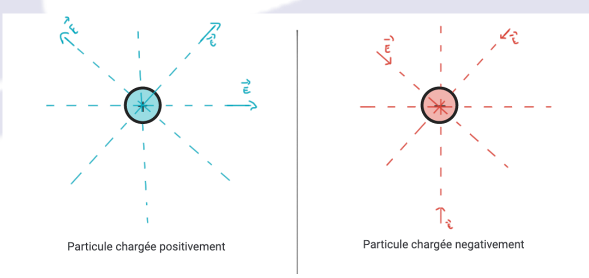
Bilan Énergétique

Comme étudié en première, l'énergie mécanique du système (ϵ_m) est la somme de son énergie cinétique (ϵ_c) et de son énergie potentielle (ϵ_{pp}). Ici ϵ_{pp} est l'énergie potentielle de pesanteur (mgh). Étant donné la seul force exercé sur le système est conservative, son énergie mécanique se conserve au cours de son mouvement dans un référentiel galiléen.

$$\Delta\epsilon_m = \epsilon_m(B) - \epsilon_m(A) = \sum W_{AB}(\vec{F}_{non\ conservatives}) = 0 \quad (8)$$

Mouvement et Énergies dans un Champ Électrique Uniforme

De la même façons que les objets massiques génèrent un champ gravitationnel dans l'espace, les objets chargés génèrent un champ électriques dans l'espace, c'est-à-dire une région qui va influencer (par le biais d'une force) tous les porteurs de charges présentes dans cet espace. Nous nous souviendrons qu'en classe de première, nous avons appris que le champ électrique généré par une charge positive est représenté par des vecteurs parallèles aux lignes de champ, et sont orientés du centre de la particule chargée vers l'extérieur, et pour une

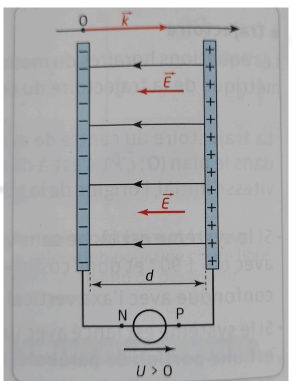


charge négative, les vecteurs sont orientés vers la particule chargée (voir le schéma pour une révision). En utilisant les même principes que dans les équations (1) et (2), mais cette fois en utilisant la loi de Coulomb, nous pouvons obtenir une relation pour le champ électrique généré par une particule **1**, chargée:

$$\overrightarrow{E} = \frac{\overrightarrow{F_{el}}}{q_2} \qquad (9)$$

où $\overrightarrow{F}_{el}$ (en Newton) est la force électrostatique entre deux particules (**1** et **2**), et q_2 (en Coulomb) est la charge de la particule **2**. Les unités du champ sont $N \cdot C^{-1}$ (Newton par Coulomb) ou $V \cdot m^{-1}$ (volt par mètre). Ces deux unités sont les même.

Dans ce chapitre nous nous intéresserons au mouvement de particules chargées dans un champ électrique créé par un **condensateur plan**. Un condensateur plan est constitué de deux plaques métalliques chargées, parallèles entre elles et séparées par un isolant (le vide ou l'air…). Il permet de créer un champ électrique uniforme dans la zone de l'espace située entre les deux plaques.



7. Champ électrique créé par un condensateur plan. Le choix a été fait d'orienter l'axe (O ; $\vec{k}$) de la plaque chargée négativement vers la plaque chargée positivement.

Les lignes de champ sont perpendiculaires aux plaques, orientées de la plaque chargée positivement vers la plaque chargée négativement. Le champ électrique $\overrightarrow{E}$ créé par le condensateur plan dépend de la distance d qui sépare les deux plaques (en m) et de la tension électrique U appliquée entre les plaques (en V):

$$\overrightarrow{E} = -\frac{U}{m}\overrightarrow{k} \qquad \textbf{(10)}$$

l'axe (O; $\overrightarrow{k}$) étant orienté de la plaque chargée négativement vers la plaque chargée positivement.

Étude du Mouvement

Le mouvement d'une particule, modélisée par un point matériel M de masse m constante et de charge électrique q, est étudié dans un **repère d'espace** $(O; \vec{i}, \vec{j}, \overrightarrow{k})$ avec l'axe $(O; \overrightarrow{k})$ dans la direction du champ électrique $\overrightarrow{E}$ et en sens inverse à celui-ci: $\overrightarrow{E} = -E\overrightarrow{k}$.

Pour étudier le mouvement d'une particule chargée dans ce champ électrique, il nous faut d'abord établir les conditions initiales:

Condition initiale

À $t_0 = 0$ la particule est à l'origine O et son vecteur vitesse $\overrightarrow{v_0}$ est dans le plan $(O; \vec{i}, \overrightarrow{k})$ et incliné d'un angle α avec l'horizontale. Alors, les vecteurs vitesses et position initiales sont:

$\overrightarrow{OG}(0) = \{x(0) = 0; y(0) = 0; z(0) = 0\}$

$\overrightarrow{v}(0) = \{v_x(0) = v_0 \cos \alpha; v_y(0) = 0; v_z(0) = v_0 \sin \alpha\}$

Inventaire des forces

La particule de charge q dans un champ électrique $\overrightarrow{E}$ est soumise à une force $\overrightarrow{F}_{el} = q\overrightarrow{E}$ (d'après l'equation 9). On considère le poids de la particule négligeable (souvenez-vous que la masse d'un électron est de l'ordre de 10^{-31} kg et celle d'un proton/neutron de l'ordre de 10^{-27} kg). Les forces électriques agissant sur des particules de ce genre sont environs 10^{40} fois supérieur aux forces gravitationnelles!

Vecteur Accélération

Une fois que l'on sait que la seul force qui agis sur notre particule est $\overrightarrow{F}_{el}$, on sait qu'elle sera proportionnelle au vecteur l'accélération de l'objet selon la deuxième loi de Newton, mais $\overrightarrow{F}_{el}$ étant parallèle au vecteur $\overrightarrow{k}$ sur l'axe z, seul la composante z du vecteur accélération ne sera pas zéro:

$$\sum \overrightarrow{F} = m\overrightarrow{a} \text{ ,alors}$$

$$q\overrightarrow{E} = m\overrightarrow{a} \text{ donc,}$$

$$\overrightarrow{a} = \frac{q\overrightarrow{E}}{m}\overrightarrow{k}$$

$$\overrightarrow{a}(t) = \{a_x(t) = 0; a_y(t) = 0; a_z(0) = -\frac{qE}{m}\overrightarrow{k}\} \qquad (10)$$

Vecteur vitesse et équation horaire

En calculant la primitive du vecteur accélération, on trouve le vecteur vitesse à toutes les dates:

$$\overrightarrow{v}(t) = \{v_x(t) = v_0 \cos \alpha; v_y(t) = 0; v_z(t) = -\frac{qE}{m}t + v_0 \sin \alpha\} \qquad (11)$$

En calculant la primitive du vecteur vitesse, on trouve le vecteur position (équation horaire) à toutes les dates:

$$\overrightarrow{OG}(t) = \{x(t) = (v_0 \cos \alpha)t; y(t) = 0; z(t) = -\frac{1}{2}\frac{qE^2}{m} + (v_0 \sin(\alpha))t\} \qquad (12)$$

Analyse, Trajectoire, Déviation Électrique

Comme dans le mouvement dans le champ de pesanteur, $y(t) = 0$. La particule bouge seulement selon les axes z et x.

La trajectoire de la particule est plane. Elle est comprise dans le plan $(O; \vec{i}, \vec{k})$, c'est-à-dire le plan contenant son vecteur vitesse initiale, l'origine de la trajectoire O et la champ électrique $\vec{E}$.

Le champ électrique $\vec{E}$ peut être utilisé pour dévier la trajectoire d'une particule chargée. Si le vecteur initiale n'est pas dans la direction du champ, cela veut dire si $\alpha \neq \pm 90°$, la trajectoire de la particule sera définie par:

$$z(x) = -\frac{1}{2}\frac{qE}{m}\left(\frac{x}{v_0 \cos\alpha}\right)^2 + x\tan(\alpha) \qquad (13)$$

nous remarquons ici que la composante z de la trajectoire de la particule est une fonction proportionnelle à x^2, alors la trajectoire de la particule chargée sera parabolique entre les deux plaques. **N.B: La dérivation de l'équation (13) est la même que l'équation (7). Vous devez pouvoir le faire.**

Dans le cas où la vitesse initiale est nulle ($v_0 = 0$) ou qu'elle soit non nul mais parallèle au champ $\vec{E}$ ($\alpha = \pm 90°$), le champ accélérera la particule chargée linéairement entre les plaques. Prenons le cas où $\alpha = 90°$, et $q = -e < 0$ (un électron ou un ion négatif) alors a pour la vitesse:

$$v_z(t) = -\frac{qE}{m}t + v_0 \sin\alpha$$

$\sin 90 = 1$, alors et on trouve:

$$v_z(t) = \frac{eE}{m}t + v_0 \qquad (14)$$

d'où nous pouvons voir que la vitesse de la particule augmente au cours du temps. C'est le principe d'un accélérateur linéaire de particules.

Bilan Énergétique

Dans un champ électrique uniforme, l'application du théorème de l'énergie cinétique entre deux positions A et B, dans un référentiel supposé galiléen, permet de calculer la **variation d'énergie cinétique** de la particule:

$$\Delta\epsilon_c = \Delta\epsilon_c(B) - \Delta\epsilon_c(A) = W_{AB}(\vec{F}) = W_{AB}(\vec{F}_{el}) = \vec{F}_{el} \cdot \overrightarrow{AB} \qquad (15)$$

- Si $\vec{F}_{el} \cdot \overrightarrow{AB} > 0$: la valeur de la vitesse de la particule augmente.
- Si $\vec{F}_{el} \cdot \overrightarrow{AB} < 0$: la valeur de la vitesse de la particule diminue.