Descrierea soluţiei - Tg

Autor: prof. Piț-Rada Ionel Vasile
C. N. "Traian" Drobeta-Tr. Severin

Complexitate O(N*N)

Pentru fiecare **a** din mulțimea {1,2,...,N-2} și pentru fiecare **c** din mulțimea {a+2,a+3,...,N} se verifică dacă a*c este pătrat perfect și în caz afirmativ se calculează b=sqrt(a*c) și se contorizează rezultatul.

Complexitate O(N*sqrt(N))

Pentru fiecare a din mulțimea {1,2,...,N-2} se observă că dacă ar exista tripletul (a,b,c) atunci ar trebui să avem c=b*b/a, deci b*b ar trebui să fie multiplu al lui a și în același timp ar trebui să fie pătrat perfect, iar b>a. Ne-ar ajuta astfel să știm care este cel mai mic pătrat perfect multiplu al lui a. Fie a_1 acest număr. Am avea a_1=a*x, unde x este cel mai mic posibil astfel incat a_1 să fie pătrat perfect. Dacă a=p_1^{e1}*p_2^{e2}*...*p_k^{ek}, atunci x=p_1^{f1}*p_2^{f2}*...*p_k^{fk} unde f_i=e_i mod 2 , adică x este produsul factorilor primi care apar la puteri impare in descompunerea lui a. Se mai observă apoi că orice alt multiplu al lui a care este si pătrat perfect va fi de forma a_2=a*x*k^2, unde k≥1. Pentru k=1 se obtine a_1. Deoarece trebuie să avem b*b>a*a , atunci patratele perfecte care ne interesează pentru obținerea lui c se obțin pentru k>$\sqrt{\frac{a}{x}}$. Astfel putem determina b=$\sqrt{a \cdot x} \cdot k$ si c=b*b/a = x·k^2. Deoarece c<=N vom avea k≤$\sqrt{\frac{N}{x}}$.

Cu alte cuvinte pentru fiecare a din mulțimea {1,2,...,N-2} vom parcurge k din mulțimea { $\left[\sqrt{\frac{a}{x}}\right]$+1, $\left[\sqrt{\frac{a}{x}}\right]$+2, ..., $\left[\sqrt{\frac{N}{x}}\right]$ } și astfel vom obține toate tripletele geometrice căutate, care sunt de forma (a, b = $\sqrt{a \cdot x} \cdot k$, c = x·k^2).

Pentru determinarea lui x putem folosi algoritmul de descompunere în factori primi O(sqrt(a)).

Complexitate O(N)

Ideea de rezolvare este asemănatoare cu cea anterioară. Se incearcă diminuarea efortului de calculare la fiecare pas a lui x prin construirea vectorului x[i]= cel mai mic numar natural care înmulțit cu i produce un pătrat perfect, adică vom avea i*x[i] cel mai mic patrat perfect multiplu al lui i.

Se procedează asemănător cu algoritmul "Ciurul lui Eratostene". Se inițializează x[i] cu 0 și se parcurge în ordinea 1,2,3,..., N. Daca avem x[i]==0 atunci vom marca x[i*j*j]=i pentru toti 1≤i*j*j≤N.

Preşedinte: Radu Eugen Boriga

Vicepreşedinte subcomisie clasa a IX-a: Constantin Gălăţan