

## Soluții pentru subiectele din ziua 1

### clasa a X-a

#### muzeu (Mihai Stroe)

Se observă că numărul variantelor de cumpărare a biletelor (cumpăr / nu cumpăr biletul 1, biletul 2, ... biletul 10) este 1024.

Se generează fiecare din aceste variante. Pentru o astfel de variantă, se calculează costul și se transformă matricea inițială într-o matrice cu 0 și 1, în care 0 reprezintă o cameră pentru care se plătește biletul (sau nu e nevoie de bilet) și 1 reprezintă o cameră pentru care nu se cumpără bilet (deci în care nu se intră).

Pentru o astfel de matrice, problema determinării celui mai scurt drum de la (1,1) la (M,N) se rezolvă cu algoritmul lui Lee, de complexitate  $O(M*N)$ .

Se rezolvă această problemă pentru toate cele 1024 variante. Eventual, dacă la un moment dat există o soluție cu un cost mai bun decât al variantei curente, aceasta nu mai este abordată.

Se alege soluția de cost minim și, în caz de egalitate, cea cu număr minim de camere.

#### munte (Mihai Stroe)

Problema se rezolvă prin metoda programării dinamice.

Practic, problema se poate împărți în două subprobleme :

- 1) Să se determine perechile de vârfuri care pot fi unite printr-un cablu. Se va obține o matrice OK, unde  $OK[i,j]$  e 1 dacă vârfurile i și j pot fi unite și 0 în caz contrar.
- 2) Folosind rezultatul de la 1), să se conecteze vârfurile 1 și N cu un lanț de K stații astfel încât oricare două stații consecutive să aibă OK-ul corespunzător egal cu 1.

Subproblema 1 se poate rezolva în  $O(N^3)$  folosind cunoștințe elementare de geometrie plană (ecuația dreptei,  $y=a*x+b$ ).

Subproblema 2 se rezolvă prin metoda programării dinamice. Se construiește o matrice A cu K linii și N coloane, unde  $A[i,j]$  reprezintă lungimea totală minimă a unui lanț cu i stații care conectează vârfurile 1 și j. Inițial  $A[1,1]=0$  ;  $A[1,i]=+\infty$  și  $A[i,1]=+\infty$  pentru  $i>1$ .

Pentru i de la 2 la N, se calculează componentele matricei, astfel :

$$A[i,j]=\min(A[i-1,v]+\text{dist}[v,j]), \text{ unde } v<j \text{ și } OK[v,j]=1$$

Concomitent cu calculul lui  $A[i,j]$  se construiește o matrice T, unde  $T[i,j]$  este v-ul care minimizează expresia de mai sus. Matricea T este folosită pentru reconstituirea soluției.

Lungimea totală minimă este regăsită în  $A[K,N]$ .

Subproblemele puteau fi tratate și simultan, ceea ce complica implementarea.

#### asediu (Roxana Tîmplaru)

Problema este de combinatorică.

Dacă se consideră poligonul format din cele n puncte, atunci fiecare latură formează cu circumferința cercului n regiuni plus o regiune interioară poligonului. Fiecare diagonală trasată pe rând, presupune obținerea unui număr de regiuni egal cu unu plus numărul de intersecții cu diagonalele duse deja. Se ține cont de faptul că nu există trei corzi care să se intersecteze în interiorul cercului.

$$\text{Deci, nr. total de regiuni} = n+1 + \frac{n*(n-3)}{2} + C_n^4 = 1 + C_n^2 + C_n^4$$