



Ktown – descriere soluție

stud. Andrei Ciocan, Universitatea Politehnica Bucuresti
stud. Andrei Parvu , Universitatea Politehnica Bucuresti

Solutie 60 de puncte:

Fie $V_1, V_2 \dots V_n$ sirul nostru si $d_1, d_2 \dots d_{n-1}$ sirul diferentelor ($d_1 = V_2 - V_1$, $d_2 = V_3 - V_2$ etc.). Se observa ca atunci cand adaugam o unitate la o valoare V_i , atunci in sirul diferentelor apar urmatoarele modificari : d_i scade cu o unitate, iar d_{i-1} creste cu o unitate. Cand se scade o unitate la o valoare V_i , atunci in sirul diferentelor, d_i creste cu o unitate, iar d_{i-1} scade cu o unitate. Astfel, se observa ca atunci cand adunam/scadem o unitate la o valoare, in sirul diferentelor o unitate se muta de la o pozitie la alta.

Pe noi ne intereseaza ca valorile din sirul diferentelor sa fie mai mari decat k . Astfel , ne putem crea o retea de flux cu muchii de cost 1 si capacitate infinit intre 2 valori vecine din sirul distantelor, iar nodurile le legam de sursa respectiv de destinatie dupa cum urmeaza :

- Daca o valoare este mai mica decat k , atunci o legam de destinatie cu o muchie de capacitate $k - d_i$ si cost 0.
- Daca o valoare este mai mare decat k , atunci o legam de sursa cu o muchie de capacitate $d_i - k$ si cost 0.

Pentru a trata cazul in care micșorăm primul element sau mărim ultimul element, in rețeaua de flux este echivalent cu a adauga un nod auxiliar legat de sursa de capacitate infinit si cost 0 si pompand flux prin ultimul si primul nod (cu 2 arce de cost 1 si capacitate infinit).

Pe aceasta retea se aplica un algoritm de **flux maxim de cost minim**. Se observa de altfel ca noi vrem sa saturam muchiile catre destinatie.

Complexitate $O(n^3 \log n)$ sau $O(n^4)$ supraestimat folosind Bellman-Ford cu coada.

Solutie 100 de puncte.

Vom forma sirul B, dupa urmatoarea metoda: se scade din al doilea element k , din al treilea $2*k$, din al patrulea $3*k$ etc. Atunci nu ramane de facut decat sa aducem sirul B la un sir crescator cu numar minim de operatii. Aceasta problema se poate aborda atat cu greedy cat si dinamica.

Ideea de dinamica este de a retine o matrice $best[poz][val]$, reprezentand costul minim obtinut procesand primele poz elemente din sirul B, cu valoarea de pe pozitia curenta val . Se observa ca, pentru solutia optima, plaja de valori a lui val este constituita doar din valorile din B. Cu alte cuvinte, dupa ce am adus sirul B la un sir crescator, multimea valorilor elementelor sirului crescator va fi inclusa in multimea valorilor elementelor din B. Se obtine o complexitate $O(n^2)$.

Greedy : Incercam sa construim vectorul solutie. Se proceseaza valorile din sir descrescator. Initial, se completeaza vectorul solutie cu $max[1]$ peste toate pozitiile. Pentru $max[2]$, incercam sa gasim un prefix peste care daca am completa cu $max[2]$, diferenta pana la sir sa fie minimizata etc. Continuum procedeul cu fiecare i de la 3 la n si ajungem la o solutie care satisface conditiile problemei. $O(n^2)$.