Problema labirint – descrierea soluției

Prof. A. Panaete – C.N. A.T. Laurian - Botoșani

Problema este evident o problemă de programare dinamică. Se definesc un număr de stări care descriu modul în care se poate trece de la o linie de camere la alta. Aceste stări trebuie să țină cont de două aspecte:

- Dacă o ușă de trecere de la o linie la alta este deschisă sau închisă.
- De unde vine traseul corespunzător unei uși deschise (unde s-ar ajunge dacă s-ar pleca pe acea ușă deschisă și s-ar parcurge camere din liniile anterioare.

Observăm ca sunt 3 tipuri de uși:

a. Ușă închisă (o vom codifica cu 0).
b. Ușă deschisă prin care se ajunge la o ușă exterioară pe o linie anterioară (o vom codifica cu 1).
c. Ușă deschisă prin care se ajunge la o altă ușă deschisă din aceeași stare (se formează perechi de uși într-o stare pe care le vom codifica prin valori distincte mai mari sau egale cu 2).

De fapt se poate observa că dintre cele 6 uși care definesc o stare prima și ultima nu pot fi de tip c. deoarece la camerele exterioare avem deja o ușă care merge în exterior. Cum mai ramân încă 4 uși se observă ca putem avea cel mult două perechi de uși de tip c. pe care le vom codifica 2 (daca avem o singură pereche) respectiv 2 și 3 (dacă avem două perechi – în acest caz vom nota cu 2 ușa te tip c. situată cel mai la stânga).
O altă observație este că intre două uși de tip 2 sau 3 nu poate să apară o ușa de tip 1 și ca ușile de tip 2 și 3 nu pot sa apară alternat.
În concluzie notând cu x ușile de tip 0 sau 1 vom obține următoarele tipuri de stări:
xxxxxx – cel mult 64 stări
x22xxx – cel mult 16 stări
xx22xx – cel mult 16 stări
xxx22x – cel mult 16 stări
x202xx – cel mult 8 stări
xx202x – cel mult 8 stări
x2002x – cel mult 4 stări
x2233x – cel mult 4 stări
x2332x – cel mult 4 stări

Deci în total sunt cel mult 140 de stări.
Totuși acest număr de stari este mult supraestimat deoarece se poate observa ca numarul de uși codificate cu 1 va fi mereu par. Astfel deși se poate lucra cu toate cele 140 de stari multe dintre ele nu vor fi deloc atinse pentru ca nu vor respecta aceasta ultima condiție. In realitate se poate dovedi ca sunt doar 46 de stari valide si se pot deduce aceste stari verificand în ce stari se poate ajunge plecand de la starea celor 6 usi deschise pe prima linie (starea 111111)

Metoda 1
Pentru fiecare $0<=k<=n$ și $1<=s<=140$ se calculează
D[s][k] = numărul de configurații în care se poate ajunge la starea s după k linii.
Inițial D[s][0] = 0 pentru orice $s\neq 111111$ iar D[111111][0]=1.
La final ne interesează totalul valorilor D[s][n] pentru starile care nu conțin 0 (pentru a ne asigura că se va ieși pe toate ușile din linia n).

Metoda 2(imbunatațește metoda 1)
Se determina efectiv cele 46 de stari valide si se aplică aceeasi dinamica doar pe aceste stari.

O parte destul de dificilă este determinarea matricii de schimbare a stărilor. Aceasta parte necesită un raționament destul de atent pentru a nu crea trasee care formează cicli în planul de atac.
Ținând cont de numărul mic de stări si de numărul mic de tranziții de la o stare la alta se poate aplica dinamica fără a mai apela la matricea schimbărilor de stare – efectiv folosind un fel de “graf bipartit” al starilor care ne indica din ce stare în ce stare se poate trece. La trecerea în dinamică de la k la k+1 pur si simplu se folosesc tranzițiile in mod explicit construind pentru fiecare stare valoarea de la pasul k+1 din valorile de la pasul k.

Observatie: O soluţie foarte rapidă care rulează mult sub timpul de execuţie solicitat de enunţ ar fi să se determine tranziţiile de la o stare la alta şi datorită numărului foarte mic de stari şi de tranziţii se pot insera în sursă aceste tranziţii cu vectori de constante. Totuşi timpul de execuţie permite determinarea tranziţiilor în cadrul programului fără să fie necesar acest artificiu.