**cmmmc** **100 puncte**

# Soluţie cmmmc

Fie $n = p_1^{q_1} * p_2^{q_2} * \ldots * p_k^{q_k}$ scrierea în descompunere de factori primi a numărului $n$. Pentru ca două numere $a$ şi $b$ să aibă cel mai mare multiplu comun egal cu $n$, pentru fiecare factor prim $p_i$ avem două posibilităţi: $p_i$ apare la puterea $q_i$ în $a$, şi la o putere oarecare de la 0 la $q_i$ în $b$, sau apare la puterea $q_i$ în $b$, şi la o putere oarecare de la 0 la $q_i$ în $a$. În total avem deci $q_i + 1 + q_i + 1 = 2 * q_i + 2$ variante, dar am numărat de două ori varianta, când $p_i$ apare în ambele numere la puterea $q_i$, deci numărul corect al variantelor va fi $2 * q_i + 1$.

Aşadar numărul total al perechilor, care au cel mai mare divizor comun egal cu $n$ este $(2 * q_1 + 1) * (2 * q_2 + 1) * \ldots * (2 * q_k + 1)$. Observăm, că am numărat perechile formate din numere distincte de două ori şi perechea $[n, n]$ o singură dată, aşa că adăugăm unu şi împărţim la doi, pentru a răspunde la subpunctul ***a)***.

Pentru a rezolva subpunctul ***b)***, observăm că pentru a obţine suma minimă, trebuie să considerăm fiecare $p_i$ la puterea $q_i$ într-unul din numere, iar la puterea 0 în celălalt număr. Încercăm toate cele $2^k$ perechi ce se pot forma astfel şi alegem perechea cu suma minimă. Pentru a genera aceste perechi, iterăm cu o variabilă de la 0 la $2^{k-1}$, pe care o convertim în baza doi. Dacă cifra $i$ în baza doi este egal cu 0, vom considera că $p_i$ apare în primul număr la puterea $q_i$ şi în al doilea număr la puterea 0, iar dacă cifra $i$ este egal cu 1, $p_i$ va apărea în primul număr la puterea 0 şi în al doilea număr la puterea $q_i$.

Pentru a implementa un algoritm cât mai rapid pentru descompunerea în factori primi, se recomandă generarea numerelor prime folosind **Ciurul lui Erastotene.** Această abordare implementat cu grijă duce la obţinerea punctajului maxim.

O altă soluţie posibilă este determinarea tuturor divizorilor lui $n$ şi verificarea pentru fiecare pereche de divizori, dacă are cel mai mare divizor comun egal cu $n$. Pentru a determina divizorii unui număr este de ajuns să verificăm divizorii până la radicalul numărului şi când am găsit divizorul $d$, acesta va implica că am găsit şi divizorul $n / d$. Cazul pătratelor perfecte trebuie tratat separat. Această abordare obţine 60 de puncte.

Stelian Ciurea, Pătcaş Csaba