

Problema 2- Triunghiuri

Autor prof. Alin Burța

Colegiul Național "B.P. Hasdeu" Buzău

Soluție de complexitate $O(n)$

Cerința 2

Considerăm vectorii nx și ny cu semnificația:

$nx[i]$ = numărul punctelor care au abscisa egală cu i ;

$ny[i]$ = numărul punctelor care au ordonata egală cu i ;

Valorile celor doi vectori pot fi calculate încă de la citirea coordonatelor punctelor. În același timp memorăm, pentru fiecare ordonată y între 0 și 999, lista absciselor punctelor care au ordonata egală cu y , obținând un tablou bidimensional H ($H[i][j]$ – al j -lea punct din lista punctelor de ordonată i).

Numărul triunghiurilor cu proprietatea cerută se calculează astfel:

Pentru fiecare ordonată i din plan, pentru care numărul punctelor de pe aceasta este cel puțin egal cu 2, calculăm câte triunghiuri se pot forma având două puncte cu ordonata egală cu i și al treilea punct de ordonată diferită de i .

Pentru aceasta vom scădea din numărul total de triunghiuri care se pot forma (cu o latură paralelă cu OX , aflată pe dreapta $y = i$) numărul triunghiurilor cu o latură paralelă cu OY , adică

$$(N - ny[i]) * (ny[i] * (ny[i] - 1) / 2) - sumTrParaleleOY$$

Valoarea **sumTrParaleleOY** se calculează luând fiecare punct de ordonată i și contorizând câte triunghiuri dreptunghice cu un vârf în acel punct se pot forma, adică:

$sumTrParaleleOY = 0$;

for($j = 1$; $j \leq ny[i]$; $++j$) $sumTrParaleleOY += (nx[H[i][j]] - 1) * (ny[i] - 1)$;

Algoritmul va parcurge practic toată lista de puncte astfel că ordinul său de complexitate este $O(n)$.