

Descrierea soluției - cifreco

Varianta 1

Se poate alege o variantă „brute force”, adică parcurgerea tuturor numerelor de n cifre și numărarea acelor care au cifre nenule și cu suma cifrelor egală cu $n+8$. Aceasta variantă obține cel mult 30 puncte.

Varianta 2

Se pot genera printr-un backtracking natural toate numere de n cifre care au suma cifrelor egală cu $n+8$. Dacă se recurge la condiții de continuare bine alese atunci această variantă poate obține până la 60 puncte.

Varianta 3

Să facem întâi observația că dacă la un număr se adună 9 atunci suma cifrelor sale rămâne constantă. Spre exemplu, fie un număr de 2 cifre $ab = 10*a+b$. În urma adunării cu 9, sau $10-1$, acesta devine $10*(a+1) + (b-1)$ iar suma cifrelor sale este $a+1+b-1 = a+b$ adică neschimbată, desigur cu condiția ca $a \neq 9$ și $b \neq 1$.

Să facem acum o corespondență între elementele mulțimii cu cifre comunicante A și anumiți multipli de 9.

Spre exemplu pentru $n=3$, primul număr din mulțimea A este 119 pe care îl punem în corespondență cu $0 \times 9 = 0$. Pe 128 îl punem în corespondență cu 1×9 (adică am adunat 9), pe 137 cu 2×9 s.a.m.d.. până când ajungem la 191 pe care îl punem în corespondență cu 8×9 . Urmează 218 pe care îl punem în corespondență cu 11×9 , apoi 227 cu 12×9 s.a.m.d.

Deducem următorul „pattern” de multiplii :

0, 1, 2, ..., 8,

11, 12, 13, ..., 18,

22, 23, 24, ..., 28,

33, 34, 35, ..., 38,



44,, 47, 48,

.....

111, 112, 113, ..., 118,

222, 223, 224, ..., 228,

333, 334, 335, ..., 338,

444, 445,, 448,

.....

1111, 1112, ..., 1118

s.a.m.d.

Așadar când ultima cifră a unui fost multiplu este 8, următorul multiplu se calculează astfel:

dacă toate cifrele multiplului sunt 8, se trece la un număr care are toate cifrele de 1 și cu o cifră mai mult decât ultimul multiplu.

dacă cel puțin o cifră a unui fost multiplu este diferită de 8, atunci se trece la un număr care are același număr de cifre cu ultimul multiplu și pe fiecare poziție are cifra succesoare primei cifre diferite de 8 a ultimului multiplu, de la dreapta la stânga.

Pentru a număra elementele mulțimii A cuprinse între 2 numere x și y se generează toți multiplii descriși mai sus cuprinși între $(x-\min)/9$ și $(y-\min)/9$, unde \min este cel mai mic număr din mulțimea A.

Această variantă obține 100 puncte.

Prof. Cheșcă Ciprian,

Grup Școlar "Costin Nenițescu" Buzău

