Problema butoane – descrierea soluţiei

Prof. Adrian Panaete
C. N. „A. T. Laurian", Botoşani

Soluţie1

Soluţie optimă. Complexitatea O(n)

Observatii initiale.

1. Pentru orice i<n prin atingerea tuturor butoanelor de la 1 la i numarul de pe butonul i scade cu o unitate si cel de pe butonul i+1 creste cu o unitate. Avem deci o mutare compusa care decrementeaza valoarea de pe un buton in favoarea butonului urmator. Numim aceasta mutare DOWN(i).
2. Pentru orice i<n prin atingerea tuturor butoanelor de la i+1 la n numarul de pe butonul i creste cu o unitate si cel de pe butonul i+1 scade cu o unitate. Avem deci o mutare compusa care incrementeaza valoarea de pe un buton in defavoarea butonului urmator. Numim aceasta mutare UP(i).
3. O solutie este optima daca si numai daca exista macar un buton care nu este atins niciodata. Orice solutie se obtine din solutia optima adunarea unui numar strict pozitiv fixat la numerele corespunzatoare solutiei optima. Aceasta observatie se justifica prin faptul ca orice solutie poate fi determinata rezolvand un sistem de ecuatii usor de formulat din care se observa ca numarul de apasari pe primul buton determina in mod unic numarul de apasari pe celelalte butoane
4. La final pe fiecare buton vom avea inscrisa media aritmetica a numerelor initiale

Pasul 1. Calculam media aritmetica a numerelor initiale

Pasul 2. Parcurgem sirul numerelor initiale si in functie de valoarea intalnita:

a. Daca valoarea de pe buton este media trecem la butonul urmator.
b. Daca valoarea de pe buton este sub medie aplicam UP(i) de un numar de ori pentru a obtine media si trecem la butonul urmator.
c. Daca valoarea de pe buton este peste medie aplicam DOWN(i) de un numar de ori pentru a obtine media si trecem la butonul urmator.
d. Daca am ajuns la butonul n ne oprim deoarece am realizat egalizarea.

OBS. Mutarile DOWN si UP pot fi aplicate simultan de un numar de ori folosind „SMENUL LUI MARS" de modificare in timp 1 a sumei unei secvente cu o valoare constanta.

Pasul 3. Deoarece este posibil ca solutia sa nu fie optima vom determina numarul minim de apasari obtinute in pasul 2 . Scazand aceasta valoare din solutia eventual neoptima se va obtine solutia optima.

Soluţie 2

Soluţie optimă. Complexitatea O(n)

Justifica si observatia 3 din Solutia 1.

Pentru a intelege aceasta solutie voi considera cazul n = 4.

Fie A B C D numerele aflate initial pe butoane si M media aritmetica a acestora.

Fie a,b,c,d o solutie nu neaparat optima.

Se obtine sistemul:
$A - a + b = M$
$B + a - 2b + c = M$
$C + b - 2c + d = M$
$D + c - d = M$

Se observa ca pentru orice alegere initiala a valorii lui a rezulta sucesiv prin metoda inlocuirii:

- din ecuatia 1 obtin b
- din ecuatia 2 obtin c
- din ecuatia 3 obtin d
- ecuatia 4 este verificata.

In plus printr-o analiza atenta a sistemului se observa ca diferentele *a-b* , *b-c* *c-d* pot fi bine determinate si valorile *b,c,d* sunt obtinute din *a* modificat cu o constante unic determinate din datele de intrare. Ideea e analoga pentru oricate butoane.

Algoritm
Notez `x[] =` sirul celor n numere din fisierul de intrare si `sol[]` sirul solutie.
Se alege `sol[1] = 0`
Se calculează
`sol[2] = M+sol[1]- x[1]`
`sol[k]= M−sol[k-2] +2sol[k-1]-x[k-1]` pentru `k>=3`

Deoarece este posibil ca prin alegerea lui `sol[1]=0` sa obtinem `sol[k]<0` (imposibil deoarece numarul de atingeri nu poate fi negativ) va trebui sa translatam solutia prin scaderea valorii
`V=min sol[k]`

Soluţia 3.

Metoda Greedy (30 puncte)

La fiecare pas se atinge un buton de valoare maximă. Procedeul se repetă până la egalizarea tuturor butoanelor.

Complexitate: O(n*numar_total_atingeri)