



Prietenie – descriere soluție

Stud. Andrei Parvu – Universitatea “Politehnica” București

Pentru început putem observa că dacă K colegi sunt prieteni, atunci relațiile de prietenie formează o clică (fiecare dintre ei este prieten cu fiecare).

Asadar, dacă avem N colegi și vrem să vedem câte prietenii distincte se pot forma, trebuie să vedem în câte moduri putem împarti cei N colegi în clici. Împartirea în clici este echivalentă cu partitionarea celor N colegi într-un număr anumit de partitii.

Presupunând că avem $M = 0$, vom calcula o dinamică $D[i][j]$ – numărul de moduri de a împarti primii i colegi în j partitii (de fapt calculăm numerele lui Stirling de speța a doua), rezcurența fiind $D[i][j] = D[i-1][j-1] + j * D[i-1][j]$.

Rezultatul va fi $\sum(D[N][i])$, $1 \leq i \leq N$.

Acum presupunem că $M > 0$, existând perechi (x, y) , însemnând că x nu e prieten cu y . Putem observa că, deoarece perechile sunt disjuncte, nu contează care sunt acestea, ci doar câte sunt. Dacă x nu e prieten cu y , atunci înseamnă că x nu e în aceeași partiție cu y .

Cu alte cuvinte pentru primii $M * 2$ colegi din cei N , va trebui să avem grijă ca un coleg cu indice par (2, 4, 6, etc) să nu fie în aceeași partiție cu cel dinaintea sa (1, 3, 5, etc).

Astfel formula de mai sus devine $D[i][j] = D[i-1][j-1] + j * D[i-1][j]$, pentru i impar, iar pentru i par $D[i][j] = D[i-1][j-1] + (j-1) * D[i-1][j]$, dacă $i \leq M * 2$. Pentru $i > M * 2$, se aplică formula inițială.

Rezultatul va fi tot $\sum(D[N][i])$, $1 \leq i \leq N$.

Complexitatea este $O(N^2)$.