Olimpiada Societății pentru Excelență și Performanță în Informatică, Etapa Națională
Descrierea Soluțiilor
Clasa a V-a

1 Problema ktlon

Propunător: prof. Florentina Ungureanu - Colegiul Național de Informatică Piatra-Neamț

Pentru rezolvarea cerinței 1 se determină pentru fiecare din cele k probe cel mai mare punctaj obținut de jucătorii echipei F și apoi cel mai mare punctaj obținut de jucătorii echipei R. Dacă punctajul maxim corespunzător echipei R este strict mai mare decât punctajul maxim al echipei R se incrementează numărul de probe câștigate de echipa R.

Pentru rezolvarea cerinței 2, o abordare posibilă este următoarea: pentru fiecare din cele k probe, atât pentru echipa F, cât și pentru echipa R, se determină cele mai mari cinci punctaje obținute de jucătorii echipei, dacă $n \geq 5$, sau primele n punctaje în caz contrar, în ordine descrescătoare. Cât timp primele cel mult cinci punctaje maxime corespunzătoare unei echipei sunt strict mai mari decât punctajul maxim obținut de jucătorii celeilalte echipe se adună la numărul de stele corespunzător acesteia numărul de stele obținut la proba curentă, conform enunțului problemei. Se afișează la final numărul maxim de stele obținut de o echipă.

2 Problema iepuras

Propunător: prof. Georgeta Iulia Balacea - Colegiul Național ”Vasile Alecsandri” Galați

Pentru rezolvarea problemei se utilizează tipuri de date simple: întregi și un vector de frecvență. În plus, se utilizează elemente de matematică din programa școlară a clasei a V-a. (Operații cu numere naturale, scrierea în baza 10 a unui număr natural) și structuri elementare de control (structura alternativă și structura repetitivă).

Cerința 1

Se descompune în cifre fiecare număr N dintre cele n numere citite și se reține numărul de apariții al cifrelor lui N într-un vector $cif[10]$ (cu cel mult 10 elemente).

Pentru determinarea numărului maxim (N_{max}) care se poate obține din cifrele distincte ale numărului N se parcurge vectorul de frecvență, de la poziția 9 către poziția 0. Dacă cifra i apare în scrierea zecimală a numărului N ($cif[i] \neq 0$) atunci $N_{max} = N_{max} \times 10 + i$.

Pentru determinarea numărului minim (N_{min}) care se poate obține din cifrele distincte ale numărului N se parcurge vectorul de frecvență, de la poziția 1 către poziția 9 și se caută prima valoare nenulă. Fie aceasta j. Atunci $N_{min} = j$ și se marchează faptul că s-a folosit cifra j, atribuind lui $cif[j]$ valoarea 0. Se parcurge apoi vectorul de frecvență de la 0 către 9. Dacă cifra i apare în scrierea zecimală a numărului N ($cif[i] \neq 0$) atunci $N_{min} = N_{min} \times 10 + i$.

Se afișează suma dintre cele două numere obținute, N_{max} și N_{min}.

Pentru fiecare număr N, dintre cele n numere citite, se inițializează vectorul de frecvență $cif[]$ cu 0.

Cerința 2

Pentru de a putea rezolva cerința a doua, mai întâi vom analiza câteva cazuri particulare și vom încerca să răspundem la câteva întrebări:

(1) Câte numere mai mici ca 2**4**3 au cifra **5** pe poziția zecilor?

50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
150	151	152	153	154	155	156	157	158	159

Răspuns: 20

(2) Câte numere mai mici ca 2**5**3 au cifra **5** pe poziția zecilor?

50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
150	151	152	153	154	155	156	157	158	159
250	251	252	253						

Răspuns: 24

(3) Câte numere mai mici ca 2**6**3 au cifra **5** pe poziția zecilor?

50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
150	151	152	153	154	155	156	157	158	159
250	251	252	253	254	255	256	257	258	259

Răspuns: 30

Analizând cu atenție aceste trei exemple, ne dăm seama că se disting trei cazuri. Pentru fiecare dintre aceste cazuri putem deduce câte o regulă generală prin care să calculăm răspunsurile:

Fie:

- s = cifra sutelor
- z = cifra zecilor
- u = cifra unităților

Atunci:

- dacă $z < 5$, atunci răspunsul este $s \times 10$
- dacă $z = 5$, atunci răspunsul este $s \times 10 + u + 1$
- dacă $z > 5$, atunci răspunsul este $(s + 1) \times 10$

Dacă vom analiza exemple cu mai multe cifre, putem generaliza următoarele reguli:

Fie un număr care scris pe cifre arată astfel: $ss \dots ss\mathbf{z}uu \dots uu$.

Fie CC cifra sa de control.

Fie nrU numărul de cifre notate cu u în scrierea de mai sus.

Atunci:

- dacă $z < CC$, atunci numărul de numere mai mici sau egale cu $ss \dots ss\mathbf{z}uu \dots uu$ care conțin cifra CC pe poziția cifrei notată cu z este $ss..ss * 10^{nrU}$
- dacă $z = CC$, atunci numărul de numere mai mici sau egale cu $ss \dots ss\mathbf{z}uu \dots uu$ care conțin cifra CC pe poziția cifrei notată cu z este $ss..ss * 10^{nrU} + uu..uu + 1$
- dacă $z > CC$, atunci numărul de numere mai mici sau egale cu $ss \dots ss\mathbf{z}uu \dots uu$ care conțin cifra CC pe poziția cifrei notată cu z este $(ss..ss + 1) * 10^{nrU}$

Calculând în prealabil cifra de control, iterând prin cifrele numărului și cu ajutorul acestor reguli, putem calcula răspunsul cerinței a doua.

Cerința 2 (explicație alternativă)

Cifra de control a unui număr natural nenul este egală cu 9 dacă numărul este multiplu de 9 sau este egală cu restul împărțirii la 9 a numărului dat, dacă restul este nenul.

Soluția problemei se bazează pe scrierea în baza 10 a unui număr natural.

Pentru fiecare dintre cele n numere scrise de iepuraș pe ouă se determină cifra de control.

Numărul de apariții al cifrei de control în scrierea tuturor numerelor naturale nenule mai mici sau egale cu un număr natural N se determină analizând scrierea în baza 10 a numărului.

Fie n_0 cifra unităților, n_1 este cifra zecilor, $\dots$ și n_k cifra cea mai semnificativă a numărului natural N. Atunci $N = n_0 + n_1 \times 10 + n_2 \times 10^2 + \dots + n_k \times 10^k$.

Notăm cu c cifra de control a numărului natural nenul N.

Soluția care analizează apariția cifrei de control c în scrierea tuturor numerelor naturale nenule mai mici sau egale cu numărul N descompunând în cifre toate numerele din interval rezolvă suficient de rapid grupa de teste în valoare de 24 de puncte.

Pentru punctaj maxim însă, va trebui să găsim un alt mod de a calcula răspunsul.

Se calculează de câte ori apare cifra c pe poziția unităților în toate numerele naturale mai mici sau egale cu N. Astfel, cifra c apare pe poziția unităților de $N/10$ ori. Dacă n_0 (cifra unităților numărului N) este mai mare sau egal cu c atunci numărul de apariții al cifrei de control se mărește cu 1.

Se calculează apoi de câte ori apare cifra c pe poziția zecilor în toate numerele naturale mai mici sau egale cu N. Astfel, cifra c apare pe poziția zecilor de $N/100$ ori. Dacă n_1 (cifra zecilor numărului N) este mai mare decât c atunci numărul de apariții al cifrei de control se mărește cu 10, în schimb, dacă n_1 este egală cu cifra de control atunci numărul de apariții al cifrei de control se mărește cu $n_0 + 1$.

În general, se calculează de câte ori apare cifra c pe poziția p în toate numerele naturale mai mici sau egale cu N. Astfel, cifra c apare pe poziția p de $N/10^{(p+1)}$ ori. Dacă n_p este mai mare decât c atunci numărul de apariții al cifrei de control se mărește cu 10^p, în schimb, dacă n_p este egală cu c atunci numărul de apariții al cifrei de control se mărește cu $(N\%10^p) + 1$.

De exemplu, pentru numărul 123, cifra de control este 6.

Cifra 6 apare pe poziția unităților de 12 ori, pe poziția zecilor de $1 \times 10 = 10$ ori și niciodată pe poziția sutelor. În total, în scrierea zecimală a numerelor $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, \ldots, 60, 61, 62, \ldots, 123$ cifra 6 apare de 22 de ori.

3 Problema taieri

Propunător: prof. Marius Nicoli - Colegiul Național ”Frații Buzești” Craiova

Pentru un set a, b, c, d dat la intrare putem parcurge șirul pentru a determina mai intai dacă se pot obține d bare de lungime 8. De exemplu, dacă o bară dată are lungimea $V[i]$, din ea putem obține $V[i]/8$ bare de lungime 8. Înlocuim $V[i]$ cu valoarea rămasă pentru a putea utiliza acum $V[i]$ și în scopul tăierii unor bare de lungimi mai mici.

Dacă reușim să obținem din tot șirul d bare de lungime 8, putem relua procedeul pentru bare de lungimi 4, apoi 2 și apoi 1.

Aplicănd metoda descrisă mai sus pentru fiecare set din fișierul de intrare obținem un algoritm corect dar care nu se încadrează în timp pe testele mari (la fiecare set de la intrare ar fi necesară traversarea întregului șir de valori inițiale).

Următoarea observație ne permite să obținem o soluție mai rapidă.

Dacă putem obține bare de o anumită lungime L ca surplus față de ce este necesar, se poate să le tăiem pe jumătate și le luăm în calcul apoi pentru lungimea $L/2$.

Astfel, fără să ne intereseze pentru început valorile din seturile de câte 4 numere, putem determina pentru șirul celor n lungimi următoarele valori:

- Numărul maxim de bare de lungime 8 (notat $Nr[8]$) care se pot obține (adunăm la o variabilă valorila $V[i]/8$ pentru toate elementele din vector); Înlocuim apoi fiecare valoare cu $V[i]\%8$.
- Pe noul vector, reluăm procedeul pentru lungimile $4, 2, 1$, calcuând astfel 4 valori.

Apoi, pentru un set de 4 lungimi date a, b, c, d este suficient sa consultăm cele 4 valori calculate anterior ($Nr[1]$, $Nr[2]$, $Nr[4]$, $Nr[8]$). Dacă $d > Nr[8]$, nu avem soluție. În caz contar adunăm la $Nr[4]$ valoarea $(Nr[8] - d) \times 2$ (surplusul de lungime 8 permite obținerea de număr dublu de bare de lungime 4). Același raționament îl aplicăm apoi pentru 4, 2, 1, în această ordine.

Această soluție permite traversarea vectorului initial de un număr constant de valori pentru a obține informațiile Nr, iar în etapa a doua, pentru fiecare set a, b, c, d este suficient să interogăm doar cele 4 valori Nr.

Echipa

Setul de probleme pentru această rundă a fost pregătit de:

- prof. Georgeta Iulia Balacea - Colegiul Național ”Vasile Alecsandri” Galați
- prof. Dan Octavian Dumitrașcu - Colegiul Național ”Dinicu Golescu” Câmpulung-Muscel
- prof. Violeta - Marilena Grecea - Colegiul Național de Informatică ”Matei Basarab” Râmnicu-Vâlcea
- prof. Marius Nicoli - Colegiul Național ”Frații Buzești” Craiova
- prof. Adriana Simulescu - Liceul Teoretic ”Grigore Moisil” Timișoara
- olimpic internațional (2003 - 2006) Dan-Constantin Spătărel
- prof. Florentina Ungureanu - Colegiul Național de Informatică Piatra-Neamț