perfect – soluţie

Se observă faptul că:

Pentru grafurile de tipul **A**:

pentru A1 există exact 1 cuplaj perfect
pentru A2 există exact 2 cuplaje perfecte
pentru A3 există exact 3 cuplaje perfecte
pentru A4 există exact 5 cuplaje perfecte
...

Şirul 1,2,3,5, ... este şirul Fibonacci.
Se poate demonstra prin inducţie că pentru An există $F(n)$ cuplaje perfecte, unde $F(n)$ este termenul n din şirul Fibonacci, cu $F(0)=1$.

Pentru grafurile de tipul **B**:

pentru B1 există exact 2 cuplaje perfecte
pentru B2 există exact 4 cuplaje perfecte
pentru B3 există exact 12 cuplaje perfecte
pentru B4 există exact 30 cuplaje perfecte
...

Şirul 2,4,12,30, ... are termenul general $2\cdot F(n)\cdot F(n-1)$, cu $F(0)=1$.

Pentru grafurile de tipul **C**:

pentru C1 există exact 2 cuplaje perfecte
pentru C2 există exact 8 cuplaje perfecte
pentru C3 există exact 64 cuplaje perfecte
pentru C4 există exact 1024 cuplaje perfecte
...

Şirul 2,8,64,1024 ... are termenul general $2^{n\cdot(n+1)/2}$
Se poate demonstra imediat şi egalitatea

$$T(n)\cdot T(n-2)=2\cdot(T(n-1))^2$$

unde $T(n)$ reprezintă numărul de cuplaje perfecte pentru graful Cn.

Resurse bibliografice:

Recurrence Sequences - Graham Everest, Alf van der Poorten, Igor Shparlinski, Thomas Ward - 2003, American Mathematical Society