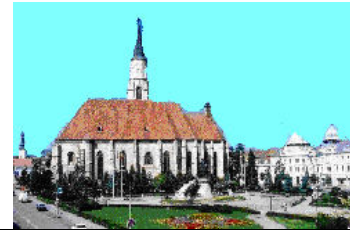
Tabăra de pregătire a Lotului Naţional de Informatică
Cluj-Napoca, 13-17 iunie, 2009
Baraj 3, Juniori



Problema 2 – multiplu

Autor: Victor Manz

Soluţie

Se descompune N în produs de factori primi ($N=d_1^{p1}* d_2^{p2}*\dots *d_m^{pm}$). Numărul de variante de alegere a K-şirurilor cu cel mai mic multiplu comun al componentelor egal cu N se obţine prin înmulţirea numărului de variante de alegere pentru fiecare divizor d_i în parte, notat nr_i.
nr_i se obţine făcând observaţia că puterea la care apare d_i în descompunerea în factori primi a fiecărei componente a K-şirului poate fi orice număr cuprins între 0 şi p_i. O restricţie suplimentară este aceea ca cel puţin unul dintre elementele K-şirului să se dividă cu d_i^{pi}. Dacă alegem ca prima componentă să se dividă cu d_i^{pi}, atunci pentru celelalte K-1 avem $(p_i+1)^{K-1}$ opţiuni. Dacă alegem ca a doua componentă să se dividă cu d_i^{pi} atunci pentru a nu număra de două ori variantele de alegere este necesar ca prima componentă să nu se dividă cu d_i^{pi} (deci există p_i variante de alegere a ei); pentru celelalte K-2 componente avem $(p_i+1)^{K-2}$ opţiuni. Se aplică acelaşi raţionament pentru fiecare dintre cele K componente şi se obţine:
$nr_i=(p_i+1)^{K-1}+p_i*(p_i+1)^{K-2}+p_i^2*(p_i+1)^{K-3}+\dots+p_i^{K-1}=(p_i+1)^K-p_i^k$. Pentru a calcula eficient acest rezultat este necesară exponenţierea logaritmică.
Rezultatul cerut este : $nr_1* nr_2*\dots *nr_m=((p_1+1)^K - p_1^k)* ((p_2+1)^K - p_2^k)*\dots *((p_m+1)^K - p_m^k)$. Pentru a-l obţine a fost necesară descompunerea în produs de factori primi a lui N (O(sqrt(N)), calcularea fiecărui nr_i= ($O(\log_2 K)$) şi a produsului acestora ($O(\log_2 N)$). Deci complexitatea totală este $O(sqrt(N) + \log_2 K* \log_2 N)$.