

Clasa a X-a

Descrierea soluției - nmult

autor prof. Cheşcă Ciprian Liceul Tehnologic "Costin Nenițescu" Buzău

Varianta 1 (backtracking)

Se pot genera toate mulțimile de cardinal k cu elemente din mulțimea {1,2,3,...,n} cu proprietatea că diferența dintre două elemente consecutive este de cel puțin w, utilizând metoda backtracking. Această varianta obține aproximativ 30% din punctaj.

Varianta 2 (recursivitate)

Fie N(k,n,w) numărul căutat. Pentru w=1, numărul N(k,n,1) este numărul mulțimilor de k elemente distincte ce se pot forma cu numerele 1, 2, ..., n.

Deci N(k,n,1) = comb(n,k), adică combinări de n luate câte k, cu convenția obișnuită că pentru n<k această valoare este 0.

Mai departe vom obține o relație de recurență pentru numerele N(k,n,w).

Fie transformarea

$$\mathbf{y}_{i} = \mathbf{x}_{i} - \mathbf{i} + \mathbf{1} \text{ cu } 1 \le \mathbf{i} \le \mathbf{k} \tag{1}$$

Numerele yi satisfac restricțiile

$$1 \le y_1 < y_2 < ... < y_k \le n - k + 1$$
 şi $y_{i+1} - y_i = x_{i+1} - x_i - 1 \ge w - 1$ cu $1 \le i \le k-1$ (2) dacă $x_1, x_2, ..., x_k$ satisfac restricțiile din enunț.

Reciproc, având întregii $y_1, y_2, ..., y_k$ ce îndeplinesc relația (2) din (1) se obține $x_i = y_i + i - 1$ cu $1 \le i \le k$ iar întregii $x_1, x_2, ..., x_k$ satisfac condițiile din enunț.

Prin urmare

$$N(k,n,w) = N(k,n-k+1,w-1), (\forall) n,k,w \in N^*$$
 (3)

relație ce poate fi utilizată pentru determinarea prin recurență a valorii cerute de program. Pentru calculul combinărilor se poate utiliza teorema Legendre sau invers modular. În funcție de implementare această varianta poate obține între 75% și 100% din punctaj.