Problema 1 alinieri

Descriere a unei/unor soluții posibile

Propunător:

prof. **Cheşcă Ciprian**
Liceul Tehnologic "Grigore C. Moisil" Buzău

Varianta 1

Având în vedere că vitezele de rotație ale planetelor sunt numere naturale, atunci cu siguranță putem afirma că după un număr de 360 de zile toate planetele se vor găsi aliniate în punctul de unde au plecat, deoarece 360 * k este multiplu de 360, pentru k număr natural.

Să observăm în continuare că planetele se pot alinia pe o dreaptă care trece prin centrul stelei S atât de o parte cât și de cealaltă a stelei, ceea ce înseamnă că sunt suficiente 180 de zile pentru ca toate planetele să fie cu siguranță aliniate. În această situație o planetă se poate găsi ori în punctul inițial de plecare ori decalată cu 180^0, adică de cealaltă parte a stelei S.

Așadar în intervalul cuprins între 1 și 180 de zile un număr de P plante vor fi cu siguranță aliniate. Pentru a afla exact zilele în care loc aceste alinieri vom folosi un vector de contorizări și pentru fiecare zi, cuprinsă între 1 și 180, vom determina poziția exactă a fiecărei planete, ținând cont că această poziție este dată de un unghi cuprins între 1 și 180. Așadar această simulare determină, pentru fiecare zi, câte planete sunt aliniate și pe ce poziții. Se determină apoi câte astfel de alinieri se fac într-un interval de 360 zile și acest număr se înmulțeste cu numărul Z/360. Se mai determină separat câte alinieri mai au loc în Z%360 și se adună la totalul anterior.

Varianta 2

La cele explicate în varianta anterioară putem face observația că analizand datele de intrare și anume că vitezele sunt numere naturale ≤ $\mathbf{10^3}$ și că sunt în total maxim $\mathbf{10^5}$ planete este clar că vor fi planete care au aceeași viteză și se comportă similar.

Deci putem de la început să grupăm planetele care au aceeași viteză%180 utilizând încă un vector de frecvență. Această soluție obține 100 puncte.

Problema 2 arh

Descriere a unei/unor soluții posibile

Propunător:
prof. **Nodea Eugen**
Colegiul Național ”Tudor Vladimirescu”, Tg-Jiu

Soluție care folosește recursivitatea indirectă

Problema se încadrează în categoria: evaluare de expresii (parser de expresii).
Șirul arhivat **S** poate fi format din niciuna, una sau mai multe secvențe ce pot fi rezolvate folosind cele 3 tipuri de transformări.
Descompunem șirul în atomi, prin atomi înţelegând:

- număr
- paranteză rotundă deschisă
- paranteză rotundă închisă
- paranteză pătrată deschisă
- paranteză pătrată închisă

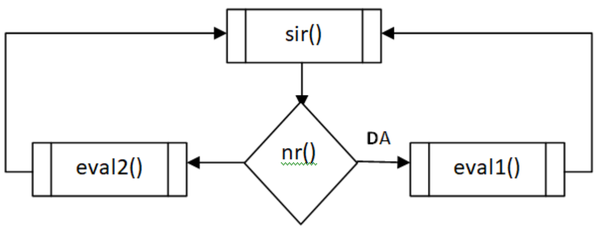
Se definesc astfel funcţiile

- `eval1();` - calculează parantezele `()`
- `eval2();` - calculează parantezele `[]` în funcție de tipul 2 sau 3
- `sir();` - formează șir de caractere dezarhivat
- `numar();` - formează numărul `n`
- `eval();` - funcția care apelează / ”adună” toate celelalte funcții

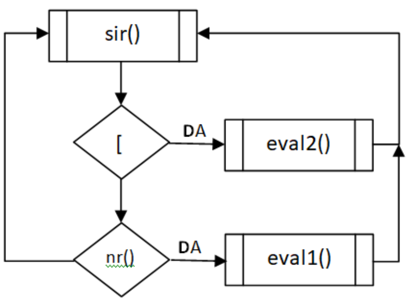
Funcția `eval()`

```
T = ""; ///initial sirul dezarhivat este vid
Cat timp ( ! sfarsit_sir_S ) executa
   T += sir(); /// daca avem secventa de litere, acestea se concateneaza la T
   daca nr() atunci /// avem transformare de tipul 1 delimitat de parenteze ()
         C = eval1()
         T += n * C  /// concatenam de n ori secventa de litere C
   altfel daca avem [ atunci /// avem transf. de tipul 2/3 delimitat de paranteze []
               C = eval2()
           altfel T += sir()
sf_cat_timp
```

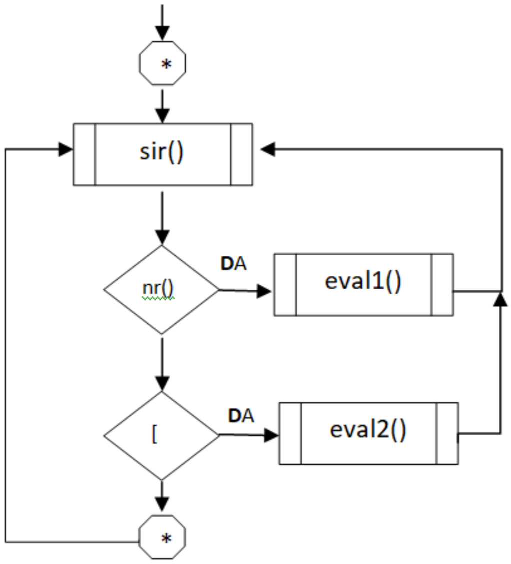
Schematic putem sintetiza funcția **`eval()`** astfel:



Funcția **`eval1()`**:



Funcția **`eval2()`** :



Complexitatea: O(n)

O altă abordare în rezolvarea problemei o reprezintă lucru cu stive (câte o stivă pentru fiecare transformare în parte), ceva mai complexă ca implementare, dar care asigură punctaj maxim.

Problema 3 leftmax

Propunător:

stud. **Tamio-Vesa Nakajima**

Oxford University

Complexitatea O(N^3): 15 puncte

Pentru această complexitate, putem considera toate subsecvențele de elevi consecutivi, să găsim elevul de înălțime maximă iterând prin elementele secvențelor. Rămâne doar să numărăm câte subsecvențe satisfac condiția din enunț.

Complexitatea O(N^2): 45 puncte

Pentru această complexitate, pornim de la soluția de 15 puncte, dar observăm că, dacă parcurgem subsecvențele în ordine crescătoare după poziția primului elev din subsecvență, iar în caz de egalitate în ordine crescătoare după poziția ultimului elev din subsecvență, atunci putem să aflăm poziția elevului de înălțime maximă în timp constant pentru fiecare subsecvență. Acest lucru se datoarează faptului ca elevul de înălțime maximă printre cei de la al **i**-lea până la al (**j+1)**-lea elev este fie cel de înălțime maximă printre cei de la al **i**-lea până la al **j**-lea elev (pe care deja îl cunoaștem), fie fix elevul de pe poziția **j+1.**

Complexitatea O(N): 100 puncte

Vom stoca înălțimile copiilor într-un *vector.* Într-o primă fază, putem folosi o *stivă* pentru a calcula două *șiruri* **st** și **dr** unde **st(i)** reprezintă poziția cea mai mică **j** pentru care toți copiii între **j** și **i** sunt mai mici sau egali cu cel pe poziția **i**, și **dr(i)** reprezintă poziția cea mai mare **j** pentru care toți copiii între **i** și **j** sunt mai mici sau egale cu cel pe poziția **i**. Această precalculare poate fi realizată în timp linear.

Acum, iteram prin șir. Când suntem la poziția **i** considerăm toate subsecvențele de copii pentru care copilul cel mai înalt este pe poziția **i.** Din definitia lui **st, dr** reiese că, dacă subsecvențele acestea sunt de la al **x**-lea copil la al **y**-lea copil, atunci $st(i) \le x \le i \le y \le dr(i)$. Pe noi ne intereseaza acele subsecvențe unde, mai mult, avem că $i - x \le y - i$. Daca notam pe **i - st(i)** cu **L** și pe **dr(i) - i** cu **R** atunci se poate demonstra că sunt

(min(L, R) + 1) * (R - L+ 2 + max(R, L)) / 2

Formula se demonstrează astfel.

Luam două cazuri, unul unde $L \le R$, unul unde **L > R.**

- Dacă $L \le R$ atunci formula devine **(L + 1) * (2 * R - L) / 2.** În cazul acesta, putem fixa pe **i-x** de la **0** la **L**, iar pentru fiecare mod de a il fixa, putem fixa pe **y-i** de la **i-x** la **R**. Astfel, vrem suma progresiei aritmetice cu **L+1** termeni unde primul termen este **R** iar ultimul termen este **R - L**, adica fix formula data mai sus.
- Daca **L > R**, atunci formula devine **(R + 1) * (R + 2) / 2.** În cazul acesta, putem fixa pe **y-i** de la **0** la **R**, iar pentru fiecare mod de a il fixa, putem fixa pe **i-x** de la **0** la **y-i**. Astfel, vrem suma progresiei aritmetice cu R**+1** termeni unde primul termen este **1** iar ultimul termen este **R+1**, adica fix formula data mai sus.

Tot ce rămâne acum este însumarea acestora pentru toate valorile lui **i**.