cladire – descriere solutie

Autor: prof. Cristina Iordaiche –Liceul "Grigore Moisil" –Timişoara

Clădirea de dimensiuni 2x2xH este formată din 4 turnuri alăturate, fiecare având dimensiunea 1x1xH.

Aceste turnuri pot fi construite foarte simplu, punând piesele de una peste alta până când ajungem la dimensiunea dorită. Astfel, problema este echivalenta cu următoarea:

Câte turnuri diferite de dimensiune 1x1x4H se pot construi folosind exact N piese negre şi atâtea piese albe câte sunt necesare?

Piesele negre pot fi poziţionate oricum, dar în 3 poziţii nu se pot plasa piese albe:

la înălţimile [H,H+1], [2H,2H+1] si [3H,3H+1].

Nu putem poziţiona piese albe în poziţiile menţionate pentru că vrem ca acest turn de înălţime 4H să poată fi împărţit exact în 4 turnuri de înălţime H care să fie alăturate pentru a forma turnul iniţial de dimensiune 2x2xH. Evident, turnul poate fi împărţit doar la îmbinarea a două piese.

O altă soluţie propusă de ***prof. Marius Nicoli – C.N. "Fratii Buzesti" – Craiova*** este:

Calculăm valorile: T[i] = numărul de turnuri de bază 1x1, înălţime H şi care folosesc i cuburi negre.

Soluţia problemei este valoarea $\sum_{a+b+c+d=H} T[a]*T[b]*T[c]*T[d]$.

Valoarea T[i] o calculăm ca fiind: 0 dacă i şi H au parităţi diferite, respectiv $C_{(H-i)/2+i}^{(H-i)/2}$, dacă i şi H au aceeaşi paritate. Valoarea (H-i)/2 + i reprezintă numărul total de piese ce se pot folosi iar valoarea (H-i)/2 reprezintă numărul de piese paralelipipedice.

Putem calcula suma în timp de ordin H^3 fixând a, b, c şi calculănd d = H – a – b – c; Pentru complexitate de ordin H^2 este necesară următoarea optimizare: calculăm S[i] ca fiind numărul de turnuri cu baza 1x2, înălţime H şi care folosesc i cuburi.

$S[i] = \sum_{a+b=H} T[a]*T[b]$.

Soluţia este acum: $\sum_{i+j=H} S[i]*S[j]$.