

Prime

Autor: stud. Rusu Raluca-Maria, Universitatea Babes-Bolyai, Cluj-Napoca

Cerința problemei este de a descoperi secvența de N numere ce pornește de la un număr inițial X printr-o serie de N ritualuri care implică numere prime. Mai exact, aceste ritualuri alternează între adunarea și scăderea, la numărul curent din secvență, a următorului număr prim neutilizat, începând de la X. În plus, trebuie să numărăm câte elemente din secvență au valoarea absolută primă.

Solutie $O(N \cdot log N)$ - 50 de puncte

O soluție posibilă constă în utilizarea unei funcții care determină optim dacă un număr dat este prim. Pentru fiecare dintre cele N ritualuri, urmăm pașii:

- Căutăm următorul număr prim neutilizat, mai mare sau egal cu X.
- Calculăm noul număr al secvenței, aplicând operația dictată de semnul curent (adunare/scădere) între ultimul număr al secvenței calculat (egal cu X dacă este prima iterație) și următorul număr prim neutilizat identificat anterior (egal cu X dacă este prima iteratie si X este prim).
- Inversăm semnul pentru numărul următor.
- Dacă noul număr, în valoare absolută, este prim, incrementăm cu 1 contorul de apariții ale numerelor prime în secvență.

După efectuarea celor N ritualuri, afișăm ultimul număr al secvenței și contorul de apariții ale numerelor prime în secvență.

Pentru numere mici și puține, această soluție este satisfăcătoare. Totuși, pe măsură ce N și valorile numerice analizate cresc, această soluție devine semnificativ mai lentă.

Soluție $O(N \cdot log (log N))$ - 100 de puncte

Pentru optimizarea soluției la limitele problemei, putem identifica și stoca toate numerele prime până la limita prestabilită, în acest caz, 10^7 . Această etapă de preprocesare ne facilitează verificarea rapidă a primalitătii unui număr.

Pentru fiecare dintre cele N ritualuri, urmăm pasii:

- Căutăm următorul număr prim neutilizat, mai mare sau egal cu X.
- Calculăm noul număr al secvenței, aplicând operația dictată de semnul curent (adunare/scădere) între ultimul număr al secvenței calculat (egal cu X dacă este prima iterație) și următorul număr prim neutilizat identificat anterior (egal cu X dacă este prima iterație si X este prim).
- Inversăm semnul pentru numărul următor.
- Dacă noul număr, în valoare absolută, este prim, incrementăm cu 1 contorul de apariții ale numerelor prime în secvență.

După efectuarea celor N ritualuri, afișăm ultimul număr al secvenței și contorul de apariții ale numerelor prime în secvență.