

## Soluții optim

100 puncte

Exista două variante de abordare:

- generarea submulțimilor șirului inițial, identificarea celor care au K elemente, plasarea semnului \* față acestora și calcularea valorii corespunzătoare acestei configurații
- abordarea prin programare dinamică.

1. Prima implementare presupune generarea submultimilor folosind vectorii caracteristici (sau reprezentarea pe biti), și pentru fiecare submulțime de K elemente se calculează valoare corespunzătoare. Complexitatea  $O(N \cdot 2^N + N \cdot \text{Comb}(N, K))$ . Această variantă obține 70 puncte.

2. O alta variantă de implementare presupune generarea doar a submulțimilor de K elemente și pentru fiecare posibilitate obținută, se calculează valoarea reținându-se valoarea minimă și maximă. Complexitatea  $O(N \cdot \text{Comb}(N, K))$ . Aceasta variantă obține 80 puncte

3. Una din soluțiile de 100 de puncte presupune generarea doar a submulțimilor de K elemente și calcularea valorii corespunzătoare, pe parcursul construcției fiecărei submulțimi. La fiecare pas al generării unei submulțimi, se reține valoarea ultimului termen (care nu a fost adăugat la valoarea submulțimii).

Dacă pe nivelul curent se plasează o adunare, atunci înseamnă că secvența de înmulțiri s-a terminat, iar ultimul termen poate fi adăugat la suma curentă, după care noul ultim termen se resetează la valoarea elementului următor în șir. Plasarea adunării pe nivelul curent se face doar dacă nu împiedică obținerea în final a tuturor celor K înmulțiri.

Dacă pe nivelul curent s-a plasat o înmulțire atunci se updatează valoarea ultimului termen și se trece pe nivelul următor în generare. O înmulțire se poate plasa doar dacă nu s-au completat deja cele K.

Datorită acestor condiții de continuare se obține complexitatea  $O(\text{Comb}(N, K))$ .

4. Varianta programării dinamice:

Pentru determinarea valorii minime se va construi matricea  $X[N][K]$  în care elementul  $X[i][j]$  reprezintă valoarea minimă pe care o pot obține din primele i numere folosind j operații de înmulțire.

Pentru construcția fiecărui element ne vom folosi de ultima secvență de înmulțiri care se termină cu termenul  $A[i]$  din șir.

Aceast ultim termen poate conține  $t = 0, 1, 2, \dots, j$  înmulțiri. Elementul  $X[i][j]$  va reține valoarea minimă a acestor variante de scriere.

$$X[i][j] = \{ \min (p + X[i-t-1][j-t]) \mid t \text{ reprezintă numărul de înmulțiri, iar } p \text{ produsul elementelor din } A \text{ de la pozițiile } i-t, \dots, i \}$$

Analog se procedează și pentru valoarea maximă.

Complexitatea  $O(N \cdot K^2)$ . Aceasta variantă obține 100 puncte

Autor prof. **Dana Lica**  
C.N. "I.L.Caragiale" Ploiești