Problema Div3

Descrierea soluţiei

Să reamintim mai întâi că un număr este divizibil cu 3 dacă şi numai dacă suma cifrelor sale este multiplu de 3.

Vom reţine pentru fiecare cifră restul împărţirii la 3. Vom număra de fapt în vectorul r3 de lungime 3, pentru fiecare i între 0 şi 2, câte cifre din cele date dau restul i prin împărţire la 3.

Construim şirurile **`x0, x1, x2`** de lungime **`K`** astfel:
`x0[i]` = numărul de numere de **`i`** cifre formate doar cu cifrele date şi a căror sumă a cifrelor dau restul 0 prin împărţire la 3
`x1[i]` = numărul de numere de **`i`** cifre formate doar cu cifrele date şi a căror sumă a cifrelor dau restul 1 prin împărţire la 3
`x2[i]` = numărul de numere de **`i`** cifre formate doar cu cifrele date şi a căror sumă a cifrelor dau restul 2 prin împărţire la 3

Rezultatul va fi memorat în **`x0[K]`**, deoarece acesta reprezintă numărul de numere de **`K`** cifre divizibile cu 3 (suma cifrelor fiecărui număr este divizibilă cu 3)

Avem iniţial:
`x0[1] = r3[0]` (deoarece numărul de numere de o cifră care sunt divizibile cu 3 este dat chiar de numărul de cifre din şirul iniţial care sunt divizibile cu 3; acestea pot fi doar 3, 6 şi 9).
Din acelaşi motiv,
`x1[1] = r3[1]` şi
`x1[2] = r3[2]`

Prima recurenţă este:
```
x0[i] = (r3[0]*x0[i-1] + r3[1]*x2[i-1]+r3[2]*x1[i-1]) mod 4001
```

Să explicăm acest rezultat: dacă la un număr divizibil cu 3 adăugăm o cifră divizibilă cu 3, atunci obţinem un număr divizibil cu 3. Dacă la un număr divizibil cu 3 adăugăm câte una din cele **`r3[0]`** cifre divizibile cu 3, obţinem **`r3[0]`** numere divizibile cu 3. Deci la fiecare număr de **`i-1`** cifre divizibil cu 3 adăugăm câte una din cele **`r3[0]`** cifre, obţinem de **`r3[0]`** ori mai multe numere de **`i`** cifre divizibile cu 3. Analog, la fiecare număr de **`i-1`** cifre a cărui sumă este egală cu 2 (modulo 3), dacă adăugăm câte una din cele **`r3[1]`** cifre care prin împărţire la 3 dau restul 1, obţinem de **`r3[1]`** ori mai multe numere de i cifre divizibile cu 3.

Se obţin identic şi celelalte două recurenţe:
```
x1[i] = (r3[0]*x1[i-1] + r3[1]*x0[i-1]+r3[2]*x2[i-1) mod 4001
x2[i] = (r3[0]*x2[i-1] + r3[1]*x1[i-1]+r3[2]*x0[i-1]) mod 4001
```

Pentru implementare, se observă că nu este nevoie să reţinem cei 3 vectori de lungime **`K`**, este suficient să utilizăm 3 variabile simple pentru a memora pe **`x0[i-1], x1[i-1], x2[i-1]`** şi 3 variabile simple pentru a memora pe **`x0[i], x1[i], x2[i]`**.

Prof. Dan PRACSIU