



Descrierea soluției - sipet

Autor: prof. Budai István
Lic. Teor. „Nagy Mózes” Târgu Secuiesc

Soluția $O(n^3)$ – 60 puncte

- prof. Claudiu Cristian Gorea - C. N. „Al. Papiu Ilarian” Târgu-Mureș

Pentru fiecare pereche N p_1 , aplicăm următorul algoritm:

- Asociem problemei următoarea ecuație:

$$x \cdot p_1 + y \cdot p_2 + z \cdot p_3 + r = N$$

- Se caută prima soluție cu restul r cel mai mic din intervalul $[0 \dots p_1 - 1]$.
- În cadrul acestei soluții x trebuie să fie cât mai mare.
- Valoarea $N - r - x \cdot p_1$ va fi distribuită în y grămezi cu p_2 monede.
- Valoarea $N - r - x \cdot p_1 - y \cdot p_2$ va fi distribuită în z grămezi cu p_3 monede.
- Parcurgând descrescător** valorile posibile pentru x și y , vom obține o sumă cu valoare maximă.
- Ne oprim** la soluția în care este îndeplinită condiția: $N - r - x \cdot p_1 - y \cdot p_2 - z \cdot p_3 = 0$.

În funcție de algoritmul de testare/generare a valorilor prime p_2 și p_3 , dar și a utilizării eficiente a structurilor repetitive, se pot obține maxim **60 puncte**.

Soluție $O(N)$ - 100p:

- stud. Popescu Silviu-Emil, Univ. Politehnică
București

Se observă ca problema se reduce la rezolvarea egalității:

$$a \cdot p_1 + b \cdot p_2 + c \cdot p_3 = N - p, \text{ cu } a, b, c, p \text{ naturale.}$$

Vom folosi o strategie de tip *Meet In The Middle* astfel:

Rescriem ecuația în forma: $a \cdot p_1 + b \cdot p_2 = N - c \cdot p_3 - p$

Aplicăm următoarea strategie:

1) calculăm toate valorile posibile ale expresiei: $a \cdot p_1 + b \cdot p_2$

2) calculăm toate valorile posibile ale expresiei: $N - c \cdot p_3 - p$

3) verificăm dacă în cele 2 seturi de valori posibile exista valori comune. Din setul de valori comune alegem soluția cu p minim și S maxim

Explicarea complexității:

Amintim ca a aparține intervalului $[0 \dots (N / p_1)]$ și b, c și p aparțin intervalul $[0 \dots p_1]$.

De asemenea $p_1 \cdot p_1 \leq N$.

Numărul de valori posibile din prima expresie va fi $O(N/p_1 \cdot p_1) = O(N)$

Numărul de valori posibile din a doua expresie va fi $O(p_1 \cdot p_1) = O(N)$

Specificăm că verificarea egalității se va face folosind un vector de apariții în $O(1)$

Președinte:
Radu Eugen Boriga

Vicepreședinte subcomisie clasa a IX-a
Constantin Gălățan