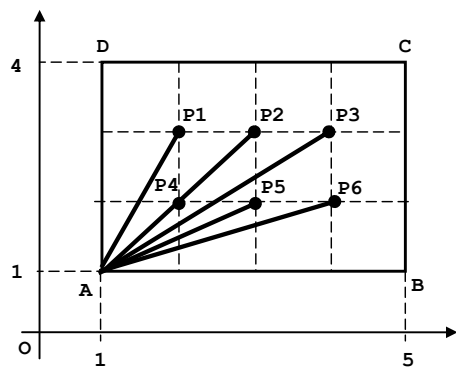


mins - descrierea soluției

autor prof.Carmen Mincă , Liceul Teoretic Ion Neculce, București



Două puncte $P(x, y)$ și $Q(z, t)$ sunt situate pe același segment cu o extremitate în vârful $A(a, b)$ dacă este satisfăcută relația:

$$\frac{x-a}{z-a} = \frac{y-b}{t-b} \Leftrightarrow \frac{x-a}{y-b} = \frac{z-a}{t-b}, \text{ adică dacă cele două fracții sunt}$$

echivalente. Dacă mai multe puncte sunt situate pe același segment, atunci fracția corespunzătoare punctului cel mai apropiat de A, este ireductibilă, deci $\text{cmmdc}(x-a, y-b)=1$.

Numărul minim de segmente va fi egal cu numărul punctelor de coordonate (x, y) pentru care fracția $\frac{x-a}{y-b}$ este ireductibilă, oricare

ar fi $x \in \{a+1, a+2, \dots, c-1\}$ și $y \in \{b+1, b+2, \dots, d-1\}$

Aceste formule sunt generale; în cazul problemei propuse, punctul A se confundă cu originea, deci $a=b=0$.

Rezultă că problema se reduce la a calcula perechile de puncte x, y prime între ele, unde cu $1 \leq x \leq c$ și $1 \leq y \leq b$.

O prima idee ar fi să calculăm cmmdc pentru fiecare pereche:

$ct \leftarrow 0$

Pentru $x \leftarrow 1, c$

Pentru $y \leftarrow 1, d$

Dacă $\text{cmmdc}(x, y) = 1$ atunci

$ct \leftarrow ct + 1$

Această soluție obține 30 puncte datorită depășirii limitei de timp.

O soluție mai bună se obține plecând de la observația că în algoritmul precedent, se calculează cmmdc pentru aceleași perechi de două ori, pentru toate valorile x, y mai mici decât minimul dintre c și d .

Astfel putem reduce timpul de execuție:

$ct \leftarrow 0$

$\min \leftarrow \min(c, d)$

$\max \leftarrow \max(c, d)$

Pentru $x \leftarrow 2, \min$

Pentru $y \leftarrow 1, x$

Dacă $\text{cmmdc}(x, y) = 1$ atunci

$ct \leftarrow ct + 1$

$ct \leftarrow 2 * ct$

Pentru $x \leftarrow \min + 1$ la \max

Pentru $y \leftarrow 1, x$

Dacă $\text{cmmdc}(x, y) = 1$ atunci

$ct \leftarrow ct + 1$

Această soluție obține 60 puncte datorită depășirii limitei de timp.

Pentru 100 de puncte, trebuie să observăm că pentru a stabili dacă două numere sunt prime între ele, nu este nevoie să calculăm cmmdc. Este suficient să vedem dacă nu au niciun divizor comun. Pentru aceasta, facem o descompunere în factori primi pentru numerele de la 1 la \min , apoi generăm toate perechile la fel ca în algoritmul precedent și pentru fiecare pereche stabilim dacă x se divide la vreunul dintre divizorii primi ai lui y .

Cum numerele mai mici decât 5001 nu au mai mult de 5 factori primi ($2*3*5*7*11*13 > 5000!$), algoritmul se încadrează în timp, dacă facem o descompunere în factori primi pentru numerele de la 1 la \min folosind un algoritm asemănător cu cel de la sita lui Eratostene.

Se poate reduce numărul de pași și din acest algoritm dacă pentru calculul numărului de perechi prime între ele facem în primele două foruri folosim formula Euler.

