Olimpiada Societății pentru Excelență și Performanță în Informatică
Descrierea Soluțiilor
Clasa a VII-a

1 Problema Campionat

Propunător: prof. Nicoli Marius, Colegiul Național "Frații Buzești", Craiova

Pentru fiecare echipă i ($1 \leq i \leq N$) vom face următoarele notații:

- cu $scor[i]$ vom nota scorul inițial al echipei i, pe care îl vom citi din input.
- cu $meciuri[i]$ vom nota numărul de meciuri restante pe care le mai are de jucat echipa i.
- Deoarece meciurile restante pot apărea în mod repetat în fişierul de intrare, vom construi un tablou A cu N linii şi N coloane cu elemente din mulţimea $\{0, 1\}$ astfel încat $A[i][j] = A[j][i] = 1$ dacă echipele i şi j mai au de jucat un meci restant, respectiv 0 în caz contrar.

Pentru a determina numărul de meciuri restante pe care trebuie să le mai joace echipa i este suficient să adunăm valorile de pe linia i a tabloului A:

$$meciuri[i] = A[i][1] + A[i][2] + \cdots + A[i][N-1] + A[i][N]$$

Cerinţa 1.

Pentru cerinţa 1 este suficient să determinăm punctajul final pe care fiecare echipă îl va obţine atunci când toate jocurile se termină la egalitate.

Acest scor este egal cu suma dintre punctajul iniţial al echipei şi numărul de jocuri restante pe care echipa respectivă le mai are de jucat. Aflăm maximul dintre aceste punctaje finale $scor[i] + meciuri[i]$, $\forall\ i \in \{1, 2, \ldots, n\}$, iar pe locul I se vor situa toate echipele care au punctajul final egal cu punctajul final maxim.

Cerinţa 2.

O echipă i poate deveni campioană strict pe baza propriilor rezultate dacă după ce va câştiga toate meciurile pe care le mai are de jucat, indiferent de rezultatele celorlalte meciuri, va avea un punctaj final strict mai mare decât al tuturor celorlalte echipe.

Vom parcurge toate echipele succesiv şi vom verifica pentru fiecare dacă poate indeplini acest criteriu.

Să analizăm dacă echipa i poate deveni campioană strict pe baza propriilor rezultate. Punctajul final al echipei, dacă va câştiga toate meciurile, va fi egal cu $scor[i] + 3 \cdot meciuri[i]$. Să notăm acest punctaj cu $scorMax[i]$.

Vom determina pentru fiecare echipă $j, (j \neq i)$ care ar fi punctajul maxim pe care aceasta l-ar putea obţine (considerăm că j va câştiga toate meciurile restante în care este implicată, exceptând meciul pe care eventual l-ar juca cu echipa i). astfel scorul maxim pe care il poate obtine echipa j este $scorMax[j] - 3 \cdot A[i][j]$.

Dacă $scorMax[i]$ este strict mai mare decât punctajul maxim al oricărei alte echipe j, atunci i poate deveni campioană.

2 Problema Exclusiv

Propunător: prof. Nistor Moţ, Şcoala "Dr. Luca" Brăila

Soluție de 100 puncte – complexitate $\mathcal{O}(N^2 + M \cdot log(N))$

Vom răspunde la cele N întrebări de tipul *"care este lungimea maximă a unei secvenţe $i - exclusive$"* pentru i de la N la 1. Motivația acestui lucru este faptul că dacă parcurgem întrebările în sens invers, vom adăuga elemente noi la vectorul s, care initial va fi gol, în loc să stergem elemente.

Pentru a rezolva problema într-o complexitate optimă, vor trebui efectuate urmatoarele transformari:

- După ce se citesc datele de intrare se ordonează perechile $(v[i], i)$ crescător în funcție de valoare, iar în caz de egalitate crescător după poziție.
- Pentru fiecare element $s[j]$ se caută, utilizând o căutare binară, cea mai mică poziție i astfel incat $s[j] = v[i]$ și se înlocuiește $s[j]$ cu i. În cazul in care $s[j]$ nu apare în v vom înlocui $s[j]$ cu valoarea $N + 1$. Astfel am obținut un vector echivalent cu cel citit din punct de vedere al răspunsului, dar care are valori din mulțimea $\{1, 2, \ldots, N, N + 1\}$.

În continuare, vom realiza următoarele construcții pentru a actualiza cât mai rapid actualizarea de la o întrebare la alta.

- Vom construi un vector urm definit prin $urm[j]$ = următoarea poziție din s unde apare $s[j]$, respectiv $urm[j] = M + 1$, dacă $s[j]$ nu mai apare în dreapta poziției j. Cu ajutorul acestui vector urm vom parcurge, pentru fiecare valoare $v[i]$ doar pozițiile din s unde apare valoarea i. Astfel parcurgerea tuturor valorilor din v în s se poate trecând o singură dată peste fiecare element din s.
- Vom utiliza și vectorii $stanga$ și $dreapta$, cu semnificația, $stanga[j]$ = începutul intervalului maximal din care face parte elementul de pe poziția j, respectiv $dreapta[j]$ = sfârșitul intervalului maximal din care face parte elementul de pe poziția j. Acești vectori ne vor ajuta să identificăm secvențele maximale din s care nu conțin valori interzise la acea etapă. Vectorii vor fi inițializați cu $stanga[j] = dreapta[j] = 0$, $\forall j \in \{1, 2, \ldots, M\}$.

Vom parcurge cu $i = N+1, N, \ldots, 3, 2$. La etapa i vom determina secvențele maximale din s care nu au voie să conțină valori din mulțimea $\{1, 2, \ldots, i - 1\}$. Pe parcursul determinării acestor secvențe maximale vom actualiza valorile $lMax[i]$, care vor conține la final rezultatele căutate.

O observație importantă este aceea că la etapa i valoarea i nu poate apărea în s în interiorul niciunei secvențe maximale obținute la etapele anterioare, deoarece ea a fost interzisă la etapele anterioare. Astfel valoarea i poate forma secvențe maximale formate doar din valoarea i (de lungime 1) sau poate extinde sau unifica secvențele maximale formate anterior. Astfel vom realiza următorii pași pentru fiecare etapă:

1. De fiecare dată când găsim $s[j] = i$ actualizăm cu $stanga[j] = j$ și $dreapta[j] = j$, ca pe o secvență independentă;
2. Analizăm la stânga și apoi la dreapta poziției j. Avem următoarele cazuri:
   - Dacă $stanga[j-1] > 0$, vom extinde secvența spre stânga astfel:
     $$stanga[j] = stanga[j-1]$$
   - Dacă $dreapta[j+1] > 0$, vom extinde secvența spre dreapta astfel:
     $$dreapta[j] = dreapta[j+1]$$
3. Finalizarea se face cu:
   $$dreapta[stanga[j]] = dreapta[j]$$
   $$stanga[dreapta[j]] = stanga[j]$$

   Lungimea secvenței maximale curente este actualizată la fiecare pas:
   $$lMax[i] = max(lMax[1], dreapta[j] - stanga[j] + 1)$$
   La final se afișează valorile $lMax[1], lMax[2], \ldots, lMax[N]$.

Trebuie avut grijă la implementare deoarece apar diverse cazuri particulare. De exemplu: valorile din v nu apar în s, valorile din v nu sunt distincte, toate valorile din s apar și în v.

Echipa

Setul de probleme pentru această rundă a fost pregătit de:

- prof. Emanuela Cerchez, Colegiul Naţional "Emil Racoviţă" Iaşi
- prof. Nicoli Marius, Colegiul Național “Frații Buzești”, Craiova
- prof. Adrian Pintea, Colegiul Național "Andrei Mureşanu" Dej
- prof. Ionel-Vasile Piţ-Rada, Colegiul Naţional "Traian", Drobeta-Turnu Severin
- prof. Nistor Moţ, Şcoala "Dr. Luca" Brăila
- student Theodor-Gabriel Tulbă-Lecu, Universitatea Politehnica București, Facultatea de automatică și calculatoare.