

Proba 2

Clasa a IX-a

tango

100 puncte

Primul pas va fi să calculăm numărul de posibilități pentru a dansa figuri care acoperă exact o frază muzicală. Tratăm cazul în care figurile au lungime pară și acestea sunt unice (acest caz apare în 20% din teste). Vom încerca să descompunem o frază în toate modurile posibile în figuri. Avem doar următoarele posibilități:

$$1) 8 = 2 + 2 + 2 + 2$$

$$2) 8 = 2 + 2 + 4$$

$$3) 8 = 2 + 4 + 2$$

$$4) 8 = 2 + 6$$

$$5) 8 = 4 + 2 + 2$$

$$6) 8 = 4 + 4$$

$$7) 8 = 6 + 2$$

$$8) 8 = 8$$

În funcție de ce figuri avem disponibile, o parte din aceste posibilități pot dispărea. De exemplu dacă avem doar 2 și 6 atunci putem forma doar variantele 1), 4) și 7).

Tratăm acum cazul în care avem doar timpi pari, dar nu sunt unici. Să exemplificăm că avem 2 figuri de lungime 2 și 3 de lungime 6. Atunci pentru cazul 1) vor fi 2^4 moduri de a fi dansat (pentru fiecare figură de lungime 2 avem 2 posibilități), iar pentru cazurile 4) și 7) vor fi 6 moduri de a fi dansate ($2 * 3$).

Să extindem la cazul în care figurile au și timpi impari. În acest caz sunt mai multe moduri de a descompune o frază în figuri:

$$8 = 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1$$

$$8 = 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 2 + 0$$

.....

$$8 = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 + x_8$$

Cum aceste cazuri sunt prea multe pentru a fi calculate de mână, se pot folosi 8 foruri imbricate pentru a selecta valorile pentru x_1, x_2, \dots, x_8 (de la 0 la 8) astfel încât $x_1 + x_2 + \dots + x_8 = 8$. Pentru a nu număra o posibilitate de mai multe ori, trebuie avut grijă să nu generăm cazuri de forma $8 = 1 + 2 + 0 + 2 + 3 + 0 + 0$, ci doar cazuri în care 0-urile sunt la coadă (vezi soluția oficială). Alte metode mai elegante pentru a genera numărul de posibilități sunt programarea dinamică specifică problemei rucsacului, sau metoda backtracking.

Al doilea pas este să calculăm numărul de moduri de a dansa întreg tangoul. Pentru a afla această valoare, trebuie să calculăm numărul de posibilități de a dansa o frază muzicală la puterea ($k / 8$). Pentru a obține punctaj maxim, acest calcul trebuie făcut folosind exponențiere logaritmică.

asist. drd. Pățaș Csaba, Universitatea Babeș-Bolyai Cluj-Napoca
Marius Dumitran, Universitatea București