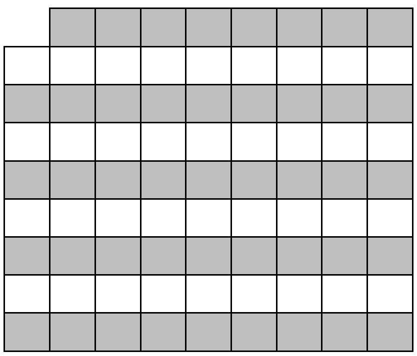
Pavele - descrierea soluției

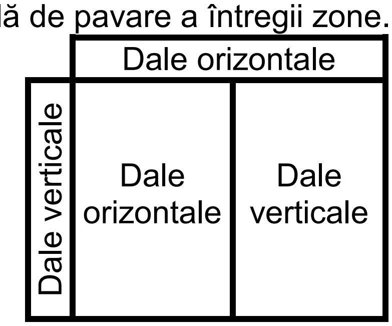
Propunător, prof. Marius Nicoli,
Colegiul Național “Frații Buzești”, Craiova

Ne gândim mai întâi dacă putem pava toată suprafața. O primă condiție (ca numărul total de elemente să fie par) este îndeplinită întrucât n fiind impar, n^2-1 (numărul de elemente rămase) este par. Fie n = 2m+1. Suprafața dată fiind de latură impară, ne-o putem imagina astfel (rândurile sunt colorate alternativ în negru și alb):



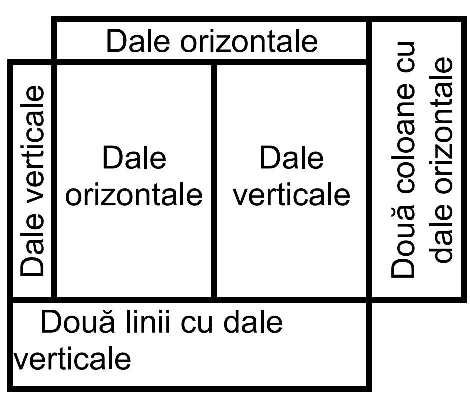
Sunt $(2m+1)^2-2m-1 = 4m^2+4m+1-2m-1 = 4m^2+2m$ celule fără să le socotim pe cele de pe primul rând. Jumătate dintre acestea sunt albe și jumătate negre, deci avem $2m^2+m$ celule albe. Numărul de perechi de dominouri necesare este $((2m+1)^2-1) / 4 = m^2+m$. Deci acesta ar fi totodată numărul de dominouri verticale necesare. Orice domino vertical ocupă o celulă albă și una neagră, așadar, din cele $2m^2+m$ celule albe, m^2+m fiind ocupate de dominourile verticale mai rămân m^2 pentru a fi acoperite cu dominouri orizontale. De aici deducem că m^2 trebuie să fie par, deci m trebuie să fie par. Așadar, dacă m este impar, pavarea nu este posibilă în întregime.

Pentru m par se poate găsi o regulă de pavare a întregii zone. De exemplu:



Așadar, pentru m impar, nefiind posibil să umplem toată zona, găsim următoarea modalitate de a umple rămânând 4 celule neacoperite (asta însemnând două dale, deci cel mai bine posibil, fiind vorba de număr egal de dale orizontale și verticale).

Soluția propusă se obține îmbrăcând cu două linii și cu două coloane o pavare completă pentru m par:



Cele patru celule din colțul din dreapta jos rămân nepavate.