Descrierea soluției – progresie

Prof. Cheşcă Ciprian
Liceul Tehnologic "Costin Neniţescu" Buzău

Varianta 1

Această soluție utilizează un algoritm asemănător cu algoritmul lui Eratostene de determinare a numerelor prime. Se utilizează un vector care inițial pe toate pozițiile este inițializat cu 1 și apoi începând cu a doua poziție se „elimină" din acest șir toate pozițiile obținute cu formula 2*poziția curentă – i unde i ia toate valorile anterioare poziției curente. Se avansează apoi în șir până la prima valoare nenulă. Soluția are un ordin de complexitate `O(n*log(n))` și obține aproximativ 30% din punctaj.

Varianta 2

Fie Tn mulțimea tuturor întregilor nenegativi a căror scriere în baza 3 conține cel mult n cifre, toate fiind diferite de cifra 2. Numărul de elemente din Tn este 2n deoarece elementele lui Tn sunt n-uple formate din 0 și 1, iar cel mai mare întreg din Tn este `111....11 = (3n - 1)/2`. Tn nu va conține trei numere distincte în progresie aritmetică deoarece dacă `x,y,z ∈ Tn 2y = x + z`, numărul 2y conține numai cifrele 0 și 2 în reprezentarea sa în baza trei. Rezultă că `x = y = z`, ținând seama de algoritmul de adunare în baza trei, ceea ce contrazice ipoteza. Soluția obține aproximativ 50% din punctaj.

Varianta 3

Soluția are la bază un mecanism constructiv, observând că din prima stare notată `S1={1,2}` se poate trece în starea următoare reunind elementele lui S1 cu elementele lui S1 adunate cu prima putere a lui 3. Se obține astfel `S2={1,2,4,5}`. Apoi se obține `S3={1,2,4,5,10,11,13,14}`. Se continuă mecanismul atât timp cât valorile din starea curentă sunt mai mici sau egale cu N. Se poate demonstra prin inducție matematică că acest algoritm conduce la mulțimi cu proprietatea cerută de problemă. Ordinul de complexitate al acestei soluții este O(n) și obține punctaj maxim.

Varianta 4

Prof. Eugen Nodea
Colegiul Național "Tudor Vladimirescu" Tg. Jiu

Se poate construi un șir care respectă cerințele folosind relația de recurență:

```
a[2*i] = 3 * a[i] - 2
a[2*i+1] = 3 * a[i] – 1,  i=0,…,N, cu a[0] = 1
```

Complexitate : O(N)

Varianta 5

Prof. Piţ-Rada Ionel-Vasile
Colegiu Naţional "Traian" Drobeta Turnu - Severin

Se construiește șirul v[1],v[2],...,v[N-1], format din numere naturale nenule cu proprietatea că

(*) oricare două secvențe adiacente din șirul v[] au sume diferite, astfel:

- primii trei termeni sunt 1,2,1

- al patrulea termen nu poate fi 1,2,3,4 deci va fi aleasă valoarea 5, apoi pentru termenii cinci, șase și șapte se pot alege valorile 1,2,1 și se obține șirul cu șapte termeni 1,2,1,5,1,2,1

- al optulea termen nu poate fi dintre 1,2,3,…,13 și se va alege valoarea 14, apoi iarași se pot completa următorii șapte termeni egali cu primii șapte termeni și se obtine un șir cu 15 termeni 1,2,1,5,1,2,1, 14,1,2,1,5,1,2,1

- apare astfel ideea de a construi un șir care pe pozițiile i egale cu puteri ale lui doi, i = 2^p, să aibă valoarea egală cu suma termenilor anteriori plus 1,

v[i] = 1 +v[1] + v[2] + ... + v[i-1], apoi următorii i-1 termeni vor fi aleși identici cu primii obținându-se un șir cu 2*i-1 termeni și procesul va fi repetat.

Șirul cerut de problemă se va obține prin a[1]=1 și a[k+1]=a[k]+v[k], pentru 1<=k<N .
Din șirul 1,2,1,5,1,2,1,14,1,2,1,5,1,2,1 se va obține șirul 1,2,4,5,10,11,13,14,28,29,31,32,37,38,40,41,...
Algoritmul permite implementare cu complexitatea O(N).

Preşedinte: Radu Eugen Boriga

Vicepreşedinte subcomisie clasa a IX-a: Constantin Gălăţan