

MINISTERUL EDUCAȚIEI, CERCETĂRII, TINERETULUI ȘI SPORTULUI INSPECTORATUL ȘCOLAR JUDEȚEAN CONSTANȚA OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE INFORMATICĂ 5 – 11 APRILIE 2010

Autor: Gheorghe Cosmin

Problema Kmax – Soluţie

Vom rezolva problema cu programare dinamică: fie din[i][j] = numărul de permutări de lungime i pentru care ultima secvență crescatoare (cea din capatul dreapta) are lungime j. Recurența se construiește în modul următor. Dacă vrem să calculăm <math>din[i][j], vom fixa cel mai mare element pe pozitia q. Vom împarți permutarea astfel în două permutări mai mici independente, cea din stânga de lungime q-1 si cea din dreapta de lungime i-q-1. Se poate observa că permutarea stânga se poate termina în o secvență crescatoare de lungime $lu \le K-1$ iar cea dreapta intr-o secvența crescatoare de lungime fix j (vrem să calculăm din[i][j], adică ultima secvență crescatoare să aibe lungime j). Astfel recurența este următoarea:

$$\dim[\mathrm{il}][\mathrm{j}] = \sum_{q=1}^{N} (\sum_{lu=1}^{K-1} \dim[\mathrm{q-1}][\mathrm{lu}] * \dim[\mathrm{i-q-1}][\mathrm{j}] * \mathrm{comb}[\mathrm{i-1}][\mathrm{q-1}])$$

Se observă că împărțim o permutare mai mare în două permutări mai mici și folosim combinări pentru a lua toate posibilitățile de a poziționa anumite elemente în prima permutare și în a doua. Trebuie avut grijă la câteva cazuri particulare în recurența de mai sus și anume trebuie definită bine dinamica pentru permutări de lungime 0 (adică din[0][j]) și cazul când punem elementul maxim pe ultima poziție din permutare.