sport – soluţie

prof. Emanuela Cerchez
C. N. "Emil Racoviţă" Iaşi

În limbaj matematic problema poate fi tradusă astfel:
Se consideră o permutare a mulţimii {1, 2, ..., n}.
Numim grad al permutării cel mai mic număr `k` cu proprietatea că $p^k=e$ (unde `e` este permutarea identică `1 2 ... n`).
Prima cerinţă constă în a determina gradul permutării date.
Orice permutare poate fi descompusă în produs de cicluri $p=c_1c_2...c_k$
Să notăm cu lg_i=lungimea ciclului `i`.
Gradul permutării este egal cu $cmmmc(lg_1, lg_2, ..., lg_k)$.
Cea de a doua cerinţă constă în a determina cea mai mică permutare care are gradul determinat.
Să considerăm descompunerea în factori primi a lui cmmmc:
$cmmmc(lg_1, lg_2, ..., lg_k)=p_1^{a1} p_2^{a2}...p_m^{am}$.
Deoarece:
`cmmmc(a,b)=a*b/cmmmdc(a,b).`
Vom alege lungimile ciclurilor în permutarea pe care o construim astfel:
$n=1+1+...1+p_1^{a1} + p_2^{a2}+…+p_m^{am}$
Odată determinate lungimile ciclurilor permutării, pentru a obţine prima permutare de grad maxim în ordine lexicografică vom construi permutarea astfel:
1. Considerăm că $lg_1<=lg_2<=…<=lg_k$
2. Pentru ca permutarea să fie minimă din punct de vedere lexicografic, ciclul `1` va conţine elementele `1`, `2`, ..., lg_1, pe care le vom plasa în permutare în ordinea:
$2\ 3...\ lg_1\ 1$
Dacă $lg_1=1$, atunci `p[1]=1`.
Ciclul al doilea va conţine elementele $lg_1+1, ..., lg_1+lg_2$, pe care le plasăm în permutare în ordinea:
$lg_1+2, lg_1+3, ..., lg_1+lg_2, lg_1+1$.
Dacă $lg_2=1$, atunci `p[2]=2`.
etc.