Problema 1 – nr clasa a VI-a

Descrierea soluţiei

Soluţia 1.

Şirul este format din **9** grupe. Numerele ce aparţin unei grupe sunt generate în ordinea crescătoare a valorilor. Toate numerele aflate într-o grupă **k** (**1<=k<=9**) sunt formate din câte **k** cifre, iar cifra cea mai semnificativă este egală cu **k**. Numărul de numere care încep cu cifra **k** este egal cu numărul de numere din grupa **k**, adică 2^{k-1} (cerinta **a**)

Dacă `v[1],v[2],…,v[k]` sunt cifrele unui număr din grupa **k**, atunci: `v[1]=k`, $v[2]\in\{0,k-1\}$, $v[3]\in\{0,k-2\}$,………, $v[k-1]\in\{0,2\}$, $v[k]\in\{0,1\}$. Succesorul acestui număr în şirul dat se poate obţine simulându-se adunarea cu **t=1** (cifra de transport) a numărului curent, particularizată astfel:

```
 t=1; i=k
┌cât timp i>1 şi t>0 execută
│     s=v[i]+t
│     ┌dacă  s>k+1-i atunci v[i]=0; t=1
│     │               altfel v[i]=k+1-i; t=0
│     └■
│     i=i-1
└■
```

Dacă cifra curentă `v[i]` din număr este diferită de **0** în urma adunării, atunci ea va avea valoarea **k+i-1.**

Prin calcul, se poate determina grupa **k** din care face parte al **n**-lea număr. Numărul numerelor conţinute de primele **k-1** grupe este $s=1+2+2^2+\ldots.2^{k-2}$. Astfel cel de-al **n**-lea număr din şir este cel de-al **n-s**-lea număr din grupa **k**. Pornind de la primul număr din grupa **k**, $\overline{k000...0}$, simulând de **n-s-1** ori adunarea cu **1**, se obţine numărul căutat (cerinţa **b**).

Pentru rezolvarea cerinţei **c**, se determină numărul **k** de cifre al numărului **x** şi se reţine prima cifră **c** (cea mai semnificativă) a lui **x**. Dacă **c<k** atunci numărul căutat va avea **k-1** cifre, altfel va avea **k** cifre. Aplicând tehnica de la punctul **b**, generăm termenii şirului până se obţine cel mai mare termen mai mic sau egal cu **x**.

Soluţia 2.

Se observă că şirul de numere din enunţ: **1,20,21,300,301,320,321,4000, 4001,4020,4021,4300,4301,4320,4321,50000,...,987654321** reprezintă o codificare a reprezentării în baza **2** a numerelor $1=1_{(2)}$, $2=10_{(2)}$, $3=11_{(2)}$, $4=100_{(2)}$, $5=101_{(2)}$, $6=110_{(2)}$, $7=111_{(2)}$, $8=1000_{(2)}$, $9=1001_{(2)}$, $10=1010_{(2)}$, $11=1011_{(2)}$, $12=1100_{(2)}$, $13=1101_{(2)}$, $14=1110_{(2)}$, $15=1111_{(2)}$, $16=10000,\ldots,511=111111111_{(2)}$. Aceste numere scrise în baza **2** conţin cel mult **9** cifre binare.

Pentru obţinerea şirului din enunţ, fiecare număr natural nenul **n** mai mic sau egal cu **511** a fost codificat prin aplicarea regulilor următoare asupra reprezentării binare corespunzătoare:

- dacă bitul de pe poziţia **i** (numerotate de la dreapta la stânga începând cu **1**) are valoarea **0** atunci cel de-al **n**-lea număr din şir, care-i corespunde, are în aceeaşi poziţie cifra **0**.
- dacă bitul de pe poziţia **i** are valoarea **1** atunci cel de-al **n**-lea număr din şir, care-i corespunde, are în aceeaşi poziţie cifra **i**.

Pe baza acestei observaţii se obţine răspunsul la cerinţa b. Se scrie numărul **n** în baza **2** şi se aplică codificarea dată.

Pentru cerinţa **c**, o soluţie se poate obţine parcurgând mulţimea numerelor **1,2,...,511,** codificând după regulile date fiecare număr, parcurgerea oprindu-se la cel mai mare număr obţinut prin codificare, mai mic sau egal cu **x**. Dacă **x>987654321**, atunci numărul căutat este **987654321**.

Problema 2 – Taste clasa a VI-a

Descrierea soluţiei

Problema se rezolvă generând succesiv toate combinaţiile posibile, formate din exact 4 cifre pentru care alarma va suna la momentul dorit.

Dacă din fişierul de intrare s-a citit ora **HHMM** atunci se vor genera toate combinaţiile

HH + 24 * I <100

şi

MM + 60*J < 100

Pentru fiecare din aceste variante posibile se determină numărul de calorii consumat. Se reţine soluţia pentru care se consumă un număr minim de calorii.

Pentru exemplu din enunţ, pentru **0124** se generau combinaţiile:

Combinaţie taste	**Număr calorii consumate**
0124	260
0184	292
2524	190
2584	192
4924	298
4984	240
7342	183
7384	203
9724	197
9784	**179**

Problema 3 – Tetris clasa a VI-a

Descrierea soluţiei

Pentru rezolvarea problemei se parcurge şirul de numere şi se încearcă adăugarea unei piese. Aceasta va fi adăugată în vârful unui turn dacă numărul de elemente aflate în acel moment pe suprafaţa de joc este strict mai mic decât **m x n** (există cel puţin un turn care nu are înălţime maximă **m**).

Pentru determinarea turnului în care se adaugă o piesă cu valoarea x se caută primul turn (de la stânga la dreapta) ce conţine în vârf **două** piese cu valoarea **x**. Dacă există un astfel de turn, atunci piesa se adaugă în vârful acestuia, iar altfel se caută primul turn cu o singură valoare x în vârf şi piesa se adaugă în vârful acestuia. Dacă niciun turn nu are valoarea **x** în vârf atunci piesa se va adăuga în vârful primului turn de înălţime minimă.

La adăugarea unei piese pe suprafaţa de joc se actualizează şi valoarea variabilei care memorează înălţimea maximă posibilă (inclusiv pentru turnurile din care vor fi eliminate piese întrucât mai întâi se adaugă piesa şi după aceea se elimină piesele cu valori identice)

Numărul de piese aflate pe suprafaţa de joc se actualizează la fiecare piesă adăugată pe suprafaţă (se adaugă **1** dacă nu se elimină piese la acel pas şi se scade valoarea **2** dacă sunt eliminate piese (**+1** pentru piesa adăugată şi **-3** pentru cele **3** piese eliminate). Se observă că un turn nu poate avea la un moment dat în vârf mai mult de **3** piese de aceeaşi valoare)

Comisie clasa a VI-a

prof. Carmen Mincă
prof. Daniela Lica
prof. Cristina Sichim
prof. Florentina Ungureanu
prof. George Trifan