amici

stud. Cosmin-Mihai Tutunaru, Universitatea Babeş Bolyai

Putem privi tărâmul şi relaţiile ca un graf neorientat, unde fiecare nod A este corespondentul persoanei A. Totuşi, pentru simplitate, în graf vom avea muchie între două noduri dacă cele două persoane pe care le reprezintă nu sunt certate. Se observă că acest graf este dens (fiecare nod are muchie către cel puţin jumătate din restul nodurilor).

Dacă 2 * K > N sau N – 2 * K este 1 sau 2 este evident că nu putem avea soluţie.

Dacă K = 0, este suficient să determinăm un ciclu care conţine toate cele N noduri exact o dată. Graful fiind dens, putem folosi algoritmul de determinare al unui ciclu hamiltonian în graf dens. Pornind de la o permutare random P[1] → P[2] → P[3] → … → P[N] trebuie să o transformăm astfel încât să avem muchie între P[i] şi P[(i % N) + 1]. Fie primele două noduri AB între care nu există muchie. Trebuie să căutăm două noduri CD astfel încât să avem muchie de la A la C şi de la B la D. Cele două noduri pot fi găsite în următoarele două situaţii:

1. …..AB........CD.... caz în care trebuie oglindit tot intervalul [A..C]
2. …..CD........AB.... caz în care trebuie oglindit tot intervalul [D..A]

Deoarece fiecare nod are muchie către cel puţin jumătate din noduri, pentru oricare două noduri AB vom găsi o pereche de noduri CD.

Dacă K > 0, va trebui să eliminăm din lanţul hamiltoniain 2 * K persoane.
P[1] → P[2] → P[3] → …. → P[2 * K] → P[2 * K + 1] → … → P[N].
Grupăm pe P[1] cu P[2], P[3] cu P[4], … P[2 * K - 1] cu P[2 * K]. Evident, pentru a vea soluţie validă, trebuie să existe muchie între P[N] şi P[2 * K + 1]. Există o probabilitate de ½ ca această muchie să existe. Dacă nu există, putem să generm un alt lanţ hamiltoniain pornind de la o altă permutare sau să încercăm să grupăm altfel cele 2 * K persoane.

Complexitate: $O(T * N^2)$