



Descrierea soluției - cardinal

Autor : prof. Cheșcă Ciprian
Liceul Tehnologic "Costin Nenițescu" Buzău

Variante de rezolvare

prof. Cheșcă Ciprian

Varianta 1 (brute force)

Se parcurg toate numere de la 1 la n , se descompun în factori și se contorizează acelea care au toți exponenții din descompunere mai mici sau egali cu p . Soluția obține aproximativ 1/10 din punctaj.

Varianta 2 (pinex-principiul includerii și excluderii)

Să observăm pentru început că toate numerele care au exponenții mai mici sau egal cu p din dezvoltarea în factori primi sunt numerele care nu se împart exact la puterea $p+1$ a oricărui număr prim ce ar putea face parte din descompunere. Pentru a afla numărul cerut vom aplica principiul includerii și excluderii, adică vom scădea din numărul total de numere numărul de numere care sunt multipli de $2^{p+1}, 3^{p+1}, 5^{p+1}, \dots$ și apoi vom aduna numărul de numere care sunt multipli de $(2 \cdot 3)^{p+1}, (2 \cdot 5)^{p+1}, (2 \cdot 7)^{p+1}, \dots, (3 \cdot 5)^{p+1}, \dots$, apoi vom scădea numărul de numere care sunt multipli de $(2 \cdot 3 \cdot 5)^{p+1}$, s.a.m.d.

Această soluție se poate implementa cu un mecanism de tip backtracking. Reducerea timpului de execuție are în vedere și determinarea numai a acelor numere prime posibile implicate în mecanismul de mai sus, în acest sens determinându-se numerele prime cu ciurul lui Eratostene până la $\sqrt[p+1]{n}$. Soluția obține aproximativ jumătate din punctaj!



prof. Pit-Rada Vasile Ionel

Ideea de bază este de a calcula numărul $|Y|$ al elementelor mulțimii Y formată din valorile naturale din intervalul $[2..N]$ care nu aparțin mulțimii $A(N,p)$. Pentru aceasta se observă că trebuie determinate toate numerele prime $r_1, r_2, r_3, \dots, r_k$, care ridicate la puterea $p+1$ se cuprind în N . Aceasta se va realiza cu algoritmul "Ciurul lui Eratostene". Se observă că mulțimea Y se obține ca reuniune a mulțimilor X_1, X_2, \dots, X_k definite prin $X_i = \{2 \leq x \leq N \mid x \text{ este multiplu al numărului } r_i^{p+1}\}$. Putem calcula $|Y|$ cu ajutorul metodei includerii și excluderii.

Soluția obține maximum de punctaj.