

## Neconex

prof. Ionel-Vasile Piț-Rada, Colegiul Național "Traian"  
stud. Cosmin-Mihai Tutunaru, Universitatea Babeș Bolyai

În această descriere, prin A am notat primul jucător iar prin B al doilea jucător.

Obs: Primul respectiv al doilea jucător se referă la jucătorii din starea în care graful nu are nicio muchie. Pentru a calcula câștigătorul unei configurații cu muchii ne vom folosi și de paritatea numărului de muchii din graf (cele care au fost deja "jucate").

Se observă destul de ușor că este o problemă de parități. Datorită numărului total de muchii ce pot fi duse înainte să se realizeze conexitatea, soluția trebuie tratată în funcție de restul lui  $N$  la 4.

$nrPar$  = numărul componentelor conexe cu număr par de noduri.

$nrImp$  = numărul componentelor conexe cu număr impar de noduri.

### Cazurile când $N$ este impar

♣  $N = 4k + 1$

$nrImp$  va fi impar întotdeauna.

**S1.** Dacă  $nrPar = nrImp = 1$  înseamnă că numărul de mutări care se mai pot efectua în cele două componente fără a efectua unificări are aceeași paritate ca și numărul de mutări efectuate în ele, deci va câștiga B.

Se observă că vom ajunge mereu în **S1**, deci B va câștiga întotdeauna.

♣  $N = 4k + 3$

Cazul este simetric cu  $N = 4k + 1$ , deci A va câștiga întotdeauna.

### Cazurile când $N$ este par

♣  $N = 4k$

**S1.** Dacă  $nrImp = 2$  iar  $nrPar = 0$  este evident că A va câștiga.

**S2.** Dacă  $nrPar > 1$  iar  $nrImp$  este oricât (obligatoriu  $nrImp$  este par) B va câștiga mereu deoarece poate duce jocul la două pare (unificând două impare sau conservând numărul celor pare).

**S3.** Dacă  $nrImp = 4$  iar  $nrPar = 0$  câștigător este B, deoarece A este obligat să unifice iar B va putea duce în starea cu două componente pare.

**S4.** Dacă  $nrImp = 6$  iar  $nrPar = 0$  câștigător este B, deoarece A are doar două variante: Să unifice (putând unifica doar două impare, iar B va unifica și el două impare și va ajunge în **S2**) sau să-l oblige pe B să unifice (B va duce în starea o componentă pară și 4 impare iar A va fi nevoit să ducă în **S2** sau **S3**).

**S5.** Dacă  $nrImp > 2$  iar  $nrPar = 0$  atunci B va câștiga mereu, ducând jocul în **S4**, **S3** sau **S2**.

**S6.** Cazul  $nrImp = 2$  iar  $nrPar = 1$  este singurul care depinde doar de cine este la mutare, deoarece are mereu strategie de câștig.

**S7.** Dacă avem  $nrPar = 1$  iar  $nrImp > 2$  va câștiga B pentru că oricine ar fi la mutare va putea duce jocul doar în una din stările **S2** sau **S3**.

♣  $N = 4k + 2$

Cazul este simetric cu  $N = 4k$  doar că se schimbă situația.