Hallar la intersección de la parábola de ecuación:
$(y+3)^2 = 8(x+1)$ y la recta de ecuación: $x = 1$
Graficar la parábola, la recta y los puntos de intersección.
Resolvé en una hoja y adjuntá la foto.

$$\begin{cases} (y+3)^2 = 8(x+1) & (1) \\ x = 1 & (2) \end{cases}$$

Reemplazo la ecuación (2) en (1):

$$(y+3)^2 = 8(1+1)$$

$$(y+3)^2 = 8.2$$

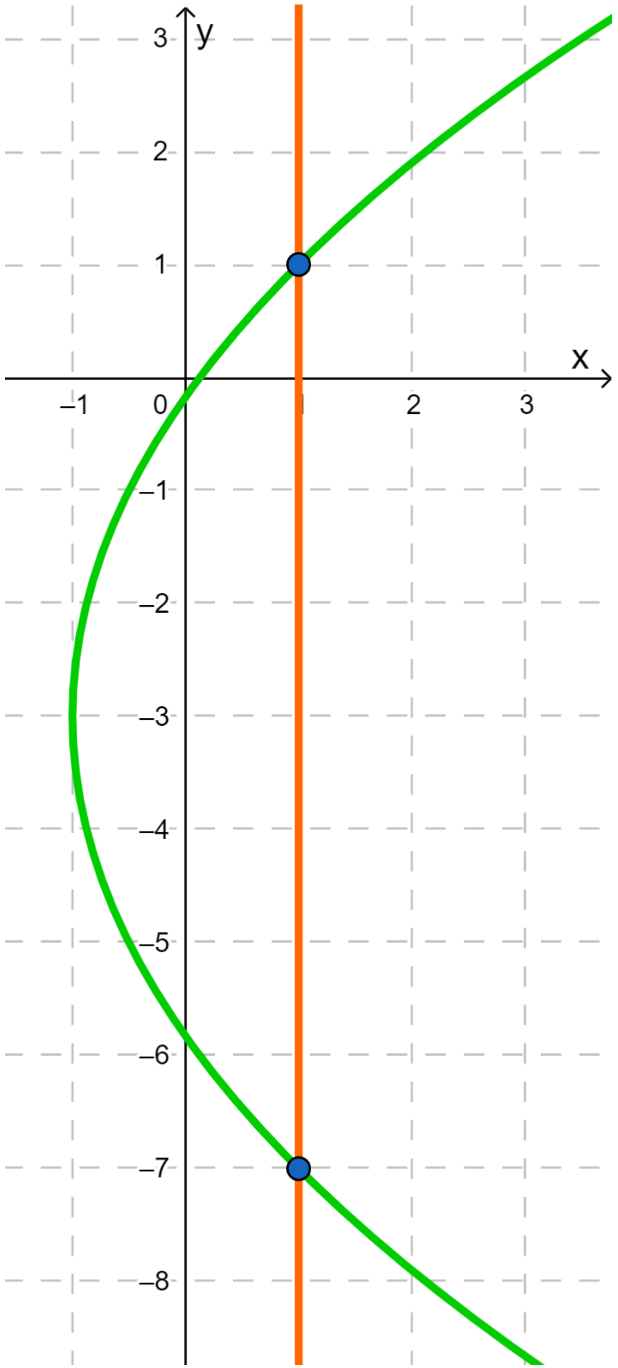
$$(y+3)^2 = 16$$

$$y+3 = \pm\sqrt{16}$$

$$y+3 = \pm 4$$

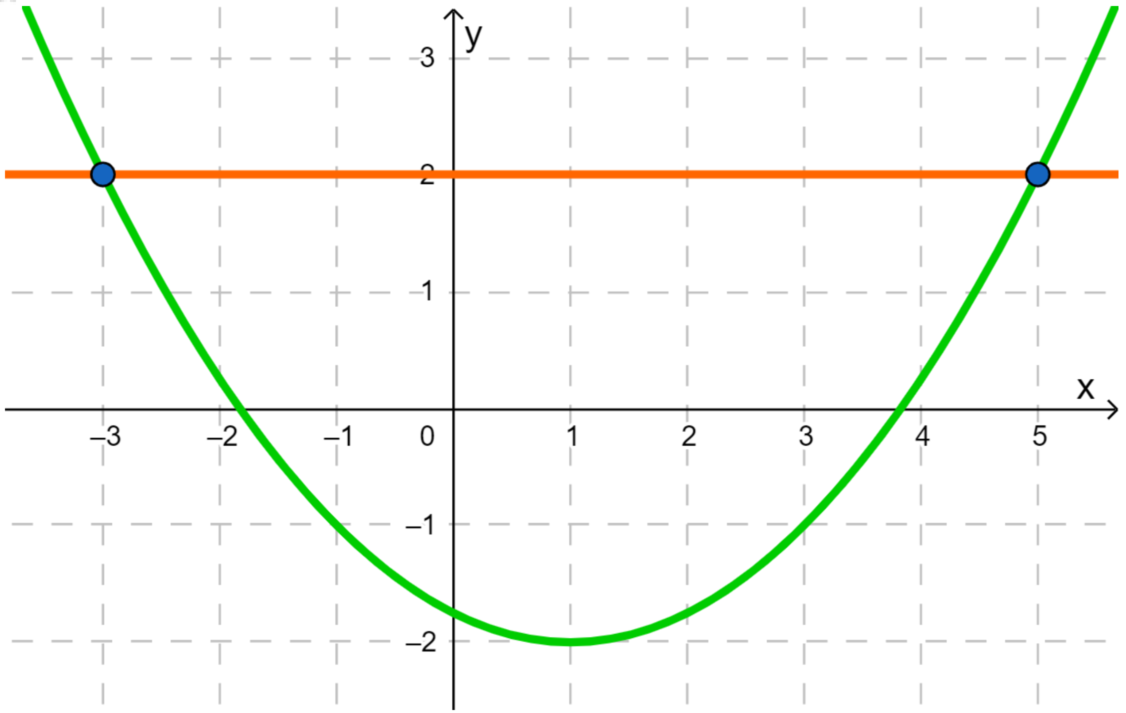
Si $y+3=4 \rightarrow y=1 \rightarrow P_1(1,1)$

Si $y+3=-4 \rightarrow y=-7 \rightarrow P_2(1,-7)$



Matemática I – Comisión 2B

Hallar la intersección de la parábola de ecuación: $(x-1)^2 = 4(y+2)$ y la recta de ecuación: $y = 2$
Graficar la parábola, la recta y los puntos de intersección.
Resolvé en una hoja y adjuntá la foto.



$$\begin{cases} (x-1)^2 = 4(y+2) & (1) \\ y = 2 & (2) \end{cases}$$

Reemplazo la ecuación (2) en (1):

$$(x-1)^2 = 4(2+2)$$

$$(x-1)^2 = 4.4$$

$$(x-1)^2 = 16$$

$$x - 1 = \pm\sqrt{16}$$

$$x - 1 = \pm 4$$

Si $x - 1 = 4 \rightarrow x = 5 \rightarrow P_1(5,2)$

Si $x - 1 = -4 \rightarrow x = -3 \rightarrow P_2(-3,2)$

Indicar la respuesta correcta para la recta que pasa por los puntos: (1, 2) y (-3, 5)

- ○ y=(-3/4)x + 1/4
- ○ y=(-3/4)x + 11/4
- ○ y= (3/4)x + 5
- ○ Ninguna de las opciones
- ○ y= (4/3)x + 2

$$m = \frac{5-2}{-3-1} = \frac{3}{-4}$$

$$y = -\frac{3}{4}x + b$$

$$2 = -\frac{3}{4}.1 + b$$

$$2 + \frac{3}{4} = b$$

$$\frac{11}{4} = b$$

$$\boxed{y = -\frac{3}{4}x + \frac{11}{4}}$$

Indicar la respuesta correcta para la recta que pasa por los puntos: (-2,1) y (3, 3)

- ○ y=(-2/5)x + 9/5
- ○ y=(2/5)x - 1/5
- ○ y= (2/5)x + 9/5
- ○ Ninguna de las opciones
- ○ y= (5/2)x + 3/5

$$m = \frac{3-1}{3-(-2)} = \frac{2}{5}$$

$$y = \frac{2}{5}x + b$$

$$3 = \frac{2}{5}.3 + b$$

$$3 - \frac{6}{5} = b$$

$$\frac{9}{5} = b$$

$$\boxed{y = \frac{2}{5}x + \frac{9}{5}}$$

Sean los conjuntos:

$A = \{-1, 0, 1, 3\}$, $B = \{x : x = 3h \wedge h \in \mathbb{Z}\}$, $C = \{x \in \mathbb{Z} : 0 \leq x - 1 \leq 5\}$

Hallar por extensión: a) $A \cap C$, b) $A - B$ y c) $(A \cup C) \cap B$

$A = \{-1,0,1,3\}$

$B = \{\dots, -9, -6, -3, 0, 3, 6, 9, \dots\}$

$C = \{1,2,3,4,5,6\}$

$A \cap C = \{1,3\}$

$A - B = \{-1,1\}$

$(A \cup C) \cap B = \{-1,0,1,2,3,4,5,6\} \cap B = \{0,3,6\}$

Sean los conjuntos:

$A = \{4, 5, 7\}$, $B = \{x : x = 2h \wedge h \in \mathbb{Z}\}$, $C = \{x \in \mathbb{Z} : 6 \leq x + 3 \leq 11\}$

Hallar por extensión: a) $A \cap C$, b) $A - B$ y c) $(A \cup C) \cap B$

$A = \{4,5,7\}$

$B = \{\dots, -6, -4, -2, 0, 2, 4, 6, \dots\}$

$C = \{3,4,5,6,7,8\}$

$A \cap C = \{4,5,7\}$

$A - B = \{5,7\}$

$(A \cup C) \cap B = \{3,4,5,6,7,8\} \cap B = \{4,6,8\}$

Indicar la respuesta correcta para los siguientes conjuntos:

$$A = \{x \in \mathbb{Z} : x = -21m \quad \wedge \quad m \in \mathbb{Z}\}$$
$$B = \{x \in \mathbb{Z} : x = 3h \quad \wedge \quad h \in \mathbb{Z}\}$$

$$A = \{\dots, -63, -42, -21, 0, 21, 42, 63, \dots\}$$

$$B = \{\dots, -9, -6, -3, 0, 3, 6, 9, \dots\}$$

- $A \nsubseteq B$ porque por ejemplo 9 es elemento de B y no es elemento de A — $A \subseteq B$
- $B \nsubseteq A$ porque por ejemplo 27 es elemento de B y no es elemento de A
- A=B porque -21 es múltiplo de 3 — Esto solo nos dice que $-21 \in B$, pero no quiere decir que $A = B$
- Ninguna de las otras opciones

Indicar la respuesta correcta para los siguientes conjuntos:

$$A = \{x \in \mathbb{Z} : x = -7m \quad \wedge \quad m \in \mathbb{Z}\}$$
$$B = \{x \in \mathbb{Z} : x = 14h \quad \wedge \quad h \in \mathbb{Z}\}$$

$$A = \{\dots, -21, -14, -7, 0, 7, 14, 21, \dots\}$$

$$B = \{\dots, -28, -14, 0, 14, 28, \dots\}$$

- ○ A ⊆ B porque si x∈A, x=-7m entonces si m=-2h, x=(-7).(-2h) y x=14h, entonces x∈B ✗ No es cierto, ya que $7 \in A$ pero $7 \notin B$
- ○ B ⊆ A porque si x∈B, x=14h entonces x=(-7)(-2)h, y m=(-2)h ∈Z entonces x=-7m, x∈A ✓
- ○ B ⊈ A porque B tiene números positivos y A tiene números negativos ✗ Los dos conjuntos tienen números positivos y negativos. Además, vimos que $B \subseteq A$
- ○ Ninguna de las otras opciones

Se define en Z, el conjunto de los números enteros la operación \$ como: $a\$b = b.a + 2$. Demostrar que es conmutativa.

Para ver que es conmutativa, tenemos que probar que para todo par $a, b \in \mathbb{Z}$, $a\$b = b\$a$

$$a\$b = b.a + 2 = a.b + 2 = b\$a$$

en $\mathbb{Z}, a.b = b.a$

Por lo tanto, hemos probado que la operación \$ es conmutativa

Se define en Q, el conjunto de los números racionales la operación \$ como: $a\$b = \frac{(a.b+1)}{5}$. Demostrar que es conmutativa.

Para ver que es conmutativa, tenemos que probar que para todo par $a, b \in \mathbb{Q}$, $a\$b = b\$a$

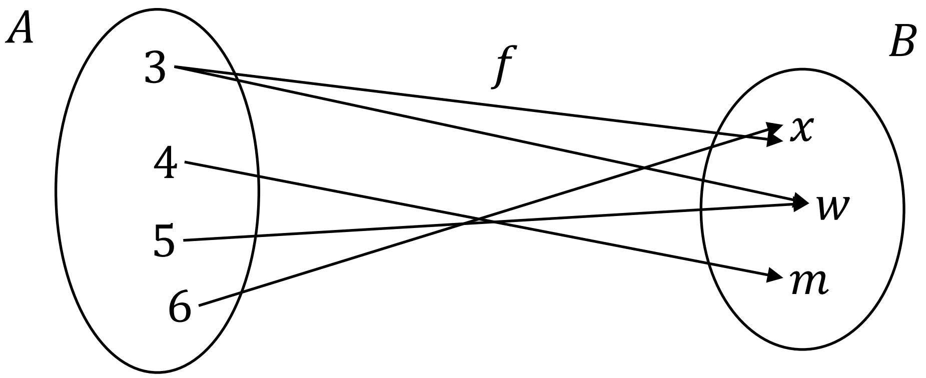
$$a\$b = \frac{a.b + 1}{5} = \frac{b.a + 1}{5} = b\$a$$

en$\mathbb{Q}, a.b = b.a$

Por lo tanto, hemos probado que la operación \$ es conmutativa

Indicar si la siguiente relación f de A en B es o no función y por qué:

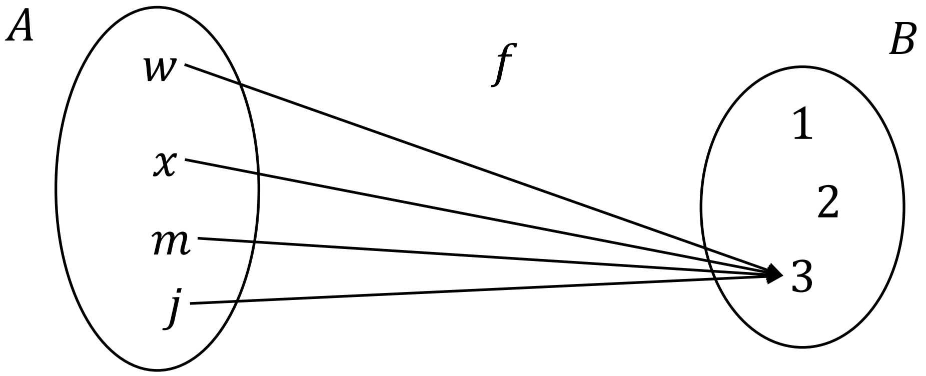
Sean los conjuntos: $A = \{3, 4, 5, 6\}$, $B = \{w, x, m\}$
y la realción f dada por $f = \{(3, w), (4, m), (3, x), (5, w), (6, x)\}$



No es función porque no podemos tener que $f(3) = w$ y $f(3) = x$

Indicar si la siguiente relación f de A en B es o no función y por qué:

Sean los conjuntos: $A = \{w, x, m, j\}$, $B = \{1, 2, 3\}$
y la realción f dada por $f = \{(w, 3), (m, 3), (x, 3), (j, 3))\}$



Es función porque para todos los valores de A existe uno (y solo un) valor que le asigna la función en B

Si X, W, Y, son elementos de un Algebra de Boole, demostrar la siguiente igualdad indicando los axiomas y teoremas que utiliza para la simplificación:

$$YW + (X+Y)'X + YW' + Y' = 1$$

$$YW + (X+Y)' + YW' + Y' \underset{\uparrow \atop \text{+ es conmutativa}}{=} YW + YW' + (X+Y)' + Y' \underset{\uparrow \atop a(b+c) = ab+ac}{=} Y(W+W') + (X+Y)' + Y' \underset{\uparrow \atop a+a'=1}{=}$$

$$Y.1 + (X+Y)' + Y' \underset{\uparrow \atop a.1 = a}{=} Y + (X+Y)' + Y' \underset{\uparrow \atop \text{+ es conmutativa}}{=} Y + Y' + (X+Y)' \underset{\uparrow \atop a+a'=1}{=} 1 + (X+Y)' \underset{\uparrow \atop 1+a=1}{=} 1$$

Si X, Y, Z son elementos de un Algebra de Boole, demostrar la siguiente igualdad indicando los axiomas y teoremas que utiliza para la simplificación:

$$X + (Y+1)' + XYZ + ZX = X$$

$$X + (Y+1)' + XYZ + ZX = X + Y'.1' + XYZ + ZX = X + Y'.0 + XYZ + ZX = X + 0 + XYZ + ZX =$$

$$(a+b)' = a'.b' \qquad 1' = 0 \qquad a.0 = 0 \qquad a + 0 = a$$

$$X + XYZ + ZX = X.1 + XYZ + ZX = X(1 + YZ) + ZX = X.1 + ZX = X(1+Z) = X.1 = X$$

$$a.1 = a \qquad a(b+c) = ab + ac \qquad 1 + a = 1 \qquad ab = ba \qquad 1 + a = 1 \qquad a.1 = a$$

Matemática I – Comisión 2B

Hallar la definición explícita de una sucesión aritmética que cumpla que:

$$a_{81} = 43 \quad y \quad a_{33} = 19$$

Mostrar todos los pasos para llegar a la respuesta

Como la sucesión es aritmética, sabemos que es de la forma: $a_n = a_1 + d(n-1)$

$$\begin{cases} a_{81} = a_1 + d(81-1) \\ a_{33} = a_1 + d(33-1) \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} 43 = a_1 + d.80 \\ 19 = a_1 + d.32 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} 43 - 80d = a_1 & (1) \\ 19 - 32d = a_1 & (2) \end{cases}$$

Si igualamos las ecuaciones (1) y (2) obtenemos:

$$43 - 80d = 19 - 32d$$

$$43 - 19 = 80d - 32d$$

$$24 = 48d$$

$$\frac{1}{2} = \frac{24}{48} = d$$

Si reemplazamos el valor de d hallado en (2) tenemos:

$$19 - 32.\frac{1}{2} = a_1$$

$$19 - 16 = a_1$$

$$3 = a_1$$

Por lo tanto la definición explícita de la sucesión es: $a_n = 3 + \frac{1}{2}(n-1)$

Matemática I – Comisión 2B

Hallar la definición explicita de una sucesión aritmética que cumpla que:

$$a_{19} = 1 \qquad y \qquad a_{37} = 7$$

Mostrar todos los pasos para llegar a la respuesta

Como la sucesión es aritmética, sabemos que es de la forma: $a_n = a_1 + d(n-1)$

$$\begin{cases} a_{19} = a_1 + d(19-1) \\ a_{37} = a_1 + d(37-1) \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} 1 = a_1 + d.18 \\ 7 = a_1 + d.36 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} 1 - 18d = a_1 \quad (1) \\ 7 - 36d = a_1 \quad (2) \end{cases}$$

Si igualamos las ecuaciones (1) y (2) obtenemos:

$$1 - 18d = 7 - 36d$$

$$-18d + 36d = 7 - 1$$

$$18d = 6$$

$$d = \frac{6}{18} = \frac{1}{3}$$

Si reemplazamos el valor de d hallado en (1) tenemos:

$$1 - 18.\frac{1}{3} = a_1$$

$$1 - 6 = a_1$$

$$-5 = a_1$$

Por lo tanto la definición explícita de la sucesión es: $a_n = -5 + \frac{1}{3}(n-1)$