

Descriere soluție **Pavare**

Autor: **prof. Daniel Popa, Colegiul Național “Aurel Vlaicu”, Orăștie**

Calculăm distanța maximă ce poate fi acoperită folosind x dale ce respectă cerința și obținem:

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Dist(x)	1	2	4	6	9	12	16	20	25
Dale	1	11	121	1221	12321	123321	1234321	12344321	123454321

Pentru o distanță dată n căutăm cel mai mic x pentru care $\text{Dist}(x) \geq n$.

Se observă că pentru x impar $\text{Dist}(x) = ((x+1)/2)^2$, iar pentru x par $\text{Dist}(x) = x/2 * (x/2 + 1)$.

Calculând, se poate obține $x = 2 * \text{sqrt}(n) - 1 + (\text{sqrt}(n) \neq (\text{int})\text{sqrt}(n))$.

Pentru a determina soluția de pavare cea mai mică din punct de vedere lexicografic sunt 2 posibilități:

- 1) Se generează într-un vector șirul de dale de lungime x care are cea mai mare lungime, iar apoi pornind de la $x/2 + x\%2$ (de la jumătatea vectorului) în jos se scade unu din fiecare termen. Numărul de termeni din care se face scăderea este egal cu $\text{Dist}(x) - n$, unde x este numărul de dale, iar n lungimea drumului.
- 2) Bazându-ne pe ideea de mai sus generăm rând pe rând lungimile dalelor (1, 2, 3, ; pe poziția i având o dală de lungime i) având grijă ca dalele de dinaintea poziției $x/2 + x\%2$ (de la $x/2 - \text{Dist}(x) + n + 1 + x\%2$ până la $x/2 + x\%2$) să fie mai mici cu o unitate față de cele calculate prin metoda anterioară, iar dalele de la poziția $x/2 + x\%2 + 1$ până la final vor avea valori descrescătoare de la $x/2$ până la 1.

Rezolvarea primei cerințe se face în timp constant.

Construcția soluției minim lexicografice de lungime minimă are complexitatea în timp de ordin $\text{sqrt}(n)$.