



## metrouri – descrierea soluției

Stud. Tiberiu Savin

Să considerăm un pasager care ajunge în stația  $s$  la minutul  $t$  și un metrou care pleacă din stația 1 la minutul  $m$ .

Rezultă că metroul ajunge în stația  $s$  la minutul  $m+s-1$  deci timpul de așteptare al pasagerului va fi  $a=t-(m+s-1)=t-s-m+1$ .

Se observă că acest timp de așteptare nu depinde separat de  $t$  și  $s$ , ci doar de diferența  $t-s$ . Mai precis, orice alt pasager care ar avea exact același timp de așteptare, la același metrou, știind că el ajunge la minutul  $t_1$  în stația  $s_1$  va avea  $t_1-s_1=t-s$ .

Plecând de la această observație putem lua întotdeauna în loc de un pasager  $i$  care ajunge în stația  $s_i$  la minutul  $t_i$ , un pasager care ajunge în stația (imaginară) 0 la minutul  $x_i=t_i-s_i$ . Dacă eventual un alt pasager  $j$  va avea  $t_j-s_j=t_i-s_i$  el va sosi în același moment cu pasagerul  $i$  și va urca în același metrou deci nu va afecta costul metroului.

Vom obține astfel o nouă problemă : Într-o stație sosesc la diverse momente pasageri (cel mult  $M$ ) În stație sunt disponibile  $K$  metrouri care pleacă la diverse momente. Să se aleagă momentele de plecare astfel încât suma costurilor metrourilor să fie minimă. Acum costul unui metrou va fi maximul diferențelor între minutul plecării metroului și minutele sosirii în stație ale pasagerilor care urcă în acel metrou.

Pentru a determina și optimiza soluția trebuie să avem în calcul următoarele aspecte:

- Un pasager va prinde un metrou dacă minutul sosirii pasagerului în stație este mai mic sau egal decât minutul plecării metroului.
- Un pasager va alege un metrou cu timp de plecare cât mai mic pentru a avea timp de așteptare cât mai mic
- Un metrou va pleca imediat ce a urcat pasagerul de timp maxim pe care îl transportă pentru a minimiza timpul de așteptare a fiecărui pasager.
- Dacă se alege timpul minim și timpul maxim la care urcă pasageri într-un metrou, orice pasager care are timpul între acești timpuri va urca în acest metrou. Costul unui metrou va fi exact diferența între timpul maxim și timpul minim.

Se conturează următorul algoritm:

Se definește șirul valorilor  $x_i=t_i-s_i$  pe care îl sortăm și eliminăm duplicatele. Inițializăm soluția cu diferența dintre termenul maxim și termenul minim al șirului

(aceasta ar fi soluția pentru  $K=1$ ).

Plecarea unui metrou la momentul  $x_i$  îmbunătățește soluția cu valoarea  $x_{i+1} - x_i$ .

Calculăm diferențele dintre oricare două elemente consecutive ale șirului  $x$  și scădem cele mai mari (cel mult)  $K-1$  diferențe din soluția curentă.