xreverse – descrierea solutiei

Autor: Mircea Dima, Universitatea Bucuresti

Problema se rezolva folosind tehnica programarii dinamice.

I. Solutie $O(N * K^2)$

Definim:

- $dp[i][j][k]$ suma numerelor X de i cifre cu $X \% K = j$ si $reverse(X) \% K = k$
- $nr[i][j][k]$ cate numere X de i cifre cu $X \% K = j$ si $reverse(X) \% K = k$

Vom folosi metoda inainte astfel: din starea $dp[i][j][k]$ ne vom duce intr-o stare noua adaugand o cifra (de la 1 la 9) in stanga numarului pe pozitia cea mai semnificativa cifra. Recurentele sunt:

- $dp[i+1]\ [(j + cifra * 10\text{^}i) \% K][(k * 10 + cifra) \% K]$ += $dp[i][j][k] + nr[i][j][k] * cifra * 10\text{^}i$
- $nr[i+1]\ [(j + cifra * 10\text{^}i) \% K][(k * 10 + cifra) \% K]$ += $nr[i][j][k]$;

Iar totul se calculeaza modulo M. Rezultatul va fi suma $dp[N][0][0]$. Cantitatea de memorie poate fi redusa la O(K^2). Aceasta solutie obtine *40* de puncte.

II. Solutie $O(K\text{^}4 * log(N))$

Definim:

- $dp[i][j][k]$ suma numerelor X de $2\text{^}i$ cifre cu $X \% K = j$ si $reverse(X) \% K = k$
- $nr[i][j][k]$ cate numere X de $2\text{^}i$ cifre cu $X \% K = j$ si $reverse(X) \% K = k$

Cum un sir de lungime 2^i este construit din doua siruri de lungime 2^{i-1} recurentele sunt:

- $dp[i+1][\ (a * 10^{2\text{^}i} + c) \% K\ ][\ (d * 10^{2\text{^}i} + b) \% K\ ]$ += $dp[i][a][b] * nr[i][c][d] * 10^{2\text{^}i} + dp[i][c][d] * nr[i][a][b]$;
- $nr[i+1][\ (a * 10^{2\text{^}i} + c) \% K\ ][\ (d * 10^{2\text{^}i} + b) \% K\ ]$ += $nr[i][a][b] * nr[i][c][d]$;

Resturile a, b, c, d vor lua toate valorile intre 0 si $K – 1$. Cazul pentru un sir de lungime 1 se trateaza simplu.

Pentru a obtine suma tuturor numerelor de lungime fix N , vom considera descompunerea lui N in suma de numere ce sunt puteri ale lui 2 (folosind eventual bitii de 1 din descompunerea binara) si vom combina aceste lungimi in mod analog recurentei. Aceasta solutie obtine *100* de puncte.

Trebuie mentionat ca problema a fost data la un interviu al firmei ITA Software acum cativa ani.