

Descriere Mojosort

Autor: Bogdan Iordache

Construim următoarea dinamică: $dp[i][j]$ - expected-ul minim pe care îl putem atinge, având la dispoziție i operații iar permutarea curentă are j inversiuni.

Fie $p[i][j]$ probabilitatea ca dând random shuffle la o permutare de lungime i să obținem o permutare cu j inversiuni. Aceasta se poate calcula în funcție de linia anterioară, numărând efectiv permutările cu j inversiuni poziționând valoarea i printre valorile permutării de lungime $i-1$. Aceasta precalculare se poate face în $O(N^3)$.

Recurența dinamicii este $dp[i][j] = \min(dp[i-1][j-1], \sum_{k=0}^{N(N-1)/2} p[N][k] \cdot dp[i-1][k])$. Cu alte cuvinte: fie consumăm o operație pentru a rezolva o inversiune, fie dăm random shuffle și ne uităm la toate stările în care putem ajunge, făcând o sumă ponderată după probabilitățile calculate. Observăm că suma din dreapta nu depinde de j , deci când calculăm linia i a dinamicii, calculăm suma o singură dată. Complexitatea acestei soluții este $O(N^4)$ și ar trebui să obțină 24 de puncte (ținând cont că afișarea se face în jojo-mode).

Încercăm să optimizăm soluția de mai sus. Pentru aceasta trebuie să facem câteva observații. Notăm S_i suma descrisă mai sus corespunzătoare liniei i . În primul rând, dacă alegem să facem o interschimbare, continuăm să facem interschimbări până la final (dacă am face random shuffle am fi irosit interschimbările anterioare), astfel pentru $dp[i][j]$ avem următoarele opțiuni:

- $dp[i][j] = 0$, dacă $i \geq j$
- $dp[i][j] = \min(j-i, S_i)$, altfel

Acum este evident că o linie a dinamicii are următoarea formă:

0 0 .. 0 1 2 3 .. $[S_i] S_i S_i .. S_i$

Este clar că putem reține informația despre această linie în $O(1)$ dacă știm valoarea lui S_i . Ca să obținem S_{i+1} mai avem nevoie doar de câteva sume parțiale pe linia $p[N]$ care pot fi calculate la început.

Complexitatea acestei soluții este $O(N^2)$ și ar trebui să obțină 60 de puncte (dacă afișăm în jojo-mode).

Pentru 100 de puncte, observăm că toate calculele pot fi făcute fără probleme în forma pq^{-1} modulo 10^9+7 , doar ca nu mai putem calcula partea întreagă a lui S_i . Putem rezolva acest lucru menținând în același timp și dinamica pe double.

Complexitate finală: $O(N^3 + T \cdot N^2)$.