DESCRIEREA SOLUTIILOR
OLIMPIADA NATIONALA DE INFORMATICA
CLASA A 5-A

COMISIA STIINTIFICA

Problem 1: Culori

Propusa de: Prof. Iordaiche Eugenia-Cristiana, Liceul Teoretic "Grigore Moisil" Timișoara

Cerința 1. O soluție posibilă pentru determinarea lungimii maxime a unui rând ce are proprietatea că oricare două pătrățele alăturate au culori diferite, constă în parcurgerea liniară a tuturor pătrățelelor fiecărui rând și compararea succesivă a culorilor pentru oricare două pătrățele alăturate. Actualizăm la fiecare pas Lmax cu lungimea rândului corect identificat, conform cerinței.

Kmax este o variabilă de tip contor în care vom număra toate rândurile de pătrățele ale caietului, ce au lungimea egală cu Lmax.

```
if(nr_culori>Lmax)
{
    Lmax=nr_culori;
    Kmax=1;
}
else
     If  (Lmax==nr_culori)
         Kmax++;
```

Cerința 2. Pentru a determina cel mai mare număr format prin lipirea tuturor cifrelor unui rând de pătrățele, putem utiliza un algoritm de compararea lexicografică a două șiruri de cifre, parcurgându-le element cu element de la dreapta la stânga. Identificăm astfel, cel mai mare număr natural ce se poate construi cu cifrele unui rând de pătrățele. Acest număr va fi memorat cifră cu cifră într-un tablou unidimensional.

Parcurgem fiecare rând de pătrățele de la dreapta la stânga, cifră cu cifră și comparăm din punct de vedere lexicografic două șiruri de cifre. În momentul în care găsim un șir de cifre mai mare din punct de vedere lexicografic, actualizăm datele memorate în tabloul ce va memora rezultatul final și continuăm până în momentul în care vom compara toate șirurile de cifre de pe rândurile caietului.

Problem 2: Joc

Propusa de: Prof. Dabelea Delia, Colegiul Național "Spiru Haret" Târgu Jiu

Cerința 1. O soluție posibilă ar fi descompunerea în factori primi ai numărului natural N, numărul divizorilor acestuia fiind egal cu produsul puterilor factorilori primi crescuți cu o unitate.

Cerința 2. Ne putem folosi de un vector de frecvență cu doar 7 elemente, indexate de la 0 la 6, în care, contorizăm fiecare cifră X calculată. După construirea acestuia, valoarea maximă din el reprezintă numărul maxim de apariții căutat. Un rezultat corect depinde, evident, de simularea corectă a jocului.

Cerința 3. Pentru gestionarea corectă a mutărilor alternative a pionilor pe tablă, vom folosi două variabile (să le notăm a pentru primul copil și b pentru al doilea copil), variabile, care nu vor avea niciodată valoare identică. Spre exemplu a=1 și b=0 sau a=0 și b=1 (1 mută, 0 nu mută) în funcție de copilul care deplasează pionul.

Numerele căsuțelor vizitate de pioni în timpul jocului se păstrează în doi vectori (un vector pentru pionul primului copil și altul pentru pionul celui de-al doilea copil).

Simulăm jocul printr-o structură repetitivă care se încheie în momentul în care un pion ajunge pe ultima căsuță. La fiecare pas, înaintăm pionul copilului care este la mutare X căsuțe, păstrăm numărul noii căsuțe în vectorul corespunzător și respectăm celelalte reguli din enunț.

Problema 3: rotire25

Propusa de: stud. Banu Denis Andrei - Facultatea de Informatică, Universitatea "Alexandru Ioan Cuza", Iași

Cerința 1.

Subtask 1 - 7 puncte. Când numărul obținut în urma înmulțirilor este $\leq 10^{18}$. Se poate calcula $X * X * X * ... * X$ (de K ori) folosind structura repetitivă for, iar rezultatul poate să fie reținut într-o variabilă de tipul **long long**. Se ia ultima cifră a acestui rezultat și se înmulțește cu prima cifră a lui X.

Subtask 2 - 11 puncte. Când $K \leq 100.000$. Trebuie să observăm că atunci când înmulțim două numere, ultima cifră a rezultatului este dată de înmulțirea ultimei cifre din primul număr cu ultima cifră din al doilea număr. Este suficient să reținem ultima cifră a rezultatului după fiecare înmulțire. Astfel rezultatul va rămâne mic și va putea fi stocat într-o variabilă de tip **int**. Putem folosi din nou structura repetitivă for, iar la final înmulțim rezultutatul cu prima cifră a lui X.

Toată cerința 1 - 29 de puncte. Când $K \leq 10^9$. De data aceasta nu mai putem sa iterăm de K ori deoarece ar dura prea mult. Trebuie sa observăm că înmulțirea unei cifre cu ea însăși de K ori are o anumită periodicitate astfel:

- 0, 1, 5 și 6 - au perioada 1. De oricâte ori am înmulți una dintre aceste cifre cu ea, rezultatul va avea ultima cifră egală cu aceasta.
- 4 și 9 - au perioada 2.
- 2, 3, 7 și 8 - au perioada 4.

Ca urmare, dacă X are ultima cifră 0, 1, 5, 6 rezultatul va fi tot acea cifră indiferent de valoarea lui K. Dacă ultima cifră este 4 sau 9, dacă K este impar rezultatul este acea cifră adică 4 respectiv 9, dacă este par rezultatul este ultima cifră înmulțită o dată cu ea, adică $4*4 = 16 \implies 6$ respectiv $9*9 = 81 \implies 1$.

Cerința 2.

Subtask 1 - 39 de puncte. Când $K \leq 100.000$. Putem simula transformările și la final afișăm rezultatul.

Toată cerința 2 - 71 de puncte. Când $K \leq 100.000$. Trebuie să observăm că după ce am făcut primele 2, 3 transformări, șirul rezultat în urma aplicării transformărilor este periodic.
De exemplu, pentru $X = 13$:

Numărul de transformări aplicate	Numărul rezultat
0	13
1	65
2	211
3	551
4	211
5	511
...	...
K = par	211
K = impar	511

Întotdeauna perioada va fi 2. Putem să facem simularea intr-un mod asemănător cu subtaskul 1 și să reținem numărul de la transformarea curenta și numărul din urmă cu două transformări. În momentul în care numărul curent ajunge egal cu numărul din urmă cu două transformări, atunci am găsit numerele din perioada. Dacă K are aceeași paritate cu pasul curet, afișăm numărul curet, dacă nu, mai facem o transformare și afișăm numărul obținut în urma acestei transformări.
Obs. Pentru a scăpa de cazurile particulare, atunci când K este mic, se poate face simulare exact ca la subtaskul 1.

Demonstrație pentru periodicitate: Pentru simplitate vom nota cu: $\xrightarrow{*5}$ pasul din transformare unde înmulțim numărul cu 5, $\xrightarrow{*2}$ pasul din transformare unde înmulțim numărul cu 2, $\xrightarrow{e}$ eliminarea zerourilor din număr, $\xrightarrow{o}$ oglindirea numărului.

Pentru $X = \bar{a}$. Dacă **a este par**: $a \xrightarrow{*5} a*5 = 10*\frac{a}{2} \xrightarrow{e} \frac{a}{2} \xrightarrow{o} \frac{a}{2} \xrightarrow{*2} a \xrightarrow{e} a \xrightarrow{o} a$. Am ajuns la numărul de la care am plecat și urmează să facem aceeași transformare, deci secventa de transformări se va repeta.

Dacă **a este impar**: $a \xrightarrow{*5}$

$\xrightarrow{*5} a*5 = 10*\frac{a-1}{2}+5 \xrightarrow{e} 10*\frac{a-1}{2}+5 \xrightarrow{o} 10*5+\frac{a-1}{2} \xrightarrow{*2}$

$\xrightarrow{*2} 100+(a-1) \xrightarrow{e} 10+(a-1) \xrightarrow{o} 10*(a-1)+1 \xrightarrow{*5}$

$\xrightarrow{*5} 100*\frac{a-1}{2}+5 \xrightarrow{e} 10*\frac{a-1}{2}+5 \xrightarrow{o} 10*5+\frac{a-1}{2}$

Pentru $X = \overline{ab}$. Daca **a este par, b par**: $10*a+b \xrightarrow{*5}$

$\xrightarrow{*5} 100*\frac{a}{2}+10*\frac{b}{2} \xrightarrow{e} 10*\frac{a}{2}+\frac{b}{2} \xrightarrow{o} 10*\frac{b}{2}+\frac{a}{2} \xrightarrow{*2}$

$\xrightarrow{*2} 10*b+a \xrightarrow{e} 10*b+a \xrightarrow{o} 10*a+b$

Daca **a este par, b impar**: $10*a+b \xrightarrow{*5}$

$\xrightarrow{*5} 100*\frac{a}{2}+10*\frac{b-1}{2}+5 \xrightarrow{e} 100*\frac{a}{2}+10*\frac{b-1}{2}+5 \xrightarrow{o} 100*5+10*\frac{b-1}{2}+\frac{a}{2} \xrightarrow{*2}$

$\xrightarrow{*2} 1000+10*(b-1)+a \xrightarrow{e} 100+10*(b-1)+a \xrightarrow{o} 100*a+10*(b-1)+1 \xrightarrow{*5}$

$\xrightarrow{*5} 1000*\frac{a}{2}+100*\frac{b-1}{2}+5 \xrightarrow{e} 100*\frac{a}{2}+10*\frac{b-1}{2}+5 \xrightarrow{o} 100*5+10*\frac{b-1}{2}+\frac{a}{2} \xrightarrow{*2}$

$\xrightarrow{*2} 1000+10*(b-1)+a \xrightarrow{e} 100+10*(b-1)+a \xrightarrow{o} 100*a+10*(b-1)+1$

Daca **a este impar, b par**: $10*a+b \xrightarrow{*5}$

$\xrightarrow{*5} 100*\frac{a-1}{2}+10*(\frac{b}{2}+5) \xrightarrow{e} 10*\frac{a-1}{2}+\frac{b}{2}+5 \xrightarrow{o} 10*(\frac{b}{2}+5)+\frac{a-1}{2} \xrightarrow{*2}$

$\xrightarrow{*2} 100+10*b+(a-1) \xrightarrow{e} 100+10*b+(a-1) \xrightarrow{o} 100*(a-1)+10*b+1 \xrightarrow{*5}$

$\xrightarrow{*5} 1000*\frac{a-1}{2}+100*\frac{b}{2}+5 \xrightarrow{e} 100*\frac{a-1}{2}+10*\frac{b}{2}+5 \xrightarrow{o} 100*5+10*\frac{b}{2}+\frac{a-1}{2} \xrightarrow{*2}$

$\xrightarrow{*2} 1000+10*b+(a-1) \xrightarrow{e} 100+10*b+(a-1) \xrightarrow{o} 100*(a-1)+10*b+1$

Obs. Deoarece b este o cifra, atunci $\frac{b-1}{2}+5 \le 9$

Daca **a este impar, b impar**:

$10*a+b \xrightarrow{*5}$

$\xrightarrow{*5} 100*\frac{a-1}{2}+10*(\frac{b-1}{2}+5)+5 \xrightarrow{e} 100*\frac{a-1}{2}+10*(\frac{b-1}{2}+5)+5 \xrightarrow{o} 100*5+10*(\frac{b-1}{2}+5)+\frac{a-1}{2} \xrightarrow{*2}$

$\xrightarrow{*2} 1000+100+10*(b-1)+(a-1) \xrightarrow{e} 1000+100+10*(b-1)+(a-1) \xrightarrow{o} 1000*(a-1)+100*(b-1)+10+1 \xrightarrow{*5}$

$\xrightarrow{*5} 10000*\frac{a-1}{2}+1000*\frac{b-1}{2}+10*5+5 \xrightarrow{e} 1000*\frac{a-1}{2}+100*\frac{b-1}{2}+10*5+5 \xrightarrow{o} 1000*5+100*5+10*\frac{b-1}{2}+\frac{a-1}{2} \xrightarrow{*2}$

$\xrightarrow{*2} 10000+1000+10*(b-1)+(a-1) \xrightarrow{e} 1000+100+10*(b-1)+(a-1) \xrightarrow{o} 1000*(a-1)+100*(b-1)+10+1$

Într-un mod asemănător se poate demonstra și pentru X de forma $\overline{abc}$.

Echipa

Problemele pentru această etapă au fost pregătite de:

- prof. Pintea Adrian Doru - Inspectoratul Școlar Județean Cluj, Cluj-Napoca
- prof. Șandor Nicoleta Lenuța - Colegiul Național ”Mihai Eminescu”, Satu Mare
- prof. Tîmplaru Roxana Gabriela - Liceul Tehnologic ”Ștefan Odobleja”, Craiova
- prof. Iordaiche Eugenia-Cristiana - Liceul Teoretic ”Grigore Moisil”, Timișoara
- prof. Dabelea Delia, Colegiul Național ”Spiru Haret”, Târgu Jiu
- prof. Simulescu Adriana - Liceul Teoretic ”Grigore Moisil”, Timișoara
- prof. Manolache Gheorghe - Colegiul Național de Informatică, Piatra Neamț
- prof. Nicoli Marius - Colegiul Național ”Frații Buzești”, Craiova
- stud. Cismaru Mihaela - NetRom Software Craiova
- stud. Banu Denis Andrei - Facultatea de Informatică, Universitatea ”Alexandru Ioan Cuza”, Iași