

## Soluție I rec

**Autor - Suzana Gălățan**

Se cere determinarea tuturor descompunerilor unui număr natural ca sumă de  $N$  numere naturale aflate în ordine descrescătoare, astfel încât cel mai mic termen să nu fie mai mic decât  $F$ .

Starea problemei se reține în elementul  $a[s][n][k]$  al unei matrici tridimensionale.

$a[s][n][k]$  reprezintă numărul de descompuneri a sumei  $s$  în  $n$  termeni, având cel mai mare termen  $k$ .

$a[s][n][k]$  este egal cu suma descompunerilor care au termenul maxim  $k$ , iar al doilea termen  $k-1, \dots, F$ :

$$a[s][n][k] = a[s-k][n-1][k] + a[s-k][n-1][k-1] + \dots + a[s-k][n-1][F]$$

Numărul Sum al tuturor descompunerilor de sumă  $S$ , în  $N$  termeni având valoare minimă  $F$ , se calculează ca fiind:

$$\text{Sum} = a[S][N][F] + a[S][N][F+1] + \dots + a[S][N][S - (n-1)*F]$$

Complexitatea soluției:  $O(N * S^3)$

## Soluție II rec

**Autor – Stelian Ciurea**

Presupunem o descompunere validă a lui  $S$

$$S = x_1 + x_2 + \dots + x_n, \text{ unde } x_1 \geq x_2 \geq \dots \geq x_n \geq F$$

echivalent cu

$$S = x_1 - (F - 1) + x_2 - (F - 1) + \dots + x_n - (F - 1) + n(F - 1);$$

și cu

$$S - n(F - 1) = y_1 + y_2 + \dots + y_n, \text{ unde } y_i = x_i - (F - 1) \text{ și } y_1 \geq y_2 \geq \dots \geq y_n$$

Între descompunerea  $x_1 + x_2 + \dots + x_n$  și  $y_1 + y_2 + \dots + y_n$  este o relație bijectivă.

Numărul descompunerilor crescătoare ale lui  $n$  cu ultima valoare  $\geq 1$  este egal cu numărul descompunerilor descrescătoare ale lui  $n$ , cu prima valoare  $\geq 1$  și se poate calcula conform celor prezentate la curs.