



## Centura - descrierea soluției

Autor: prof. *Constantin Gălățan*

C. N. "Liviu Rebreanu" Bistrița

### Soluție $O(2^m)$

Se generează cu backtracking toate șirurile  $\mathbf{x}$  de lungime  $m$ , cu valori 0 și 1, unde  $\mathbf{x}[i] = 1$  dacă al  $i$ -lea autoturism, identificat prin caracterul A în șirul inițial, este deviat pe drumul de centură și  $\mathbf{x}[i] = 0$ , în caz contrar. Se verifică pe parcursul generării dacă condiția R este îndeplinită, utilizând de exemplu sume de prefixe (sume parțiale) ale subșirului de autovehicule. Ținând seama că  $m$  nu depășește valoarea 30, se poate menține șirul  $\mathbf{x}$  într-o mască de biți. O soluție cu această complexitate, în funcție de implementare obține între 30 și 50 de puncte.

### Soluție $O(m \cdot m)$ - Mihail-Cosmin Piț-Rada

Se pot defini

$\text{ways}[i]$  = numărul soluțiilor care respectă restricția R pentru autovehiculele din secvența  $1 \dots \text{pos}[i]$  și care utilizează autoturismele  $1 \dots i$  (nu neapărat toate)

$\text{best}[i]$  = numărul minim de autoturisme, dintre autoturismele  $1 \dots i$ , pentru care se poate respecta restricția R pentru rezolvarea secvenței  $1 \dots \text{pos}[i]$

$$\text{ways}[0] = 1$$

$$\text{best}[0] = 0$$

pentru fiecare  $i = 1 \dots m$  se calculează :

$$\text{ways}[i] = \sum \{ \text{ways}[j] \} \text{ si } \text{best}[i] = 1 + \min \{ \text{best}[j] \}$$

$$\text{unde } 0 \leq j < i \text{ si } (\text{pos}[i] - i) - (\text{pos}[j] - j) \leq k$$

la final  $V = \sum \{ \text{ways}[j] \}$  si  $T = \min \{ \text{best}[j] \}$ , unde  $0 \leq j \leq m$  si  $(n - m) - (\text{pos}[j] - j) \leq k$   
observație:

- numărul de camioane din secvența  $\text{pos}[j] \dots \text{pos}[i]$  este egal cu  $(\text{pos}[i] - i) - (\text{pos}[j] - j)$

- pentru simplificarea calculelor pentru V si T am introdus un autoturism fictiv la poziția  $n+1$ , deci  $\text{pos}[m+1] = n+1$

și astfel avem :  $V = \text{ways}[m+1]$  si  $T = \text{best}[m+1] - 1$

Această soluție obține 100 de puncte.

### Soluție $O(m)$ - Mihail-Cosmin Piț-Rada

Se utilizează ideea cu complexitatea  $O(m \cdot m)$ , dar se gestionează mai atent determinarea celei mai mici valori  $j < i$  pentru care numărul de camioane aflat în intervalul dintre autoturismele  $j$  și  $i$  este cel mult egal cu  $k$ . Astfel avem  $\text{best}[i] = 1 + \text{best}[j]$ . În același timp se pastrează în  $s[]$  sumele parțiale ale șirului  $\text{ways}[]$  și se poate calcula în  $O(1)$   $\text{ways}[i]$  cu  $\text{ways}[i] = s[i-1] - s[j-1]$ .

Această soluție obține 100 de puncte.

