

Xmoto – Solutie

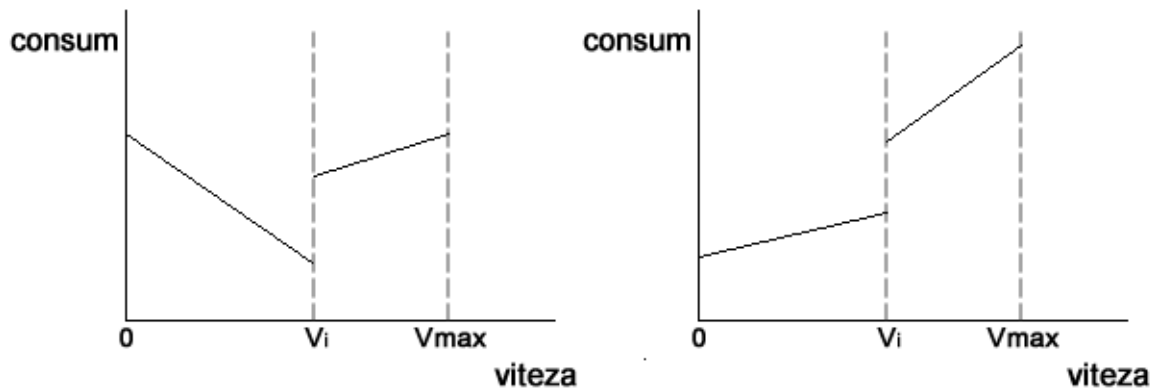
Autori: Duta Vlad si Savin Tiberiu

Pentru fiecare tronson i , functia consum definita

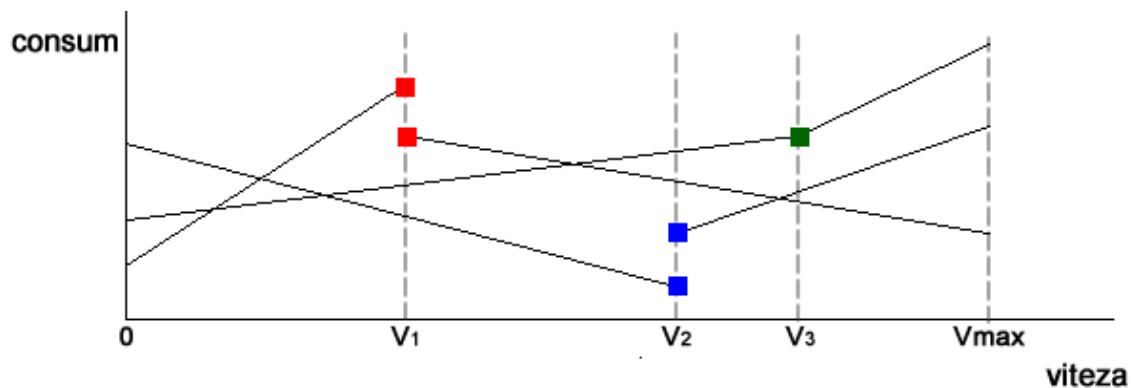
$$f(v) = a_i * v + k_i, v \leq v_i$$

$$f(v) = b_i * v + q_i, v > v_i$$

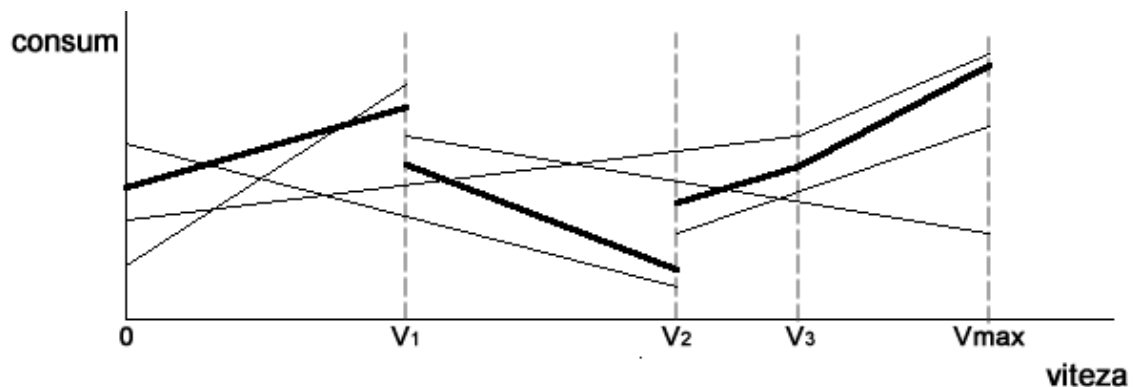
este formata din doua functii **liniare** si **monotone**. Cateva exemple de grafice ale acestor functii:



Daca sortam toate functiile f_i dupa v_i si suprapunem graficele obtinem o figura asemanatoare cu



Se observa ca pe fiecare interval $(v_i, v_{i+1}]$ consumul total $C(v) = \text{suma}(f_j(v))$ este o suma de functii liniare si monotone, deci este tot o functie liniara si monotona

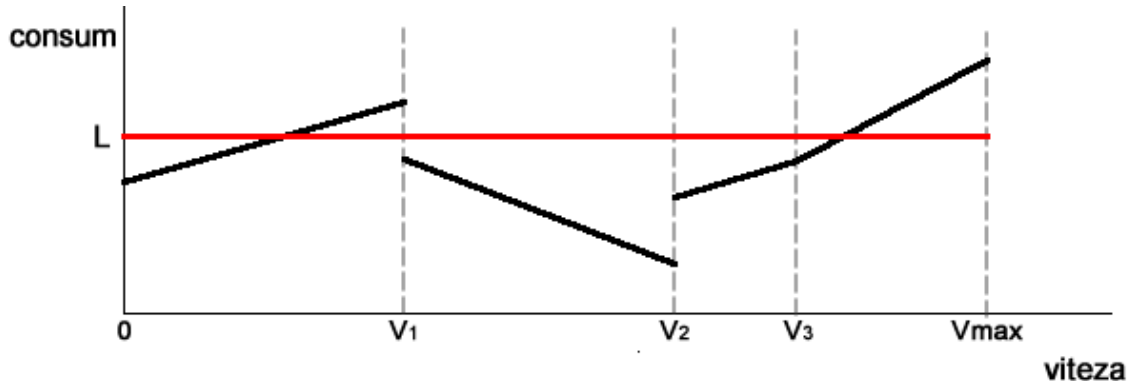


De altfel, pe fiecare interval $(v_i, v_{i+1}]$, consumul total $C(v) = \text{suma}(x_i) * v + \text{suma}(y_i)$, unde

$x_i = a_i, v \leq v_i, x_i = b_i$ altfel

$y_i = k_i, v \leq v_i, y_i = q_i$ altfel

Daca $\min(C(v_i), C(v_{i+1})) \leq L \leq \max(C(v_i), C(v_{i+1}))$ atunci cu siguranta **exista o valoare v** in intervalul $(v_i, v_{i+1}]$ astfel incat $C(v) = L$. Valoarea efectiva se poate calcula fie prin calcul direct, fie prin cautare binara.



Orice solutii corecte de complexitate $O(N \log N)$ sau $O(N \log V)$ obtin 100 puncte

Solutii de complexitate $O(N^2)$, $O(N * V)$ obtin 50-60 puncte

O solutie care trateaza doar cazul in care functia este monotona pe intreg intervalul $[0, V_{\max}]$ si calculeaza rezultatul in $O(N \log V)$ obtine 25 puncte

Exista multe alte abordari ale problemei care in functie de corectitudine si diverse optimizari obtin pana la 50 de puncte.

```
sortare();    //sorteaza in functie de vi
for (i=1; i<=N; ++i)
{
    v = (L - Sk) / Sa;          // Sa * v + Sk = L
    Sa = Sa - A[i] + B[i];    //se schimba parametrii
    Sk = Sk - K[i] + Q[i];
    if (v > Vi[i-1] && v <= Vi[i]) solutie(v);    //solutie corecta
}
```