



Problema switch5 – descrierea soluției

Prof. Adrian Panaete – Botoșani

Se observă ca o soluție imediată este rezolvarea unui sistem de $n \times n$ ecuații cu $n \times n$ necunoscute (valorile din matricea ce urmează a fi afișată). Aceste ecuații se obțin punând condiția ca fiecare poziție (i,j) să conțină un număr impar de valori 1 în cele cel mult 5 poziții care afectează poziția.

Această abordare este ineficientă ca timp de execuție și ca memorie necesară.

Pentru a obține soluția optimă se va observa că odată fixate valorile de pe prima linie se pot stabili valorile de pe o linie pentru a asigura aprinderea becurilor pe linia anterioară. Astfel valoarea necesară pe o linie va fi dependentă de elementele de pe două linii anterioare. Implicit valorile de pe toate liniile vor fi exprimate drept combinații ale valorilor de pe prima linie. Se observă însă că exprimarea acestora asigură aprinderea becurilor doar până la penultima linie. Pentru a asigura aprinderea becurilor pe ultima linie va trebui să folosim valorile deja exprimate pe ultimele două linii și relațiile dintre valorile ultimelor două linii. Cum aceste linii sunt deja exprimate în funcție de valorile primei linii obținem de fapt din cele n condiții de aprindere pe ultima linie n ecuații în valorile de pe prima. Astfel se ajunge la un sistem de n ecuații (condițiile verificate de valorile de pe ultimele două linii – evident exprimate la rândul lor cu valorile primei linii) și n necunoscute (valorile de pe prima linie). Acest sistem poate fi rezolvat prin metoda Gauss, dar am obține o complexitate teoretică $O(n^3)$. În practică însă ținând cont că de fapt avem de rezolvat un sistem în care valorile sunt doar 0 și 1 atât pentru coeficienți cât și pentru valorile soluțiilor, iar ecuațiile folosesc de fapt suma xor, se va obține o rezolvare foarte rapidă dacă simulăm ecuațiile prin configurații binare folosind de exemplu bitset-uri și operații pe biți (mai precis xor pe biți).

Odată obținută configurația primei linii celelalte linii pot fi obținute foarte ușor conform observațiilor făcute mai sus.