trenuri – Soluţie Autor: Alexandru Tandrău

Solutie 1 O(M^2 * log^2 X)
Cautam binar timpul de asteptare. Fiind stabilit un timp T, dorim sa vedem care este costul minim al unui drum de la nodul 1 la nodul N. Pentru asta vom multiplexa nodurile initiale in noduri <nod, timp>. Daca exista un tren care ajunge in nodul a la timpul x, vom crea nodul <a,x>. Daca exista un tren care pleaca din a la timpul p si ajunge in b la timpul s, vom crea un arc de la <a,x> la <b,s> cu costul respectiv, pentru oricare x <= p. Fiind stabilit timpul T maxim de asteptare, vom parcurge doar acele muchii pentru care timpul de asteptare este mai mic decat T. Apoi rulam algoritmul lui Dijkstra pentru a gasi cel mai scurt drum. Comparand costul celui mai scurt drum cu bugetul, stim daca trebuie sa reducem sau sa ridicam timpul de asteptare.
Complexitatea finala este O(M^2 * log^2 X), unde X este timpul maxim de asteptare posibil.

Solutie 2 O(M^2 * log X)
Observam ca graful creat este orientat si aciclic. Astfel, putem sorta topologic graful obtinut si sa calculam costul minim pe acesta. Astfel complexitatea devine O(M^2 * log X).

Solutie 3 O(M^2 * log X)
Vom sorta muchiile in ordine crescatoare dupa timpul de plecare. Astfel putem face o dinamica c[i] = costul minim pentru a merge pe muchia i. c[i] = c[j] + cost[i] pentru oricare muchie j care are nodul de sosire egal cu nodul de plecare al lui i si timpul de asteptare e mai mic decat cel fixat de cautarea binara.
Complexitatea este O(M^2 * log X)

Solutie 4 O(M * Log^2)
Sortam toate momentele de timp existente si le parcurgem in ordine. Pentru fiecare moment de timp vom parcurge toate muchiile care ajung undeva in acel moment de timp, iar apoi toate muchiile care pleaca de undeva in acel moment de timp. Astfel fiecare muchie va fi parcursa de exact doua ori. Vom tine doua seturi in fiecare nod. Unul va fi sortat dupa o pereche <cost, timp>, iar celalalt dupa <timp, cost>. In momentul in care parcurgem o muchie si suntem la timpul ei de sosire, introducem in setul nodului destinatie perechea cost, timp a muchiei. Daca parcurgem o muchie dar suntem la timpul ei de plecare, prima data scoatem din seturile nodului de plecare toate perechile care au timpul mai mic decat t' – T, unde t' este timpul curent iar T este timpul fixat de cautarea binara. Apoi putem completa dinamica de la solutia anterioara c[i] cu costul minim (primul element din primul set).
Complexitatea finala este O(M * Log^2)

Solutie 5 (100 puncte – Paul Baltescu): O(M * Log X)
In loc sa folosim seturi putem sa folosim deque-uri. In fiecare nod vom tine un deque ordonat crescator atat dupa cost cat si dupa timp. Astfel, daca evenimentul este ajungerea unei muchii la destinatie, scoatem din capatul din dreapta toate intrarile cu costul mai mare decat cel cu care am ajuns. La sfarsit adaugam costul si timpul muchiei curente in capatul din dreapta al deque-ului. In schimb, daca evenimentul este plecare unei muchii, operam asupra deque-ului din nodul plecare. Scoatem din partea din fata toate intrarile care au timpul invalid (timp deque < timp curent – timp fixat de cautarea binara). Apoi putem calcula c[i] pentru muchia respectiva. Daca nu avem nici un element in deque, inseamna ca aceasta muchie nu poate fi parcursa.
Complexitatea finala este O(M * Log X) si aduce 100 de puncte.