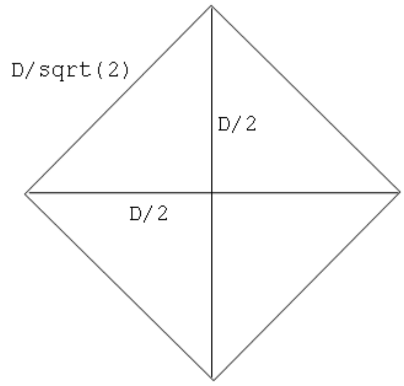
Castori -descrierea solutiei

Autor, Filip Cristian Buruiană, Universitatea Politehnică Bucureşti

Problema cere să selectăm o submulţime de `C` puncte din mulţimea iniţială de `N` puncte astfel încât maximul distanţelor Manhattan între oricare două puncte din cele `C` selectate sa fie minim posibilă.
Căutăm binar distanţa cerută. Să presupunem că avem distanţa din căutarea binară egală cu `D`. Trebuie să stabilim dacă există o submulţime de `C` puncte astfel încât oricare două puncte să fie la distanţa maxim `D`. Facem următoarea observaţie evidentă: *"Două puncte `A` şi `B` se află la distanţa (Manhattan) mai mică sau egală cu D dacă şi numai dacă există un punct M astfel încât distanţa de la A la M şi de la M la B să fie mai mică sau egală cu D/2"*.



Pentru fiecare punct `P` din cele `N` considerăm un pătrat de latură `D/sqrt(2)` cu centrul in `P`, în planul rotit cu 45 de grade faţă de reperul iniţial. Se observă că dacă două puncte sunt la distanţa Manhattan cel mult `D`, atunci pătratele corespunzătoare lor se intersectează, iar în caz contrar, aceste pătrate nu se intersectează. Problema revine la a determina numărul maxim de patrate care se intersectează. Pentru aceasta, este suficient să realizăm o baleiere şi să tratăm diferitele evenimente care apar. Se va folosi un arbore de intervale, care trebuie să suporte următoarele operaţii:

- Extragerea maximului pe un interval
- Incrementarea cu `1` a tuturor elementelor dintr-un interval
- Decrementarea cu `1` a tuturor elementelor dintr-un interval

Complexitatea algoritmului este `O(logMAX * NlogN)`. Soluţia obţine punctajul maxim.

Observaţie: o rotaţie de 45 de grade înseamnă înmulţirea cu numărul complex `cos45 + isin45 = 1/sqrt(2) + i * 1/sqrt(2)`. Astfel, punctul de coordonate `(x y)` care are asociat numărul complex `x+i*y` se va duce în punctul `(x + i*y)*(1/sqrt(2) + i/sqrt(2)) = (x-y)/sqrt(2) + i*(x+y)/sqrt(2)`, deci în punctul de coordonate `((x-y)/sqrt(2), (x+y)/sqrt(2))`.