HOTEL – descrierea soluţiei

Soluţia comisiei foloseşte un heap de valori şi un arbore de intervale (care doar împarte cele N camere în intervale, pentru a asigura o căutare logaritmică).

Pentru fiecare din cele 3 tipuri de instrucţiuni, soluţia oficială are următoarea complexitate temporală :

- pt. tipurile 1 şi 2: O(logN * logN)
- pt. tipul 3: O(1)

Există şi o soluţie în O(sqrt(N)), care se implementează MULT mai uşor decat soluţia oficială şi care obţine, probabil, cel puţin 80 şi cel mult ☺ 100p.

GARD2 – descrierea soluţiei

Spre deosebire de problema GARD (problemă de programare dinamică), aceasta este o problemă de combinatorică. Notăm cu S(i,j) numărul de moduri de a aşeza i persoane în j ture (numerotate de la 1 la j), astfel încat să nu existe mai mult de K persoane intr-o tură.

Avem:

S(1,1)=1 ; S(1,2)=0 ; ...

Pentru j>1, avem:

S(i,j) = SUMA de la p=i-1 la max(i-k,1) din C(i,i-p)*S(p,j-1)

Rezultatul cerut este: SUMA de la i=1 la N din S(N,i)

Prieteni – descrierea soluţiei

Soluţia prin "Divide et impera":

Să notăm cu k numărul de grupuri de prieteni. Un algoritm cu ordinul O(k) este foarte simplu:

- Se pleacă cu o structură în care avem toţi copii
- se alege primul copil care nu a fost încadrat într-un grup, fie el x_i, se face interogare pentru el şi se obţine grupul în care se află el.
- se reţine respectivul grup în soluţie, se elimină din structura de calcul şi se reia pasul anterior.

Evident după k paşi, se determină toate grupurile.

Dacă sunt însă numeroase grupuri ($k>\log_2 n$), atunci există un algoritm cu ordinul $O(\log_2 n)$.

La baza rezolvării stă o structură de date notată P, formată din perechi de mulţimi pe care le vom nota cu (Rj,Sj), unde Rj este o mulţime oarecare de copii din clasă iar Sj este reuniunea grupurilor de prieteni care s-au obţinut ca răspuns la interogarea pentru Rj. Din enunţul problemei rezultă că Sj este o partiţie a mulţimii de elevi iar din modul în care au fost definite cele două mulţimi dintr-o pereche rezultă că $Rj \subseteq Sj$. Dacă notăm INTEROG(Rj) răspunsul la interogarea formulată pentru mulţimea de copii Rj, putem deci scrie:

P = {(Rj,Sj), j=1,2,... / Sj=INTEROG(Rj)},

Scopul este de a reduce mulţimile Rj la un singur element, făcând interogări astfel încât să păstrăm proprietăţile structurii P.

Pentru aceasta, algoritmul va face de $\log_2 n$ următoarea transformare a mulţimii P care iniţial conţine o singură componentă P = {(V,V)} - unde V este mulţimea formată din toţi copii clasei.

1) pentru fiecare Rj care are mai mult de un element, se alege o submulţime Rj' care conţine jumătate (sau jumătate+1) din copii aflaţi în Rj; fiecare R_j care are un singur element determină eliminare din structura P a perechii respective.
2) facem o interogare pentru reuniunea mulţimilor Rj' cu rezultatul S: S = INTEROG($\cup$(Rj)) , j=1,2,...
3) se iniţializează o structură auxiliară P' cu $\varnothing$.
4) pentru fiecare Rj
    5) Tj = Sj$\cap$S
    6) P' $\leftarrow$P'$\cup${(Rj', Tj)}
    7) Dacă Tj$\neq$Sj, P' $\leftarrow$P'$\cup${(Rj-Tj, Sj-Tj)}
8) P $\leftarrow$ P'

Explicaţii:

Să presupunem că una din perechile structurii P este (R1,S1), unde R1={1,2,3,4,5,6} şi S1={1,2,3,4,5,6,7,8,9,10}. Alegem R1'={1,2,3} şi pentru interogare formăm o mulţime obţinută printr-o reuniune din care face parte şi R1' (împreună cu alte mulţimi Rj'). Obţinem în urma interogării făcută pentru această reuniune de mulţimi R':

S = {1,2,3,6,7,9,10,11,13,14,16,18,...}

Din S, în acelaşi grup cu copii din R1' - (1,2,3) nu pot fi decât copii care se aflau iniţial în S1 (deci copii cu numerele între 1 şi 10 $\Rightarrow$ T1 = S1$\cap$S = (1,2,3,6,7,9)

Tot din răspunsul S mai deducem că 8 şi 10 nu sunt prieteni cu 1,2,3,6,7,9. Cum ei se aflau în grupul de prieteni ai copiilor 1,2,3,4,5,6 rezultă că ei sunt în grupul/grupurile care conţin copiii 4,5. Obţinem din perechea iniţială (R1,S1), două perechi de mulţimi:

({1,2,3},{1,2,3,6,7,9})

({4,5},{4,5,8,10})

în care mulţimile R au dimensiunea redusă la cel puţin jumătate.

Evident că după $\log_2 n$ paşi, mulţimile R vor fi reduse la un singur element, iar soluţia va fi constituită din mulţimile S obţinute în acel moment.