

Tabăra de pregătire a lotului național de informatică

Baia Mare, 7-14 mai 2013

Baraj 5 - Seniori



Iru - solutie

Panaete Adrian – Colegiul Național „A. T. Laurian” Botoșani

Stud. Alexandru Cazacu - Universitatea Politehnica din București

Se observa ca fiecare mutare a unui triunghi determina in sirul de codificare urmatoarele modificari si restrictii:

- mutarea unui triunghi de dimensiune $L+1$ depinde de triunghiul de latura L . Daca cele doua se afla in aceeasi stare, mutarea nu se poate realiza. In caz contrar, miscarea se poate efectua si este echivalenta cu interschimbarea starii celor doua triunghiuri.
- triunghiul de latura 1 se poate misca in orice stare.

Astfel problema se reduce la forma urmatoare: Avand doua siruri de caractere, se cere transformarea cu cost minim a primului sir in cel de-al doilea, avand la dispozitie urmatoarele operatii:

- modificarea elementului de pe prima pozitie - cost 1
- interschimbarea elementelor de pe doua pozitii consecutive - cost 1

Pentru a rezolva asta o sa folosim urmatoare abordare greedy: pornim de la sfarsitul sirului, iar atunci cand intalnim o pozitie pe care caracterul difera de cel din cel de-al doilea sir, o sa aducem pe acesta pozitie cel mai apropiat caracter de tipul celui cautat.

Demonstram in continuare ca aceasta abordare, de a rezolva mai intai elementele cele mai din dreapta, conduce la obtinerea unui cost minim. Fie p_1, p_2 , cu $p_1 > p_2$ doua pozitii pe care trebuie schimbate caracterele, si q_1, q_2 cele mai apropiate pozitii pe care se afla caracterele cautate. Astfel, prin interschimbarea elementelor consecutive, dorim sa aduce pe pozitie p_1 elementul de pe pozitia q_1 , respectiv pe pozitia p_2 elementul de pe pozitia q_2 . Se disting urmatoarele 3 cazuri:

- $q_2 < p_2 < q_1 < p_1$. Este evident ca in aceasta situatie, indiferent de ce caracter alegem sa-l aducem pe pozitia lui prima data, costul este acelasi.
- $q_1 < q_2 < p_2 < p_1$. Daca incercam sa aducem prima data caracterul de pe pozitia q_2 pe pozitia p_2 , o sa avem costul $p_2 - q_2$. Apoi trebuie sa aducem elementul de pe pozitia q_1 pe pozitia p_1 , cu costul $p_1 - q_1$. Aceasta operatie o sa mute insa caracterul de pe pozitia p_2 pe pozitia $p_2 - 1$, ducand in total la un cost de $p_2 - q_2 + p_1 - q_1 + 1$. Se observa ca strategie de a aduce intai elementul de pe pozitia q_1 pe p_1 are acelasi cost.
- $q_2 < q_1 < p_2 < p_1$. Daca mutam prima data elementul de pozitia q_2 obtinem costul: $(p_2 - q_2) + (p_1 - q_1 + 1) + 1$, iar daca alegem sa mutam intai elementul de pe pozitia q_1 obtinem costul: $(p_1 - q_1) + (p_2 - q_2)$.

Mai ramane o singura problema, atunci cand avem nevoie de un caracter pe pozitia p , iar acesta nu se mai gaseste intre pozitiiile 1 si p . Tot ce ne ramane de facut este sa schimbam triunghiul de pe pozitia 1 si sa-l aducem pe pozitia p , avand astfel un cost egal cu $(p-1) + 1$. Orice alta abordare (de a incerca intai sa aducem caracterul bun pe o pozitie mai mica decat p), obtine un cost mai mare sau egal decat varianta de mai sus. Se poate economisi un cost de o unitate, daca alegem sa mutam mai intai un caracter care exista (fara a transforma caracterul de pe prima pozitie) pe o pozitie mai mica decat p , insa acesta se pierde deoarece la mutarea caracterului pe pozitia p , caracterul adus anterior pe pozitia corecta se deplaseaza la stanga cu 1.

Problema poate fi rezolvata cu ajutorul unui aib in complexitate $N \cdot \log N$. Insa, deoarece sirurile contin doar 3 litere, problema are si o abordare liniara.