Problema pătrate

Autor: prof. Dana Marcu, Colegiul Economic „Dimitrie Cantemir" Suceava

Descrierea soluţiei

Prof. Emanuela Cerchez, Colegiul Naţional „Emil Racoviţă" Iaşi

Vom citi valoarea lui `n`, apoi numărul `m` de pătrate în care se află numărul la care s-a gândit Ştefan (să-l notăm cu `x`), apoi vom citi succesiv cele `m` poziţii. Numărul `x` este acel număr care are, în scrierea în baza 2, cifrele de pe poziţiile specificate egale cu `1`. Convertim acest număr în baza 10 şi astfel am rezolvat prima cerinţă.

Pentru a rezolva cea de a doua cerinţă trebuie mai întâi să determinăm latura pătratului în care încap numerele.
Să notăm cu `p`, poziţia corespunzătoare primului pătrat menţionat de Ştefan.
Există $nr=2^{(n-1)}$ numere care au cifra `1` pe poziţia `p`.
Latura minimă a pătratului în care încap cele `nr` numere este cel mai mic pătrat perfect `>=nr`.
Pentru a afla linia şi coloana pe care se află numărul x în primul pătrat menţionat de Ştefan putem proceda în mai multe moduri.

Varianta 1 (punctaj maxim: 50 de puncte)
Construim efectiv matricea, plasând în ordine crescătoare numerele conform enunţului. Această soluţie obţine maxim 50 de puncte (deoarece va fi depăşită memoria). În funcţie de modul de parcurgere a numerelor (secvenţial) poate fi depăşit şi timpul maxim de execuţie.

Varianta 2: (punctaj maxim: 90 de puncte)
Nu construim efectiv matricea, ci doar simulăm parcurgerea pe coloane a acesteia, până ajungem la poziţia pe care se plasează numărul `x`. Dacă parcurgem numerele naturale secvenţial, din `1` în `1`, verificând la fiecare pas faptul că în baza 2 avem cifra de pe poziţia `p` egală cu `1`, se va depăşi timpul maxim de execuţie. O idee mai interesantă este să construim direct doar numerele care în baza `2` au cifra de pe poziţia `p` egală cu `1` (parcurgând numerele naturale de la `0` la $2^{(n-1)}-1$ şi inserând `1` pe poziţia `p` în reprezentarea binară a acestora). Implementând astfel în mod corect se pot obţine 90 de puncte.

Varianta 3 (100 puncte)
Nu se parcurg secvenţial numerele naturale de la `0` la $2^{(n-1)}-1$, ci calculăm direct linia şi coloana pe care se află `x` în pătratul `p`. Pentru aceasta, eliminăm din `x` cifra `1` de pe poziţia `p`, obţinând astfel al câtelea număr în ordine crescătoare este acesta (să notăm `poz` această valoare). Atunci:

```
col=poz/dim+1;
lin=poz%dim+1;
```

Varianta 4 Soluție fără operații pe biți (100 de puncte)

Prof. Carmen Popescu – Colegiul Naţional ”Gheorghe Lazăr” Sibiu
Prof. Daniela Marcu – Colegiul Economic ”Dimitrie Cantemir” Suceava

Fie x numărul căruia îi determinăm poziția în pătratul p. Calculăm numărul de numere mai mari strict decât x și care au pe poziția p valoarea 1. Se observă că aceste numere se obțin punând pe poziția k valoarea 1, iar cifrele din dreapta acestei poziții pot lua oricare dintre valorile 0 sau 1. Rezultă că sunt $2^{(k-1)}$ valori mai mari. Însumând aceste valori, pentru toate pozițiile k pe care există un 0 se obține valoarea dorită.
Numărul de valori mai mici decât x din pătratul p, pe care-l notăm cu v, este $2^{(n-1)}$ din care scădem valoarea calculată mai sus.