Soluţie – cifru

Prof. Carmen Popescu – C.N. Gheorghe Lazăr - Sibiu

Vom folosi cativa vectori auxiliari si anume:
a[i] = numarul de numere care au i cifre (i=1,2,...,9)
u[i] = numarul de cifre al numarului i
o[i] = 1 daca cel de al i-lea numar contine cifra k
0 daca nu
Vom exemplifica algoritmul pe exemplul din enunt.
Vom avea:
a=(3, 2, 2, 0, 0, 0, 0, 0, 0)
u=(2, 2, 1, 3, 3, 1, 1)
o=(1, 0, 0, 1, 1, 0, 1)
Vom lua pe rand fiecare numar ce contine cifra 2 si incercam sa o pozitionam astfel incat pozitia 6 sa fie ocupata de cifra 2. Avem urmatoarele 4 posibilitati:
_ _ _ _ 1 2 _ _ _ _ _ _ _
_ _ _ _ _ 2 1 4 _ _ _ _ _
_ _ _ _ 5 2 3 _ _ _ _ _ _
_ _ _ _ _ 2 _ _ _ _ _ _ _
Sa analizam prima situatie:
_ _ _ _ 1 2 _ _ _ _ _ _ _
Am folosit deja numarul 12, deci trebuie sa acoperim cele 4 pozitii ramase in fata lui 12 folosind :
3 numere de o cifra
1 numar de 2 cifre
2 numere de 3 cifre
Putem descompune pe 4 astfel:
a) 4 = 1 * 1 cifra + 1 * 3 cifre
Din numerele ramase putem alege un numar de o cifra in 3 moduri (adica C(3,1)), si 1 numar de 3 cifre in 2 moduri (C(2,1)) => 3*2=6 moduri
Cele 2 numere pot fi insa permutate in 2! numere. Celelalte 4 numere cu care completam partea de la finalul codului pot fi si ele permutate in 4! moduri. Asadar obtinem in aces caz 6 * 2! * 4! solutii = 288 solutii
b) 4 = 2 * 1 cifra + 1 * 2 cifre
Se obtin C(3,2) * C(1,1) * 3! * 3! = 108 solutii
Total cazul 1: 288 + 108 = 396
Pentru al doilea caz:
_ _ _ _ _ 2 1 4 _ _ _ _ _
a) 5 = 1 * 2 cifre + 1 * 3 cifre
Se obtin C(2,1) * C(1,1) * 2! * 4! = 96 solutii
b) 5 = 1 * 1 cifra + 2 * 2 cifre
Se obtin C(3,1) * C(2,2) * 3! * 3! = 108 solutii
c) 5 = 2 * 1 cifra + 1 * 3 cifre
Se obtin C(3,2) * C(1,1) * 3! * 3! = 108 solutii
d) 5 = 3 * 1 cifra + 1 * 2 cifre
Se obtin C(3,3) * C(2,1) * 4! * 2! = 96 solutii
Total cazul 2: 96 + 108 + 108 + 96 = 408 solutii
Cazul al treilea
_ _ _ _ 5 2 3 _ _ _ _ _ _
Se obtin 48 + 144 + 216 = 408 solutii
Cazul al patrulea
_ _ _ _ _ 2 _ _ _ _ _ _ _
Se obtin 192 + 72 + 72 = 336 solutii
==========
TOTAL 1548
==========
Asadar, gasim toate variantele de a completa pozitia p cu cifra k. notam cu t numarul de cifre din fata cifrei k din numarul folosit pentru a completa acea pozitie. Apoi generam cu ajutorul unui algoritm backtraking toate modalitatile de a completa cele p-t-1 pozitii cu numerele ramase.
Pentru fiecare descompunere de forma:
p-t-1 = x1 * 1 cifra + x2 * 2 cifre + ... + x9 * 9 cifre
vom obtine C(a[1],x1) * C(a[2],x2) * ... * C(x[9]*x9) * y! * (n-y-1)!
unde
y=x1+x2+...+x9, iar din a am scazut numarul folosit pentru completarea cifrei k.