

Soluție minime Prof Dana Lica

Codul asociat este format în ordine din cele mai mici caractere, în sens lexicografic preluate de pe fiecare linie. Soluția de 100 de puncte rezolvă problema în complexitate $O(M \cdot N)$, și spațiu de memorie $O(M)$. Algoritmul are la bază programarea dinamică. Pentru a o mai ușora prezentare vom pleca în construcția unei matrici $D[N][M]$, în care elementul $D[I][J]$ va reprezenta distanța minimă în care poate fi obținut prefixul codului format din primele I cuvinte (de lungime I), din fiecare cuvânt folosindu-se primele J caractere.

Recurența poate fi scrisă astfel:

$D[I][J] = \max\{D[I-1][J], \text{lungimea secvenței de la ultimul caracter minim din cuvântul } I \text{ și poziția curentă } J\}$

Dacă pe linia curentă I , prima apariție a caracterului minim este pe poziția J , atunci toate elementele de la 1 la $J-1$ de pe linia I vor fi egale cu ∞ .

Cum se observă că linia I depinde doar de precedentă este suficient un spațiu $O(M)$ de memorie pentru reținerea unui vector $D[M]$. Recurența se rescrie:

$D[J] = \max\{D[J], \text{lungimea secvenței de la ultimul caracter minim al cuvântului curent și poziția } J\}$.

Să observăm succesiunea prin care trece vectorul D

a	b	c	d	a	b
1	2	3	4	1	2
c	d	a	b	a	b
∞	∞	3	4	1	2
b	a	d	a	b	a
∞	∞	3	4	2	2

O soluție de 50-60 de puncte, de complexitate $O(N \cdot M)$ dar memorie $O(N \cdot M)$.

Se reține într-o matrice $A[N][M]$ lista produselor și codul asociat în vectorul $B[N]$.

Matricea A va fi modificată astfel:

- La primul pas, $A[i][j]$ devine 1 dacă $A[i][j]$ este egal cu $B[i]$ sau 0 în caz contrar
- La pasul următor, se calculează sumele parțiale pe linii, astfel $A[i][j]$ devine suma $A[i][1] + \dots + A[i][j]$. Pentru a evita probleme de suprascriere se poate folosi recurența $A[i][j] = A[i][j-1] + A[i][j]$, unde $j = 2 \dots M$.

Pentru lista de mai sus matricea A va fi modificată astfel:

1	1	1	1	2	2
0	0	1	1	2	2
0	1	1	2	2	3

Se observă că valorile elementelor din matricea A nu vor fi mai mari ca M (suficient un octet).

Vom traversa fiecare coloană notată cu *dreapta* ($dreapta = 1 \dots M$) încercând să fixăm o bandă cât mai îngustă, cu ultima coloană pe *dreapta*.

Acest lucru se va face folosind un alt indice *stanga*, pe care vom încerca să îl incrementăm cât mai mult posibil la fiecare pas, cu condiția ca între coloanele *stanga* și *dreapta*, pe fiecare linie să fie prezent cel puțin un minim. Verificarea aceasta se va realiza în $O(N)$, folosind matricea A anterior modificată. Astfel, pentru fiecare $I = 1 \dots N$, trebuie să fie satisfăcută relația $A[I][dreapta] > A[I][stanga]$. Numai după ce condiția este satisfăcută pentru orice I , se poate incrementa cu 1 valoarea *stanga*.

Se observă că *stanga* și *dreapta* vor fi incrementate de maxim M ori, reducând complexitatea la $O(N \cdot M)$