

SUMA DIVIZORILOR – Descrierea soluției (Mihai Pătrașcu)

Să presupunem că avem $A=12$ și $B=3$.

Evident, $12^3 = (2^2 \cdot 3)^3 = 2^6 \cdot 3^3$

Un divizor al acestui număr are forma: $2^x \cdot 3^y, 0 \leq x \leq 6, 0 \leq y \leq 3$

Deci suma divizorilor este: $\sum_{\substack{x=0,6 \\ y=0,3}} 2^x \cdot 3^y$

Această sumă dublă se poate rescrie ca: $(1+2+2^2+2^3+2^4+2^5+2^6) \cdot (1+3+3^2+3^3)$

Există mai multe metode de a evalua în timp logaritmic progresele geometrice care apar. Una dintre ele folosește în mod esențial faptul că 9901 este prim.

Testarea

Test	A	B	S % 9901
0	1	45,000,963	1
1	34,002,980	0	1
2	9,901	999	1
3	1,576	1	2970
4	$2^{25} = 33,554,432$	$2^{25} = 33,554,432$	3612
5	$24,999,983 \cdot 2 = 49,999,966$	$2^{25} - 1 = 33,554,431$	1739
6	$2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 59,407 = 12,475,470$	90,000	9879
7	$2^2 \cdot 3 \cdot 3,980,203 = 47,762,436$	137	3575
8	$3^3 \cdot 5^2 \cdot 7^3 \cdot 11 \cdot 17 = 43,295,175$	25,983,137	3816
9	$3^3 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 17 \cdot 19 = 43,648,605$	49,999,801	6407

Lămuriri:

- fie p cel mai mare factor prim al lui A ; factorizarea trebuie să fie $O(\sqrt{p})$; dacă este $O(p)$, testele 5, 7 și poate 1, nu vor fi trecute;
- dacă folosiți o metodă în timp liniar pentru a evalua progresia geometrică, testele 4, 5, 8, 9 și poate 6 nu vor fi trecute;
- un caz particular important pentru progresia geometrică este $q=1$; dacă ați omis acest caz, nu veți obține punctaj pentru testele 6 și 7 ($59407 \% 9901 == 1$).