

Descrierea soluției – Densitate

*Propunător: Ionel-Vasile Piț-Rada
Colegiul Național Traian Drobeta Turnu Severin*

Soluția 1

*Autor: Ionel-Vasile Piț-Rada
Colegiul Național Traian Drobeta Turnu Severin*

Densitatea D , este un număr rațional u/v cu $u, v \leq 100$.

Dacă notăm cu P și I numărul numerelor pare, respectiv numărul numerelor impare care sunt într-o secvență arbitrară, deducem:

$$D = u/v = P/(P + I) \Leftrightarrow (u - v) \cdot P + u \cdot I = 0$$

Dacă în secvența inițială, înlocuim fiecare număr par cu $(u - v)$ și fiecare număr impar cu u , problema se reduce la a număra câte secvențe de sumă 0 există. Această variantă este mult mai tractabilă, putând fi ușor rezolvată în timp liniar, cu ajutorul sumelor parțiale.

Fie $S[0] = 0$ și $S[i] = A[1] + A[2] + \dots + A[i]$, pentru $1 \leq i \leq N$.

Suma elementelor unei secvențe $(i, j]$ va fi $S[j] - S[i]$. În mod evident ne vor interesa secvențele pentru care $S[i] = S[j]$. Astfel, când iterăm crescător cu indexul j , vom dori să calculăm numărul secvențelor de sumă zero care se termină la poziția j . Cu ajutorul unui vector de frecvențe $F[X]$, care ne va spune de câte ori am întâlnit până acum suma X , putem deduce că numărul acestor secvențe este $F[S[j]]$. Înainte de a trece la iterația următoare $F[S[j]]$ se va incrementa cu 1.

Vectorul $F[]$ se va inițializa cu 0, cu excepția $F[0] = 1$.

Soluția 2

*Autor: prof. Adrian Panaete
Colegiul Național „A.T. Laurian” Botoșani*

Calculăm procentul $0.ab$ sub forma p/q , fracție ireductibilă. Această densitate se poate obține dacă pe intervale de lungime L care conțin M valori pare are loc $M/L = p/q$, de unde rezultă că există r astfel încât $M = r \cdot p$ și $L = r \cdot q$ (deci pe intervale cu lungimea multiplu de q). Codificând cu 0/1 valorile impare/pare avem nevoie de intervale de lungime L care conțin M valori de 1.

Calculăm sumele parțiale ale șirului de 0 și 1 și astfel vom putea calcula pe orice interval de lungime q valoarea (pozitivă sau negativă) cu care suma pe un astfel de interval diferă de p . Apoi vom putea trata separat problema pe intervale consecutive de lungime q .

Obținem o subproblemă pentru fiecare rest modulo q și în fiecare subproblemă numărul subsecvențelor cu densitate p/q devine egal cu numărul subsecvențelor cu suma 0 pentru subproblema respectivă.