DESCRIEREA SOLUȚIILOR, OLIMPIADA JUDEȚEANĂ DE INFORMATICĂ, CLASA A VII-A

Problema Pătrățele

Propusă de: Prof. Marinel Șerban

Observații. Problema testează cunoștințe despre:

- lucrul cu tablouri unidimensionale și bidimensionale
- reprezentarea numerelor în baza 2
- operații pe biți sau operații echivalente

Soluția 1 – prof. Marinel Șerban. CN E. Racoviță Iași

Această soluție obține între 70 și 84 de puncte în funcție de implementare.

Verificarea faptului că un pătrățel are una dintre laturi desenată se face simplu utilizând reprezentarea în baza 2 a codului pătrățelului astfel:

Fie x valoarea codului pătrățelului:

- pentru latura de sus, dacă această latură există, atunci $x\&1 = 1$ sau $x\%2 = 1$
- pentru latura din dreapta, dacă această latură există, atunci $x\&2 = 1$ sau $x/2\%2 = 1$
- pentru latura de jos, dacă această latură există, atunci $x\&2 = 4$ sau $x/4\%2 = 1$
- pentru latura din stânga, dacă această latură există, atunci $x\&2 = 8$ sau $x/8\%2 = 1$

Cerințele 1 și 2. **Complexitate timp** $\mathcal{O}(n \cdot m \cdot min(n,m)^2)$

(1) determinăm latura maximă $l_{max} = min(n,m)$ pe care o poate avea un pătrat
(2) pentru toate laturile posibile $1 \le l \le l_{max}$ verificăm toate posibilitățile de a exista un pătrat de latura l, cu colțul stânga-sus în poziția (x_s, y_s) (evident x_s parcurge valorile de la 1 la $n - l + 1$ iar y_s toate valorile de la 1 la $m - l + 1$)
(3) pentru fiecare pătrat de latură l și colțul stânga-sus în (x_s, y_s) verificăm dacă cele 4 laturi sunt complet desenate, iar dacă da incrementam un contor.

Pentru cerința 1 afișăm numărul total de pătrate valide găsite.

Pentru cerință 2 trebuie să contorizăm fiecare latură de pătrat separat și să le afișăm în ordine crescătoare.

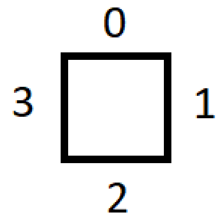
Cerința 3. **Complexitate timp** $\mathcal{O}(n^2 \cdot m^2 \cdot min(n,m)^2)$

(1) rezolvăm cerința 1 pentru tabloul nemodificat, reținând numărul de pătrate P_{init}
(2) Parcurgem toate elementele din matrice și plasăm orice latură lipsă, apoi numărăm din nou pătratele obținute și reținem maximul și locul care a produs acest maxim P_{max}.
(3) Dacă $P_{max} = P_{init}$, înseamnă că nu există niciun mod de a desena o singură linie pentru a mării numărul de pătrate, altfel afișăm rezultatul.

Soluția 2 – stud. Bogdan-Ioan Popa. Facultatea de Matematică și Informatică, Universitatea din București

Această soluție obține 100 de puncte.

În cele ce urmează vom numerota cei 4 pereți ai unei celule conform figurii de mai jos:



Cerințele 1 și 2. **Complexitate timp** $\mathcal{O}(n \cdot m \cdot min(n, m))$

Se precalculează următoarele tablouri bidimensionale:

- $\boldsymbol{up_{i,j}}$ = lungimea secvenței maximale de pereți de tip 1 care are ca punct de oprire în celula (i, j) și se extinde în sus pe coloană
- $\boldsymbol{left_{i,j}}$ = lungimea secvenței maximale de pereți de tip 2 care are ca punct de oprire în celula (i, j) și se extinde în stânga pe linie
- $\boldsymbol{right_{i,j}}$ = lungimea secvenței maximale de pereți de tip 0 care are ca punct de oprire în celula (i, j) și se extinde în dreapta pe linie
- $\boldsymbol{down_{i,j}}$ = lungimea secvenței maximale de pereți de tip 3 care are ca punct de oprire în celula (i, j) și se extinde în jos pe coloană

Pentru fiecare celulă (i, j) și fiecare dimensiune de latură k se verifică dacă pătratul care are lungimea laturii k și colțul stânga sus în celula (i, j) are laturile desenate.

Condițiile sunt următoarele:

- $down_{i,j} \geq k$
- $right_{i,j} \geq k$
- $up_{i+k-1,j+k-1} \geq k$
- $left_{i+k-1,j+k-1} \geq k$

Pentru prima cerință doar numărăm pătratele care respectă conditia de mai sus.

Pentru cea de-a doua cerință, vom cunstrui un vector de frecvență cnt_k = numărul de pătrate de latură k ce respectă condiția. Se afisează toate perechile (k, cnt_k), pentru care $cnt_k > 0$.

Cerința 3. **Complexitate timp** $\mathcal{O}(n^2 \cdot m^2 \cdot min(n, m))$

Pentru fiecare celulă (i, j) și pentru fiecare perete $0 \leq d \leq 3$ se verifică dacă peretele d al celulei (i, j) este desenat sau nu. Dacă peretele nu este desenat:

- se desenează (a nu se uita să se marcheze această desenare și celulei cu care se învecinează celula (i, j) prin peretele d)
- se rezolvă prima cerință considerând modificarea făcută.
- se actualizează maximul
- se șterge peretele tocmai desenat

Soluția 3 – Asist. Drd. Alexandru Ioniță. Universitatea ,,Alexandru Ioan Cuza" din Iași

Pentru rezolvarea cerinței 3 există o soluție mai eficientă. Această soluție obține de asemenea 100 de puncte.

Complexitate timp $\mathcal{O}(n^2 \cdot m^2)$

Soluția presupune următoarea precalculare:

Fiecare linie orizontală din partea de sus a unei celule (i, j) din foaie va fi marcată într-o matrice: $sp_{0i,j} = 1$. Peste matricea sp_0 vom face apoi sume parțiale pentru a putea afla in $\mathcal{O}(1)$ câte linii din partea de sus sunt setate pe un anumit interval dintr-un rând. Vom repeta aceste operații pentru toate tipurile de linii rămase, generând cate o astfel de matrice pentru fiecare direcție rămasă: (sp_1 - dreapta, sp_2 - jos, sp_3 - stânga).

Vom itera astfel prin fiecare patrat (determinat unic de o celula (x, y) si o lungime l) ce poate fi încadrat in foaia de dimensiune $n \times m$, având 3 cazuri:

(1) pătratul are toate laturile complet acoperite de linii deja trasate
(2) pătratul mai are nevoie ca exact o singura linie sa fie trasată pentru a fi complet acoperit
(3) Pătratul are nevoie de mai mult de o linie sa fie trasată pentru a fi complet acoperit.

Cazurile (1) si (3) nu ne interesează în mod special (trebuiesc doar numărate câte pătrate sunt in cazul (1), pentru a fi adăugate la răspuns).

În schimb, cazul (2) este de interes: pentru aceste pătrate trebuie să vedem care este linia lipsă. Daca notam cu x, y celula liniei respective si cu z tipul liniei ($z = 0$ daca este `SUS`, $z = 1$, daca este `DREAPTA`, etc..) incrementând cu o unitate la coordonatele liniei într-o matrice $used_{x,y,z}$.

Această marcare trebuie făcută și pentru celula vecina acestei linii (daca tocmai am analizat o linie de tipul `SUS` din celula (x, y), va trebui sa incrementăm valoarea in *used* și pentru celula $x - 1, y$ linia de `JOS`).

Observați că, făcând aceste marcări pentru fiecare pătrat, la final, în matricea *used* vom avea la fiecare poziție (x, y, z) numărul de pătrate care vor fi completate în cazul in care trasăm linia corespunzătoare acelei poziții.

Astfel, nu ne rămâne decât să căutăm care este celula cu cea mai mare valoare din vectorul *used* si să îi afișăm coordonatele.

Problema Pseudocmp

Propusă de: Stud. Bogdan-Ioan Popa

Soluție – stud. Bogdan-Ioan Popa. Facultatea de Matematică și Informatică, Universitatea din București

Cerința 1. Această soluție la prima cerință obține 40 de puncte.

Complexitatea timp este $\mathcal{O}(N \cdot C_{max} + Val_{max})$, unde Val_{max} reprezintă valoarea maximă a unui număr din șir, iar C_{max} reprezintă numărul maxim de cifre ale unui număr din șir.

Pentru a nu exista nicio pereche specială, înseamnă că pentru oricare doi indici (i, j), dacă $A_i < A_j$ atunci $S_i \leq S_j$.

Această observație ne duce cu gândul la a sorta acest șir A. Pentru că sunt multe numere ($N \leq 100\,000$) și valorile din șir sunt mici ($A_i \leq 1\,000\,000$) vom folosi o sortare prin numărare. Vom introduce numerele într-un vector caracteristic, apoi îl vom parcurge de la 1 la 1 000 000 pentru a obține șirul sortat.

După sortare facem următoarea observație: Nu va exista nicio pereche specială dacă și numai dacă $S_i \leq S_{i+1}$ pentru orice $1 \leq i < N$. Astfel, dacă șirul sortat respectă condiția enunțată mai sus, răspunsul va fi -1, altfel răspunsul va fi o pereche de numere A_k, A_{k+1} (în ordinea aceasta) pentru care $S_k > S_{k+1}$ și $1 \leq k < N$.

Cerința 2. Această soluție la a doua cerință obține 60 de puncte.

Complexitate timp $\mathcal{O}(N \cdot S_{max} + Val_{max})$.

Cum șirul A este sortat crescător, perechile speciale vor respect condiția $i < j$.

Rămâne să calculăm pentru fiecare $1 \leq j \leq N$ câți indici i există astfel încât $1 \leq i < j$ și $S_i > S_j$.

La fiecare pas vom ține vectorul de frecvență $freq_s$ = cați indici i aflați la stânga lui j există astfel încât $S_i = s$. Apoi însumăm valorile $freq_s$, pentru fiecare s de la $S_j + 1$ la S_{max}, unde S_{max} reprezintă suma maximă a cifrelor unui număr. Odată cu calcularea acestei sume, putem actualiza vectorul *freq*, crescând $freq_{S_j}$ cu 1.

Echipa

Problemele pentru această etapă au fost pregătite de:

- Prof. Cristina-Elena Anton
- Prof. Alin Burța
- Prof. Claudiu-Cristian Gorea-Zamfir
- Asist. Drd. Alexandru Ioniță
- Prof. Daniela-Elena Lica
- Prof. Vlad-Laurențiu Nicu
- Stud. Bogdan-Ioan Popa
- Prof. Marinel Șerban
- Stud. Theodor-Gabriel Tulbă-Lecu
- Prof. Florentina Ungureanu