Problema 3– suma - descriere soluţie

Autori: Maria Niţă şi Adrian Niţă, Colegiul Naţional „Emanuil Gojdu" Oradea

Conform teoremei împărţirii cu rest pentru oricare două numere naturale a şi b există în mod unic numerele naturale c şi r astfel încât $a = b*c + r \quad (0 \le r < c)$.
Dacă avem

$$a_1 = b_1*c + r_1$$
$$a_2 = b_2*c + r_2$$
$$a_1 + a_2 = b_1*c + b_2*c + r_1 + r_2$$
$$a_1 + a_2 = c*(b_1+b_2) + r_1 + r_2$$

Dacă $(r_1 + r_2)$ se divide cu **c** atunci numărul $(a_1 + a_2)$ se divide cu **c**.
În cazul problemei, citindu-se **n** şi **k,** termenii `1, 2, 3, 4, 5, 6, ...... ,n` se pot aşeza în **k** grupe în funcţie de restul împărţirii lor la **k** (rest = `0, 1, 2, … , k-1`).
Se vor alege valorile din mulţimile care au restul împăţirii la **k:** `1, 2, 3,… ,[k/2]` pentru **k** număr impar şi valorile din mulţimile care au restul împărţirii la **k:** `1, 2, 3, … ,[k/2]-1` pentru **k** număr par.
Dacă mulţimea valorilor divizibile la **k** este diferită de mulţimea vidă atunci la valorile alese mai sus se adaugă un termen (oricare dintre cei nealeşi) ceea ce înseamnă creşterea cu 1 a numărului de elemente din mulţimea soluţie.
Dacă valoarea **k** este număr par atunci la valorile alese se mai adaugă încă un termen (oricare) din mulţimea acelor valori care au restul **k/2** la împărţirea cu valoarea **k**.

Problema se poate rezolva prin determinarea unui vector
R_i = numărul valorilor care au restul împărţirii la k egal cu i $(0 \le i < k)$
şi determinarea numărului conform indicaţiei precizate mai sus.

O altă rezolvare se poate realiza prin determinarea unei formule de calcul conform algoritmului pseudocod:

```
dacă k<n atunci sol ← 1
         altfel sol ← 0
sfârşit_dacă;
rest ← n mod k
cat ← n / k
dacă k mod 2 =1 atunci x ← k div 2
                altfel x ← k div 2 -1
sfârşit_dacă;
sol ← cat * x
dacă rest > x atunci sol ← sol + x
              altfel sol ← sol + rest
sfârşit_dacă;
dacă k mod 2 = 0 atunci sol ← sol + 1
sfârşit_dacă;
```