Problema Mixperm, descrierea soluției

Autor, prof. Dan Pracsiu– Liceul Teoretic "Emil Racoviță" Vaslui

Soluția 1 (80 puncte) - prof. Ionel-VasilePit-Rada
Se calculează frecventele de apariție f1[] ale valorilor 1,2,…,n in vectorul v1[] si respectiv f2[] pentru v2[].
Pentru fiecare secvența de poziții [p,q] se înlocuiesc valorile din v1[] cu valorile din v2[] si se actualizează frecventele in f1[]. Respectiv se procedează analog pentru v2[] si f2[]. Daca se constata ca in f1[] sau in f2[] sunt prezente toate valorile 1,2,…,n atunci contorul care numără intervalele căutate va crește cu 1.
Complexitate $O(n^2)$

Soluția 2 (100 puncte) - prof. Dan Pracsiu
O primă observație este că dacă (p1, p2, …, pn) este o permutare a mulțimii {1,2,..,n} atunci:

1^2^…^n ^ p1 ^p2 … ^ pn = 0, unde prin ^ s-a notat operatorul pe biți XOR.
1+2+…+n = n * (n+1) / 2
1*1 + 2*2 + … + n*n = n*(n+1)*(2*n+1) / 6

Notăm cu
S1 = 1^2^…^n,
S2 = n * (n+1) / 2
S3= n*(n+1)*(2*n+1) / 6

Se construiesc vectorii:
```
axor_st[i] = a[1] ^ a[2] ^ … ^ a[i], i=1..n
bxor_st[i] = b[1] ^ b[2] ^ … ^ b[i], i=1..n
axor_dr[i] = a[i] ^ … ^ a[n], i = n..1
bxor_dr[i] = b[i] ^ … ^ b[n], i = n..1

asum_st[i] = a[1] + a[2] + … + a[i], i=1..n
bsum_st[i] = b[1] + b[2] + … + b[i], i=1..n
asum_dr[i] = a[i] + … + a[n], i = n..1
bsum_dr[i] = b[i] + … + b[n], i = n..1

asp_st[i] = a[1] + a[2] + … + a[i], i=1..n
bsp_st[i] = b[1] + b[2] + … + b[i], i=1..n
asp_dr[i] = a[i] + … + a[n], i = n..1
bsp_dr[i] = b[i] + … + b[n], i = n..1
```

Pentru o secvență i..j trebuie testat dacă
`a[1],a[2], …, a[i-1], b[i], b[i+1],…, b[j], a[j+1], …, a[n]` este o permutare
sau
`b[1],b[2], …, b[i-1], a[i], a[i+1],…, a[j], b[j+1], …, b[n]` este o permutare

Acest lucru se poate face în complexitate O(1) verificând dacă au loc simultan condițiile:
```
axor_st[i-1] ^ (bxor_st[j] ^ bxor_st[i-1]) ^ axor_dr[j+1] = S1 și
asum_st[i-1] + (bsum_st[j] - bsum_st[i-1]) + asum_dr[j+1] = S2 și
asp_st[i-1] + (bsp_st[j] - bsp_st[i-1]) + asp_dr[j+1] = S3
```

Analog se procedează la verificare pentru cea de a doua.
Algoritmul este deci:
```
contor = 0
pentru i=1..n executa
   pentru j=i..n executa
      daca (secventa i..j este mixperm) atunci contor++
```

Complexitatea algoritmului este $O(n^2)$