Clasa a IX-a

Sursa: `suma.pas, suma.c, suma.cpp`
Intrare: `suma.in`
Ieşire: `suma.out`

Problema 3

Suma - soluţie

Problema cere să găsim o modalitate de a obţine un număr natural **S** ca sumă de un număr minin de termeni strict consecutivi **1 … Ns** dotaţi cu semn.

Intuitiv, pentru a avea o valoare **Ns** minimă, ar trebui să scădem cât mai puţini termeni. Pentru început considerăm că nu scădem nici o valoare si ne propunem sa aflăm care este acel cel mai mic N pentru care:

$\mathbf{S_0 = 1 + 2 + 3 + \ldots + N}$

$\mathbf{S_0 \geq S}$

Din **1 + 2 + … + X = S**, rezultă **X*(X+1)/2=S**.
Trebuie deci să rezolvăm ecuaţia de gradul doi:

$\mathbf{X^2 + X - 2*S=0}$

care va avea o rădăcină reală pozitivă: **X=(sqrt(1+8*S)-1)/2** pe care o vom rotunji prin adaos, la valoarea naturală **N**. Putem fi siguri că: **Ns ≥ N**.
Vom nota:

$\mathbf{N_1 = N + 1; N_2 = N + 2}$

şi vom demonstra că **Ns** poate fi: **N,** $\mathbf{N_1}$ sau maxim $\mathbf{N_2}$ adică putem obţine suma **S** cu maxim $\mathbf{N_2}$ termeni!

- Dacă diferenţa **D = N - S** este un **număr par** atunci
  soluţia este **Ns = N** şi suma termenilor care trebuie scăzuţi este **D/2** deoarece sigur nu putem obţine o soluţie cu **Ns < N**.

- Dacă D este **impar** atunci
  dacă diferenţa $\mathbf{D_1 = N_1 - S}$ este număr **par** atunci $\mathbf{Ns = N_1}$ şi
  suma termenilor care trebuie scăzuţi este $\mathbf{D_1/2}$ deoarece sigur nu putem obţine o soluţie cu $\mathbf{Ns < N_1}$.

- Dacă nici $\mathbf{D_1}$ nu este **par** atunci se demonstrează uşor în funcţie de paritatea lui **N** ca sigur $\mathbf{D_2}$ va fi par şi putem să procedam analog ca mai sus iar suma termenilor care trebuie scăzuţi va fi $\mathbf{D_2/2}$

Singura problemă ramasă neclarificată este identificarea termenilor între **1** şi **Ns** ce trebuie scăzuţi cunoscându-se suma lor pe care o notăm cu **M**.
M se poate obţine din maxim doi termeni de la **1** la **Ns.**

Complexitatea soluţiei este O(1).