pviz - Descrierea soluţiei

Autor Adrian Diaconu

Soluţie 1 (Adrian Diaconu)

Problema se poate rezolva folosind metoda programării dinamice. Se va construi o matrice `H` în care `H[i][j]` = numărul permutărilor de lungime `i` care conţin primele `j` elemente vizibile.
Relaţia de recurentă este:

```
H[i][j] = H[i-1][j-1] + (X[j]-i+1)*H[i-1][j]
```

unde `X[i]` reprezintă al `i`-lea element vizibil. Primul termen reprezintă cazul în care pe poziţia `i` se pune cel de-al `j`-lea element vizibil. Al doilea termen reprezintă faptul că pe poziţia `i` se plasează un element ce nu este vizibil, acesta putând fi ales din numerele mai mici decât `X[j]`, care nu au fost puse încă în permutare. Rezultatul final este memorat în `H[n][m]`.

Complexitate $O(n^2)$. Memorie $O(n)$ deoarece sunt necesare doar ultimele două linii ale matricii.

La aceeaşi soluţie se poate ajunge şi pornind de la o recurenţă de forma:

$$H[i][j] = \sum_{k=0}^{i} H[k][j-1] * A_{X[j-1]-k}^{i-k}$$

care poate fi prelucrată pentru a se ajunge la recurenţa prezentată anterior.

O soluţie în $O(n^3)$ ar fi obţinut aproximativ 60 de puncte.

Soluţie 2 (Csaba Pătcas)

Se poate aplica metoda programării dinamice şi în felul urmator:

`H[i][j]` = numărul de permutări de lungime `j`, în care pe ultima poziţie avem fixat elementul `i` din lista elementelor vizibile pe poziţia `j`, şi primele `i-1` sunt deja vizibile. Aici, formula de recurenţă pentru soluţia în $O(n^3)$ se calculează fixând al `i-1` -lea element vizibil pe poziţia `k` şi considerând toate elementele care pot apărea între poziţia `k` şi poziţia `j`, obţnându-se

$$H[i][j] = \sum_{k=1}^{j-1} H[i-1][k] * A_{X[i-1]-k}^{j-k-1}$$

Această soluţie se poate reduce la complexitatea $O(n^2)$ prin aplicarea recurenţei:

```
H[i][j]= H[i][j-1] * (X[i-1]-j+2) + H[i-1][j-1]
```

Dacă folosim această recurenţă, nu trebuie să uităm de posibilităţile de a alege elementele după ultima poziţie vizibilă.

Aşadar soluţia finală se obţine din suma: $\sum_{i=1}^{n} H[m][i] * A_{X[m]-i}^{n-i}$

albinuta - Descrierea soluţiei

Autor Emilian Miron

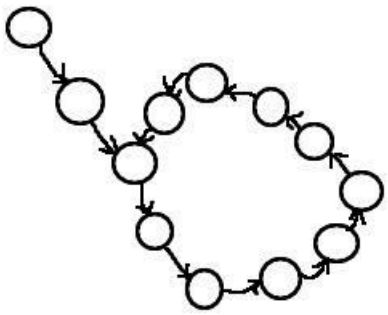
Putem caracteriza starea albinutei ca un tuplu (t,n) cu semnificatia la timpul t albinuta se afla in nodul n. Notand cu Vk vectorul de adiacenta al nodului k ($V_{k,i}$ – al i-lea vecin al nodului k, 1 <= i <= L_k) obtinem urmatoarea regula de tranzitie:

Pentru (t,n) urmatorul nodul ales va avea pozitia 1 + (t – 1) % L_n :

$$(t,n) \rightarrow (t + 1, V_{n,(1 + (t - 1) \% L_n)})$$

Observam din relatia de mai sus ca pentru a afla succesorul nodului n la un moment t nu conteaza valoarea exacta a lui t ci doar restul impartirii acestuia la L_n sau la orice multiplu de L_n. Restul impartirii lui t la cmmmc(L_k) este deci suficient pentru a caracteriza starea albinutei.

CMMMC-ul maxim pentru datele de intrare este MAX = 4*9*5*7*11*13, deci spatiul starilor este o multime finita de maxim N*MAX elemente. De la un anumit timp starea albinutei va cicla.



Graful starilor va fi similar cu cel din stânga, format dintr-o coada de X elemente urmata de un ciclu de lungime Y.

Daca T > X + Y putem reduce T la X + 1 + (T – X - 1) % Y.

Memoria disponibila este suficienta pentru a pastra un vector de marcare pentru stari care ne permite sa determinam X si Y, iar pentru fiecare Tk putem sa recalculam drumul albinutei pana la Tk redus la maxim X + Y.

Complexitatea solutiei este O(N*MAX + Q*N*MAX), cu memorie O(N*MAX).

Se poate retine si vectorul de noduri parcurse pana la X + Y, raspunzand apoi la intrebari in O(1) pentru fiecare T, insa trebuie avut grija la limita de memorie.

O solutie alternativa este presupunerea ca traseul albinutei va cicla. De la un moment de timp i (egal cu X din solutia de mai sus) sirul T_i, T_{i+1}, .. va fi un sir periodic. Se incearca succesiv valorile i pana cand se gaseste un sir periodic. Se poate determina in timp liniar daca un sir este periodic.

Este posibila rezolvarea cu O(1) memorie aditionala cu ajutorul unui algoritm de detectie a ciclurilor similar cu ideea de la algoritmul de factorizare Pollard-Rho.

http://en.wikipedia.org/wiki/Cycle_detection

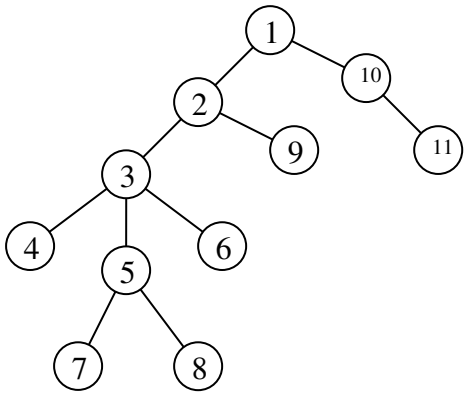
curent - Descrierea soluţiei

Autor Ionuţ Fechete

Problema se poate rezolva facand o parcurgere in adancime pentru fiecare zi de interes pentru a afla numarul de noduri accesibile din nodul 1 la acel moment. Astfel se raspunde la o intrebare in complexitatea O(N) si actualizarea se face in O(1) marcand nodul ca fiind cu siguranta arsa. O astfel de rezolvare obtine 25-30 de puncte.

O alta abordare presupune stocarea in memorie a numarului de noduri accesibile pentru fiecare nod al arborelui, initial acest numar este egal cu numarul de noduri din subarborele a carui radacina este nodul. Pentru a se actualiza acest vector trebuie parcurs arborele plecand de la nodul care trebuie actualizat, mergand din tata in tata pana se ajunge la un nod cu siguranta arsa, deci complexitatea este O(N) in cel mai rau caz, iar de raspuns se raspunde in O(1). Aceasta rezolvare obtine 35-40 de puncte.

Solutia oficiala foloseste arbori de interval si parcurgerea Euler a arborelui pentru a face o actualizare in O(log N) si pentru a raspunde in O(1). Folosind parcurgerea Euler a arborelui obtinem nodurile intr-o anumita ordine astfel incat toate nodurile dintr-un anumit subarbore se afla intr-un interval compact din secventa.

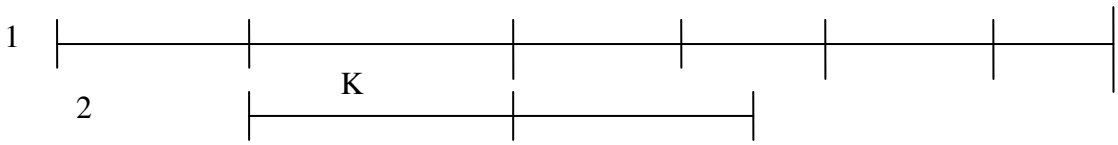


O parcurgere Euler in care scriem un nod doar o data pentru arborele din figura genereaza secventa:
1 2 3 4 5 7 8 6 9 10 11
subsecventa determinata de pozitiile a 2-a si a 9-a din aceasta secventa contine toate nodurile din subarborele al carui radacina este 2
subsecventa determinata de pozitiile a 5-a si a 7-a din aceasta secventa contine toate nodurile din subarborele al carui radacina este 5

O alta proprietate a acestei secvente este ca oricare ar fi doua intervalele pentru care se fac actualizari acestea fie sunt disjuncte, fie unul dintre ele este continut de celalalt.

Dupa ce am obtinut aceasta secventa putem folosi arbori de intervale pentru a rezolva problema in felul urmator: pentru fiecare interval retinem numarul de noduri accesibile din nodul radacina corespunzator intervalului **S[nod]**(dupa cum am precizat mai sus un interval din secventa este echivalent cu un subarbore

din arborele dat la intrare) si numarul de stramosi cu sigurantele arse ale nodului **Arsuri[nod].** Initial toate nodurile au sigurantele bune deci pentru fiecare interval numarul de noduri accesibile este egal cu lungimea intervalului. Pentru o actualizare mergem initial in jos in arborele de intervale ca la o actualizare normala, obtinem o impartire a intervalului ce trebuie initializat in **k** intervale **A1 A2 A3 .. AK,** pentru fiecare din aceste intervale incrementam **Arsuri[Ai]** daca actualizarea este o arsura sau decrementam daca actualizarea este o inlocuire. Apoi mergem in sus pe arbore acutalizand **S[nod]** pentru nodurile stramosi ca la o actulizare normala doar ca **S[nod]=S[left]+S[right]** numai atunci cand **Arsuri[nod]** este 0.



De exemplu daca avem de actualizat intervalul de sus (1) vom updata Arsuri[x] pentru fiecare interval din impartirea facuta de arborele de intervale (pentru a evita actualizarea pentru fiecare nod). Cand vom actualiza intervalul de jos (2), intervalul Arsuri[K] va fi incrementat a doua oara, nodurile din acel interval avand doi stramosi cu sigurantele arse.

Pentru a raspunde la o intrebare folosim **S[1]** , numarul de noduri acesibile din 1.

O descriere a structurii de date “arbore de intervale” poate fi gasita la urmatorul link:
http://infoarena.ro/arbori-de-intervale

iar o descriere a parcurgerii euler a unui arbore aici:

http://www.ginfo.ro/revista/11_4/probleme.pdf