Descrierea soluției – problema Colina

drd. Paul Diac, Facultatea de informatică Iași

Problema admite mai multe soluții parțiale și mai multe soluții pentru punctajul maxim:

Soluția 1

Soluția trivială: pentru fiecare cerere se caută secvențial în vectorul cu altitudinile parcelelor și se verifică egalitatea. Complexitate timp $\mathbf{O}(\mathbf{N} \times \mathbf{M})$, punctaj obținut ~20 puncte.

Soluția 2

Se reține într-un vector asemănător unui vector caracteristic occ[h] = poziția pe care se află în vectorul altitudinilor terenurilor valoarea h. Sunt necesari doi astfel de vectori deoarece pot exista două înălțimi egale (dar maxim două, deoarecere înălțimile sunt strict crescătoare și apoi strict descrescătoare). Complexitate timp O(N+M), dar memorie $O(h_{max})$ unde h_{max} = altitudinea maximă. Punctaj obtinut ~40 puncte pentru testele pentru care h_{max} <= 100000 – specificat la restricții.

Obs1 : Se pot pierde 10 din aceste puncte dacă programul nu tratează particular cazul în care $q_i > h_{max}$ și q_i este mai mare decât memoria alocată vectorului.

Obs2 : Aplicarea soluției 1 în cazul în care $h_{max} > 100000$ poate creste punctajul la 50 pct.

Solutia 3

Soluția oficială : Se caută binar (sau liniar) poziția în care vectorul își schimbă monotonia. Apoi se caută binar înălțimea cerută în ambele secvențe monotone determinate; pentru fiecare cerere. Complexitate timp $O(M \log N)$, memorie O(N), punctaj 100 puncte.

Soluția 4

Construim prin interclasarea celor două zone (cea crescătoare și cea descrescătoare) un singur vector sortat crescător (atenție, trebuie să reținem și pozițiile inițiale în vector ale elementelor) Apoi realizăm o singură căutare binară în acest vector.

Complexitate pentru interclasare $O(N)+O(M \log N)$ pentru căutare. Soluția obține 100 de puncte.

Soluția 5.

Soluția 5 este similară cu soluția 4 numai că vectorul sortat nu se obține prin interclasare ci printr-o altă metoda de sortare. Dacă sortarea se realizează eficient O(N log N) se obțin de asemenea 100 de puncte.

Soluția 6.

Se sortează atât vectorul cu altitudinile terenurilor cat și vectorul cu cererile clienților; dar este necesar să se rețină și poziția initială a valorilor. Apoi se determină "intersectia" acestor doi vectori sortați, folosind doi indici ai căror valori cresc cu cate o poziție dar al doilea indice nu se reseteaza (pentru că zona respectivă nu prezintă interes deoarece are valori mai mici). Intersecția se realizează în timp liniar iar complexitatea totală timp este $O(N \log N + M \log M)$ datorita sortarii si memorie O(N + M). Cu un algoritm de sortare eficient se pot obține astfel 100 puncte.