

Șir

Soluție (Mircea Dima)

Vom calcula un vector $next[i]$ care ne va spune poziția următorului element care are valoarea $S - a[i]$. În caz că nu există o astfel de poziție, setăm $next[i] = -1$. Acesta se calculează în $O(n)$ folosind un *hash*.

Acum, ne rămâne să verificăm pentru fiecare interval $[i, next[i]]$ dacă respectă proprietățile. Acest lucru se poate face liniar obținându-se $O(n^2)$ (40 puncte) sau putem considera puncte în plan de coordonate $(i, next[i])$. Observăm că o subsecvență $[i, j]$ respectă cerințele dacă dreptunghiul $[i, i, j, j]$ conține exact $(j - i + 1)/2$ puncte.

Se poate implementa un arbore de intervale obținându-se complexitate $O(n \log^2 n)$ sau $O(n \log n)$ folosind rafinamentul Willard-Lueker. (100 puncte)

Soluție 2

Pornim de la observația că dacă o valoare x aparține șirului, valoarea $S - x$ ori nu există, ori este unică. Vom calcula un vector $other[i]$ care reține poziția elementului $S - a[i]$, dacă există. În continuare, pentru fiecare poziție din șirul numerelor vom găsi un interval $[min(i, other[i]), max(i, other[i])]$. Intervalul respectă condiția întâi, iar pentru a respecta și a doua cerință va trebui ca cea mai mare și cea mai mică valoare a vectorului $other[]$ din acest interval să nu depășească marginile intervalului. Determinarea valorii maxime și minime pe un interval se poate determina în complexitate $O(\log N)$ cu arbori de intervale. Complexitatea finală: $O(N \log N)$.