

Problema 3 - Rotatii - solutii

Autor - Vlad Gavrilă, University of Cambridge

Solutie 1: 35 de puncte - maxim N^2 miscari

Observăm că atunci când efectuăm o rotație, există o bilă care se apropie de rădăcina machetei (nodul cel mai de sus) cu un nivel. Dacă bila X este rădăcina sculpturii, ne putem folosi de observația precedentă pentru a ridica nodul X din macheta până va deveni rădăcina acesteia, printr-o serie de rotații. Datorită proprietății 3 din enunț, vom ști că subarboarele stâng al rădăcinii machetei conține exact aceleași noduri ca subarboarele stâng al rădăcinii sculpturii (același lucru este valabil și pentru subarborii din dreapta). Putem deci aplica recursiv același raționament pentru fiecare din subarborii rădăcinii machetei. Acest algoritm execută maxim N^2 operații, întrucât fiecare din cele N bile este la o distanță de maxim N față de rădăcina arborelui în care se află.

Solutie 2: 100 de puncte - maxim $2 \cdot N$ mișcări

Vom aduce atât rădăcina, cât și macheta la o formă intermediară, care are forma unui lanț (fiecare nod exceptând rădăcina va avea doar un fiu stânga). Pentru a face acest lucru, vom porni, pentru fiecare arbore, din rădăcina acestuia și o vom roti spre stânga până când aceasta nu mai are niciun fiu dreapta. Vom continua aplicând aceeași operație recursiv din fiul stâng al rădăcinii, până întregul arbore ia forma unui lanț. Ne este garantat că vom efectua maxim N operații întrucât, la fiecare rotație spre stânga, înălțimea celui mai lung lanț doar spre stânga care pornește din rădăcina va crește cu o unitate. Întrucât aceasta înălțime este maxim N pentru orice formă a arborelui, nu vom efectua mai mult de N operații pentru fiecare din cei doi arbori.

Vom inversa operațiile aplicate sculpturii (inversul operației 2 B de rotație spre stânga este rotația spre dreapta 1 D (vezi figura din enunț)), pe care le vom afișa în ordine inversă pentru a obține operațiile ce trebuie aplicate machetei pentru a o aduce de la forma de lanț la forma sculpturii.