Descrierea soluţiei –Problema Expoziţie

Soluţia 1-

Deoarece fiecare desen trebuie să apară de cel puţin k ori, ne vom asigura de acest lucru afişând fiecare desen de exact k ori, au fost ocupate astfel k*d scânduri, au mai rămas libere r=n-k*d, fiecare desen mai apare pe lângă cele k apariţii de k1, k2, …, kd ori. Dacă r=0 numărul de aranjări este 1. Dacă r<0 numărul de aranjări este 0. În celelalte cazuri considerăm ecuaţia:

$k_1+k_2+k_3+\ldots\ldots k_d=r,\ 0<=k_i<=r$ (1)

Problema se reduce la a determina numărul de soluţii ale ecuaţiei (1), acest număr este egal cu $C_{r+d-1}^{r} = C_{r+d-1}^{d-1}$. Pentru demonstraţie se reprezintă soluţia ecuaţiei (1) ca o secvenţă binară, formată din k1 elemente 0, urmate de un element 1, urmat de k2 elemente 0, urmate de un element 1, ş.a.m.d., se adaugă în final kd elemente 0. În secvenţa construită sunt r elemente 0 (k1+k2+k3+…….kd=r), numărul total de elemente este n+r-1. Numărul posibilităţilor de a aranja cele r elemente 0 este C_{r+d-1}^{r} .

Pentru calculul combinărilor se utilizează triunghiul lui Pascal care se bazează pe următoarea formulă de recurenţă:

$C_m^0 = 1,\ C_m^m = 1$

$C_m^n = C_{m-1}^n + C_{m-1}^{n-1}$

Fie m=r+d-1, trebuie sa calculăm C_m^r

În triunghiul lui Pascal vom utiliza doar 2 linii, linia curentă (Lc) şi linia precedentă (Lp), deoarece rezultatul poate fi un număr foarte mare, vom implementa operaţiile cu numere mari.

(exp_comb.cpp)

Soluţia 2

Problema se poate rezolva şi prin metoda programării dinamice. Se elimină din n cele k*d scânduri pe care se afişează câte k desene de fiecare tip. Rămâne să se afişeze planşele pe r=n- k*d scânduri. Dacă r=0 numărul de moduri de aranjare este 1. Dacă r<0 numărul este 0. În celelalte cazuri considerăm a[i][j]=numărul modurilor de aranjare dacă avem i scânduri şi j desene originale; deoarece ordinea desenelor nu contează le afişăm in odinea crescătoare a numărului în scris pe acestea.

Este uşor de dedus că:

a[1][j]=j, pentru j=1, d (avem o scândură şi j desene)

a[i][1]=1, pentru i=1, n (avem i scânduri şi 1 desen)

a[i][j]=a[i-1][j]+a[i][j-1], i=2,n şi j=2, d (a[i][j-1] reprezintă toate posibilităţile de a afişa j-1 desene pe i scânduri, trebuie adăugate toate posibilităţile de afişare care includ desenul j acest număr este a[i-1][j], la cele i-1 scînduri adăugăm o scândură, pe aceasta se poate afişa doar desenul j, soluţiile fără j fiind deja numărate). Soluţia se obţine în a[r][d].
Este suficient să memorăm doar două coloane, coloana curentă şi coloana precedentă, deoarece rezultatul poate fi un număr foarte mare, vom implementa operaţiile cu numere mari.
(expo_din.cpp)