

anticip – Soluție

Problema se rezolvă prin programare dinamică.

Observăm că o adunare se împarte în mai multe blocuri continue (în funcție de unii sumatori care anticipează transportul) care se efectuează în paralel (adică fiecare bloc începe adunarea în același timp). Timpul de execuție al unei adunări este deci maximul dintre lungimile blocurilor care se formează.

Construim următoarea matrice:

$A[i][j][k]$ = câte posibilități de a aduna primii i biți, cu timpul maxim j (adică lungimea maximă a unui bloc) și ultimul bloc de lungime k (bloc care poate continua), pentru $k \geq 1$

$A[i][j][0]$ = câte posibilități de a aduna primii i biți, cu timpul maxim j (adică lungimea maximă a unui bloc) și ultimul bloc se termină după sumatorul i

Atunci când la bitul $i+1$ se vor aduna biții $0+1$ sau $1+0$, deoarece aceștia nu pot fi anticipați nu vor crea un nou bloc și se va actualiza valoarea $A[i+1][\max(j, k+1)][k+1]$.

Atunci când la bitul $i+1$ se vor aduna biții $0+0$ sau $1+1$, deoarece aceștia vor fi anticipați, se va crea un nou bloc după ei și se va actualiza valoarea $A[i+1][\max(j, k+1)][0]$.

Inițializăm $A[1][1][1] = A[1][1][0] = 2$ (2 dintre posibilități formează un bloc care se termină, pentru că sumatorul nu poate fi anticipat, iar celelalte 2 formează un bloc care poate continua).

Deci recurența este următoarea:

$A[i+1][\max(j, k+1)][k+1] += 2 * A[i][j][k]$

$A[i+1][\max(j, k+1)][0] += 2 * A[i][j][k]$

Răspunsul cerut se va afla astfel:

$R += j * (A[N][j][0] + A[N][j][1] + \dots + A[N][j][N]), 1 \leq j \leq N.$

Se observă că pentru a afla valorile pentru sumatorul $i+1$ ne sunt necesare doar valorile pentru sumatorul i , deci putem lucra doar cu ultimele două “linii” din matrice, reducând astfel memoria.

Bineînțeles că vor trebui folosite numere mari, întrucât pentru $N=50$, rezultatul are aproximativ 40 cifre în baza 10.