



Problema arbsort

Autor: Adrian Panaete, Colegiul National A.T. Laurian, Botoșani

Soluția $O(N^2 \cdot \text{operații pe numere mari})$ – 100 puncte

Putem observa că pentru orice arbore etichetat conform regulii din enunț vectorul $tata$ va avea două proprietăți:

1. $i < j \Rightarrow x_i \leq x_j$ adică avem șir crescător
2. $x_i < i$ deoarece tatăl unui nod se află pe nivel mai mic deci are eticheta mai mică decât nodul.

Se observă deasemenea că orice șir care îndeplinește cele două proprietăți determină (evident în mod unic) un arbore cu N noduri.

Vom construi o matrice D cu următoarea semnificație

$D[i][j]$ = în câte moduri se poate construi un șir x care respectă condițiile 1. și 2. dacă avem șirul deja construit până la poziția i și urmează să folosim la acea poziție valoarea j .

Odată construită matricea (se pornește de la $i = N$ spre $i = 1$) vom putea să recuperăm șirul prin parcurgerea matricei de la prima linie spre ultima.

În funcție de linia i și coloana j în care ne găsim în matrice vom avea două alternative:

1. P este mai mare decât $D[i][j]$ și atunci valoarea candidată j este prea mică deci trecem la valoarea din linia i coloana $j+1$ având grija să scădem din P valoarea $D[i][j]$.
2. P este mai mic sau egal decât valoarea $D[i][j]$ atunci valoarea candidată e cea corectă și trecem la următoarea poziție deci ne mutăm la linia $i+1$ coloana j deoarece pe poziția următoare valoarea candidată minimă este tot j . În acest caz P nu se modifică.

Pentru a obține punctajul maxim trebuie folosite numere mari deoarece numărul total al arborilor cu N noduri va fi numărul lui Catalan de ordin $N-1$ și pentru N mai mare de 30 acesta deja depășește numerele pe 64 biți.