

## Problema 1 - Ciocolata

Autor: Prof. Adrian Panaete – Colegiul Național “A. T. Laurian” Botoșani

Pentru orice configurație se poate calcula imediat numărul total de tablete conținute în toate batoanele de pe masă și implicit suma celor două numere care urmează să fie afișate. De asemenea se poate calcula numărul de mutări care vor fi efectuate de ambele jucătoare până la finalul jocului.

Se poate observa că o strategie greedy pe care o poate folosi oricare jucătoare ar fi următoarea:

- Cât timp se poate aplica mutarea c) se aplică.
- Când nu se mai poate aplica mutarea c) mai rămân pe masă doar batoane de 2 sau 3 tablete deci se mai pot aplica doar mutări a) sau b). Cât timp se poate aplica mutarea b) se aplică.
- Când nu se mai poate aplica mutarea b) se va aplica mutarea a) până la finalul jocului.

Analizând această strategie greedy se observă că o jucătoare care aplică această strategie nu poate să piardă la o diferență mai mare de două tablete dacă cealaltă jucătoare are variantă de victorie. În același timp dacă o jucătoare are strategie de victorie aceasta nu va putea castiga la diferență mai mare de două tablete dacă adversara joacă optim.

Astfel se poate observa că dacă diferența dintre numărul de tablete la finalul jocului ar fi mai mare de 2 ar însemna că una dintre jucătoare ar fi jucat neoptim.

Mai rămâne deci, în funcție de configurația inițială, să stabilim care va fi diferența (de modul cel mult 2) între cele două numere afișate și în favoarea cărei jucătoare. La final vom obține 5 variante de finalizare ale jocului (două în care una dintre cele două va fi de 2 tablete în favoare uneia sau alteia, alte două în care diferența este de o tabletă și una în care jocul se termină remiză).

O observație neesențială pentru rezolvarea problemei ar fi că diferența de 1 se poate obține doar când pe masă sunt inițial un număr impar de tablete iar diferența de 2 sau remiza se obține când pe masă sunt inițial un număr par de tablete.

O observație esențială este că ultima mutare va fi sigur o mutare de tip a) deci jucătoarea aflată ultima la mutare va pierde 2 la diferență prin ultima mutare din joc. Dacă adversara acesteia ar aplica strategia greedy ar avea înainte de acea mutare un dezavantaj de cel mult 2 deci cu atât mai mult dacă va juca optim nu are cum să piardă. În concluzie – cine efectuează ultima mutare pierde sau în cel mai bun caz obține remiza.

Observația esențială este aceea că rezultatul final al jocului depinde de paritatea numerelor de batoane de fiecare tip. Putem demonstra că această observație este corectă aplicând inducție după numărul de mutări care mai rămân de efectuat până la final.

Pentru a implementa eficient se codifică paritățile numerelor de batoane prin numere pe 15 biți și se determină prin dinamică pe biți diferența între numerele afișate pentru cele  $2^{15}$  configurații posibile. Astfel se poate răspunde în timp constant la fiecare test calculând numărul total de tablete = suma numerelor afișate și configurația binară corespunzătoare care va da diferența numerelor afișate.