Лабораторная работа № 6

Задание №1

1. Решить задачу Коши для дифференциального уравнения первого порядка на отрезке $[0, 1]$:

а) методом Эйлера-Коши с шагом $h_1 = 0{,}1$ и $h_2 = 0{,}05$, построить графики полученных решений;

б) методом Рунге-Кутта 4-го порядка с шагом $h_1 = 0{,}1$ и $h_2 = 0{,}05$, построить графики полученных решений;

в) с помощью функций **DSolve** и **NDSolve,** построить графики.

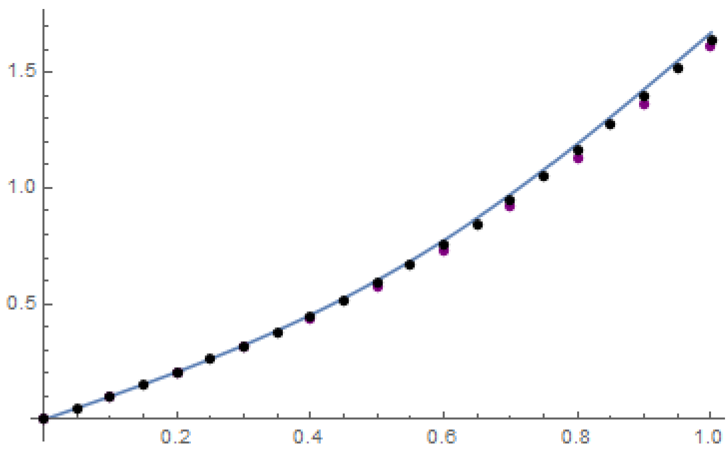
Сравнить все полученные решения. Сделать выводы о точности методов в зависимости от шага сетки.

Решение методом DSolve не дает решения, из чего следует

вывод, что уравнение, вероятнее всего, не имеет аналитического решения

Решение методом Эйлера-Коши:

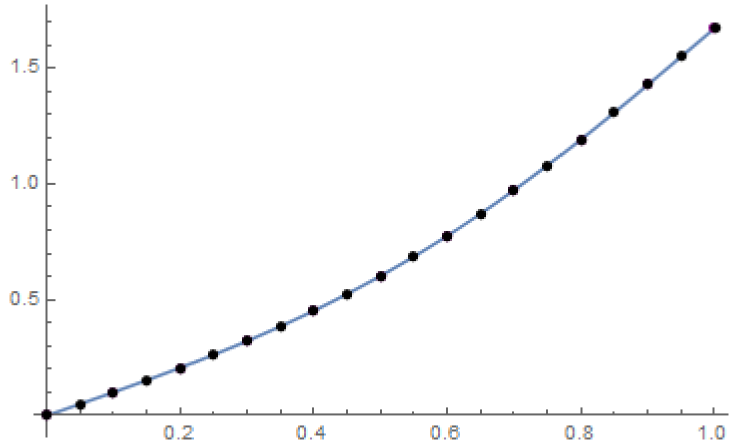
```
(*1*)
f[x_, y_] = 1 + 4 ySin[x] x - 1.5 y^2;
a = 0; b = 1; x0 = 0; y0 = 0;
(*A*)
h = 0.1; n = (b - a)/h;
x = x0; y = y0;
eul = Table[{x, y} = {x + h, y + h * f[x, y]}, {i, n}];
eul = Prepend[eul, {x0, y0}];
i = 2;
While[i <= n + 1,
  eul[[i, 2]] =
   eul[[i - 1, 2]] + h/2 * (f[eul[[i - 1, 1]], eul[[i - 1, 2]]] + f[eul[[i, 1]], eul[[i, 2]]]);
  i++];
```



синий - метод NDSolve, фиолетовый - шаг h=0.1, чёрный- шаг h=0.05

Решение методом Рунге-Кутта:

```
(*B*)
h = 0.1; n = (b - a)/h;
rynge = List[{x0, y0}];
x = x0; y = y0;
For[k = 1, k < n + 1, k++,
  k1[x_, y_] = h * f[x, y];
  k2[x_, y_] = h * f[x + h / 2, y + k1[x, y] / 2];
  k3 [x_, y_] = h * f[x + h / 2, y + k2[x, y] / 2];
  k4[x_, y_] = h * f[x + h, y + k3[x, y]];
  x = x + h; y = y + (k1[x, y] + 2 * k2[x, y] + 2 * k3[x, y] + k4[x, y]) / 6;
  rynge = Append[rynge, {x, y}]];
```



синий - метод NDSolve, черный - шаг h=0.1, красный - шаг h=0.05

Задание №2

2. Решить задачу Коши для системы двух дифференциальных уравнений на отрезке $[0,1]$:

а) методом Эйлера с шагом $h_1 = 0{,}1$ и $h_2 = 0{,}05$, построить графики полученных решений;

б) методом Рунге-Кутта 4-го порядка с шагом $h_1 = 0{,}1$ и $h_2 = 0{,}05$, построить графики полученных решений;

в) с помощью функций **DSolve** и **NDSolve,** построить графики.

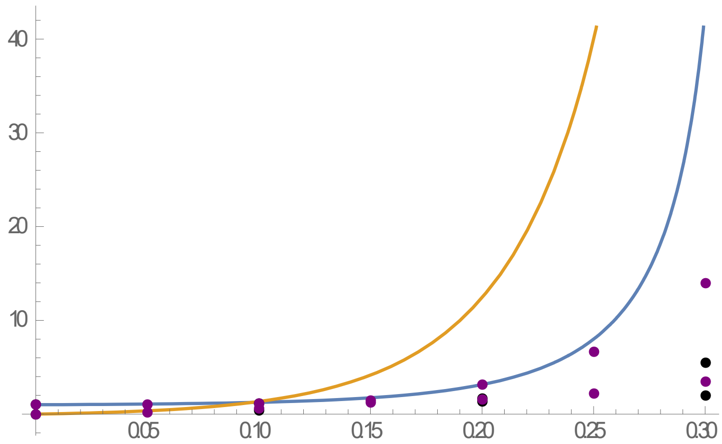
Сравнить все полученные решения.

<u>Решение системы методом DSolve не дает решения, из чего следует вывод,</u>

<u>что система уравнений, вероятнее всего, не имеет аналитического решения</u>

Решение методом Эйлера:

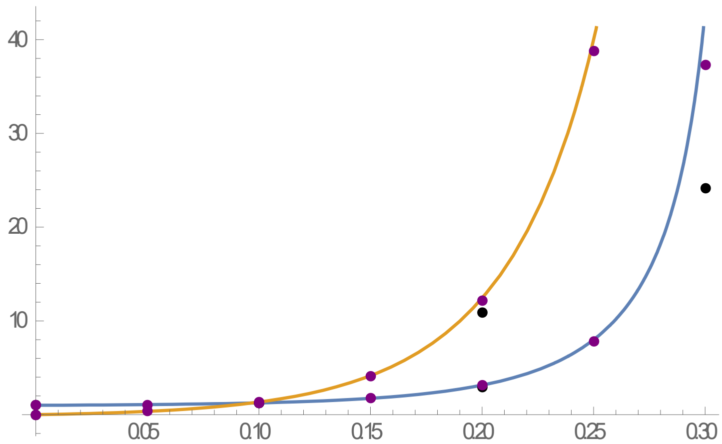
```
(*2*)
f[x_, {y_, z_}] = {3 z + y^2, 7 z}; x0 = 0; Temp0 = {1, 0}; h = 0.1; n = (b - a)/h;
x = x0; Temp = Temp0;
(*A*)
eul = Table[{x, Temp} = {x + h, Temp + h * f[x, Temp]}, {i, n}];
eul = Prepend[eul, {x0, Temp0}];
i = 1;
eul1 = eul;
While[i < n + 2, eul1[[i]] = eul[[i, 2]]; i++];

h = 0.05; n = (b - a) / h;
x = x0; Temp = Temp0;
eul = Table[{x, Temp} = {x + h, Temp + h * f[x, Temp]}, {i, n}];
eul = Prepend[eul, {x0, Temp0}];
i = 1;
eul1 = eul;
While[i < n + 2, eul1[[i]] = eul[[i, 2]]; i++];
```



синий - NDSolve(y[x]), оранжевый – NDSolve(z[x]), черный - шаг h=0.1, фиолетовый - шаг h=0.05

Решение методом Рунге-Кутта:

```
(*B*)
h = 0.1; n = (b - a) / h;
rynge = List[{x0, Temp0}];
x = x0; Temp = Temp0;
For[k = 1, k < n + 1, k++,
  k1[x_, {y_, z_}] = h * f[x, Temp];
  k2[x_, {y_, z_}] = h * f[x + h / 2, Temp + k1[x, Temp] / 2];
  k3 [x_, {y_, z_}] = h * f[x + h / 2, Temp + k2[x, Temp] / 2];
  k4[x_, {y_, z_}] = h * f[x + h, Temp + k3[x, Temp]];
  x = x + h; Temp = Temp + (k1[x, Temp] + 2 * k2[x, Temp] + 2 * k3[x, Temp] + k4[x, Temp]) / 6;
  rynge = Append[rynge, {x, Temp}]];
i = 1;
rynge1 = rynge;
While[i < n + 2, rynge1[[i]] = rynge[[i, 2]]; i++]
```



синий - y[x], оранжевый -z[x], черный - шаг h=0.1, фиолетовый - шаг h=0.05