soluţie problema marfa

Autor: profesor Szabó Zoltan – ISJ Mureş, Tg. Mureş

Problema se rezolvă cu programare dinamică.

Se observă că numărul de posibilităţi de transportare în ziua i depinde de configuraţiile de transport existente în cele k-1 zile anterioare. (De exemplu dacă k=3 şi în fiecare zi se transportă câte un dulap e şirul fibonacci dublu: 2, 4, 6, 10, 16, ...) în funcţie de comenzile zilnice pe o săptămână, se obţine următoarea recursivitate condiţionată pentr k=3:

notăm cu a_i comanda de pe ziua i, iar c_i numărul de posibilităţi pentru primele i zile

i	a_i	**condiţii suplimentare**	c_i
1	0		$c_1 = 1$
	1		$c_1 = 2$
	2		$c_1 = 1$
2	0		$c_2 = c_1 = 1$
	1		$c_2 = 2c_1 = 4$
	2		$c_2 = c_1 = 1$
$i \geq 3$	0		$c_i = c_{i-1}$
	1	$a_{i-1}=0$ sau $a_{i-2}=0$	$c_i = 2c_{i-1}$
		$a_{i-1}=1$ si $a_{i-2}=1$	$c_i = c_{i-1} + c_{i-2}$
		altfel	$c_i = c_{i-1}$
	2	$a_{i-1}=1$ sau $a_{i-2}=1$	$c_i = c_{i-2}$
		altfel	$c_i = c_{i-1}$

relaţiile recursive pentru k=4 sunt mai complexe şi rămâne sarcina voastră să le descoperiţi.

1. Soluţia brută obţine 10 puncte (backtracking), însă ajută foarte mult la verificarea formulelor recursive.
2. O soluţie recursivă are complexitate liniară O(z) şi obţine 60 de puncte.
3. Soluţie de 100 de puncte, complexitate $O(n^3 \log z)$
Construim matricea caracteristică a recursivităţii, ţinând cont de faptul că formulele recursive se repet după n elemente. Matricea A o vom concepe astfel încât:

$$\begin{vmatrix} A_{11} & A_{12} & \dots & A_{1n} \\ A_{21} & A_{22} & \dots & A_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ A_{n1} & A_{n2} & \dots & A_{nn} \end{vmatrix} * \begin{vmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \dots \\ c_n \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} c_{n+1} \\ c_{n+2} \\ \dots \\ c_{2n} \end{vmatrix}$$

Observăm, că pentru o obţine elementul şirului c de pe poziţia z, trebuie să calculăm matricea A la puterea (z-1)/n , calculând elementul de pe poziţia (z-1)%n + 1.