

Soluția problemei GARD

Problema se reduce la aflarea drumului minim între 2 noduri ale unui graf orientat.

Să luăm de exemplu cel mai din stanga mar. Este evident că drumul va conține un patrat de pe aceeași linie cu el, pe o coloană din stanga acestuia.

Dacă selectăm un astfel de patrat și încercăm să găsim cel mai scurt drum ce porneste din el, înconjoară toate merele și ajunge înapoi în el putem proceda astfel:

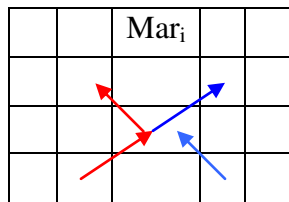
Vom forma un graf cu $N^2 \cdot 2^k$ noduri notate de forma (x, y, t) :

Unde x și y sunt linia și coloana unui anumit patrat iar t un număr între 0 și 2^k , dacă al i -ulea bit al lui t este 1 atunci am trecut de un număr impar de ori pe sub copacul i iar dacă este 0 de un număr par.

După cum știm pentru a verifica dacă un punct este în interiorul unui poligon (s-o numim problema PUNCTULUI) verificăm de câte ori intersectează o semidreaptă dusă din punctul respectiv poligonul, folosind aceeași idee rezultă că trebuie să trecem de un număr impar de ori pe sub fiecare copac pentru a fi în interior.

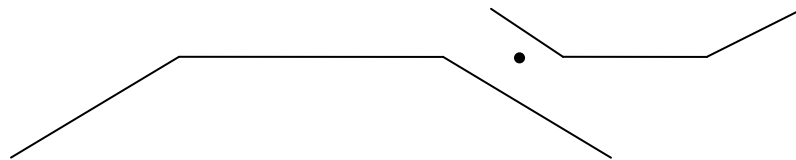
Deci vom porni din $(x, y, 0)$ unde x, y este un patrat din stanga celui mai din stanga mar și va trebui să ajungem tot în acel patrat trecând de un număr impar de ori pe sub toate merele deci în $(x, y, 2^k - 1)$.

Dintr-un nod (x_1, y_1, k) putem ajunge într-un nod (x_2, y_2, p) dacă patratele (x_1, y_1) și (x_2, y_2) sunt vecine iar $(k == p)$ sau p diferă față de k la bitii i, j, \dots și unul din patrate se află sub merele i, j, \dots iar celălalt în stanga acestor mere



Dacă mergem cum indică săgețile roșii va trebui să modificăm bitul corespunzător marului i și al tuturor merelor aflate pe aceeași coloană mai sus de el iar dacă facem mutări cum indică săgețile albastre nu.

Dacă vă gândiți la cazurile particulare de la problema PUNCTULUI veți înțelege de ce este așa



Acum tot ce trebuie să aflăm este drumul minim de la $(x, y, 0)$ la $(x, y, 2^k - 1)$ folosind algoritmul lui Dijkstra cu heapuri obținând complexitatea $N^2 \cdot 2^k \cdot \log(N^2 \cdot 2^k)$.

Va trebui să facem acest lucru începând din toate patratele de pe linia celui mai din stanga mar din stanga acestuia deci complexitate totală $N^3 \cdot 2^k \cdot \log(N^2 \cdot 2^k)$.