bşir – Soluţie

Fie **B(i)=bşir**-ul de lungime **i**. Se poate genera **bşir**-ul de lungime 2^{i+1} în următorul mod:
$B(2^{i+1}) = B(2^i)$ concatenat cu $\overline{B(2^i)}$ (complementul binar al lui $B(2^i)$)

Precalculăm şirul **X(i)** = numărul de palindroame dintr-un **bşir** de lungime 2^i, folosind recurenţa:

$X(i) = 2*X(i-1) + 2^{i-1}$, dacă **i** e par
$X(i) = 2*X(i-1) + (2^i - 2)/3$, dacă **i** e impar

Considerăm **bşir**-ul ca fiind indexat începând cu **1**, adică pe poziţia **1** se va afla primul element al şirului. Pentru a calcula numărul de palindroame dintr-un **bşir** de lungime **N**, vom afla cea mai mare putere **K** astfel încât $2^K \le N$ (se consideră $N \ne 2^K$ pentru că în acest caz putem afla răspunsul din valorile tabelului **X**). În momentul acesta problema se împarte în trei subprobleme:

1. determinarea numărului palindroamelor din şirul de lungime 2^K (acest pas se rezolvă utilizând valorile precalculate mai sus în tabelul **X**)
2. determinarea numărului palindroamelor care au capătul din stânga într-o poziţie mai <u>mică sau egală</u> decât 2^K şi cel din dreapta într-o poziţie <u>mai mare</u> decât 2^K.
3. determinarea numărului palindroamelor din porţiunea de şir care începe din poziţia 2^K+1 şi se termină în poziţia **N**

Din simetria **bşir**-ului *subproblema 3* poate fi redusă la a calcula palindroamele dintr-un **bşir** de lungime $N-2^k$.

În rezolvarea *subproblemei 2* apar, din nou, două cazuri:
- dacă **K** este par, numărul palindroamelor va fi $N-2^K$
- dacă **K** este impar, observăm că la poziţia 2^k+1 şi 2^k+2 se termină **N/2** palindroame, la următoarele **6** poziţii (până la **8**) se termină **N/2-1** palindroame, la următoarele **24** (până la **32**) se termină **N/2-2** palindroame, ş.a.m.d; se observă că putem determina în timp logaritmic răspunsul pentru *subproblema 2*, în acest caz.

La fiecare pas **N** se reduce cu cel puţin jumătate din valoarea sa, în concluzie complexitatea va fi logaritmitcă.