

Problema operatii

Autor: prof. Doru Popescu Anastasiu

Baraj 2 juniori

Soluție

Pentru rezolvare mai întâi se determină pentru fiecare număr natural din mulțimea $\{0, 1, 2, \dots, 10000\}$ un mod de scriere ca sumă de cât mai puține numere pătrate perfecte.

Cu aceste numere folosite la descompuneri se formează un tablou. Acest tablou va avea 5 coloane, pentru că toate numerele de mai sus nu folosesc mai mult de 4 termeni în descompunere (o coloană pentru numărul de termeni din descompunere).

Pentru fiecare element din tabloul a , se determină câte numere se folosesc la descompunere. Numărul maxim dintre acestea este k .

Dacă un termen din a , a_{ij} are p numere folosite la descompunerea ca sumă de pătrate și $p < k$, atunci în primele p tablouri se pun numerele din descompunere (radicalul lor), iar în următoarele valoarea 0.

Pentru exemplu avem

$$0=0^2$$

$$1=1^2$$

$$2=1^2+1^2$$

$$3=1^2+1^2+1^2$$

$$4=2^2$$

$$5=1^2+2^2$$

$$6=1^2+1^2+2^2$$

$$7=1^2+1^2+1^2+2^2$$

$$8=2^2+2^2$$

$$9=3^2$$

...

Dacă numerele folosite în tabloul a sunt 1, 2, 4, 5, 9. La 1 se folosește un singur număr, la 2 două numere, la 4 un număr, la 5 două numere și la 9 un număr, astfel se obține $k=\max(1,2)$, adică $k=2$.

După regula precizată se vor obține tablourile:

b_1 :

1 1 2

1 1 3

b_2 :

0 1 0

2 2 0

În funcție de modul de determinare a descompunerilor pentru toate numerele din mulțimea $\{0, 1, 2, \dots, 10000\}$, algoritmul poate obține un punctaj mai mare sau mai mic decât 60 puncte.

1. Folosirea metodei backtracking, pentru fiecare număr din $\{0, 1, 2, \dots, 10000\}$, conduce la un punctaj cel mult egal cu 60p.
2. Din observația că numerele de la 1 la 10000 se pot scrie ca sumă de cel mult patru pătrate, rezultă că putem determina toate descompunerile prin patru secvențe:
 - a. Una cu un for până la 100 prin care determinăm numerele care se pot scrie ca sumă de un pătrat perfect (care sunt chiar pătratele perfecte)
 - b. Una prin care determinăm numerele care se pot scrie ca sumă de două pătrate perfecte (tot cu un for până la 100);
 - c. Una prin care determinăm numerele care se pot scrie ca sumă de trei pătrate perfecte (cu două for-uri)
 - d. Una prin care determinăm numerele care se pot scrie ca sumă de patru pătrate perfecte (cu trei for-uri).

Astfel putem obține 100p.