

**Problema specsorț – descrierea soluției**

stud. Cristian Lambru

Soluție 1: $O(N^2)$ – 10 puncte

Cea mai simplă idee de a sorta permutarea folosind operațiile de care se dispune este să se aleaga toate valorile de la N la 1 și să se introducă pe rând în fața permutării. Se observă că putem lăsa valoarea N în poziția inițială și să extragem doar valorile de la $N-1$ la 1. În acest fel avem fix $N-1$ operații executate.

O primă observație pentru a scădea numărul de operații executate este să mutăm în fața subsirului de elemente consecutive. Mai exact, pentru permutarea (7 4 5 1 3 6 2) se poate sorta folosind subsirul (1 2), (3), (4 5 6) și (7) la fel ca în soluția precedentă să rămână pe poziția inițială. Folosind această strategie aplicăm exact $(K-1)$ operații, unde K este numărul de subsiruri cu termeni consecutivi.

Soluție 2: $O(N\sqrt{N})$ – 40 de puncte

Vom lua următorul exemplu de permutare: (5 1 7 6 2 4 3 9 8 12 10 11).

Se observă că se pot recombina subsirurile astfel încât să fie ușor să reia subsirurile aproape sortate și să se insereze la început.

Prima parte a algoritmului este să se afle subsirurile cu termeni consecutivi. După ce s-a determinat aceste subsiruri, se renumerează după primul element din subsir. Spre exemplu pentru exemplul anterior sirul rezultat după renumerotare va fi (5 1 7 4 9 12).

Acum vom încerca să recombina subsirurile. Pentru a le sorta avem nevoie de ordinea (1 4 5 7 9 12). Se vor extrage pe rând din sirul de mai sus de la final spre început toate subsirurile sărind din $[\sqrt{N}]$ în $[\sqrt{N}]$. Mai precis pentru cazul de mai sus o să iau subsirurile numerotate cu (7 4 12) (pentru că așa apar ele în ordine) și îl mut la început și apoi (5 1 9) și îl mut la început. Se observă totuși că nu mai avem nevoie să mutăm sirul mare (7 4 12) pentru că după ce se fac toate celelalte operații el ajunge pe aceeași poziție.

După rearanjare sirul este [5 1 9] | [7 4 12] (le-am trecut așa pentru a observa bucățile de \sqrt{N} (partea întreagă superioară) în care se împarte subsirul). Se observă că acum se poate lua câte un subsir din fiecare gramadă (în ordine de la prima la ultima) și să se obțină o subsecvență care conține elemente consecutive. Astfel se recombina subsirurile de la dreapta la stânga alegând din fiecare gramadă subsirul care trebuie adăugat în fața la subsecvența pe care vrem să o creem. Se observă din nou că subsecvența care va conține ultimele elemente nu se ia în considerare deoarece va deveni sortată după aplicarea celorlalte operații.

Mai precis pentru 5 1 9 | 7 4 12 se alege 5 și 7 și se adaugă la început 5 7 [1 9] | [4 12] și apoi se alege 1 și 4 și se obține (1 4 5 7 9 12).

Această strategie obține exact $[\sqrt{K}] + N/[\sqrt{K}] - 2$ pași, unde K reprezintă numărul de subsiruri cu termeni consecutivi și $[x]$ este partea întreagă inferioară a lui x .



Solutie 2: $O(N \log N)$ - 100 de puncte - Radu Voroneanu

Pornind de la ideile anterioare vom obtine subsirurile renumerotate. Pentru a sorta noul sir, vom normaliza elementele ramase si vom proceda intr-o metoda asemanatoare radixsort-ului binar.

Pornind de la cel mai nesemnificativ bit vom aduce, pe rand, printr-o operatie, toate acele elemente care au bitul egal cu 0 la inceputul permutarii impreuna cu toate elementele pe care le reprezinta (acele elemente consecutive care au fost eliminate).

Vom lua un exemplu :

Fie sirul (6 5 1 3 2 4). Observam ca 1 si 2 nu are rost sa fie separate, la fel si pentru 3 4. Obtinem deci sirul compactat 6 5 1 3. Normalizand valorile obtine 3 2 0 1. Operatiile vor fi descrise astfel:

Pentru bitul cu ordine 0 vom extrage in fata elementele 2 si 0 obtinand sirul 2 0 3 1. Aceste 2 elemente reprezinta de fapt subsirul format din elementele (5 1 2) => sirul normal devine (5 1 2 6 3 4).

Pentru bitul cu ordine 1 vom extrage in fata elementele 0 1 obtinand sirul 0 1 2 3. Aceste 2 elemente reprezinta de fapt subsirul format din elementele (1 2 3 4) deci sirul initial devine (1 2 3 4 5 6).

Aceasta strategie foloseste exact $\lceil \log K \rceil$ operatii, unde K reprezinta numarul de subsiruri cu termeni consecutivi in care s-a impartit permutarea, iar $\lfloor x \rfloor$ reprezinta partea intreaga inferioara a lui x .