
DESCRIERE SOLUTIE**Problema 3 - nogcd**

Ne folosim de proprietatea că două numere naturale consecutive sunt prime între ele.

Astfel putem rezolva orice nod care are două muchii etichetate cu două numere consecutive indiferent de celelalte etichete ale altor muchii.

1.

Un algoritm greedy pornește dintr-un nod oarecare și etichetează muchiile unui lanț cu numerele naturale 1, 2, ..., k până ce lanțul nu se mai poate continua.

Astfel în acest lanț toate nodurile interioare sunt rezolvate, ultimul nod de asemenea, pentru că

- a. Este nod terminal și atunci nu ne interesează
- b. Pentru că are gradul impar mai mare decât 1, în acest caz lanțul nostru a mai trecut prin acest nod și conține două numere consecutive

În continuare dacă mai avem muchii neetichetate, atunci cu siguranță există cel puțin un nod care este incident cu o astfel de muchie. Avem în continuare două posibilități:

- c. Dacă acest nod este interior lanțului, atunci conține două numere consecutive, deci permite orice etichetă în continuare. Pornim din acel nod și etichetăm un lanț cu numerele $k+1, k+2, \dots$
- d. Dacă nodul de pornire are o muchie neetichetată, atunci acest nod are muchia cu eticheta 1 și va avea $\text{cmmdc}=1$, oricare sunt celelalte etichete. Deci și din acest nod putem porni o etichetare de muchii cu valorile $k+1, k+2, \dots$

Pașii c și d se vor relua până ce se termină algoritmul.

2.

În cazul în care graful conține noduri cu grad impar, atunci numărul acestora este par. Acestea se vor uni cu un nod fictiv. Astfel graful extins va avea toate gradele nodurilor pare, deci admite un ciclu eulerian. Muchiile acestui ciclu eulerian se vor eticheta în ordine cu 1, 2, 3, ..., m, ignorând muchiile fictive.