Descrierea Soluțiilor
Olimpiada Societății pentru Excelență și Performanță în Informatică, Etapa Județeană
Clasa a VI-a

1 Problema Formula1

Propunător: Prof. Ana-Maria Arișanu, Colegiul Național "Mircea cel Bătrân", Rm. Vâlcea

1. Stegulețul mașinii cu numărul k are $(2k-1)^2$ pătrățele
2. Numărul de pătrățele albe de pe stegulețul mașinii cu numărul k este:

$$\frac{(2k-1)^2-1}{2} = k(2k-2) = 2k^2 - 2k \tag{1}$$

Prin urmare:

$$A = (2*1^2 - 2*1) + (2*2^2 - 2*2) + (2*3^2 - 2*3) + ... + (2*N^2 - 2*N) \tag{2}$$

$$A = 2*(1^2 + 2^2 + 3^2 + ... + N^2) - 2*(1 + 2 + 3 + ... + N) \tag{3}$$

Valoarea lui A se poate determina în 2 moduri:

- iterativ (un for de la 1 la N)
- cu formula $A = 2 * \frac{N(N+1)*(2N+1)}{6} - 2 * \frac{N(N+1)}{2} = \frac{N(N+1)*(2N+1)}{3} - N(N+1)$

Ambele modalități de calcul iau 100 de puncte.

Presupunem că cel mai mare steguleț care are cel mult A pătrățele albe aparține mașinii cu numărul x. Astfel, acest steguleț va avea $(2x-1)^2$ pătrățele în total, dintre care $2x^2 - 2x$ albe.

Prin urmare, x se determină ca fiind cel mai mare număr impar cu proprietatea că $2x^2 - 2x \leq A$

Determinarea lui x se poate face în următoarele moduri:

- Pornim iterativ cu x de la 1 pană la cel mai mare x care încă respectă $2x^2 - 2x \leq A$. ($\rightarrow$ scor obținut: 70-80 de puncte)
- Ne folosim de căutarea binară pentru a găsi în timp logaritmic cea mai mare valoare impară x care respectă $2x^2 - 2x \leq A$. ($\rightarrow$ scor obținut:100 de puncte)
- Putem calcula și formulă directă: $x = (int)\sqrt{2 * A + 1}$. Totuși, conform enunțului, lungimea unui steguleț trebuie să fie impară. Din acest motiv, dacă x-ul returnat este par, atunci trebuie să îl decrementam: $x = x - 1$. ($\rightarrow$ scor obținut: 100 de puncte)

2 Problema Seism

Propunător: Prof. Cristina Iordaiche, Liceul Teoretic "Grigore Moisil", Timișoara

Cerințele 1 și 2 Notăm vectorul de valori transmise cu v.

O soluție ar fi să parcurgem șirul celor N semnale și să ne oprim la fiecare poziție i unde $v[i] = 1$, $v[i-1] = 0$ și $v[i-2] = 0$. În continuare trebuie analizat dacă acest i poate fi capătul din stânga al unui seims. Putem găsi exact porțiunea formată din valori alăturate de 1 prin iterarea la dreapta a unui j ce pornește din i și avansează atâta timp cât $v[j] = 1$. Apoi, dacă $v[j+1] = 0$ și $v[j+2] = 0$, atunci secvență $[i, j]$ este un seims valid.

Cu această abordare putem trece prin absolut toate seismele și calcula care este cel de durată maximă (cerința 1). În cazul cerinței 2 trebuie doar să contorizăm numărul de seisme găsite.

Soluția descrisă are complexitate $O(n)$ și obține punctajul maxim pe primele 2 cerințe. Motivația complexității liniare este că j-ul începe mișcarea la dreapta doar după ce am fixat capătul stânga al unei secvențe de 1, iar secvențele de 1 nu se pot suprapune.

Cerința 3 Pentru corectarea erorilor transmise de seismograf, analizăm fiecare secvență din șir ce este formată doar din zerouri. Notăm capetele secvenței analizate: i_1 și i_2. Identificăm 4 cazuri de modalități de corectare:

- **Cazul 1** înlocuim toate zerourile din secvența găsită cu valori de 1. Figura 1 prezintă cum ne putem deplasa la stânga până la j_1 și la dreapta până la j_2 atâta timp cât trecem numai prin valori de 1. Verificăm apoi dacă secvența cu capetele în j_1 și j_2 are în stânga și în dreapta sa cel puțin două elemente de 0. În caz afirmativ am identificat un seism și îi calculăm durata.

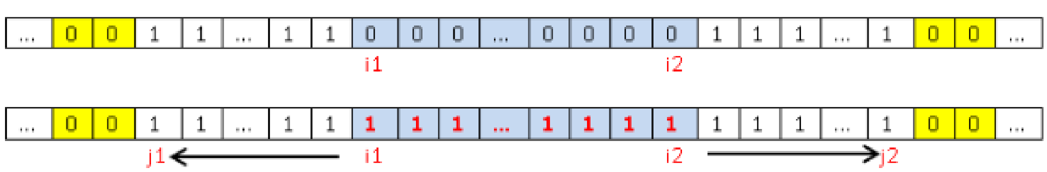

Figure 1: Cazul 1, transformare a tuturor elmentelor din $[i_1, i_2]$ în 1

- **Cazul 2** înlocuim numai zerourile din intervalul $[i_1 + 2, i_2 - 2]$ ca în Figura 2. Această construcție are sens doar dacă $i_2 - i_1 \geq 4$. Acest seims are durata de $i_2 - i_1 - 3$ secunde.

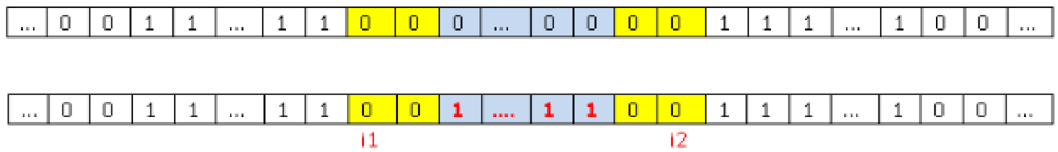

Figure 2: Cazul 2, transformare a zerourilor din $[i_1 + 2, i_2 - 2]$ în 1

- **Cazul 3** înlocuim zerourile din intervalul $[i_1, i_2 - 2]$ ca în Figura 3. Această construcție are sens doar dacă $i_2 - i_1 \geq 2$. Apoi ne extindem la stânga până la poziția j_1, atâta timp cât trecem numai prin valori de 1. Dacă $v[j_1 - 1] = 0$ și $v[j_1 - 2] = 0$, atunci seismul $[j_1, i_2 - 2]$ este valid și trebuie să îi verificăm lungimea

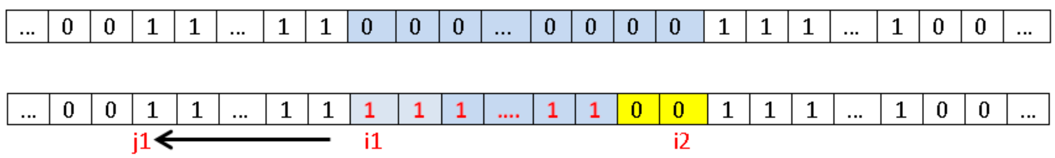

Figure 3: Cazul 3, transformare a zerourilor din $[i_1, i_2 - 2]$ în 1

- **Cazul 4** foarte simular cu precedentul caz: înlocuim zerourile din intervalul $[i_1 + 2, i_2]$. Apoi trebuie să ne extindem la dreapta până la poziția j_2 și verificăm dacă $v[j_2 + 1] = 0$ și $v[j_2 + 2] = 0$; Figura 4

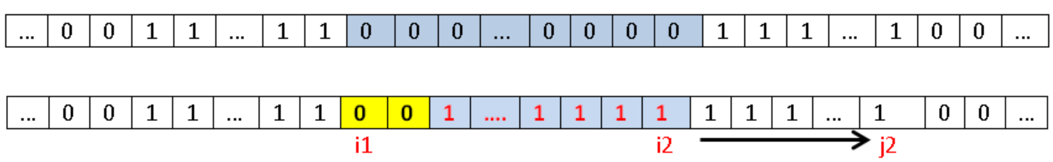

Figure 4: Cazul 4, transformare a zerourilor din $[i_1 + 2, i_2]$ în 1

Complexitatea finală de evaluare a tuturor celor 4 cazuri este $O(n)$

Echipa. Setul de probleme a fost pregătit de:

- Prof. Daniela Lica, Centrul Județean de Excelență Prahova, Ploiești
- Prof. Cristina Iordaiche, Liceul Teoretic "Grigore Moisil", Timișoara
- Prof. Ana-Maria Arișanu, Colegiul Național "Mircea cel Bătrân", Rm. Vâlcea
- Prof. Roxana Tîmplaru, Liceul Tehnolologic "Ștefan Odobleja"/ ISJ Dolj
- Prof. Cristina Anton, Colegiul Național "Gheorghe Munteanu Murgoci", Brăila
- Prof. Marinel Șerban, Colegiul Național "Emil Racoviță", Iași
- Student Radu Muntean, ETH Zurich
- Student Stelian Chichirim, Universitatea București