Indicar cuál de las siguientes opciones es la ecuación explicita de la recta que pasa por (1,1) y es perpendicular a la recta -2y - 3x - 1 = 0

- y = (3/2)x - 1/2
- y = (2/3)x + 1
- y = (2/3)x + 1/3
- y = (-3/2)x + 5/2
- Ninguna de las opciones

$$-2y - 3x - 1 = 0$$

$$-3x - 1 = 2y$$

$$\boxed{-\frac{3}{2}}x - \frac{1}{2} = y$$

La recta perpendicular tendrá pendiente $\frac{2}{3}$ y, como pasa por el punto (1,1), entonces es de la forma:

$$y - 1 = \frac{2}{3}(x - 1)$$

$$y = \frac{2}{3}x - \frac{2}{3} + 1$$

$$y = \frac{2}{3}x + \frac{1}{3}$$

Indicar cuál de las siguientes opciones es la ecuación explicita de la recta que pasa por (-1,3) y es perpendicular a la recta 4y + 2x - 3 = 0

- ○ y = (-1/2)x + 5/2
- ○ $\boxed{y = 2x + 5}$
- ○ y = (1/2)x + 7/2
- ○ y = 2x + 3
- ○ Ninguna de las opciones

$$4y + 2x - 3 = 0$$

$$4y = -2x + 3$$

$$y = -\frac{2}{4}x + \frac{3}{4}$$

$$y = \boxed{-\frac{1}{2}}x + \frac{3}{4}$$

La recta perpendicular tendrá pendiente 2 y, como pasa por el punto (-1,3), entonces es de la forma:

$$y - 3 = 2(x + 1)$$

$$y = 2x + 2 + 3$$

$$y = 2x + 5$$

Hallar la ecuación explícita de la siguiente parábola, dar vértice, foco y directriz y graficar:
$y^2 - 6y + 4x + 9 = 0$
Resolvé en una hoja y adjuntá la foto.

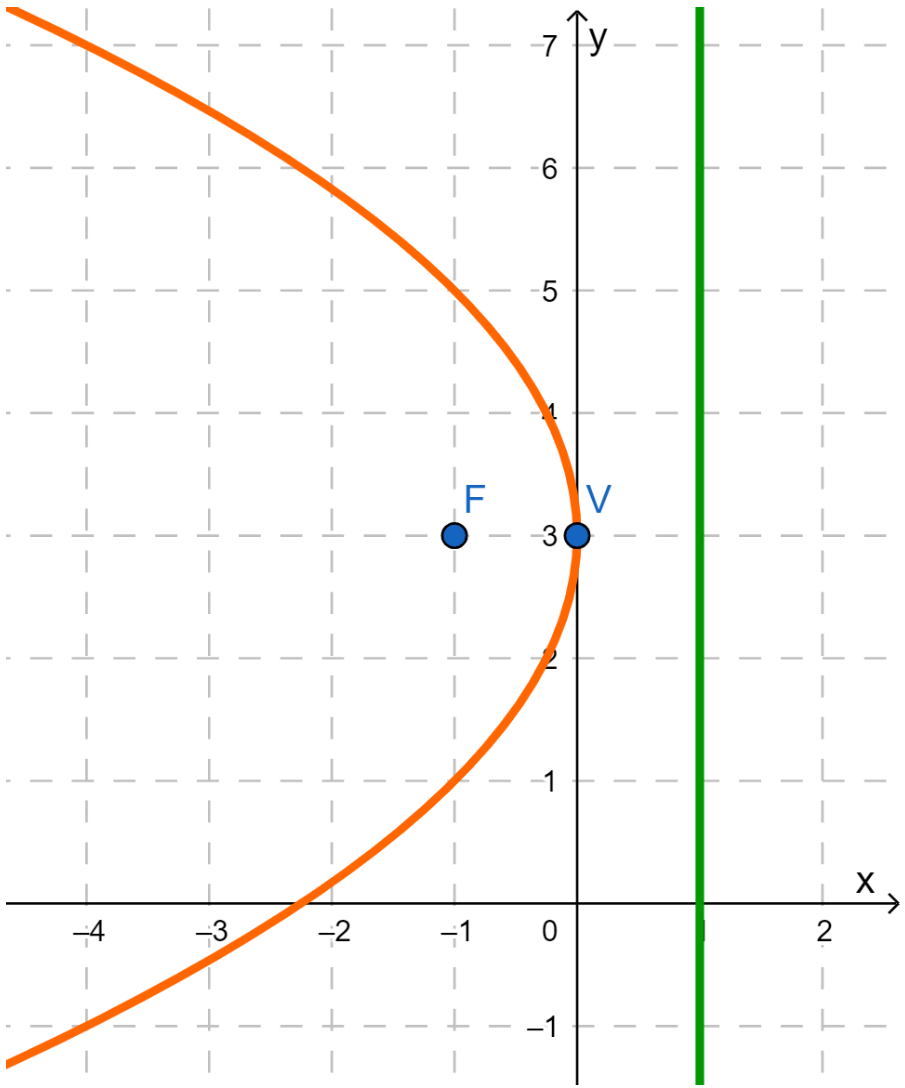
$$y^2 - 6y + 4x + 9 = 0$$

$$\underbrace{y^2 - 6y + 9}_{(y-3)^2} - 9 + 4x + 9 = 0$$

$$(y-3)^2 + 4x = 0$$

$$(y-3)^2 = -4x$$

$$(y-3)^2 = 4.(-1)x$$



- Vértice: $V(0{,}3)$
- Foco: $F(-1{,}3)$
- Directriz: $x = 1$

Hallar la ecuación explícita de la siguiente parábola, dar vértice, foco y directriz y graficar:
$x^2 + 4x - 16y + 4 = 0$
Resolvé en una hoja y adjuntá la foto.

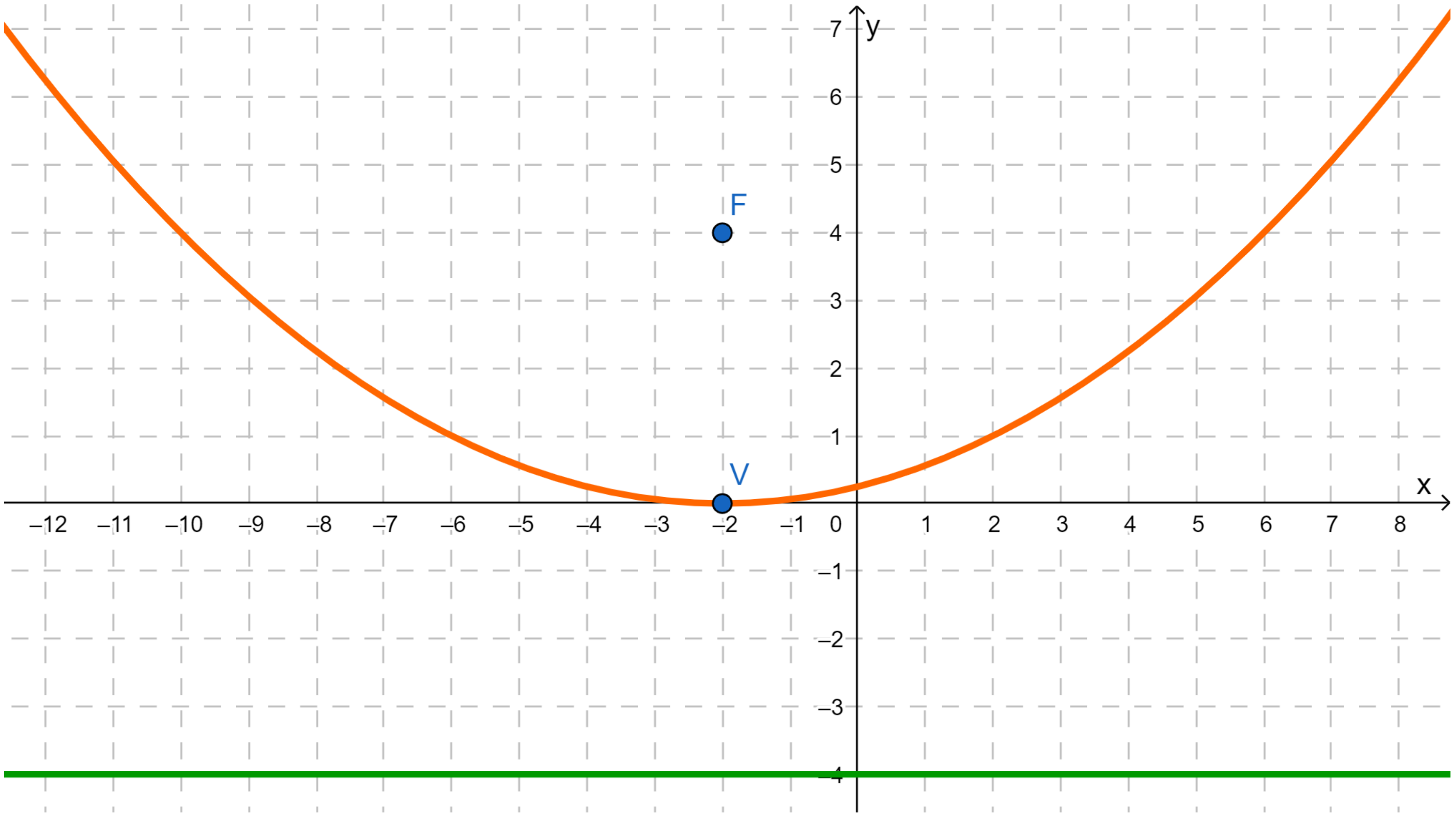
$$x^2 + 4x - 16y + 4 = 0$$

$$\underbrace{x^2 + 4x + 4}_{(x+2)^2} - 4 - 16y + 4 = 0$$

$$(x+2)^2 - 16y = 0$$

$$(x+2)^2 = 16y$$

$$(x+2)^2 = 4.4y$$



- Vértice: $V(-2{,}0)$
- Foco: $F(-2{,}4)$
- Directriz: $y = -4$

Indicar si los siguientes conjuntos son iguales o distintos, justificando la respuesta:

$A = \{x \in \mathbb{Z} : x^2 + x = 0\} \longrightarrow x^2 + x = 0 \longrightarrow x(x+1) = 0 \longrightarrow A = \{0, -1\}$

$B = \{-1, 0, 1\}$

Por lo tanto los conjuntos son distintos, ya que $1 \in B$, pero $1 \notin A$

Indicar si los siguientes conjuntos son iguales o distintos, justificando la respuesta:

$A = \{x \in \mathbb{N} : x \text{ es divisor de } 4\} \longrightarrow A = \{1,2,4\}$

$B = \{1, 2, 4, 8\}$

Por lo tanto los conjuntos son distintos, ya que $8 \in B$, pero $8 \notin A$

Demostrar que B ⊈ A, siendo A y B los conjuntos que se indican a continuación:

$A = \{x \in \mathbb{Z} : x = 26h \wedge h \in \mathbb{Z}\} \longrightarrow A = \{\ldots -78, -52, -26, 0, 26, 52, 78, \ldots\}$

$B = \{x \in \mathbb{Z} : x = 13w \wedge w \in \mathbb{Z}\} \longrightarrow B = \{\ldots -78, -65, -52, -39, -26, -13, 0, 13, 26, 39, 52, 65, 78, \ldots\}$

Como tenemos que $13 \in B$, pero $13 \notin A$, entonces podemos concluir que $B \nsubseteq A$

...

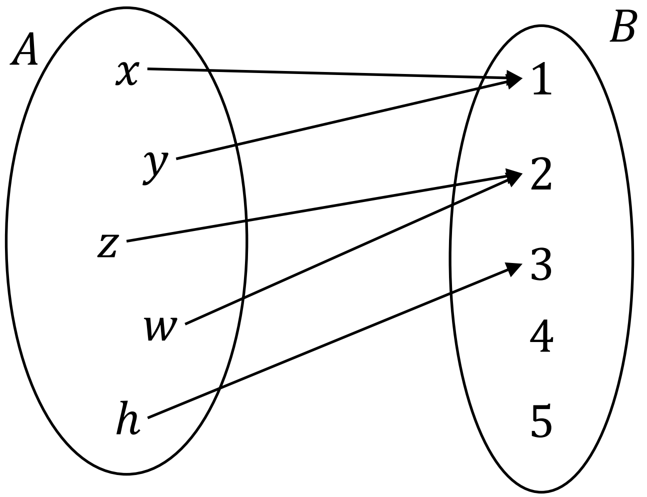
Demostrar que B ⊈ A, siendo A y B los conjuntos que se indican a continuación:

$A = \{x \in \mathbb{Z} : x = 21m \wedge m \in \mathbb{Z}\} \longrightarrow A = \{\ldots -63, -42, -21, 0, 21, 42, 63, \ldots\}$

$B = \{x \in \mathbb{Z} : x = 7w \wedge w \in \mathbb{Z}\} \longrightarrow B = \{\ldots -42, -35, -28, -21, -14, -7, 0, 7, 14, 21, 28, 35, 42, \ldots\}$

Como tenemos que $7 \in B$, pero $7 \notin A$, entonces podemos concluir que $B \nsubseteq A$

Definir si es posible una función de A en B tal que Im(f)={1,2,3}, siendo A={x,y,z,w,h} y B={1,2,3,4,5}. Justifica tu respuesta.



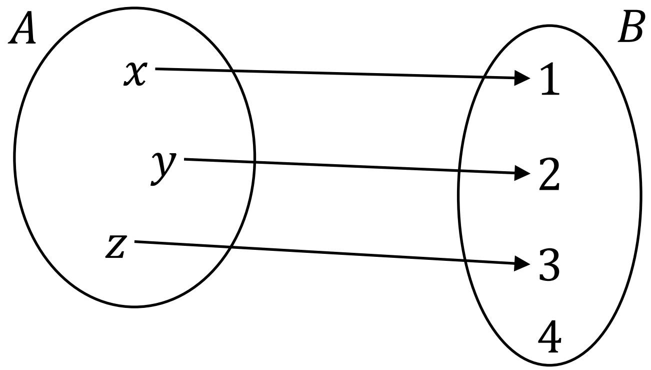
$$f: A \to B$$

$$f(x) = f(y) = 1$$

$$f(z) = f(w) = 2$$

$$f(h) = 3$$

Definir si es posible una función de A en B tal que Im(f)={1,2,3,4}, siendo A={x,y,z} y B={1,2,3,4}. Justifica tu respuesta.



Como hay más elementos en el codominio que en el dominio de la función, es imposible definir una función de A en B que tenga como imagen todo el codominio.

Si X, Y, Z, W son elementos de un Algebra de Boole, indicar cuáles de las siguientes igualdades son correctas:

- [ ] 1 + XY + W 'Z = 1 — Se cumple, porque tenemos que $1 + a = 1$, para cualquier a
- [ ] Z + W ' = 1 — No se cumple, sería cierto si sumamos un elemento con su complemento, pero no es este caso.
- [ ] Z ' + Y ' + ZY = 1 — Se cumple, porque tenemos que $Z' + Y' + ZY = (ZY)' + ZY = 1$
- [ ] W + W 'Y = Y — No se cumple. Por ejemplo, si W=1, entonces W'=0 y vemos que no se cumple en general.

Si X, Y, Z, W son elementos de un Algebra de Boole, indicar cuáles de las siguientes igualdades son correctas:

- [ ] $XW(ZY + XW) = XW$ — Se cumple, ya que $XW(ZY+XW)=XWZY+XWXW=XWZY+XW=XW(ZY+1)=XW.1=XW$
- [ ] $0 + WX = 0$ — No se cumple en general, ya que $0+WX=WX$ y esto, en general, es distinto de 0.
- [ ] $1'(XZ) = 0$ — Se cumple, ya que $1'=0$, por lo que $1'(XZ)=0(XZ)=0$, utilizando la propiedad $0.A=0$, para todo A
- [ ] $Y + Y'W = W$ — No se cumple. Por ejemplo, si $Y=1$, entonces $Y'=0$ y vemos que no se cumple en general.

Resolver:

Se define en Q, el conjunto de los números racionales la operación \$ como: $a\$b = 2a + \frac{b}{4}$. Demostrar que no es conmutativa.

Sean $a = 2$, $b = 1$, entonces tenemos que:

$$a\$b = 2.2 + \frac{1}{4} = 4 + \frac{1}{4} = \frac{17}{4}$$

$$b\$a = 2.1 + \frac{2}{4} = 2 + \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$$

Como obtuvimos que $a\$b \neq b\$a$, podemos ver que la operación \$ no es conmutativa.

Resolver:

Se define en Q, el conjunto de los números racionales la operación \$ como: $a\$b = a + \frac{3}{2}b$. Demostrar que no es conmutativa.

Sean $a = 2$, $b = 1$, entonces tenemos que:

$$a\$b = 2 + \frac{3}{2}.1 = 2 + \frac{3}{2} = \frac{7}{2}$$

$$b\$a = 1 + \frac{3}{2}.2 = 1 + 3 = 4$$

Como obtuvimos que $a\$b \neq b\$a$, podemos ver que la operación \$ no es conmutativa.

Resolver mostrando todos los pasos para llegar a la respuesta:

Hallar los valores de a_2, a_3 y la razón de la sucesión geométrica que cumple: $a_1 = -14$ y $a_4 = \frac{-189}{4}$

Como es una sucesión geométrica, tenemos que $a_n = a_1 . r^{n-1}$. Reemplazando por $n = 4$, tenemos:

$$a_4 = a_1 r^3 \longrightarrow -\frac{189}{4} = -14.r^3 \longrightarrow -\frac{189}{4} : -14 = r^3 \longrightarrow \frac{27}{8} = r^3 \longrightarrow \sqrt[3]{\frac{27}{8}} = r \longrightarrow \frac{3}{2} = r$$

$$\boxed{a_n = -14.\left(\frac{3}{2}\right)^{n-1}}$$

$$\boxed{a_2 = -\frac{14.3}{2} = -21}$$

$$\boxed{a_3 = -\frac{14.9}{4} = -\frac{63}{2}}$$

Resolver mostrando todos los pasos para llegar a la respuesta:

Hallar los valores de a_2 , a_3 y la razón de la sucesión geométrica que cumple: $a_1 = 18$ y $a_4 = \frac{16}{3}$

Como es una sucesión geométrica, tenemos que $a_n = a_1 . r^{n-1}$. Reemplazando por $n = 4$, tenemos:

$$a_4 = a_1 r^3 \longrightarrow \frac{16}{3} = 18.r^3 \longrightarrow \frac{16}{3} : 18 = r^3 \longrightarrow \frac{8}{27} = r^3 \longrightarrow \sqrt[3]{\frac{8}{27}} = r \longrightarrow \frac{2}{3} = r$$

$$\boxed{a_n = 18.\left(\frac{2}{3}\right)^{n-1}}$$

$$\boxed{a_2 = \frac{18.2}{3} = 12}$$

$$\boxed{a_3 = \frac{18.4}{9} = 8}$$