

Problema Nuke, Autori: Victor Rusu, Cosmin Gheorghe

Descrierea solutiei

Consideram bombele ca fiind cercuri in plan si soldatii ca puncte. Trebuie sa determinam pentru fiecare cerc cate puncte contine in interior. Exista restrictia suplimentara ca oricare doua cercuri nu se intersecteaza, nu sunt tangente si nu se contin unul pe celalalt.

Se observa ca pentru orice dreapta verticala din plan, intersectia dreptei cu suprafetele cercurilor determina niste segmente care sunt disjuncte oricare doua datorita restrictiei suplimentare de mai sus. Astfel pentru fiecare soldat pe dreapta verticala respectiva, trebuie sa determinam in ce segment se afla (sau daca nu se afla in nici un segment). De asemenea, segmentele determinate de intersectia oricarei drepte verticale cu doua cercuri vor fi intotdeauna ordonate in aceeasi ordine cu ordonatele (coordonata y) centrelor cercurilor. Aceasta observatie conduce la urmatoarea solutie.

Baleiem planul cu o dreapta verticala de la stanga spre dreapta. Vom avea trei tipuri de evenimente: inceputul unui cerc (punctul $(x_B - r_B, y_B)$), sfarsitul unui cerc (punctul $(x_B + r_B, y_B)$), si query pentru un soldat (punctul (x_S, y_S)). Aceste evenimente vor fi sortate dupa abscisa (coordonata x). Pentru un eveniment de tip query, conform observatiilor de mai sus, trebuie sa aflam in ce interval se afla un anumit punct. Pentru ca intervalele nu se intersecteaza si nici nu se suprapun, se observa ca punctul curent se poate afla doar in intervalele determinate de cercul imediat deasupra si imediat dedesubt. Pentru a gasi aceste doua cercuri ne folosim de observatia ca intervalele sunt intotdeauna sortate dupa ordinea ordonatelor centrelor cercurilor. Astfel trebuie sa gasim cercul cu cea mai mare ordonata mai mica sau egala cu ordonata punctului, si cercul cu cea mai mica ordonata mai mare sau egala cu ordonata punctului (dintre cercurile intersectate de dreapta de baleiere). Pentru a mentine cercurile intersectate de dreapta de baleiere si a rezolva query-ul, avem nevoie de o structura de date care permite inserari, stingeri si cele doua operatii de mai sus. Pentru aceasta putem folosi un arbore echilibrat de cautare sau un arbore de intervale (in cazul acesta avem nevoie sa si normalizam datele).

Aceasta solutie are complexitate $O((N+M) \log(N+M))$.