

Soluție dep

Mircea Pașoi, Universitatea București

Daca luam un nod in solutie, atunci va trebui sa luam toate nodurile din componenta lui tare conexa. Astfel, putem reduce problema initiala la aceeași problema pe un graf aciclic comprimand fiecare componenta tare-conexa într-un nod.

Vom folosi in continuare proprietatea mentionata in enunt, si anume ca pentru oricare 3 noduri A, B, C , daca exista drum de la A la B si drum de la A la C , atunci exista drum de la B la C , sau drum de la C la B (ambele nu pot exista deoarece graful este aciclic).

Pentru problema asta evident ca nu intereseaza din graf decat daca exista drum de la un nod la altul, nu toate muchiile deci putem elimina din muchi. Vom arata in continuare ca reducerea tranzitiva (http://en.wikipedia.org/wiki/Transitive_reduction) a grafului este un arbore orientat (din fiecare nod iese cel mult o muchie). Presupunem ca avem un nod A din care ies doua muchii, $A \rightarrow B$ si $A \rightarrow C$. Datorita proprietatii de mai sus stim ca putem avea drum de la B la C , caz in care muchia $A \rightarrow C$ poate fi eliminata deoarece nu afecteaza rezultatul. Analog, daca exista drum de la C la B , putem elimina muchia $A \rightarrow B$.

Dupa ce aplicam aceasta reducere vom rezolva problema pe arbore folosind un algoritm clasic de programare dinamica de complexitate $O(N \cdot K^2)$.