

|   |  |                       |
|---|--|-----------------------|
|  | <b>OLIMPIADA DE INFORMATICĂ</b><br><b>Etapa municipală – IAȘI, 20 februarie 2010</b> | <b>Clasele XI-XII</b> |
|   |  |                       |

## Șiruri - Soluție

prof. Constantin Crețu, Colegiul Național

```

int LevenshteinDistance(char s[1..m], char t[1..n])
{
    declare int d[0..m, 0..n]

    for i from 0 to m
        d[i, 0] := i //stergere
    for j from 0 to n
        d[0, j] := j //inserare

    for j from 1 to n
    {
        for i from 1 to m
        {
            if s[i] = t[j] then
                cost:=0
            else
                cost:=1
            d[i, j] := minimum(d[i-1, j] + 1, d[i, j-1] + 1, d[i-1, j-1]+cost)
        }
    }
    return d[m, n]
}

```

Algoritmul poate folosi o matrice de dimensiune  $m \times n$  ( $m$  dimensiunea primului sir, iar  $n$  dimensiunea celui de-al doilea sir) sau prin operatia de copiere a coloanei a doua peste prima se poate folosi doar o matrice de dimensiune  $m \times 2$ .

În cazul algoritmului cu matricea de dimensiune  $m \times n$  se initializeaza prima linie si prima coloana cu valoarea indicelui randului respectiv coloanei, deoarece  $s[1 \dots i]$  poate fi transformat în șirul gol  $t[1 \dots 0]$ , prin eliminarea tuturor caracterelor. În mod similar, se poate transforma  $s[1 \dots 0]$  în  $t[1 \dots j]$  prin simpla adăugare a tuturor caracterelor.

Minimul este de luat din trei distanțe:

1. Dacă se poate transforma  $s[1 \dots i]$  în  $t[1 \dots j-1]$  în  $k$  operații, atunci putem adăuga pur și simplu  $t[j]$  după aceea pentru a obține  $t[1 \dots j]$ , în  $k+1$  operații.
2. Dacă se poate transforma  $s[1 \dots i-1]$  în  $t[1 \dots j]$  în  $k$  operații, atunci putem face aceleași operații pe  $s[1 \dots i]$  și apoi să scoatem originalul  $s[i]$  la sfârșit în  $k+1$  operații.
3. Dacă se poate transforma  $s[1 \dots i-1]$  în  $t[1 \dots j-1]$  în  $k$  operații, atunci putem face același lucru la  $s[1 \dots i]$  și apoi să facem o substituție a lui  $t[j]$  cu originalul  $s[i]$  la sfârșit, dacă este necesar, care necesită  $k + \text{cost}$  operații. Costul poate fi 0 sau 1, în funcție de egalitatea între  $s[i]$  și  $t[j]$ .

Operațiile necesare pentru a transforma  $s[1 \dots n]$  în  $t[1 \dots m]$  reprezintă numărul necesar de a transforma toate caracterele din  $s$  în cele din  $t$ , astfel încât  $d[n, m]$  deține rezultatul nostru.

|   |  |                       |
|---|--|-----------------------|
|  | <b>OLIMPIADA DE INFORMATICĂ</b><br><b>Etapa municipală – IAȘI, 20 februarie 2010</b> | <b>Clasele XI-XII</b> |
|   |  |                       |

### Descrierea soluției

prof. Emanuela Cerchez

Să notăm cu A și B cele două șiruri de caractere, de lungime n, respectiv m.

Vom nota cu  $A_i$  sufixul șirului A care începe la poziția i ( $0 \leq i < n$ ), iar cu  $B_j$  sufixul șirului B care începe la poziția j ( $0 \leq j < m$ ).

Vom rezolva problema prin programare dinamica

Subproblemă:

Să se determine numărul minim de operații necesare pentru transformare sufixului  $A_i$  în sufixul  $B_j$ .

Relația de recurență:

$Nrmin(i,j) = \min \{$   
 $\quad 1 + Nrmin(i+1,j) // \text{sterg caracterul de pe poziția } i \text{ din } A$   
 $\quad 1 + Nrmin(i,j+1) // \text{inserez caracterul de pe poziția } j \text{ din } B$   
 $\quad 1 + NrMin(i+1,j+1) // \text{inlocuiesc caracterul de pe poziția } i \text{ cu caracterul de pe poziția } j$   
 $\quad \}, \text{ dacă } A[i] \neq B[j]$

Dacă  $A[i] = B[j]$ , atunci  $NrMin[i][j] = NrMin[i+1][j+1]$ .

Evident,

$Nrmin(i,m) = n-i // \text{stergem ultimele } n-i \text{ caractere din } A, 0 \leq i < n$

$Nrmin(n,j) = m-j // \text{inseram ultimele } m-j \text{ caractere din } B, 0 \leq j < m$

$Nrmin(n,m) = 0;$

Soluția problemei se obține în  $Nrmin(0,0)$ .