

PROBA 2

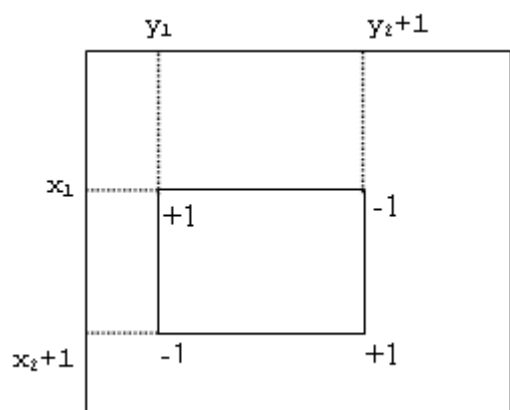
CLASA A IX-A

plaja

100 puncte

Prima cerință cere determinarea numărului de dreptunghiuri care nu conțin în interiorul lor nicio zonă în care se găsește o umbrelă. Rezolvarea pentru acest pas are complexitate  $O(N \cdot U)$ , testând pentru fiecare dreptunghi din cele  $N$  dacă există o umbrelă pe care să o includă. Testarea se va face parcurgând efectiv lista de umbrele. Această abordare garantează obținerea a 40 de puncte.

Pentru a rezolva eficient și cea de-a doua cerință, procedăm în felul următor: atunci când avem un dreptunghi de coordonate  $(x_1, y_1, x_2, y_2)$  pe care trebuie să îl așezăm pe plajă, incrementăm cu 1 valoarea din celulele  $(x_1, y_1)$  și  $(x_2+1, y_2+1)$  și scădem cu 1 valoarea din celulele  $(x_1, y_2+1)$  și  $(x_2+1, y_1)$ , după cum se observă în desenul alăturat. Atunci când facem suma elementelor pe orice submatrice de colțuri  $(1, 1)$



și  $(i, j)$ , observăm că se va aduna o unitate în orice celulă care aparține dreptunghiului considerat. Astfel, de fiecare dată când avem un dreptunghi care trebuie așezat, adunăm sau scădem 1 în celulele menționate. După amplasarea tuturor celor  $N$  dreptunghiuri, calculăm suma  $S_{i,j}$  pe orice submatrice de colțuri  $(1, 1)$  și  $(i, j)$ , folosind următoarea relație:

$S_{i,j} = S_{i-1,j} + S_{i,j-1} - S_{i-1,j-1} + V_{i,j}$ , unde  $V_{i,j}$  este valoarea de pe poziția  $(i, j)$ .

Dacă  $S_{i,j} > 0$ , atunci  $(i, j)$  este acoperit de cel puțin un prosop. Facem din nou sume parțiale pe această matrice nou obținută, în care considerăm  $S_{i,j} = 1$  dacă și numai dacă  $(i, j)$  este acoperit de cel puțin un prosop. Pentru a testa în  $O(1)$  dacă o suprafață  $(x'_1, y'_1, x'_2, y'_2)$  din cele  $M$  este în întregime liberă, calculăm suma  $S_{x'_2,y'_2} - S_{x'_2,y'_1-1} - S_{x'_1-1,y'_2} + S_{x'_1-1,y'_1-1}$ . Dacă această sumă este 0, înseamnă că suprafața este liberă, iar în caz contrar va exista cel puțin o zonă în interiorul suprafeței care este acoperită.

Complexitatea finală este  $O(N \cdot U + A \cdot B + M + N)$ .

prof. Sichim Cristina – Colegiul Național “Ferdinand I” Bacău

Filip Cristian Buruiană, Universitatea Politehnică București

Marius Dumitran, Universitatea București