Problema – Galerie   Descrierea soluţiei

1. Se triangulizează poligonul
2. Asociem triangulizării un graf astfel:
– vârfurile poligonului sunt vârfurile grafului;
– muchiile grafului sunt laturile poligonului şi diagonalele utilizate în triangulizare.
3. Graful asociat traingulizării este 3-colorabil. Colorăm vârfurile grafului şi alegem culoarea cel mai puţin utilizată.
4. Plasăm câte o cameră video în fiecare vârf colorat în culoarea selectată.

Problema Young

Soluţia 1
Notăm cu $f(n_1, n_2, \ldots, n_m)$ numărul tablourilor Young ce se pot forma cu numerele 1, 2, 3, …, $n_1+n_2+\ldots+n_m$.
Se poate observa uşor că avem relaţiile:
$f(n_1, n_2, \ldots, n_m)=0$, în afara cazului $n_1\geq n_2\geq\ldots\geq n_m$
$f(n_1, n_2, \ldots, n_k,0)= f(n_1, n_2, \ldots, n_k)$, $k\leq m$
$f(k)=1$, $k\leq n_1$
$f(n_1, n_2, \ldots, n_m)= f(n_1-1, n_2, \ldots, n_m)+ f(n_1, n_2-1, \ldots, n_m)+\ldots+ f(n_1, n_2, \ldots, n_m-1)$

Ultima relaţie o exemplificăm pentru $m=4$, $n_1=6$, $n_2=4$, $n_3=4$, $n_4=1$
$f(6,4,4,1)=f(5,4,4,1)+f(6,3,4,1)+f(6,4,3,1)+f(6,4,4,0)$

Soluţia 2 (soluţie comisie)
Pentru da o formă mai bună numărului căutat vom folosi noţiunea de *cârlig*.
Pentru un element dintr-un tablou Young de pe linia i şi coloana j prin *cârligul* asociat lui înţelegem elementele din dreapta sa, de sub el şi el însuşi. Numărul de elemente din *cârlig* se numeşte lungimea cârligului.

Pe exemplul:

1	2	5	9	10	15
3	6	7	13		
4	8	12	14		
11	16				

Pentru elementul de pe linia 2 şi coloana 2 elementele colorate cu abastru fac parte din cârlig, lungimea acestuia fiind 5.

Astfel $f(n_1, n_2, \ldots, n_m)= (n_1+n_2+\ldots+n_m)!/p$, unde p produsul lungimilor tuturor cârligelor.

(Teorema H pag 62 D.E.Knuth, vol 3., Ed. Teora, 2002).

Soluţia problemei FOTBAL

Pentru n = 4 sau n = 6 echipe nu există soluţie.

Pentru n >= 8, problema ar putea fi împărţită în două:

-generarea perechilor de echipe care se întâlnesc în fiecare etapă

-plasarea convenabilă a acestora la mese.

Rezolvarea primei părţi nu ridică probleme – ea este expusă în diverse lucrări, de ex. manualul de cl. a XI-a ("varianta veche") realizat de Tudor Sorin, şi se poate face într-un algoritm cu ordinul n*n. În esenţă, ideea este

p1: se consideră un vector cu n elemente având valorile 1,2,…n;

p2: se pliază vectorul la jumătate;

p3: perechile rezultate reprezintă echipele care se întâlnesc în prima etapă;

p4: se permută cu o poziţie, circular, primele n-1 elemente, după care se revine la p3.

Paşii p3 şi p4 se execută de n-1 ori.

Rezolvarea pentru a doua parte s-ar putea face prin backtracking, dar dacă considerăm că avem de dat valori unui vector cu un număr de elemente egal cu numărul de jocuri, vom găsi doar pentru valori mici ale lui n (4, 6 evetual 8)

Rezolvarea propusă se face tot cu backtracking, dar făcând anumite observaţii ce pleacă de la algoritmul prezentat şi de la exemplul dat: rescriem datele de ieşire sub forma unei matrici de dimensiune (n-1)*n în care elementul de pe linia i şi coloana j are ca valoare oraşul în care joacă echipa j în etapa i, obţinem matricea:

1	3	**5**	2	2	5	3	1
4	2	4	**6**	3	3	6	2
7	5	3	5	**7**	4	4	3
5	1	6	4	6	**1**	5	4
6	6	2	7	5	7	**2**	5
3	7	7	3	1	6	1	6
2	**4**	1	1	4	2	7	7

Observăm că ultima echipă joacă în oraşe în ordinea crescătoare a numerelor acestora (1,2,3,…) şi întâlneşte echipele adverse tot în ordine crescătoare (în prima etapă joacă cu 1, în a doua cu 2 etc.). Deci pe diagonala principală (stânga sus – dreapta jos) avem stadioanele în ordine crescătoare. Aceasta ne conduce la ideea de a aranja stadioanele de pe celelalte diagonale (paralele cu cea principală), făcând permutări circulare ale stadioanelor şi continuând din coloana n-1 în coloana 1 (vezi diagonala scrisă îngroşat). Mai observăm – tot o consecinţă a algoritmului prezentat mai sus (manual cl. a XI-a)- că în prima etapă există o simetrie a întâlnirilor faţă de n/2: 1 joacă cu 8, 2 cu 7, şi în general, echipa j joacă cu echipa n-j+1.

Rezolvarea va consta astfel într-un backtracking în care avem de ales doar oraşele în care vor juca în prima etapă echipele 2, 3,… n/2; echipa 1 va juca în oraşul 1 iar programul echipei n este stabilit în prealabil (etapa 1 în oraşul 1, etapa 2 în oraşul 2 etc.) Odată cu alegerea oraşului în care va juca echipa j (j= 2,3,… n/2) vom completa în întregime diagonalele care încep în coloanele j şi n-j+1 din linia 1 şi sunt paralele cu cea principală, verificând dacă alegerea făcută respectă condiţiile impuse de enunţul problemei.

Modul de desfăşurare a concursului va rezulta din completarea acestei matrice.