euclid - descrierea soluţiei

Vom începe căutarea soluţiei de la sfârşit: Ultima împărţire trebuie să aibă restul 0.Aceste două numere vor forma primele elemente ale şirului de soluţie: (e_1 şi e_2). În concluzie e_2 este divizibil cu e_1.

Luând în considerare că ne interesează cea mai mică pereche cu această proprietate $\Rightarrow$ e_1=1 şi e_2=2.

Conform penultimului pas al algoritmului lui Euclid e_3 mod e_2=e_1. Adică ne interesează cea mai mică valoare pentru e_3 mod 2=1 $\Rightarrow$ e_3=3.

Din asta va rezulta că e_4 mod e_3=e_2. Adică e_4 mod 3=2, şi cea mai mică valoare care îndeplineşte condiţia este e_4=5.

Se observă că şirul se poate defini cu recurenţa $e_1=1$, $e_2=2$, $e_k= e_{k-1}+ e_{k-2}$ şi elementele sale sunt numere Fibonacci: 1, 2, 3, 5, 8, 13, ...

Această metodă garantează pe de o parte numărul de paşi maxim în algoritmul lui Euclid, iar pe de altă parte soluţia minimă în cazul existenţei mai multor perechi cu acelaşi număr de paşi. Să observăm acea proprietate a algoritmului lui Euclid, conform căreia dacă împărţim un număr mai mic cu un număr mai mare, atunci cele două numere se vor inversa. Astfel mai putem câştiga încă un pas în favoarea soluţiei.

În concluzie soluţia finală va fi formată din ultimele două elemente ale şirului crescător $e_1<e_2<e_3< ...<e_{p-1}<e_p\leq n$. Numărul de paşi va fi p.

Având în vedere mărimea datelor de intrare, problema se va rezolva pe numere mari.