OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE INFORMATICĂ

Piatra-Neamt, 15-22 aprilie 2011

Proba 2 Clasa a X -a



Autor: Dan Pracsiu acces

Soluția 1 (40 - 45 puncte). Pentru fiecare interogare (x, y) să numărăm printr-un algoritm de tip Fill numărul componentelor accesibile din (x, y). Astfel complexitatea ar fi O(O x L x C).

Solutia 2 (100 puncte). Se construieste o matrice b cu L linii si C coloane în care b[i, j] va memora numărul de componente egale cu 0 accesibile în matricea inițială a pornind din poziția (i, j). Această matrice o construim în O (L x C), urmând ca apoi la fiecare interogare să răspundem în O(1). Complexitatea totală va fi deci $O(L \times C + Q)$.

Inițial construim prima linie și prima coloană din matricea b. Restul componentelor din b le obținem astfel:

- componentele din a marcate cu 1 care fac parte din eventualele dreptunghiuri de pe frontiera de Nord şi Vest le marcăm cu 0 în b.
- Celelalte poziții din b care corespund unor poziții din a de valoare 1 vor avea câte o valoare negativă. Astfel, dacă (i, j) este o poziție care face parte dintr-un dreptunghi de 1 care are colțul din stânga-sus în (p, q) atunci în b[i, j] se memorează valoarea din a[p-1, q-1], dar cu minus.
- Pentru fiecare poziție (x, y) cu a[x, y] = 0 vom avea cazurile:

```
1. a[x-1, y] = 1: atunci b[x, y] = 1 + b[x, y-1]
2. a[x, y-1] = 1: atunci b[x, y] = 1 + b[x-1, y]
3. a[x-1, y] = 0 și a[x, y-1] = 0:
       atunci b[x, y] = 1 + b[x, y - 1] + b[x - 1, y] - b[x - 1, y - 1], dacă <math>b[x - 1, y - 1] > 0
          sau b[x, y] = 1 + b[x, y - 1] + b[x - 1, y] + b[x - 1, y - 1], dacă b[x - 1, y - 1] \le 0
```

Ca exemplu, considerăm primele 4 coloane din matricea a din exemplul enunțului:

```
0000
0110
0110
0110
0 \ 0 \ 0 \ 0
În matricea b valorile vor fi:
1 2 3 4
2 - 1 - 1 5
3 -1 -1 6
4 -1 -1 7
```

5 6 7 14 (14 = 1 + 7 + 7 - 1, conform cazului 3)

Valoarea din dreapta-jos va fi completată conform cazului 3 de mai sus. Am retinut în b valori negative pentru a nu face confuzia cu cele pozitive care sunt corespunzătoare valorilor de 0 din a. Acea valoare este păstrată așa deoarece în cazul poziției (5,4) apar două trasee distincte din matricea a care pleacă din (5, 4) și care se pot întâlni (în acest caz în poziția (1, 1)). De fapt se scade astfel numărul componentelor de 0 comune celor două trasee.