## *Descriere soluţie problema 1 – sir*

*autor prof.Carmen Mincă*
*Liceul Teoretic Ion Neculce - Bucuresti*

Şirul de numere din enunţul problemei se obţine pornindu-se de la şirul de numere: `1, 12, 123, 1234, 12345, 123456, 1234567, 12345678, 123456789.`

Fiecare număr din şirul de mai sus se modifică succesiv prin permutari circulare ale cifrelor numărului la stânga cu o poziţie. De exemplu, din numărul `12345` se vor obţine în acestă ordine, numerele: `23451, 34512, 45123, 51234`.

După fiecare număr din şirul de mai sus, se vor insera în şir toate numerele obţinute prin permutări circulare la stînga cu o poziţie.

**Rezolvare cerinta a):**
Notăm cu `u.c.(n)` = ultima cifră a numărului natural n.
Se observă că pentru:

- `k=1 => s=1 => u.c.(1)=1`
- `k=2 => s=1+12+21 => u.c.(s)=u.c.[1+(1+2)]=u.c.(1+3)=4`
- `k=3 => s=1+12+21+123+231+312 =>`
  `u.c.[1+(1+2)+(1+2+3)]=u.c.[1+3+6]=0`
- `k=4 => s=1+12+21+123+231+312+1234+...+4123 =>`
  `u.c.(s)=0+u.c.(4+1+2+3)=0`
- `k=5 => u.c.(s)=0+u.c.(5+1+2+3+4)=5`

`...`

Ultima cifră a sumei tuturor numerelor de câte `k` cifre se obţine adunând ultimele cifre ale numerelor `1234...(k-1)k, 234...(k-1)k1, 34...(k-1)k12, 4...(k-1)k123,...,k1234...(k-1)`
Astfel, ultima cifra a cestei sume este `u.c.(1+2+3+...+k)=[k*(k+1)/2]`

Ultima cifra a sumei tuturor numerelor formate din cel mult `k` cifre este:
`s=u.c.[1+u.c.(1+2)+u.c.(1+2+3)+...+u.c.(1+2+...+k)]=`
`=u.c.[1+u.c.([2*3/2])+u.c.([3*4/2])+...+u.c.([k*(k+1)/2])`

Secvenţa de program care calculează în variabila `s` ultima cifră este următoarea:

```
for(s=1,i=2;i<=k;i++) s=(s+i*(i+1)/2)%10;
```

**Rezolvare cerinta b):**
**Varianta I. Implementare fără utilizarea tipurilor structurate**

Dacă numărul `x` citit este `612345` atunci succesorul acestuia în şirul din enunţ este `1234567`, primul număr format din `7` cifre, deoarece `612345` este ultimul număr obţinut prin permutări circulare spre stânga cu o poziţie a numărului `12345`. Dacă s-ar mai efectua o permutare s-ar ajunge la numărul iniţial `12345`.

Dacă numărul `x` citit este `456123`, cum numărul de cifre este egal cu `6` şi prima cifra este `4`≠`6`, rezultă că se mai poate face o permutare la stânga cu o poziţie. În urma efectuării acestei operaţii se obţine succesorul numărului `x` şi anume: `561234`.

Astfel deducem că:

- dacă prima cifră a lui `x` este egală cu numărul `k` de cifre din care este format `x`, atunci succesorul lui `x` este cel mai mic număr format din `k+1` cifre distincte: $\overline{123\ldots k(k+1)}$
- dacă prima cifră a lui x este mai mică decât numărul `k` de cifre din care este format `x`, atunci succesorul lui x este numărul obţinut prin efectuarea unei permutări la stânga cu o poziţie a numărului `x`

Secvenţa de program care determină şi memorează în variabila `z` succesorul numărului `x` este următoarea:

```
y=x; k=1;
while(y>9)         //k=numarul de cifre ale lui x
  { k++; y/=10; p=p*10;}
if(y==k)            //y va retine prima cifra a lui x
  { z=0;           //cel mai mare numar cu k cifre este k1234...(k-1)
    for(i=1;i<=k+1; i++)
     z=z*10+i;
  }
else  z=(x%p)*10+y;            //succesorul este (y+1)(y+2)..k123...y
```

**Varianta 2. Implementare cu utilizarea tipurilor structurate**

Se poate utiliza un vector `v` cu maxim 10 componente, care va memora cifrele numărului `x`, cifra unităţilor fiind memorată în `v[1]`,…, iar cifra cea mai semnificativă în `v[k]`, variabila `k` memorând numărul de cifre ale lui `x`.

Dacă `v[k]=k`, atunci succesorul lui `x` este cel mai mic număr format din `k+1` cifre distincte: $\overline{123...k(k+1)}$. Altfel, succesorul lui `x` are `k` cifre şi este $\overline{v[k-1]v[k-2]...v[2]v[1]v[k]}$

**Rezolvare cerinta c):**

### Cazul I. `a<b`

Numerele care au cifra cea mai semnificativă egală cu cifra `a` şi nu conţin cifra `b` sunt formate doar cu cifrele `1,2,3,..,a,..,(b-1)`. Cel mai mic număr este cel care conţine **a** cifre şi anume: $\overline{a123...(a-1)}$, iar toate aceste numere, în ordinea apariţiei lor în şir, sunt:

$$\overline{a123...(a-1)},\ \overline{a(a+1)123..(a-1)},\ \overline{a(a+1)(a+2)123..(a-1)},...,\ \overline{a(a+1)(a+2)...(b-1)123...(a-1)}$$

Astfel, numarul lor este egal cu **`b-a`**

### Cazul II. `a>=b`

Nu există niciun astfel de număr în sirul dat. Dacă cifra `a` apare în număr, atunci obligatoriu vor apărea şi cifrele `1,2,3,...,(a-1)`

Cum **`b<a`** atunci în fiecare număr în care apare cifra `a` va apărea şi cifra `b` => **`0`** numere