

Intersecții - Descrierea soluției

Se observă că dimensiunile dreptunghiului sunt numere pare, dar, nu putem restrânge analiza problemei la un sfert din dimensiunea dreptunghiului inițial decât dacă studiem unele cazuri particulare. Nu are importanță cum alegem colțul fix, deci putem studia doar cazul colțului A iar la final vom multiplica rezultatul cu patru. Putem considera că vârful A, este originea unui sistem cartezian de coordonate. Pentru a calcula numărul de intersecții al unui segment PA, se observă că pentru un punct P de coordonate x și y prime între ele, din acest dreptunghi, avem intersectate exact $x+y-1$ pătrate de latura 1, iar dacă x și y nu sunt prime între ele, atunci dacă $d=\text{cmmdc}(x,y)$, numărul de intersecții al segmentului PA va fi în acest caz $x+y-d$. Pentru a reduce complexitatea algoritmului, putem face o optimizare a calculului valorii cmmdc pentru toate posibilitățile de alegere ale coordonatelor punctului P realizând o variantă 2D a ciurului lui Eratostene. Vom folosi un vector de vizitare a coordonatelor și pentru un punct $P[x][y]$ nevizitat, cu $\text{cmmdc}(x,y)=1$, marcăm ca vizitate punctele din dreptunghi de coordonate $d*x$ și $d*y$ nevizitate ca având un număr de intersecții dat de valoarea $d*(x+y-1)$. Astfel voi contoriza toate valorile distincte de intersecții, având astfel posibilitatea de a răspunde la fiecare test în timp 1.

Deci complexitatea algoritmului devine $O(h*w+n)$.

autor prof. Gheorghe Manolache

Colegiul Național de Informatică , Piatra Neamț