Solutie Frunze

(Stelian Ciurea)

Presupunem ca varfurile terminale sunt x1,x2,…,xp. Numarul de arbori este

$$\sum_{d_{p+1},\dots,dn} \frac{(n-2)!}{(d_{p+1}-1)!\dots(dn-1)!}$$

aceasta suma efectuandu-se pentru acele valori pentru care
$d_{p+1},\dots,dn \geq 2$ si $d_{p+1}+\dots+dn = 2n-2-p$

Daca schimbam notatiile astfel incat $k_{p+1}=d_{p+1}-1,\dots,dn$ deci $k_{p+1},\dots,kn \geq 1$ si suma lor este n-2, atunci numarul cerut este

$$\sum_{k_{p+1}\dots kn} \frac{(n-2)!}{k_{p+1}!\dots kn!}$$

Numarul $\frac{(n-2)!}{k_{p+1}!\dots kn!}$ reprezinta numarul de posibilitati de a aranja n-2 obiecte in n-p casute astfel incat prima casuta sa contina k_{p+1} obiecte, …, iar casuta n–p sa contina k_n obiecte. Acesta este de fapt numarul de functii surjective de la f :X->Y, unde |X|=n-2 si |Y|=n-p, unde $Y=\{y_{p+1},\dots,yn\}$adica $s_{n-2,n-p}$
Cele p varfuri terminale se pot alege in C_n^p moduri
Deci solutia este

$$C_n^p\, s_{n+2,n-p.}$$