¿Cuántos números de 4 cifras tienen un 3 en el primer digito o 7 en el tercero?. JUSTIFICA TU RESPUESTA.

La cantidad de números de 4 cifras que tienen un 3 en el primer dígito son 10^3, mientras que la cantidad de números de 4 cifras que tienen un 7 en el 3° dígito son: 9.10^2 (ya que no pueden empezar con 0 para ser de 4 cifras). Si sumamos esas dos cantidades, estaríamos repitiendo los casos de los números que tienen un 3 en el 1° lugar y un 7 en el 3° lugar, por lo que tenemos que restar esa cantidad de casos, que es: 10^2. Es decir, que la cantidad total de números es: $10^3 + 9.10^2 - 10^2$

¿Cuántos números de 5 cifras comienzan con 20 o terminan con 1?. JUSTIFICA TU RESPUESTA.

La cantidad de números de 5 cifras que tienen un 20 en el principio son 10^3, mientras que la cantidad de números de 5 cifras que terminan con 1 son: 9.10^3 (ya que no pueden empezar con 0 para ser de 5 cifras). Si sumamos esas dos cantidades, estaríamos repitiendo los casos de los números que tienen un 20 al principio y un 1 en el 5° lugar, por lo que tenemos que restar esa cantidad de casos, que es: 10^2. Es decir, que la cantidad total de números es: $10^3 + 9.10^3 - 10^2$

Con 30 socios de un club se quiere formar la comisión directiva. Si todos los socios pueden ir en cualquier puesto, ¿De cuántas maneras puede formarse la lista con Presidente, Vice, Secretario y Tesorero? JUSTIFICA TU RESPUESTA

Como cualquiera puede ir a cualquier puesto (pero cada uno puede ocupar un solo puesto), la cantidad de formas en las que se puede armar la comisión directiva es: $\frac{30!}{26!} = 30.29.28.27$

En una competencia de atletismo hay 40 participantes. El podio se forma con el 1ero, 2do y 3er puesto, ¿Cuántos podios puede haber? JUSTIFICA TU RESPUESTA

Como cualquiera puede ir a cualquier puesto (pero cada uno puede ocupar un solo puesto), la cantidad de formas en las que se puede armar el podio es: $\frac{40!}{37!} = 40.39.38$

La suma de los 41 primeros términos de una sucesión aritmética de diferencia (-3) es igual a (-2050).

HALLE EL PRIMER TÉRMINO ESCRIBIENDO TODOS LOS PASOS PARA LLEGAR A LA RESPUESTA.

Como sabemos que las sucesiones aritméticas con diferencia -3 son de la forma $a_n = a_1 + (-3)(n-1)$, para todo $n \geq 1$ y sabemos, además, que su suma hasta el término 41 es:

$$\sum_{n=1}^{41} a_n = \frac{41(a_1 + a_{41})}{2}$$

Tenemos, entonces,

$$\sum_{n=1}^{41} a_n = \frac{41(a_1 + a_1 + (-3).40)}{2}$$

$$-2050 = \frac{41(2a_1 - 120)}{2}$$

$$-2050 = 41(a_1 - 60)$$

$$-\frac{2050}{41} = a_1 - 60$$

$$-50 + 60 = a_1$$

Por lo tanto, $a_1 = 10$

La suma de los 50 primeros términos de una sucesión aritmética de diferencia 3 es igual a 2675.

HALLE EL PRIMER TÉRMINO ESCRIBIENDO TODOS LOS PASOS PARA LLEGAR A LA RESPUESTA.

Como sabemos que las sucesiones aritméticas con diferencia 3 son de la forma $a_n = a_1 + 3(n-1)$, para todo $n \geq 1$ y sabemos, además, que su suma hasta el término 50 es:

$$\sum_{n=1}^{50} a_n = \frac{50(a_1 + a_{50})}{2}$$

Tenemos, entonces,

$$\sum_{n=1}^{50} a_n = \frac{50(a_1 + a_1 + 3.49)}{2}$$

$$2675 = \frac{50(2a_1 + 147)}{2}$$

$$2675 = 25(2a_1 + 147)$$

$$\frac{2675}{25} = 2a_1 + 147$$

$$27 - 147 = 2a_1$$

$$-120 = 2a_1$$

Por lo tanto, $a_1 = -60$

Indica la expresión correcta en notación sigma para la siguiente suma:

$$\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3}+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{9}+\ldots+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3^n}=$$

- Opción 1

$$\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3^n}$$ ✗

- Opción 2

$$\sum_{n=1}^{n}\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{3^k}$$ ✗

- Opción 3

$$\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{2}\cdot\left(\frac{1}{3}\right)^k$$ ✓

- Ninguna de las otras opciones

Indica la expresión correcta en notación sigma para la siguiente suma:

$$7 + 7.\frac{2}{3} + 7.\frac{2}{4} + \ldots + 7.\frac{2}{n+1} =$$

Opción 1

$$\sum_{n=1}^{n} 7.\frac{2}{n+1}$$

Opción 2

$$\sum_{k=1}^{n} \frac{7.2}{k+1}$$

Opción 3

$$\sum_{k=1}^{n} \frac{7.2}{n+1}$$

Ninguna de las otras opciones

Indique cuál o cuáles de las siguientes matrices son escalonadas y reducidas por filas

- [ ] Opción 1

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 4 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$ ✓

- [ ] Opción 2

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 1 \end{pmatrix}$$ ✗

- [ ] Opción 3

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 9 \end{pmatrix}$$ ✗

- [ ] Ninguna de las matrices es escalonada y reducida ✗

Indique cuál o cuáles de las siguientes matrices son escalonadas y reducidas por filas

- [ ] Opción 1

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

- [ ] Opción 2

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 9 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

- [ ] Opción 3

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 9 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 8 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 7 \end{pmatrix}$$

- [ ] Ninguna de las matrices es escalonada y reducida

Indica los valores de a y de b para que se cumpla la igualdad. Escribe las ecuaciones que te permiten obtener esos valores:

$$C.D = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 3 & 6 & 0 \end{pmatrix}, \quad \text{siendo } C = \begin{pmatrix} 2 & a \\ 1 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} \; , \; D = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & b \end{pmatrix}$$

$$C.D = \begin{pmatrix} 2 & a \\ 1 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2+a & 2+2a & 2+ab \\ 1 & 1 & 1 \\ 3 & 6 & 3b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \\ 3 & 6 & 0 \end{pmatrix} \longrightarrow \begin{cases} 2+a=3 \\ 2+2a=4 \\ 2+ab=2 \\ 3b=0 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} a=1 \\ a=1 \\ ab=0 \\ b=0 \end{cases}$$

Para que se cumpla la igualdad debemos tomar $a = 1$ y $b = 0$.

Indica los valores de a y de b para que se cumpla la igualdad. Escribe las ecuaciones que te permiten obtener esos valores:

$$C.D = \begin{pmatrix} 3 & 7 \\ 0 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad \text{siendo} \quad C = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 0 & a \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad D = \begin{pmatrix} 1 & b \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$C.D = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 0 & a \\ 1 & 0 \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} 1 & b \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 3b+1 \\ 0 & a \\ 1 & b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 7 \\ 0 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \longrightarrow \begin{cases} 3b + 1 = 7 \\ a = 3 \\ b = 2 \end{cases}$$

Para que se cumpla la igualdad debemos tomar $a = 3$ y $b = 2$.

Resuelve el siguiente sistema en forma matricial y llevandolo a la forma escalonada y reducida por filas e indica su solución:

$$\begin{cases} 4x & +8y & +8z & +12w & = 0 \\ x & +2y & +2z & +3w & = 0 \\ & y & -z & +w & = 0 \end{cases}$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 4 & 8 & 8 & 12 & 0 \\ 1 & 2 & 2 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & 0 \end{array}\right) (F_3 \leftrightarrow F_2) \sim \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 2 & 3 & 0 \\ 4 & 8 & 8 & 12 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & 0 \end{array}\right) (F_2 \leftarrow F_2 - 4F_1) \sim \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 2 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & 0 \end{array}\right) (F_1 \leftrightarrow F_2)$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 2 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right) (F_1 \leftarrow F_1 - 2F_2) \sim \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 4 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right) \longrightarrow \begin{cases} x + 4z + w = 0 \\ y - z + w = 0 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} x = -4z - w \\ y = z - w \end{cases}$$

$$\boxed{S = \{(-4z - w, z - w, z, w) : z, w \in \mathbb{R}\}}$$

Resuelve el siguiente sistema en forma matricial y llevandolo a la forma escalonada y reducida por filas e indica su solución:

$$\begin{cases} \quad\; y \; - z \; + w = 0 \\ x + 2y + 2z + 3w = 0 \\ 3x + 6y + 6z + 9w = 0 \end{cases}$$

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 0 & 1 & -1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 2 & 3 & 0 \\ 3 & 6 & 6 & 9 & 0 \end{array}\right) (F_3 \leftrightarrow F_2) \sim \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 2 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & 0 \\ 3 & 6 & 6 & 9 & 0 \end{array}\right) (F_3 \leftarrow F_3 - 3F_1) \sim \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 2 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right) (F_1 \leftarrow F_1 - 2F_2)$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & 4 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right) \longrightarrow \begin{cases} x + 4z + w = 0 \\ y - z + w = 0 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} x = -4z - w \\ y = z - w \end{cases}$$

$$\boxed{S = \{(-4z - w, z - w, z, w) : z, w \in \mathbb{R}\}}$$

Sea AX=0 un sistema de ecuaciones homogéneo, indica la respuesta correcta:

- ◯ El rango de A siempre es igual al rango de la matriz ampliada ✓
- ◯ El rango de A nunca es igual al de la matriz ampliada
- ◯ El rango de la matriz ampliada es mayor al rango de A
- ◯ El rango de A siempre es mayor al rango de la matriz ampliada

Sea AX=b un sistema de ecuaciones, siendo A una matriz nxn, indica la respuesta correcta:

- ◯ Si A no es equivalente por filas con la identidad, el sistema tiene siempre infinitas soluciones
- ◯ Si A no es equivalente por filas con la identidad, el sistema no tiene solución
- ◯ Si A no es equivalente por filas con la identidad, el sistema tiene solución única
- ◯ Si A no es equivalente por filas con la identidad, el sistema tiene infinitas soluciones sólo si el rango de A ... ✓