# Descrierea soluției - kswap

***Autor : prof. Nodea Eugen***
***Colegiul Național "Tudor Vladimirescu" Tg. Jiu***

## Variante de rezolvare

**prof. Eugen Nodea**

Vom nota :
`nr[n][k]` – numărul de permutări ce necesită `k` - swapuri pentru a deveni permutarea identică `{1,2,…,n}`

Se facem câteva observații:

- există o singură permutare pentru care `k=0` (permutarea identică) indiferent de valoarea lui `n`
- numărul maxim de tipuri de interschimbări care se pot efectua într-o permutare de ordin n este `n-1`
- numărul maxim de swapuri pe care le vom obține la o permutare de ordin n se realizează prin inserarea elementului `n` în fața permutării de ordin `n-1` care necesită număr maxim de swapuri
- o permutare de lungime `n` care începe cu valoarea i poate genera `k-i+1` swapuri cu restul celor `n-1` elemente

Altfel spus, dacă dorim să calculăm `nr[4][3]` este suficient să calculăm `nr[3][3]`, `nr[3][2]`, `nr[3][1]` și `nr[3][0]`.

Pentru determinarea relației de recurență se poate construi pas cu pas triunghiul:

| **n/k** | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | **1** | | | | | | | | | | |
| 2 | **1** | **1** | | | | | | | | | |
| 3 | **1** | **2** | **2** | **1** | | | | | | | |
| 4 | **1** | **3** | **5** | **6** | **5** | **3** | **1** | | | | |
| 5 | **1** | **4** | **9** | **15** | **20** | **22** | **20** | **15** | **9** | **4** | **1** |
| | **...** | | | | | | | | | | |

În concluzie:

$$nr[n][k] = \begin{cases} 0, & n = 0 \\ 1, & k = 0 \\ \sum\limits_{\substack{i=1 \\ k-i>0}}^{n} nr[n-1][k-i], altfel & \end{cases}$$

Se poate renunța la calculul sumei dacă observam faptul că:

$$nr[n,k] = nr[n,k-1] + nr[n-1,k] - nr[n-1,k-n]$$

**prof. Ionel-Vasile Piț-Rada**

`nr[n][k]` – numărul de permutări ce necesită `k` - swapuri pentru a deveni permutarea identică `{1,2,…,n}`

Notăm cu $s_i$ numărul `i*(i-1)/2`. Se observă că avem `nr[1][0]=1` și faptul că pentru fiecare $0 \le j \le s_{i-1}$, `nr[i-1][j]` se va adăuga la toate valorile `nr[i][j]`, `nr[i][j+1]`, …, `nr[i][j+i-1]`.

Astfel că dacă inițializăm linia nr[i] cu zerouri putem apoi utiliza șmenul lui Mars ca să calculăm în $O(S_i)$ valorile din această linie. Complexitatea finală va fi `O(n^3)` .