
Problema 2 – Project management

Autor: drd Pățaș Csaba

Descrierea soluției

Algoritmul ce trebuie folosit pentru rezolvarea problemei se numește în literatură “*Critical Path Method*”.

Prima dată se construiește graful dependențelor și se adaugă două noduri auxiliare, care vor reprezenta momentul de început și momentul de sfârșit al proiectului. Aceste noduri le putem numerota, de exemplu, cu 0 și $n + 1$.

Al doilea pas este nivelarea grafului: va trebui să aranjăm nodurile pe nivele, astfel încât o muchie să arate întotdeauna dinspre un nivel inferior spre un nivel superior. Acest pas se poate rezolva prin multe metode, de exemplu algoritmul clasic al sortării topologice. Dacă se omite acest pas și se consideră nodurile în ordinea $1, 2, \dots, n$ se pot obține 50 de puncte.

Ultimul pas este calcularea valorilor cerute. Dacă notăm cu earliest_k momentul minim în care poate începe faza k și latest_k momentul maxim în care poate începe faza k fără să schimbe timpul total al proiectului, recurențele sunt ușor de dedus:

$$\text{earliest}_0 = 0$$

$$\text{earliest}_k = \max(\text{earliest}_j + \text{timp}_j), k \text{ depinde de } j$$

$$\text{latest}_n = \text{earliest}_n$$

$$\text{latest}_k = \min(\text{latest}_j - \text{timp}_k), j \text{ depinde de } k$$

Valorile earliest se vor calcula în ordinea crescătoare a nivelelor, iar cele latest în ordinea descrescătoare a nivelelor. Folosind reprezentarea grafului cu matrice de adiacență, complexitatea finală este $O(n^2)$. Dacă se folosesc liste de adiacență, trebuie reținut și graful transpus, astfel complexitatea finală se poate reduce la $O(m)$. Ambele metode obțin punctaj maxim.