



Problema 1 - Puteri- Descrierea soluției

Autor: stud. Cosmin-Mihai Tutunaru
Universitatea “Babeș Bolyai” Cluj

Fie următoarele observații:

- Fie $f(x)$ o funcție care calculează răspunsul pentru intervalul $[1, x]$
- Răspunsul pentru un interval $[x, y]$ este $f(y) - f(x-1)$
- Cel mai mare exponent B care ar putea fi este 60, deoarece $2^{60} > 10^{18}$

Acum trebuie să vedem cum putem calcula $f(x)$. Folosindu-ne de ultima observație, putem să calculăm răspunsul pentru fiecare B în parte. Răspunsul este evident partea întreagă a radicalului de ordinul B din x , radical ce poate fi calculat fără probleme cu o căutare binară (trebuie acordată mare atenție la înmulțiri, deoarece rezultatul produsului poate depăși 10^{18}).

Folosind această tactică numărăm unele numere de mai multe ori (ex: 2^4 și 4^2 , care ambele sunt 16). Pentru a evita acest lucru are sens să numărăm doar pentru acele valori B care sunt prime, astfel numărul 16 ar fi numărat doar ca 4^2 .

În continuare avem unele numere pe care le numărăm de mai multe ori: 8^2 și 4^3 . Putem evita acest lucru eliminând aceste baze care sunt la rândul lor puteri, dar cu un exponent strict mai mic. Astfel am număra $(2^3)^2$, dar nu am număra $(2^2)^3$.

Cumulând toate aceste observații, putem transforma funcția $f(x)$ în $f(x, e)$ care returnează răspunsul pentru intervalul $[1, x]$ cu restricția că $B < e$, iar un algoritm pseudocod ar fi următorul:

$f(x, e) =$

- **ret** = 1 # îl numărăm mereu pe 1
- pentru **k** de la 2 la **e-1**
 - dacă **k** este număr prim
 - **r** = radical de ordinul **k** din **x**
 - dacă **r** > 1 # există cel puțin 2 numere
 - **ret** = **ret** + **r**
 - **ret** = **ret** - $f(r, k)$ # eliminăm bazele care la rândul lor sunt puteri
- return **ret**

Complexitate: $O(T * \log(Y)^3)$.

Președinte,
Radu Eugen Boriga

Vicepreședinte
subcomisie clasa a X-a,
Zoltan Szabo