

Poarta - Descrierea soluției

prof. Radu Vișinescu, C. N. "I. L. Caragiale" Ploiești

1. Pentru determinarea duratei minime:

Se determina distanta minima d_1 a unei porti stelare fata de punctul de plecare si analog distanta minima d_2 fata de punctul de sosire. Distanta (durata) minima folosind porti stelare va fi $d_1 + d_2 + 1$.

Se determina distanta minima d_0 intre punctul de plecare si cel de sosire fara a folosi porti stelare.

Aceste distante sunt de tip distanta manhattan.

In final se considera minimul celor doua distante determinate la punctele anterioare. Durata minima a unui traseu va fi: $d \leftarrow \min(d_0, d_1 + d_2 + 1)$

2. Pentru determinarea numarului de trasee :

Se considera submultimea de porti stelare aflate la distanta minima fata de punctul de plecare. Fie (x, y) coordonatele punctului de plecare si (p, q) coordonatele unei astfel de porti stelare. Numarul de trasee distincte intre cele doua pozitii se poate determina prin metoda programarii dinamice. Din considerente de simetrie, putem presupune fara a restrange generalitatea ca $x < p$ si $y < q$. Folosim o matrice mat cu $n = q - y + 1$ linii si $m = p - x + 1$ coloane. Un drum de distanta minima ce ajunge in pozitia (p, q) are ca penultima pozitie ori pozitia $(p-1, q)$ ori $(p, q-1)$. Deci putem calcula recurent:

$mat[1, j] \leftarrow 1$ pentru $j = 1, m$

$mat[i, j] \leftarrow mat[i, j-1] + mat[i-1, j]$ pentru $2 \leq i \leq n$ si $j = 1, m$.

Numrul de trasee distincte va fi $mat[n, m]$. Aceasta matrice poate fi calculată la început o singură dată, astfel avem toate valorile dorite.

Adunam aceste valori pentru toate portile stelare aflate la distanta minima fata de punctul de plecare si obtinem valoarea $nr1$.

Procedam analog pentru punctul de sosire si obtinem valoarea $nr2$.

Numarul de trasee distincte de durata minima folosind porti stelare va fi produsul $numar1 = nr1 * nr2$.

Calculam recurent, analog, numarul de drumuri directe de distanta (durata) minima intre pozitiile initiala (x, y) si finala (x_2, y_2) fara folosirea portilor stelare obtinand valoarea $numar2$.

In functie de rezultatul privind prima cerita de distanta minima, valoarea cautata va fi $numar1$, daca este mai scurt drumul folosind porti stelare, respectiv $numar2$ daca distanta (durata) minima este cea directa.

Un caz special este cand distanta fara a folosi porti stelare este egala cu cea obtinuta folosind porti stelare caz in care cele doua valori obtinute se aduna: $numar1 + numar2$. Complexitatea finală este astfel $O(N * M)$.