

Avere – Descrierea soluției

Problema se rezolvă prin programare dinamică după valoarea maximă pe care poate să o ia primul număr în cadrul descompunerii și după suma totală.

Obținem recurența:

$$c[v][s] = c[v-1][s] \quad // \text{punând pe prima poziție } 1, 2, \dots, v-1 \\ + c[v-1][s-v] \quad // \text{punând pe prima poziție } v$$

$$c[0][0] = 1, c[0][s] = 0 \text{ pt } s > 0$$

Numărul total de posibilități va fi egal cu $c[S][S]$.

Reconstituirea soluției se face stabilind primul număr ca fiind cel mai mic i astfel încât $c[i][S] \geq N$ și $c[i-1][S] < N$. Procesul continuă pentru $S = S - i$ și $N = N - c[i-1][S]$ până când $N = 0$.

Observăm că recurența depinde doar de linia anterioară, așa că ea se poate calcula folosind un singur vector. Aceasta ne ajută pentru a respecta limita de memorie. Astfel calculăm toate valorile folosind un singur vector și păstrăm la fiecare pas $c[i][S]$. Reconstrucția se face recalculând valorile la fiecare pas pentru S -ul curent.

Soluția descrisă efectuează $O(S^2 \cdot L)$ operații, unde L este lungimea soluției. Observând $L = \text{maxim } O(S^{1/2})$ timpul total este $O(S^{3/2})$.

O soluție backtracking obține ~20 pct, iar una cu memorie $O(N^2)$ ~50 pct.