

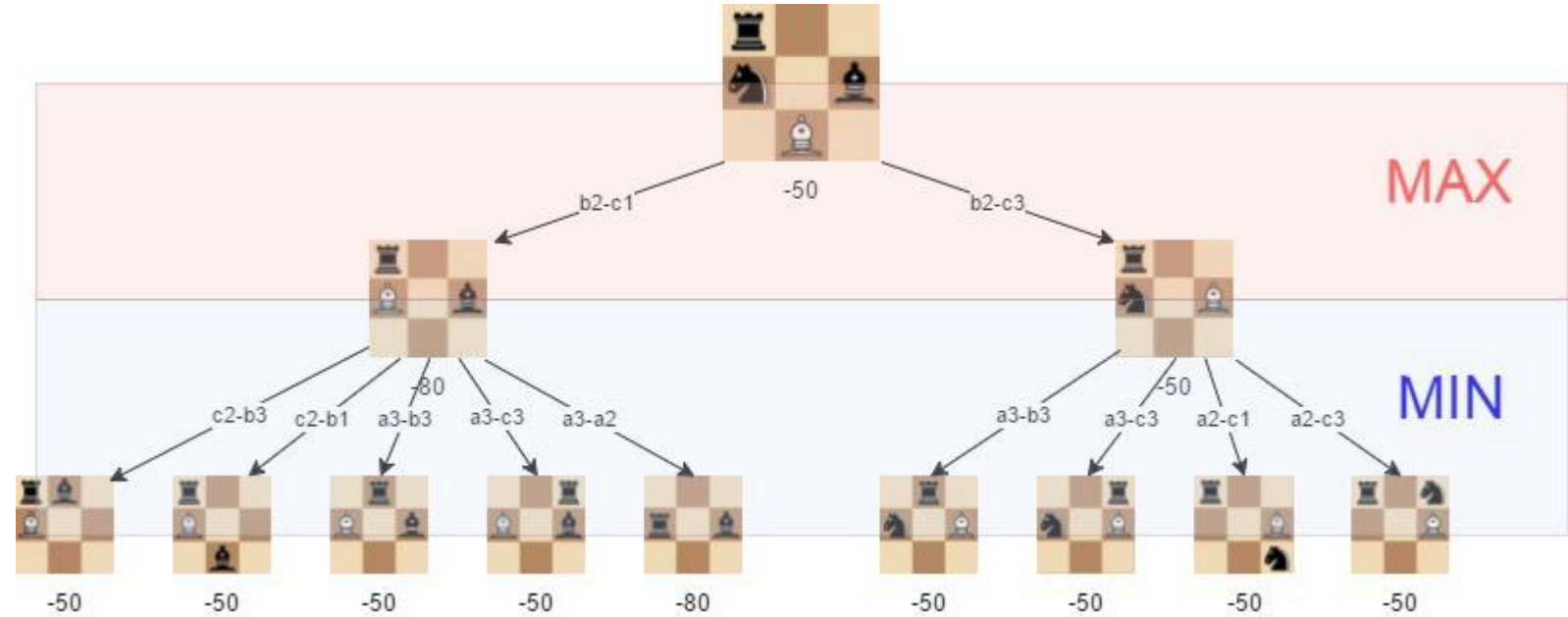
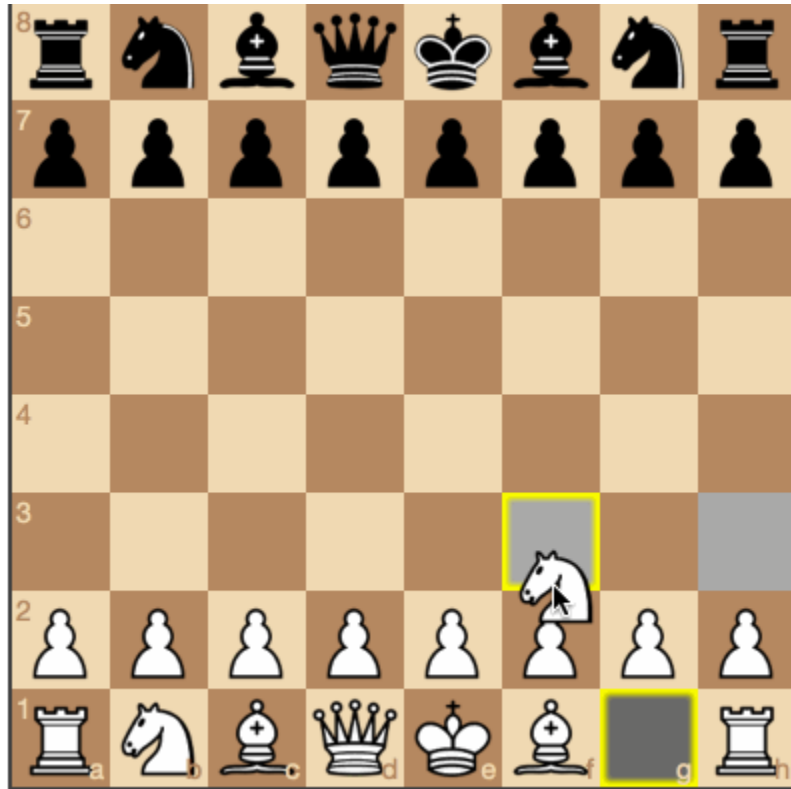
Aprendizado de Máquina

Curso Tecnologia e Análise de Sistemas

Prof. Dr. Domingos Márcio Rodrigues Napolitano

Sem 1 / 2020

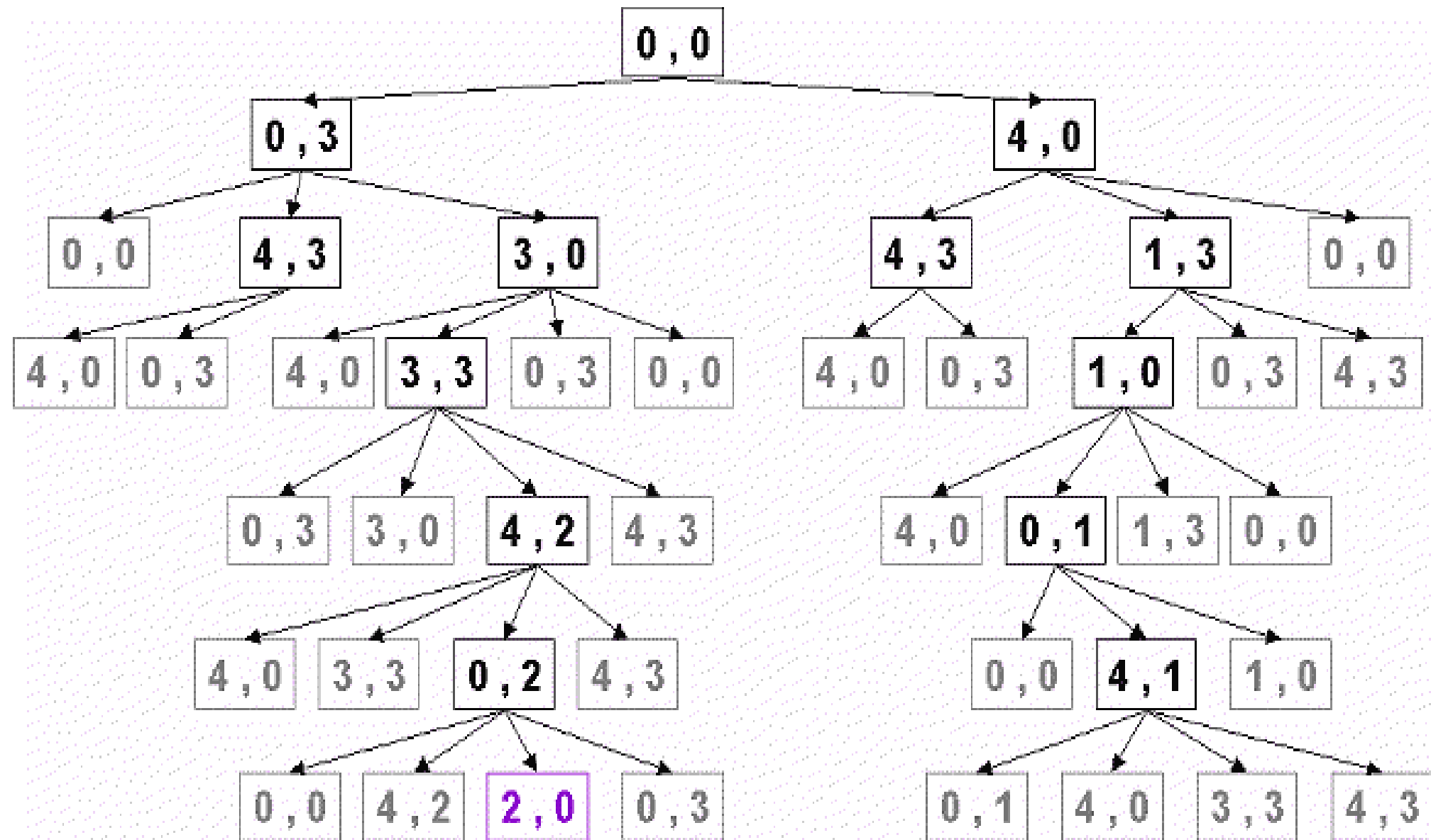
- O Quizz Relativo ao material desta aula está disponível neste link:
- <https://forms.gle/As4PmVtFuNyXAbJ47>



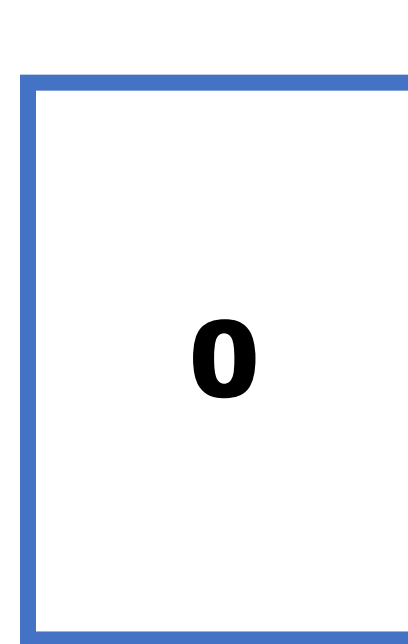
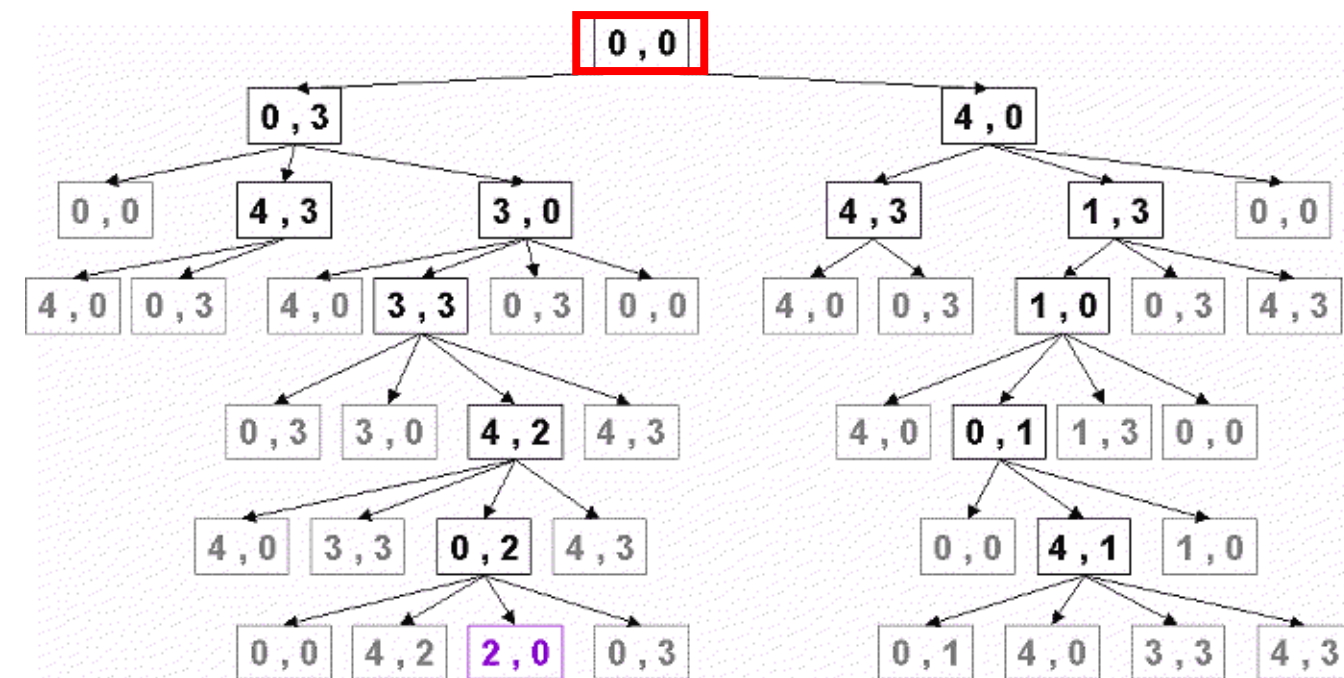
Problema: jarros

- Dados uma bica d'água, um jarro de capacidade 3 litros e um jarro de capacidade 4 litros (ambos vazios). Como obter 2 litros?

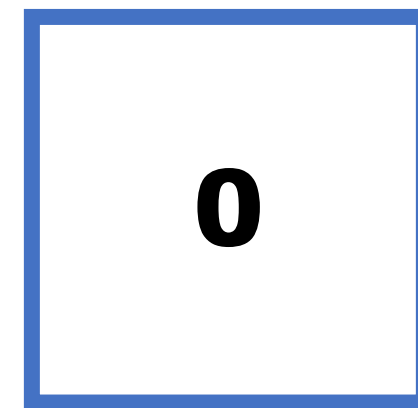
Exemplo dos jarros



Exemplo dos jarros



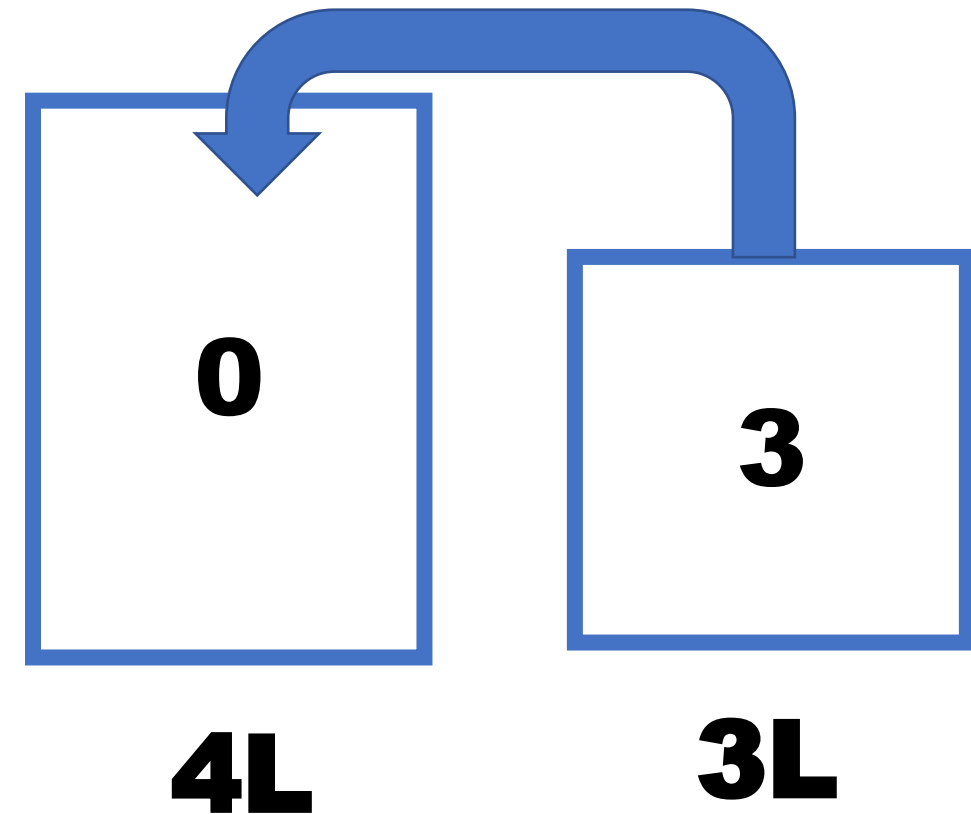
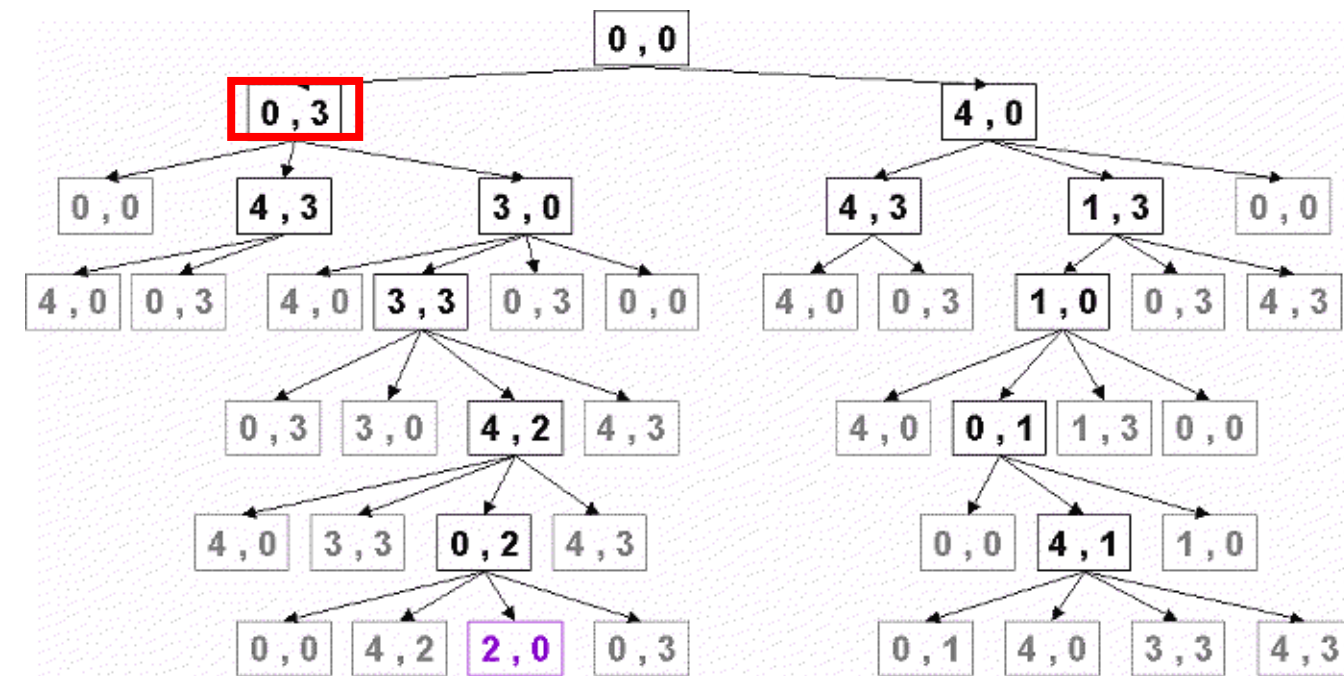
4L



3L

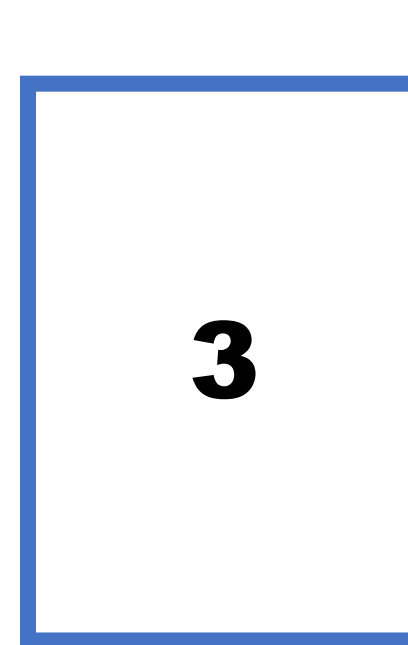
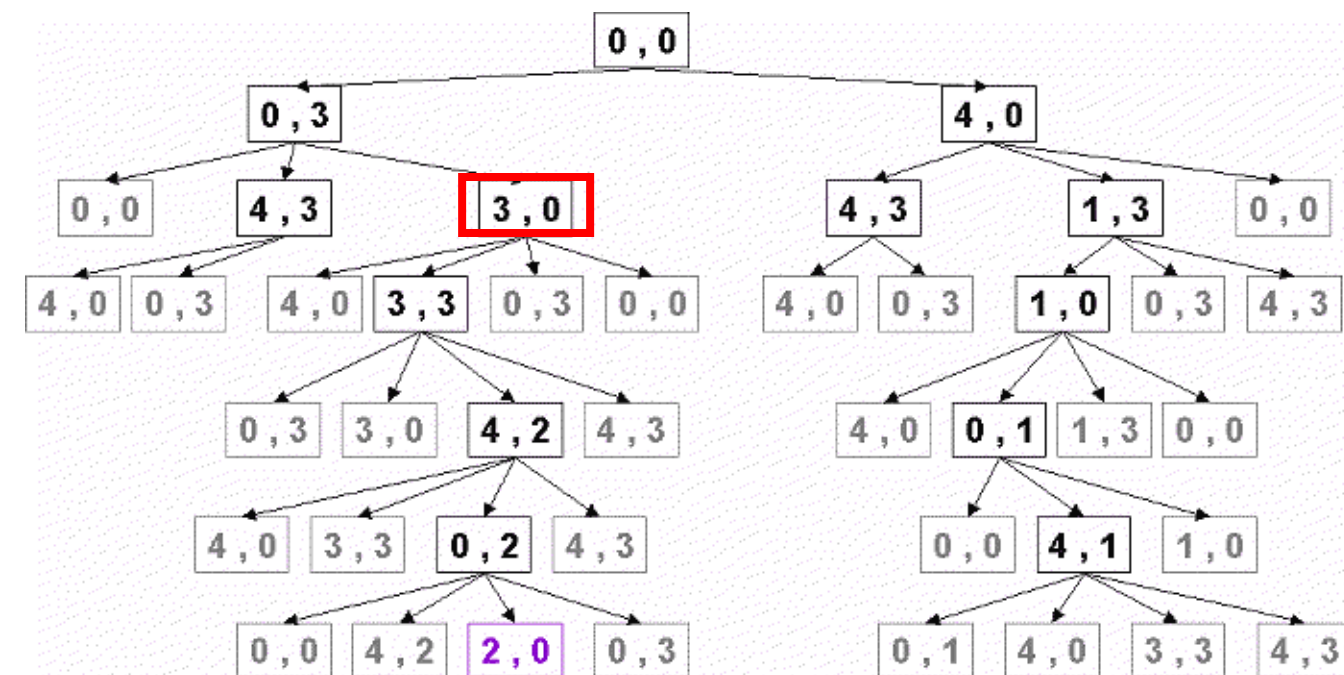
Ação Encher Jarro 3L

Exemplo dos jarros

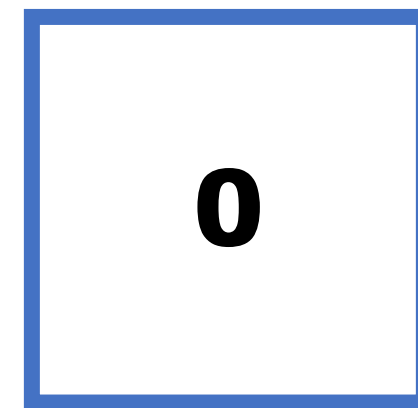


Despejar Conteúdo
Jarro 3L Jarro 4L

Exemplo dos jarros



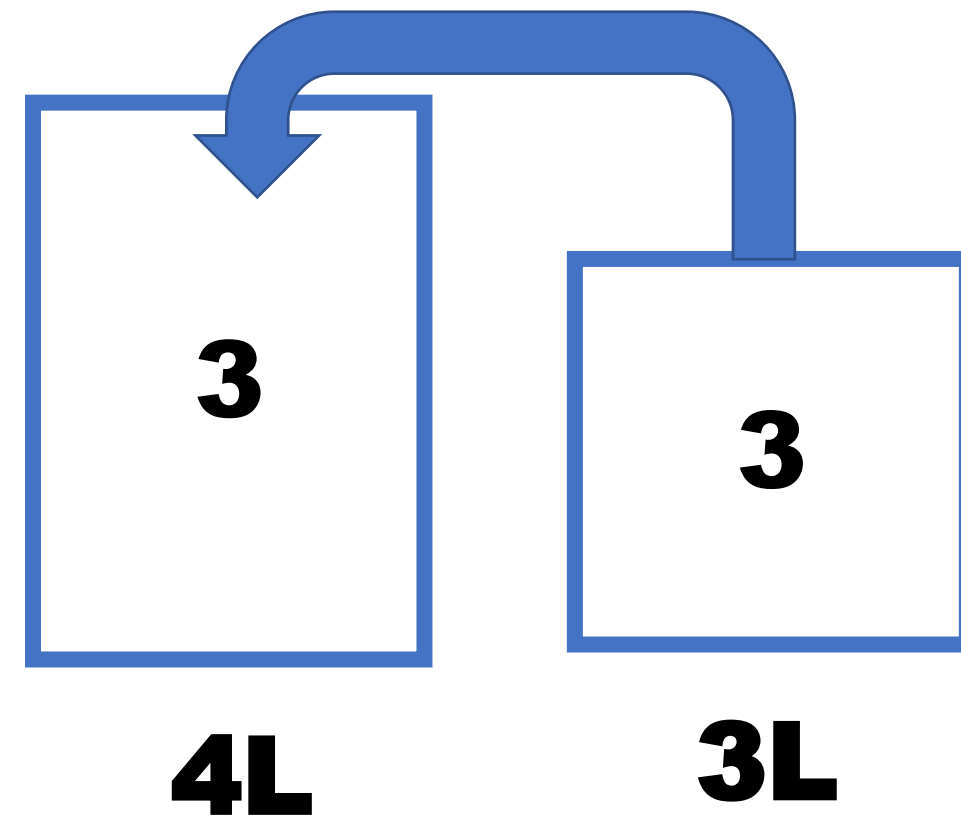
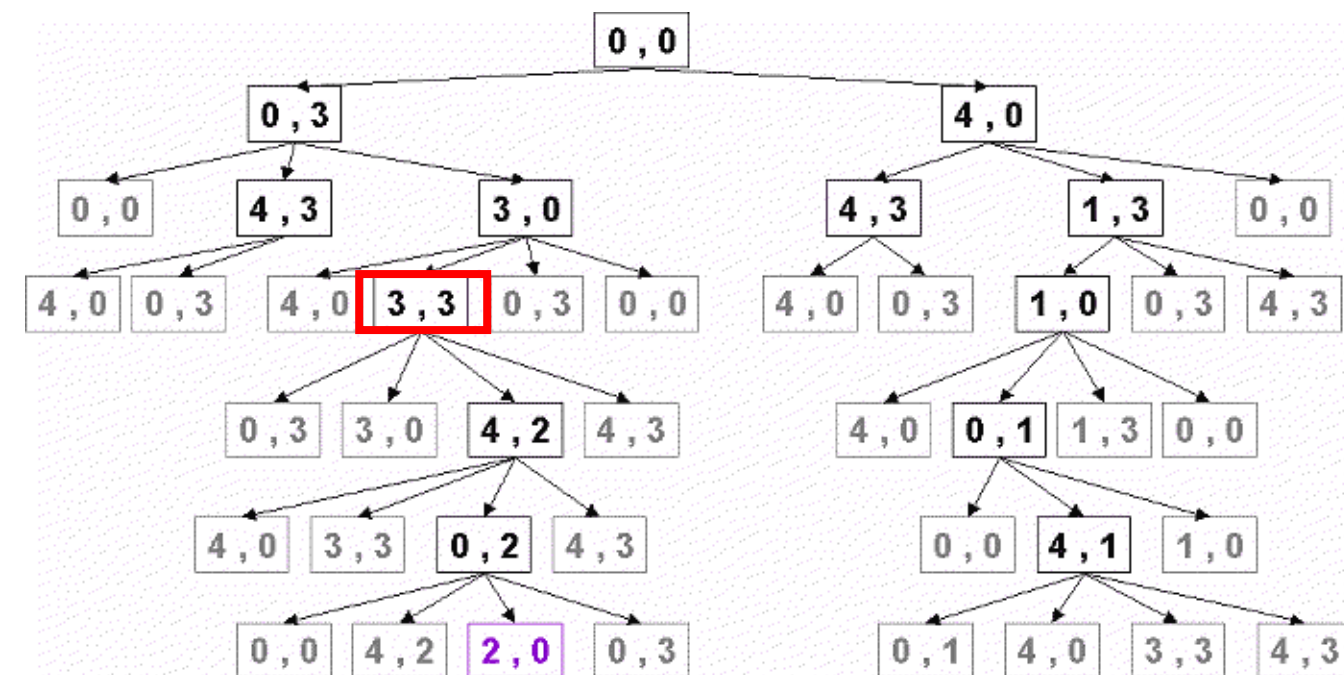
4L



3L

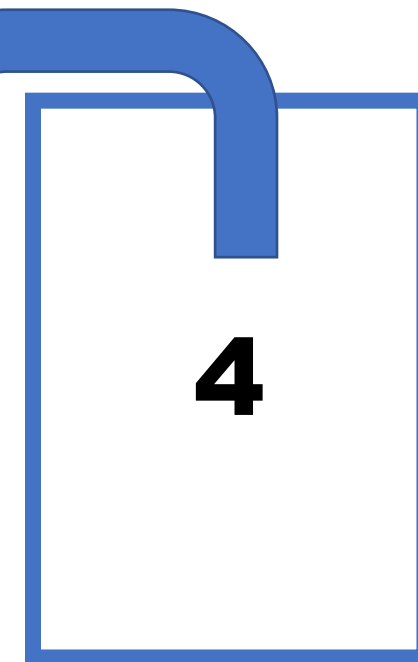
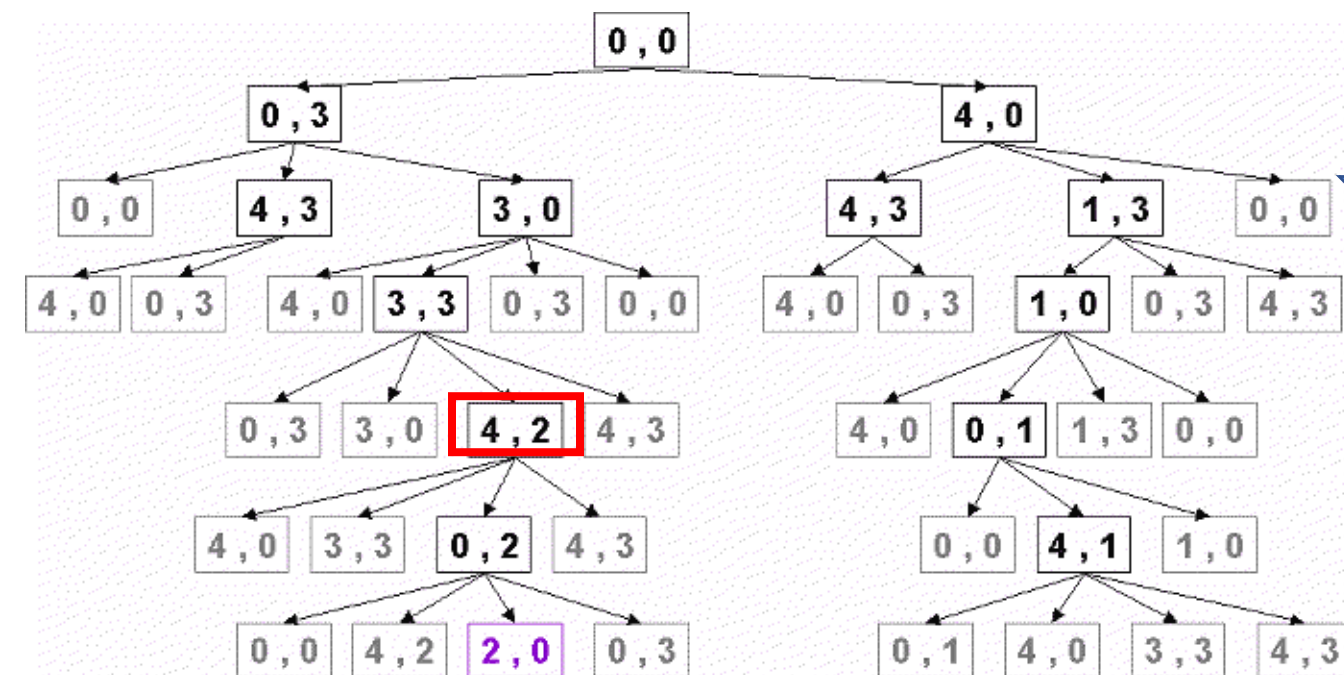
Ação Encher Jarro 3L

Exemplo dos jarros

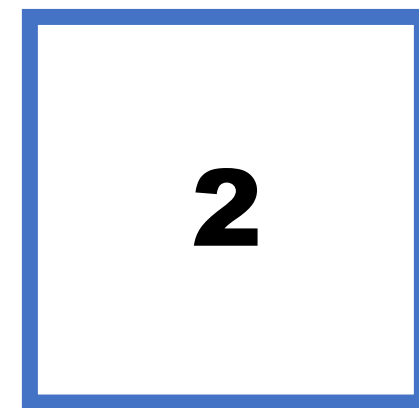


Despejar Conteúdo
Jarro 3L Jarro 4L

Exemplo dos jarros



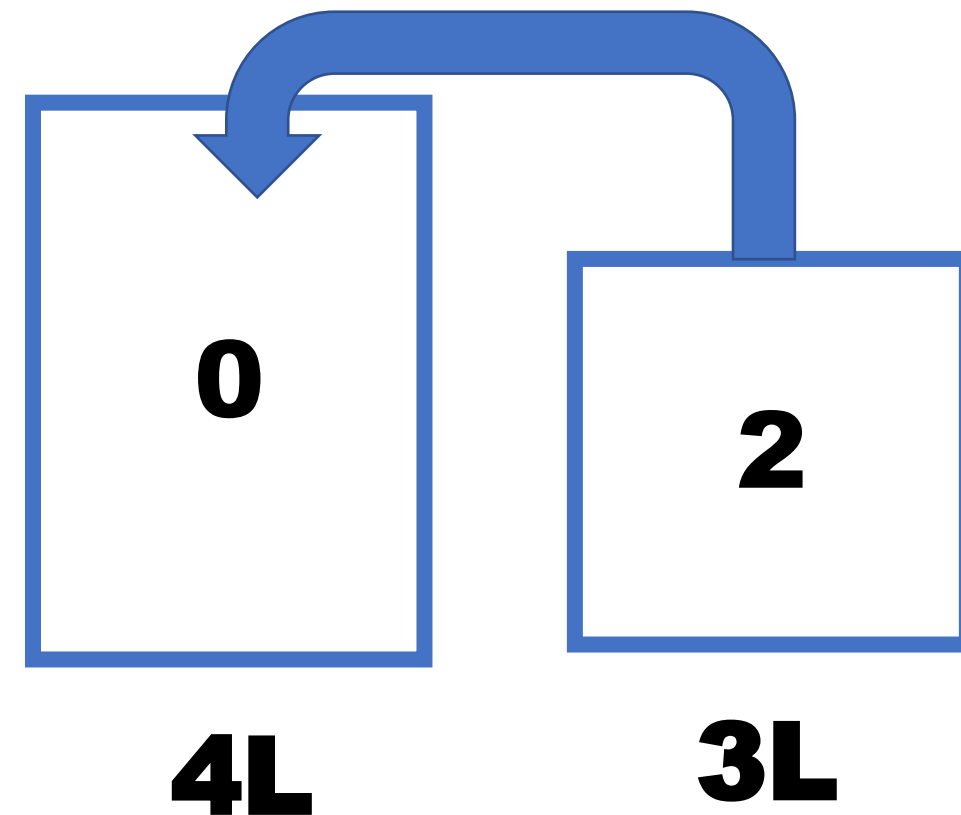
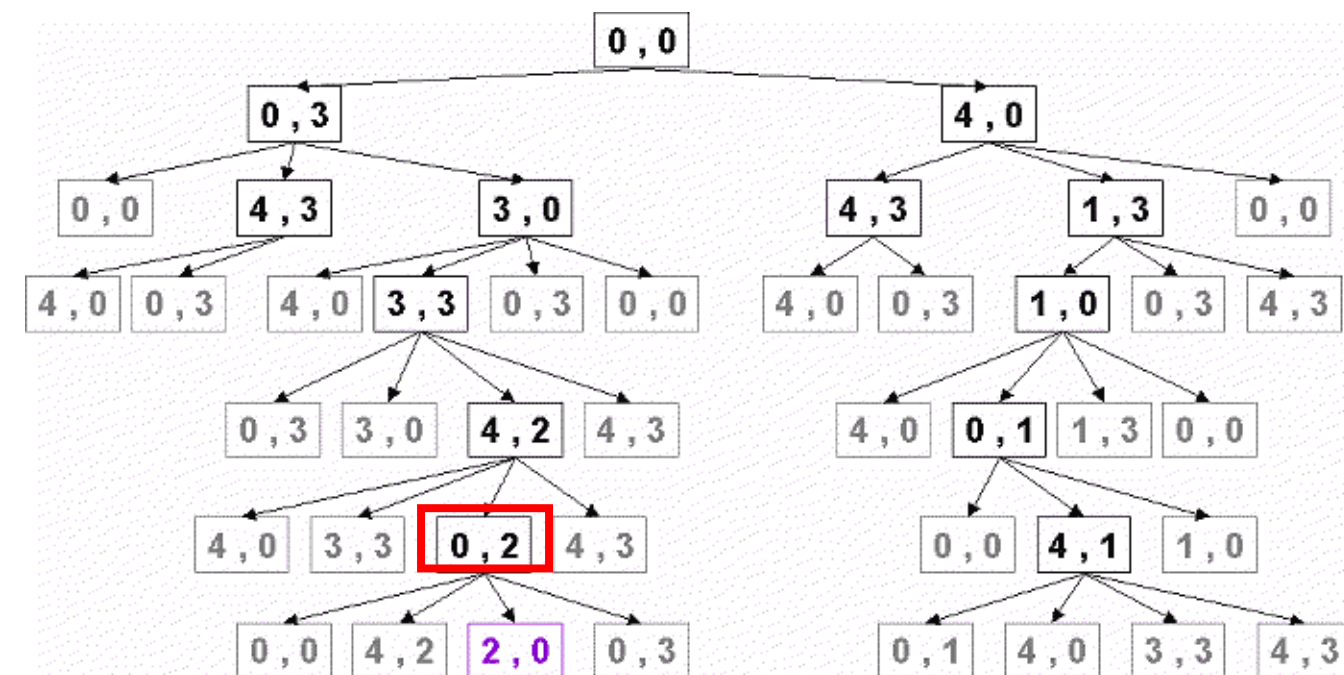
4L



3L

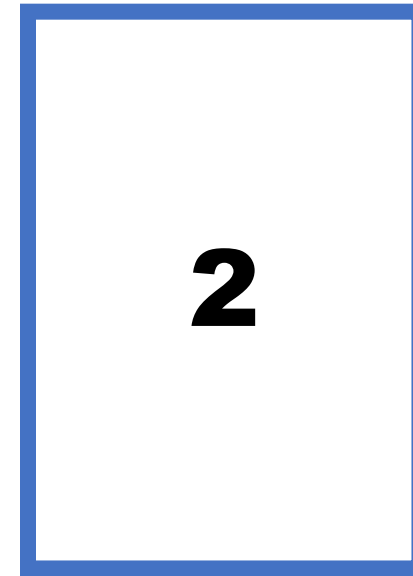
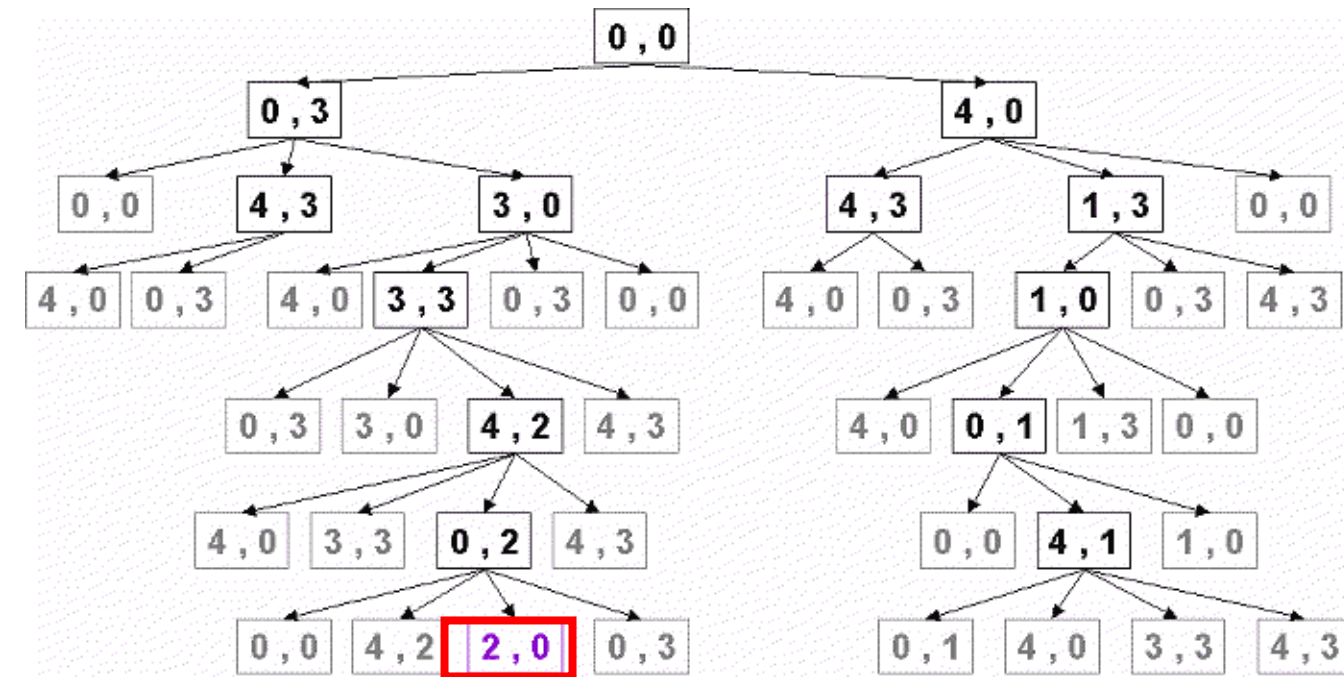
Despejar Conteúdo
Jarro 4L

Exemplo dos jarros

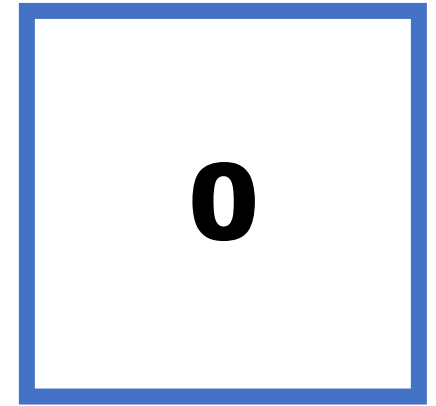


Despejar Conteúdo
Jarro 3L Jarro 4L

Exemplo dos jarros



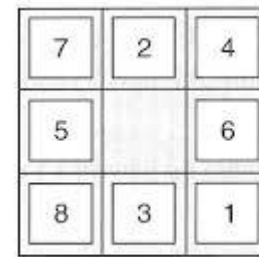
4L



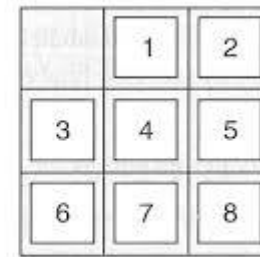
3L

- Dedicar-se ao estudo e elaboração de algoritmos, capazes de resolver, por exemplo, problemas considerados intratáveis do ponto de vista da computação convencional.
- Primeiros problemas por computador: prova automática de teoremas e jogos.
- Capacidade de cálculo e memória dos computadores: insuficientes perante o enorme número de caminhos de solução.
- **Exemplo:** jogo de xadrez
- **Um dos objetivos de IA:** resolver problemas que o homem não sabe resolver facilmente ou num tempo razoável, desde que sejam completamente formalizados.

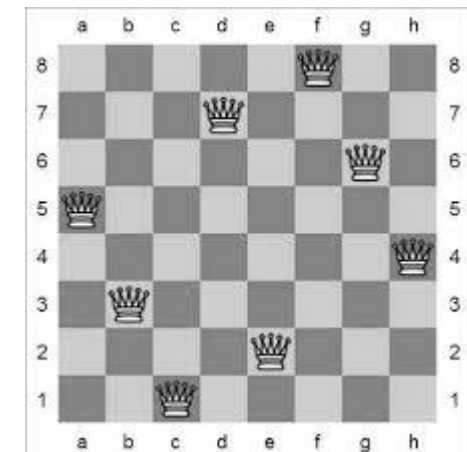
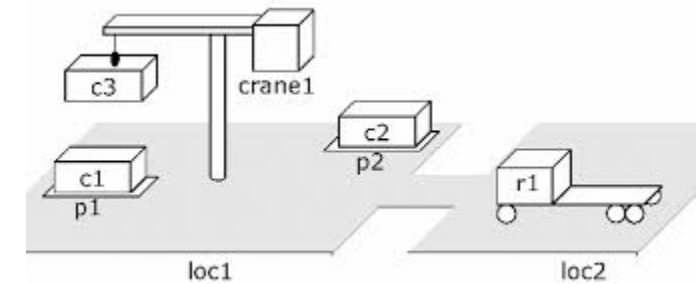
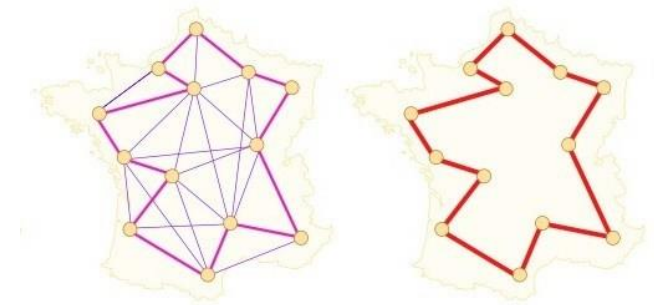
- O quebra-cabeças 3x3
- O Caixeiro Viajante
- Cálculo Integral Formal
- Empilhamento de blocos: a partir de uma configuração de blocos iniciais, qual a seqüência de movimentos para se chegar a uma configuração final?
- As Oito Rainhas
- As Torres de Hanói



Estado inicial



Estado objetivo



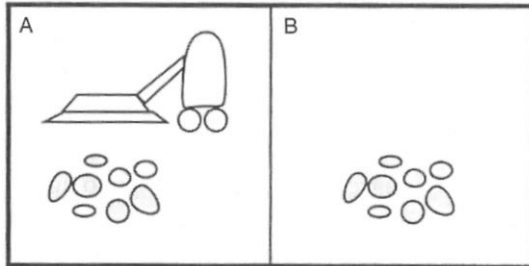
- <https://www.youtube.com/watch?v=CrBTg0nms2Y>

Quatro componentes para definir um problema:

1. O **estado inicial** em que o agente começa.
2. Uma descrição das **ações** possíveis que estão disponíveis para o agente.
 - Formulação mais comum: uso de uma **função sucessor**.
 - Estado inicial e função sucessor: definem o **espaço de estados** do problema.
 - **Caminho** no espaço de estados – seqüência de estados conectados por uma seqüência de ações.
3. O **teste de objetivo** – determina se um dado estado é um estado objetivo.
4. Função de **custo de caminho** – atribui um custo numérico a cada caminho.

Elementos:

- Estado Inicial
- Função Sucessor
- Teste de Objetivo
- Custo de Caminho



- **Exemplo 1:** Mundo do aspirador de pó com apenas 2 locais.

Problema do Mundo do Aspirador de Pó - Formulação

- **Estados**

- O agente está em uma entre duas posições, cada uma das quais pode conter sujeira ou não.
- Há $2 \times 2^2 = 8$ estados do mundo possíveis.

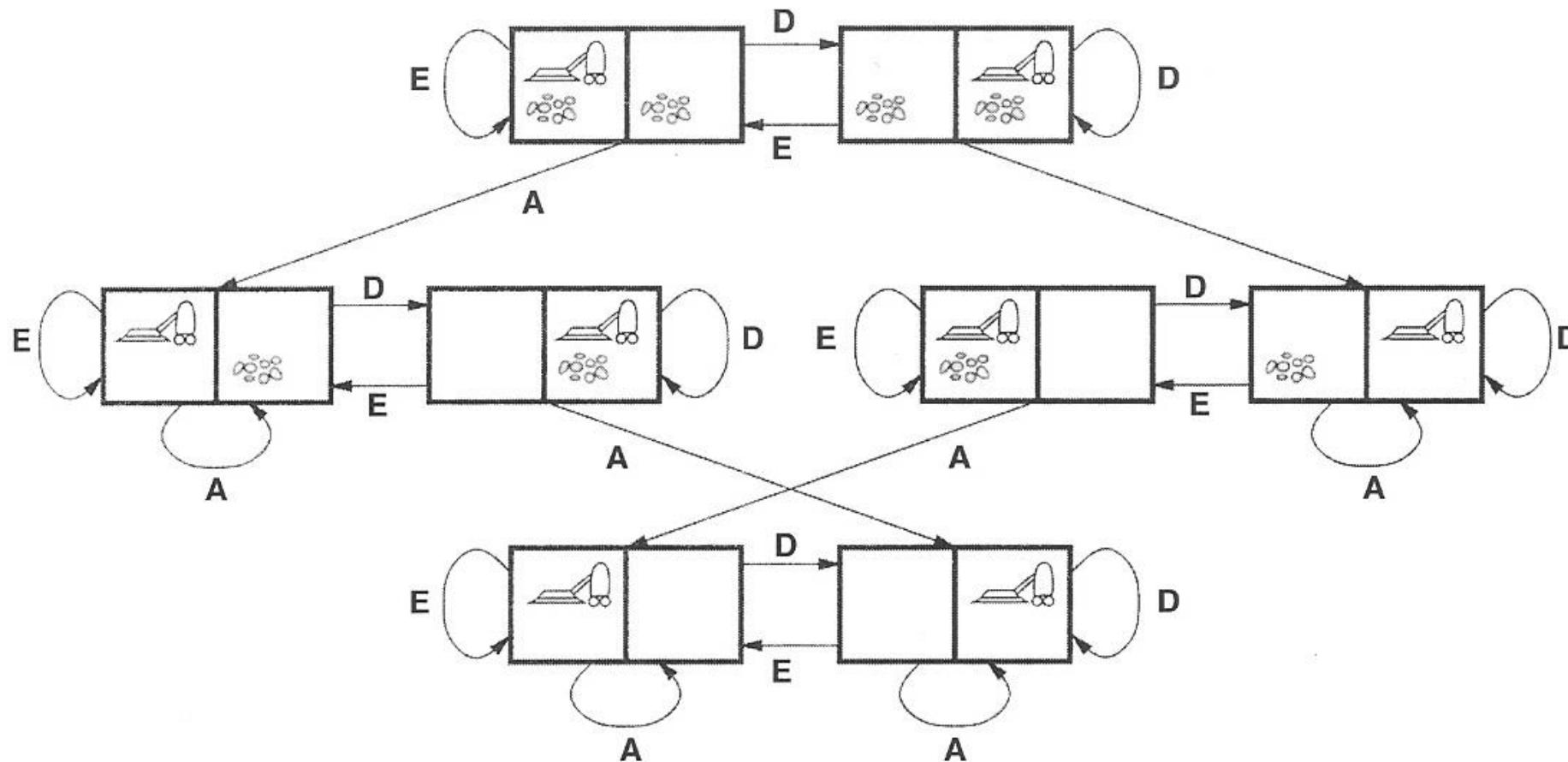
- **Estado inicial**

- Qualquer estado pode ser designado como estado inicial.

- **Função Sucessor**

- Gera os estados válidos que resultam da tentativa de executar as três ações (*Esquerda*, *Direita* e *Aspirar*).

Espaço de estados para o mundo do aspirador de pó.



Os arcos denotam ações: E = Esquerda, D = Direita, A = Aspirar

Problema do Mundo do Aspirador de Pó - Formulação

- **Teste de objetivo**
 - Verifica se todos os quadrados estão limpos.
- **Custo de caminho**
 - Cada passo custa 1, e assim o custo do caminho é o número de passos do caminho.
- Esse miniproblema tem posições discretas, sujeira discreta, limpeza confiável e nunca é desorganizado depois de limpo.
- Ambiente com n posições: $n \times 2^n$ estados

Problema de Viagens Aéreas – Formulação

- **Estados**

- Cada um é representado por uma posição (p.ex.: um aeroporto) e pela hora atual.

- **Estado inicial**

- É especificado pelo problema.

- **Função Sucessor**

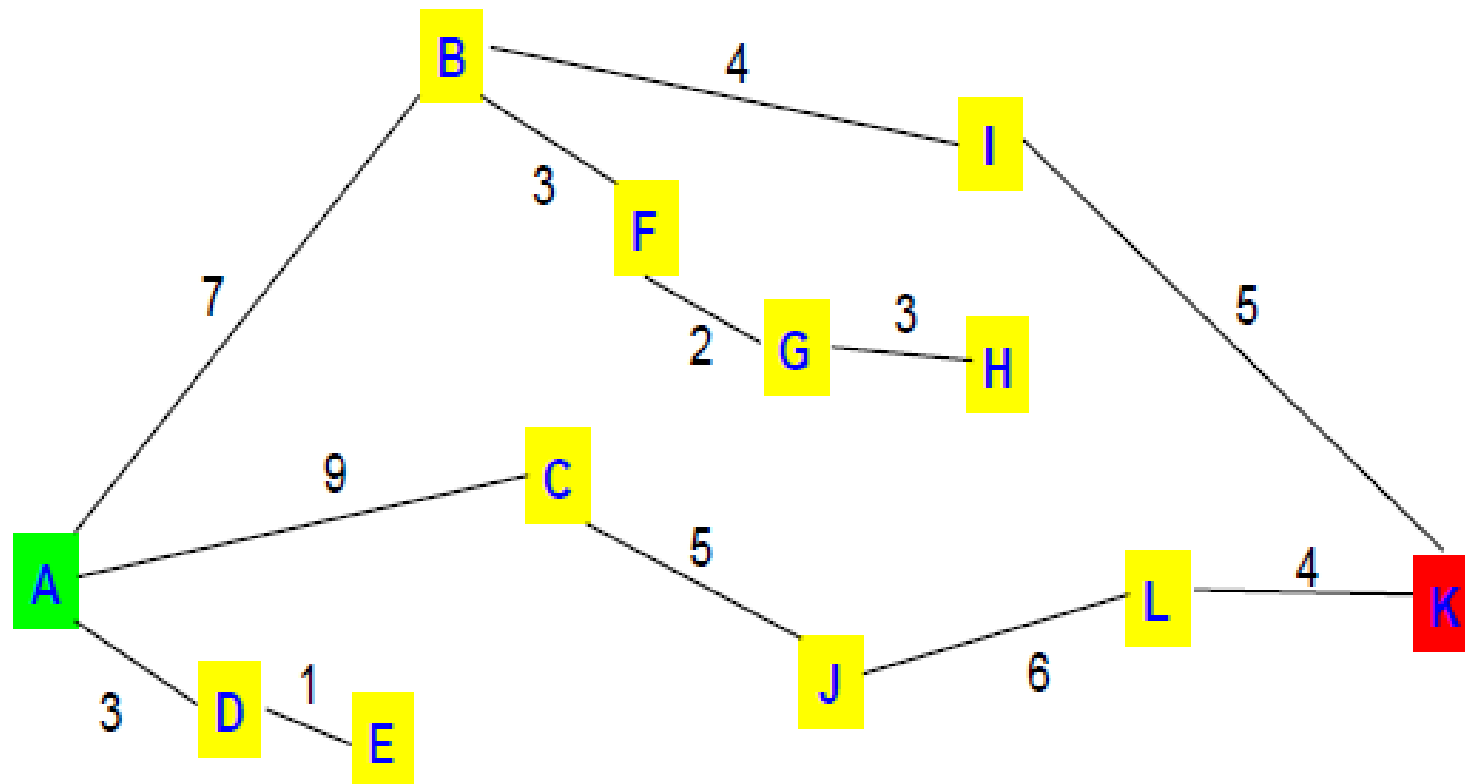
- Retorna os estados resultantes de tomar qualquer voo programado que parte depois da hora atual somada ao tempo de trânsito no aeroporto, desde o aeroporto atual até outro.

- **Teste de objetivo**

- Estamos no destino após algum tempo especificado?

Problemas do mundo real

- Qual o menor percurso entre A e K?

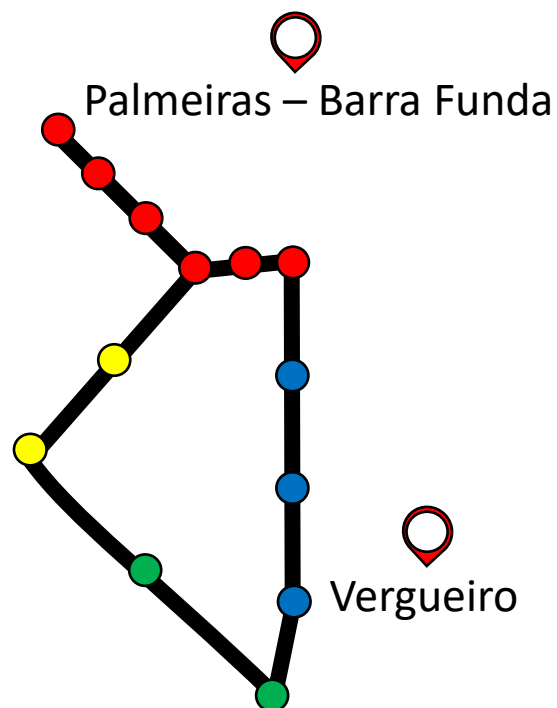


Problema de Viagens Aéreas – Formulação

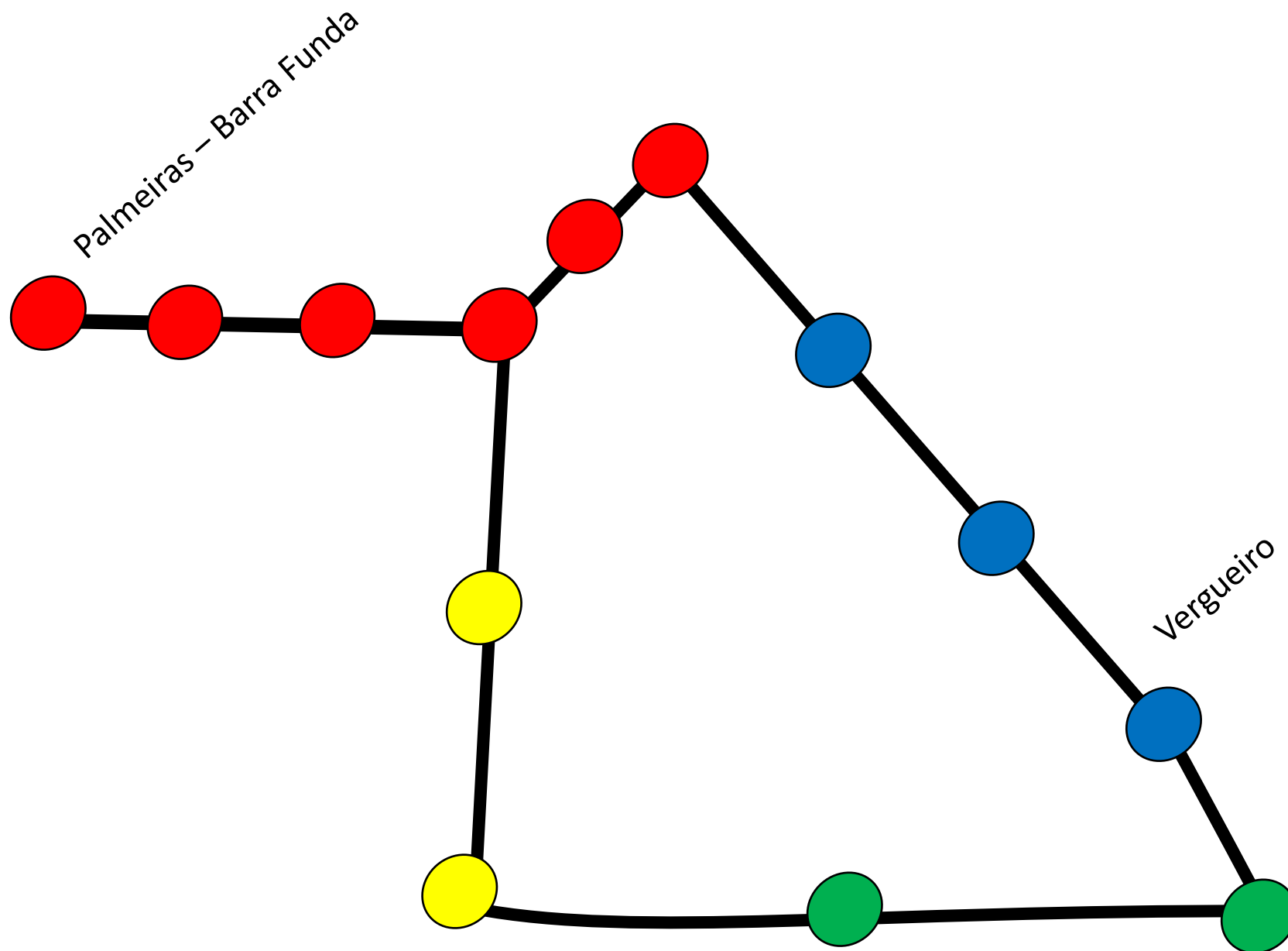
- **Custo de caminho**
 - Depende do custo monetário, do tempo de espera, do tempo de voo, dos procedimentos alfandegários, da hora do dia, ...
- Um sistema realmente bom deve incluir planos de contingência. **Exemplo:** reservas substitutas em vôos alternativos.

Um exemplo

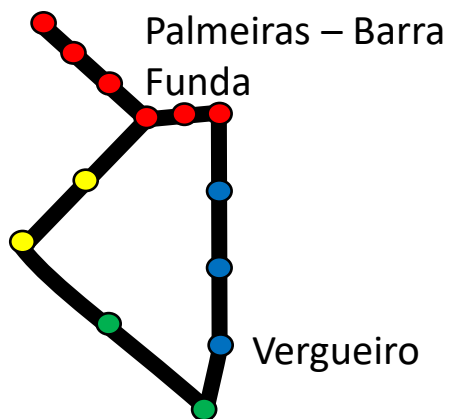
- Você está no Campus Memorial da Uninove e deseja ir para o Campus Vergueiro Quais as rotas



Mapeamento do Espaço de Estados



Mapeamento do Espaço de Estados



- **Primeiro Estado**
 - Inicial – Palmeiras Barra Funda
 - Sucessor – Mal. Deodoro
- **Segundo Estado**
 - Inicial – Mal. Deodoro
 - Sucessor – Sta. Cecília
- **Terceiro Estado**
 - Inicial – Sta. Cecília
 - Sucessor – Republica

- **Quarto Estado**
 - Inicial – Republica
 - Sucessor – Higienópolis
- **Quinto Estado**
 - Inicial – Higienópolis
 - Sucessor – Paulista-Consolação

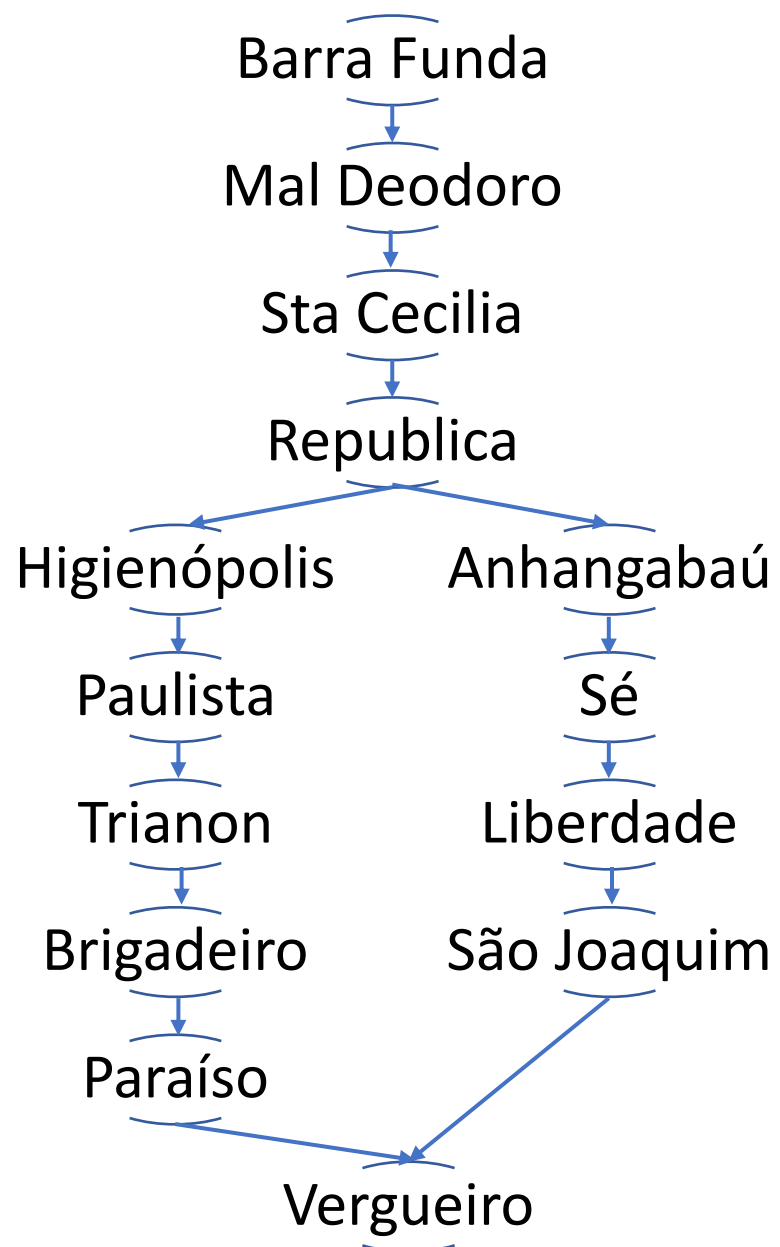
- **Quarto Estado**
 - Inicial – Republica
 - Sucessor – Anhangabaú
- **Quinto Estado**
 - Inicial – Anhangabaú
 - Sucessor – Sé

- **Sexto Estado Estado**
 - Inicial – Paulista-Consolação
 - Sucessor – Trianon
- **Sétimo Estado**
 - Inicial – Trianon
 - Sucessor – Brigadeiro
- **Oitavo Estado**
 - Inicial – Brigadeiro
 - Sucessor – Paraíso

- **Sexto Estado**
 - Inicial – Sé
 - Sucessor – Liberdade
- **Sétimo Estado**
 - Inicial – Liberdade
 - Sucessor – São Joaquim
- **Oitavo Estado**
 - Inicial – São Joaquim
 - Sucessor – Vergueiro

- **Nono Estado**
 - Inicial – Paraíso
 - Sucessor – Vergueiro

Mapeamento do Espaço de Estados



Estado Inicial:

- Barra Funda

Função Sucessor

- Vai_de_para(Inicial, Final) →
Ligação(Inicial, Final)

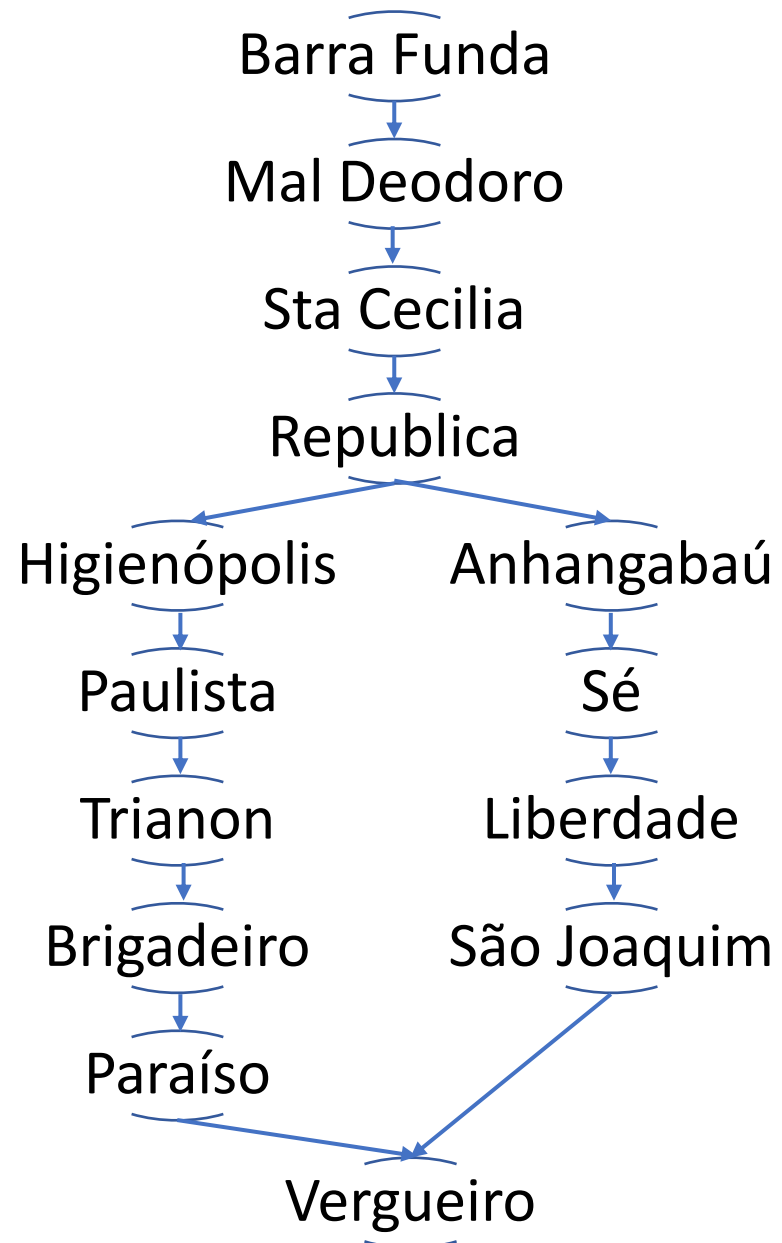
Teste de Objetivo

- Objetivo(Vergueiro)

Custo de Caminho

- Cada Estação tem Custo 1

Mapeamento do Espaço de Estados



Estado Inicial:

Em(Barra Funda)

Função Sucessor

Vai_de_para(Inicial,Final) → Ligação(Inicial, Final)

Teste de Objetivo :objetivo(Vergueiro)

objetivo(Vergueiro)

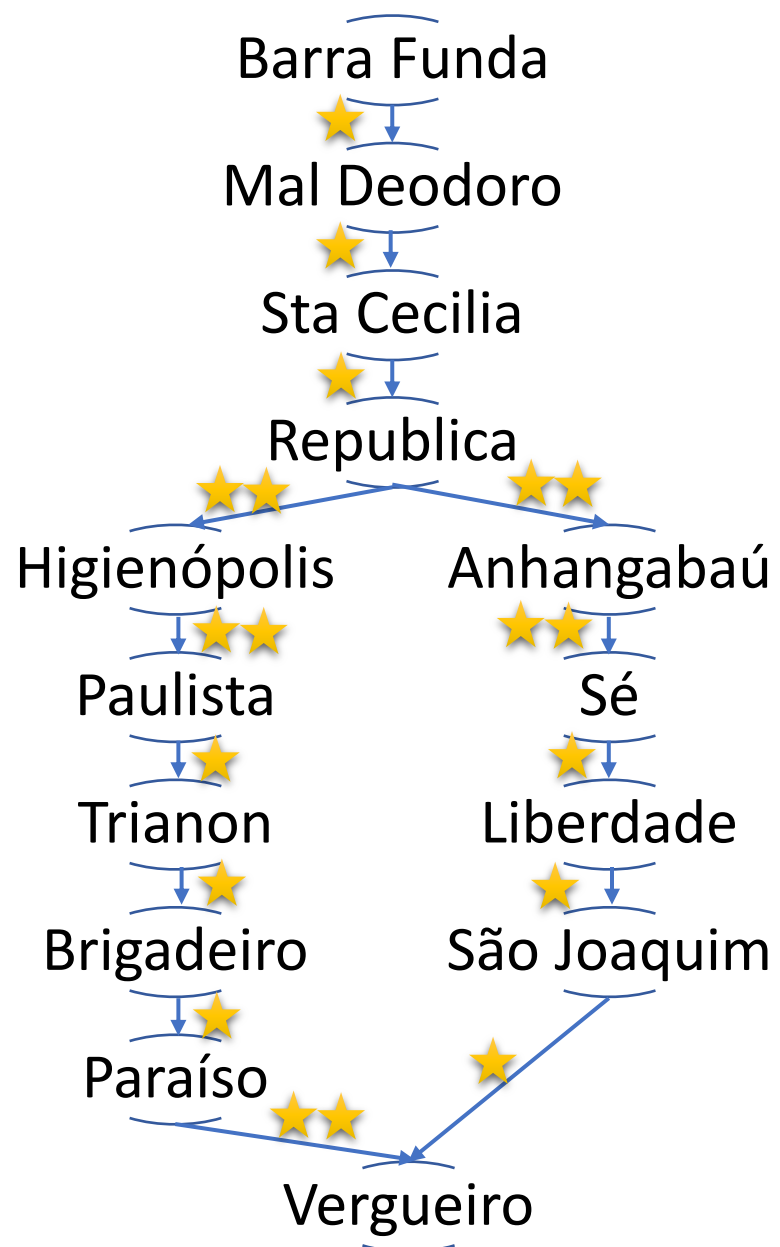
Custo de Caminho

Cada Estação tem Custo 1

Solução

- Existem 2 rotas
- Linha Vermelha, Amarela, Verde e Azul Custo 9
- Linha Vermelha, e Azul Custo 8

Mapeamento do Espaço de Estados



Estado Inicial:

Em(Barra Funda)

Função Sucessor

Vai_de_para(Inicial,Final) → Ligação(Inicial, Final)

Teste de Objetivo :

objetivo(Vergueiro)

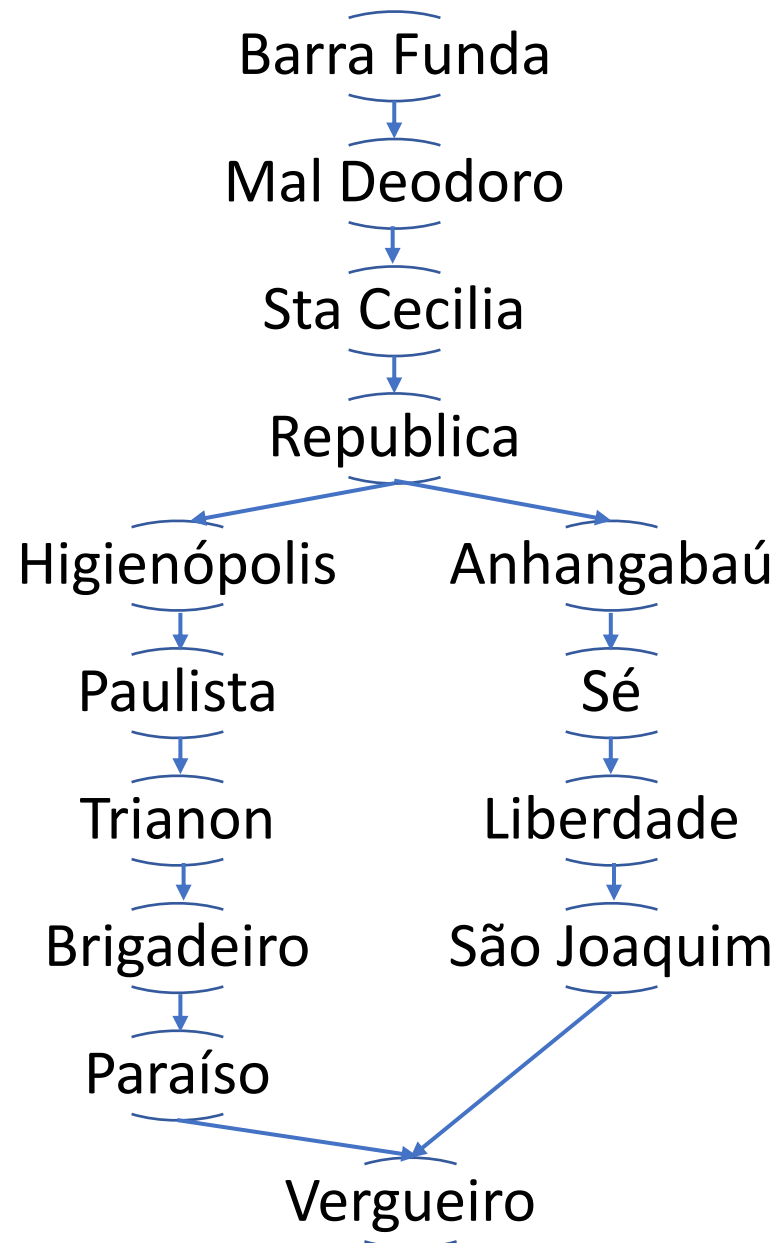
Custo de Caminho

Cada Estação tem Custo 1 e a **Transferência tem custo 2**

Solução

- Existem 2 rotas
- Linha Vermelha, Amarela, Verde e Azul Custo 12
- Linha Vermelha, e Azul Custo 10

Mapeamento do Espaço de Estados



Estado Inicial:

Em(**Vergueiro**)

Função Sucessor

Vai_de_para(Inicial,Final) → Ligação(Inicial, Final)

Teste de Objetivo :objetivo(Vergueiro)

objetivo(**Higienópolis**)

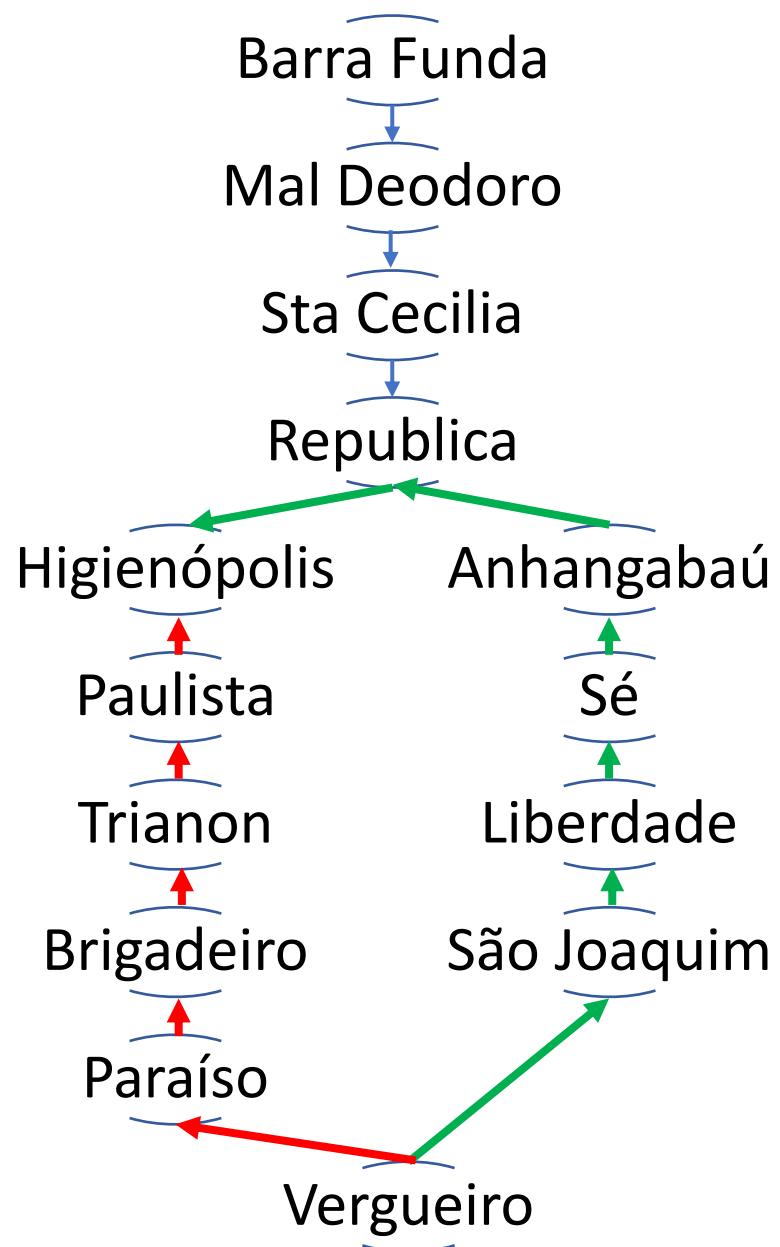
Custo de Caminho

Cada Estação tem Custo 1

Solução

•Quantas Rotas Existem ?

Mapeamento do Espaço de Estados



Estado Inicial:

Em(**Vergueiro**)

Função Sucessor

Vai_de_para(Incial,Final) → Ligação(Inicial, Final)

Teste de Objetivo :objetivo(Vergueiro)

objetivo(**Higienópolis**)

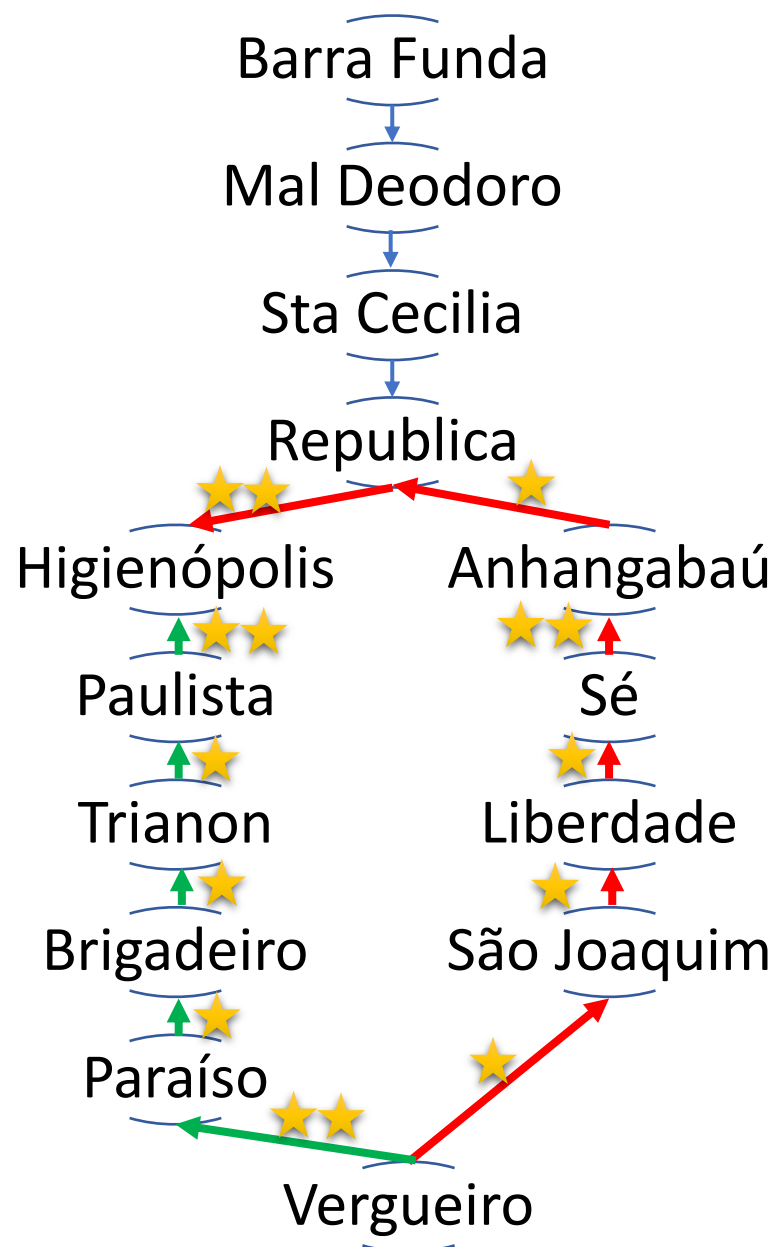
Custo de Caminho

Cada Estação tem Custo 1

Solução

- Quantas Rotas Existem ?
- **Linha Azul, Vermelha, Amarela Custo 6**
- **Linha Azul e Verde Custo 5**

Mapeamento do Espaço de Estados



Estado Inicial:

Em(**Vergueiro**)

Função Sucessor

Vai_de_para(Inicial,Final) → Ligação(Inicial, Final)

Teste de Objetivo :objetivo(Vergueiro)

objetivo(**Higienópolis**)

Custo de Caminho

Cada Estação tem Custo 1

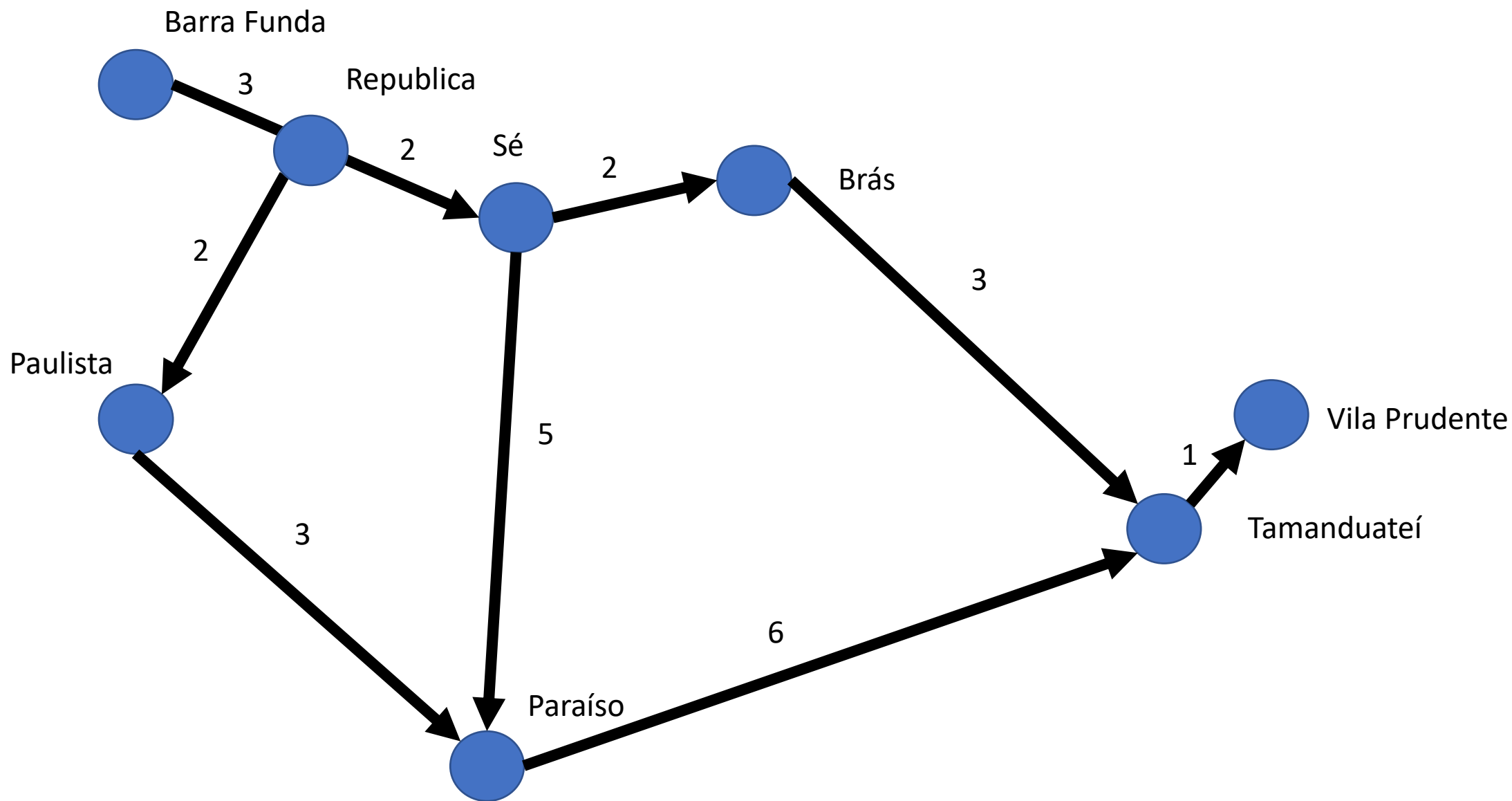
Solução

- Quantas Rotas Existem ?
- **Linha Azul, Vermelha, Amarela Custo 8**
- **Linha Azul e Verde Custo 7**

Você está na Barra Funda e quer ir na Vila Prudente



3 Rotas



Rota 1

Estado Inicial:

Em(_____)

Função Sucessor

Vai_de_para(Inicial,Final) → Ligação(Inicial, Final)

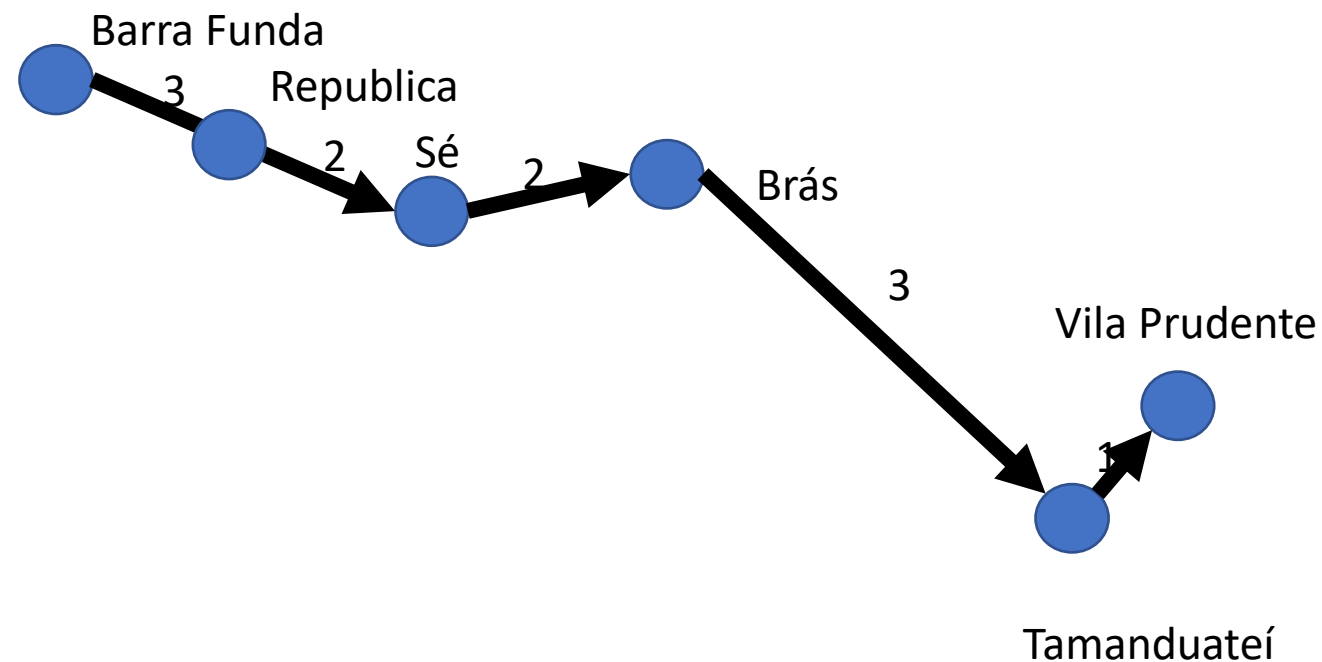
Teste de Objetivo :objetivo(Vergueiro)

objetivo(_____)

Custo de Caminho

Cada Estação tem Custo 1

Qual o custo



Rota 1

Estado Inicial:

Em(_____)

Função Sucessor

Vai_de_para(Inicial,Final) → Ligação(Inicial, Final)

Teste de Objetivo :objetivo(Vergueiro)

objetivo(_____)

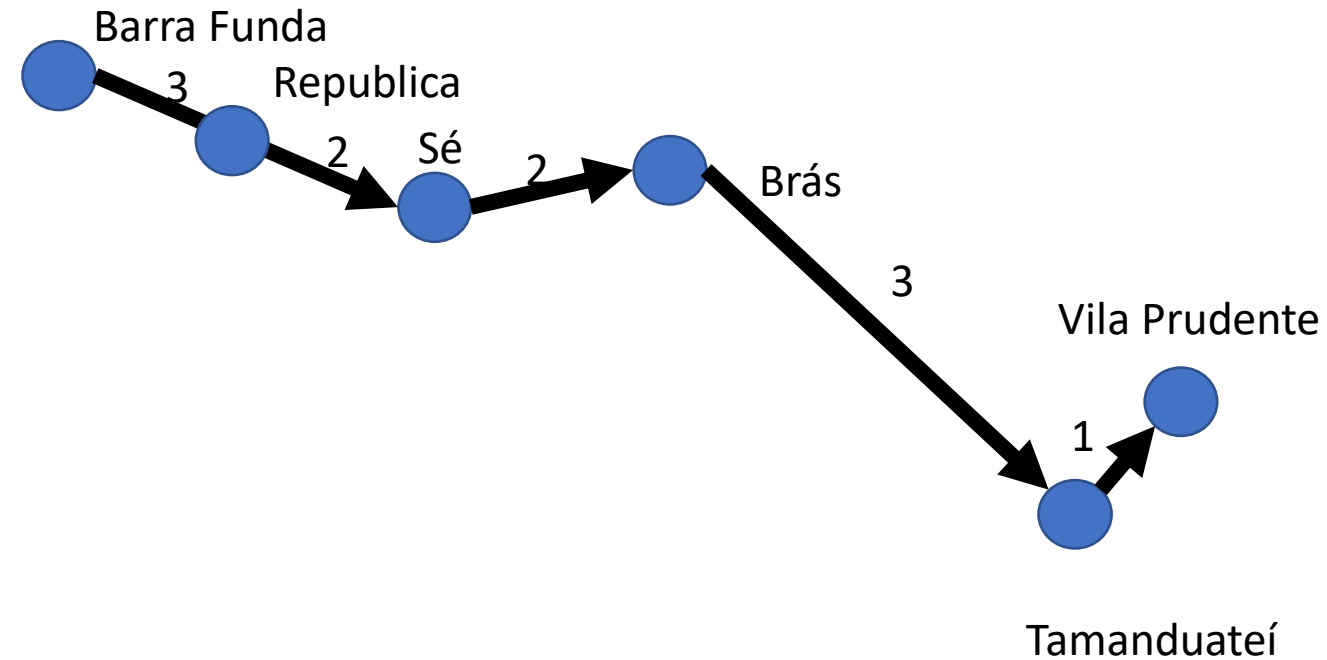
Custo de Caminho

Cada Estação tem Custo 1

Qual o custo

8 sem translado

12 com translado



Rota 1

Estado Inicial:

Em(**Barra Funda**)

Função Sucessor

Vai_de_para(Inicial,Final) → Ligação(Inicial, Final)

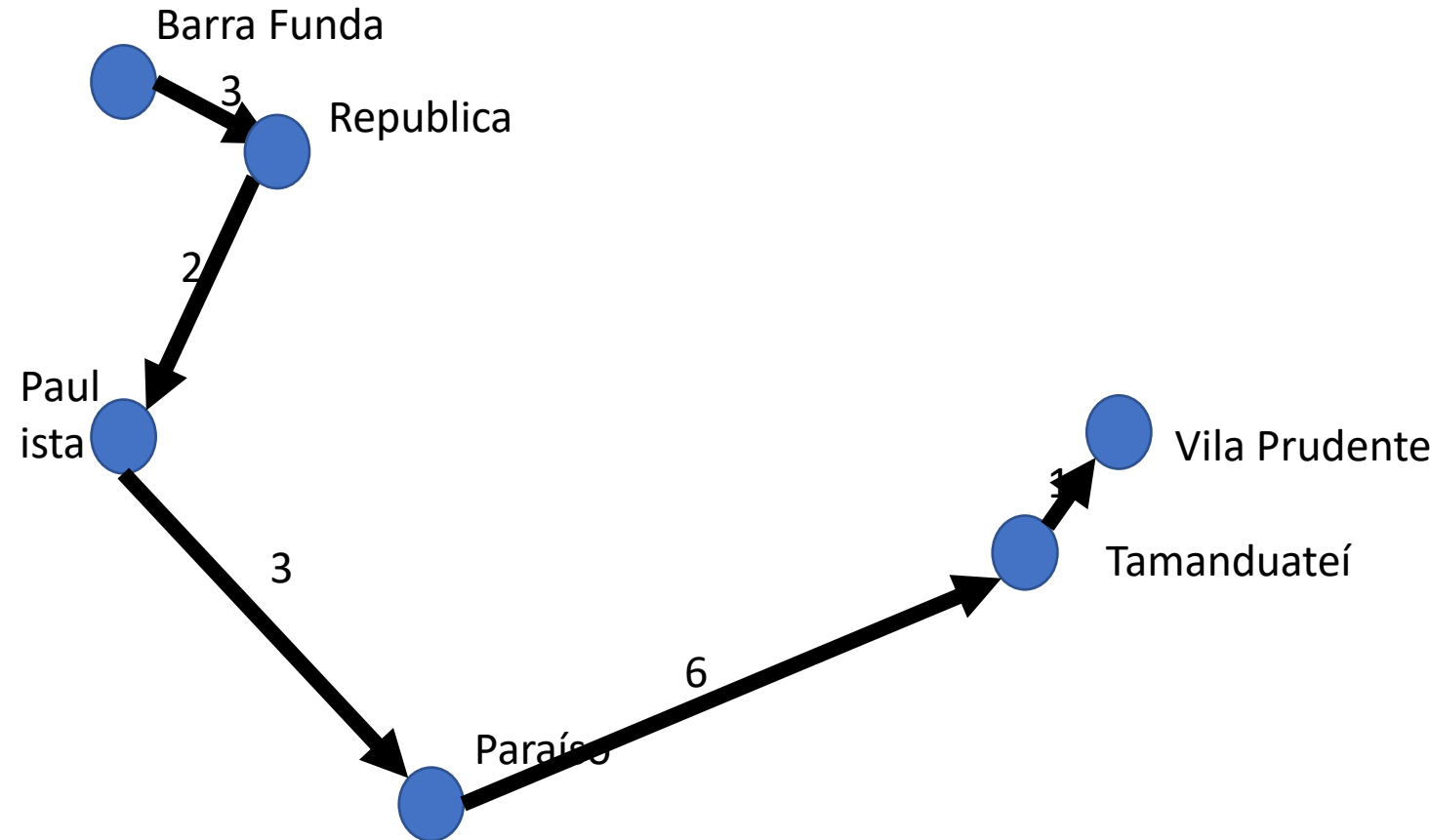
Teste de Objetivo :objetivo(Vergueiro)

objetivo(**Vila Prudente**)

Custo de Caminho

Cada Estação tem Custo 1

Qual o custo



Rota 1

Estado Inicial:

Em(**Barra Funda**)

Função Sucessor

Vai_de_para(Inicial,Final) → Ligação(Inicial, Final)

Teste de Objetivo :objetivo(Vergueiro)

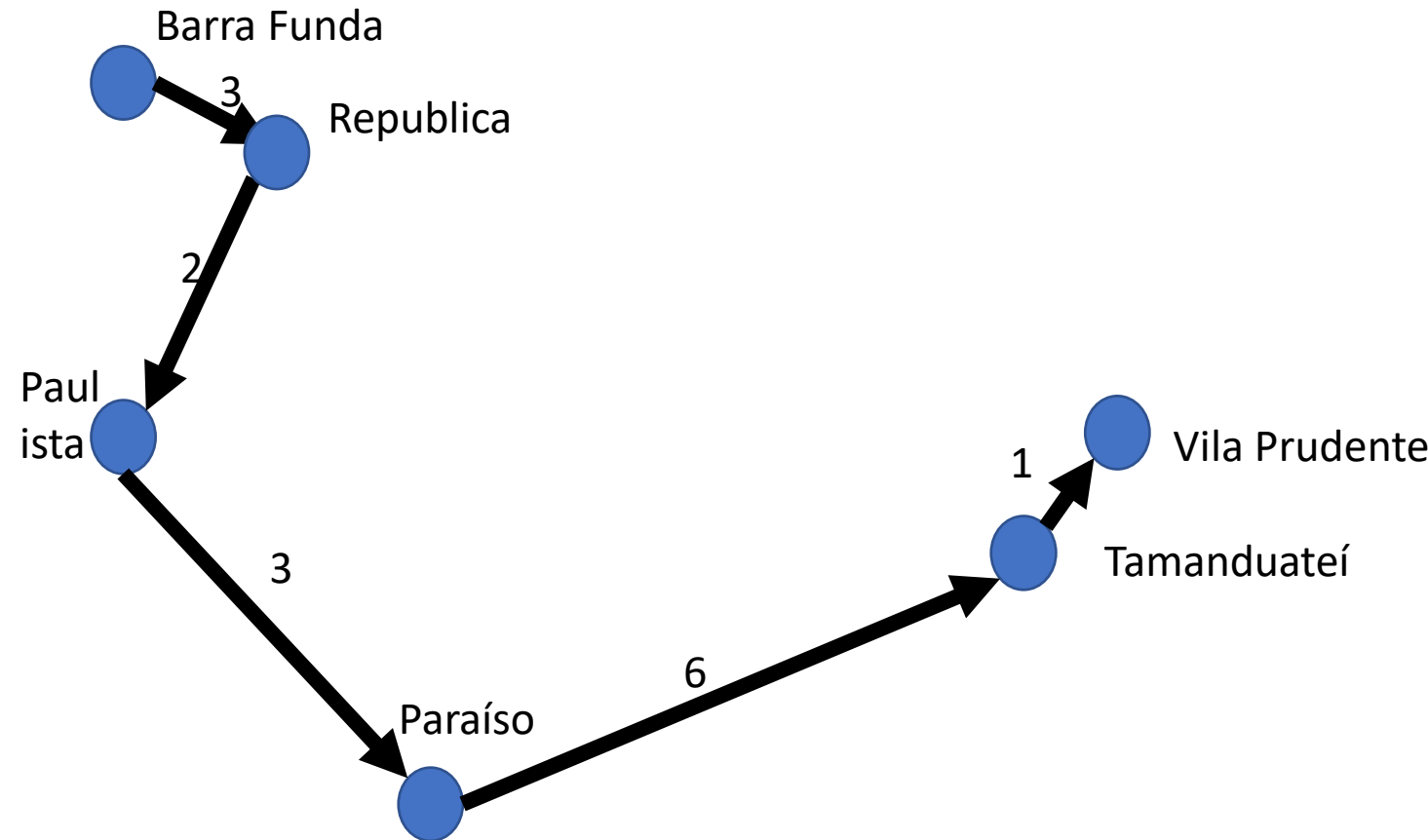
objetivo(**Vila Prudente**)

Custo de Caminho

Cada Estação tem Custo 1

Qual o custo

15 sem translado
19 com translado



Rota 2

Estado Inicial:

Em(_____)

Função Sucessor

Vai_de_para(Inicial,Final) → Ligação(Inicial, Final)

Teste de Objetivo :objetivo(Vergueiro)

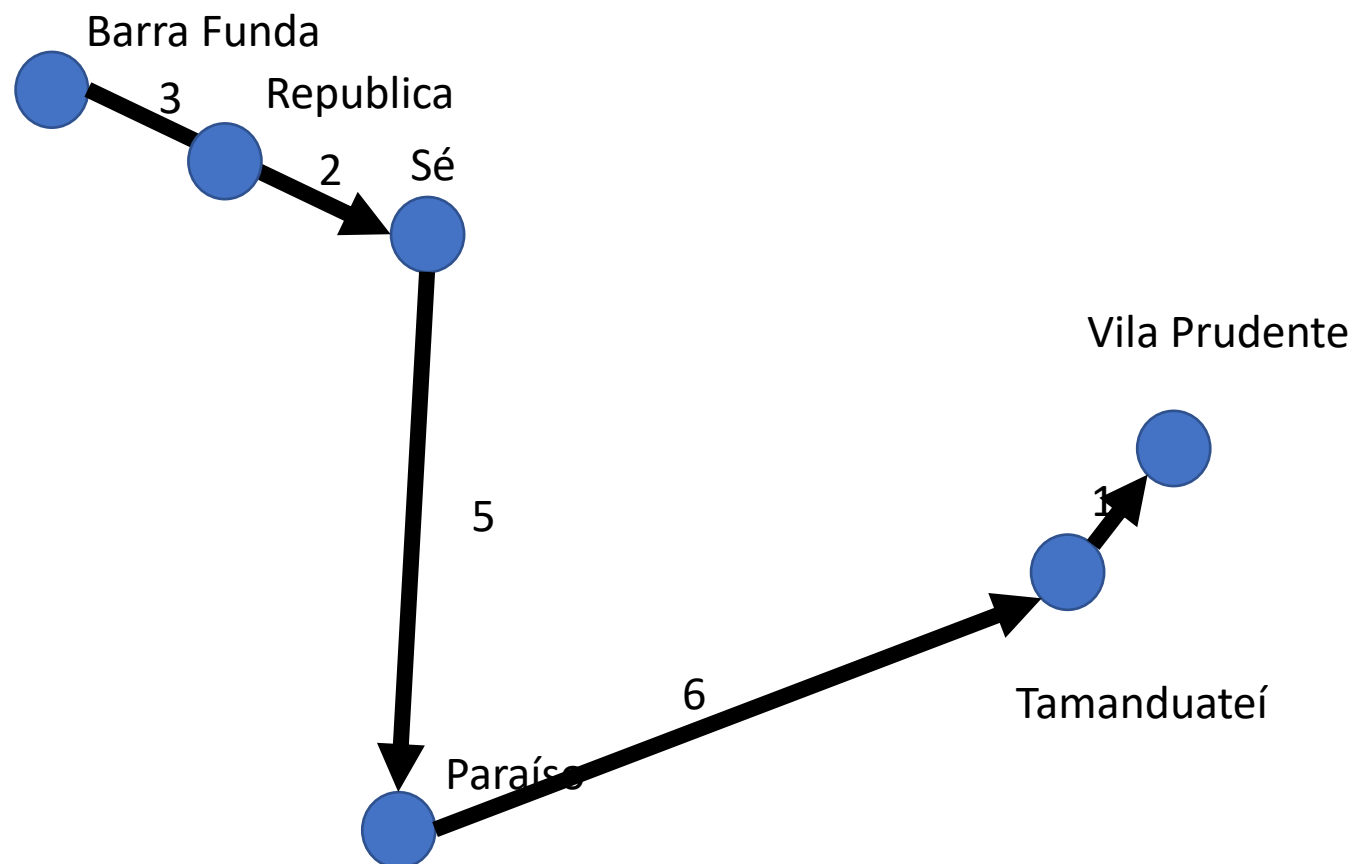
objetivo(_____)

Custo de Caminho

Cada Estação tem Custo 1

Qual o custo

- 17 sem translados
- 19 com translados



Rota 2

Estado Inicial:

Em(_____)

Função Sucessor

Vai_de_para(Inicial,Final) → Ligação(Inicial, Final)

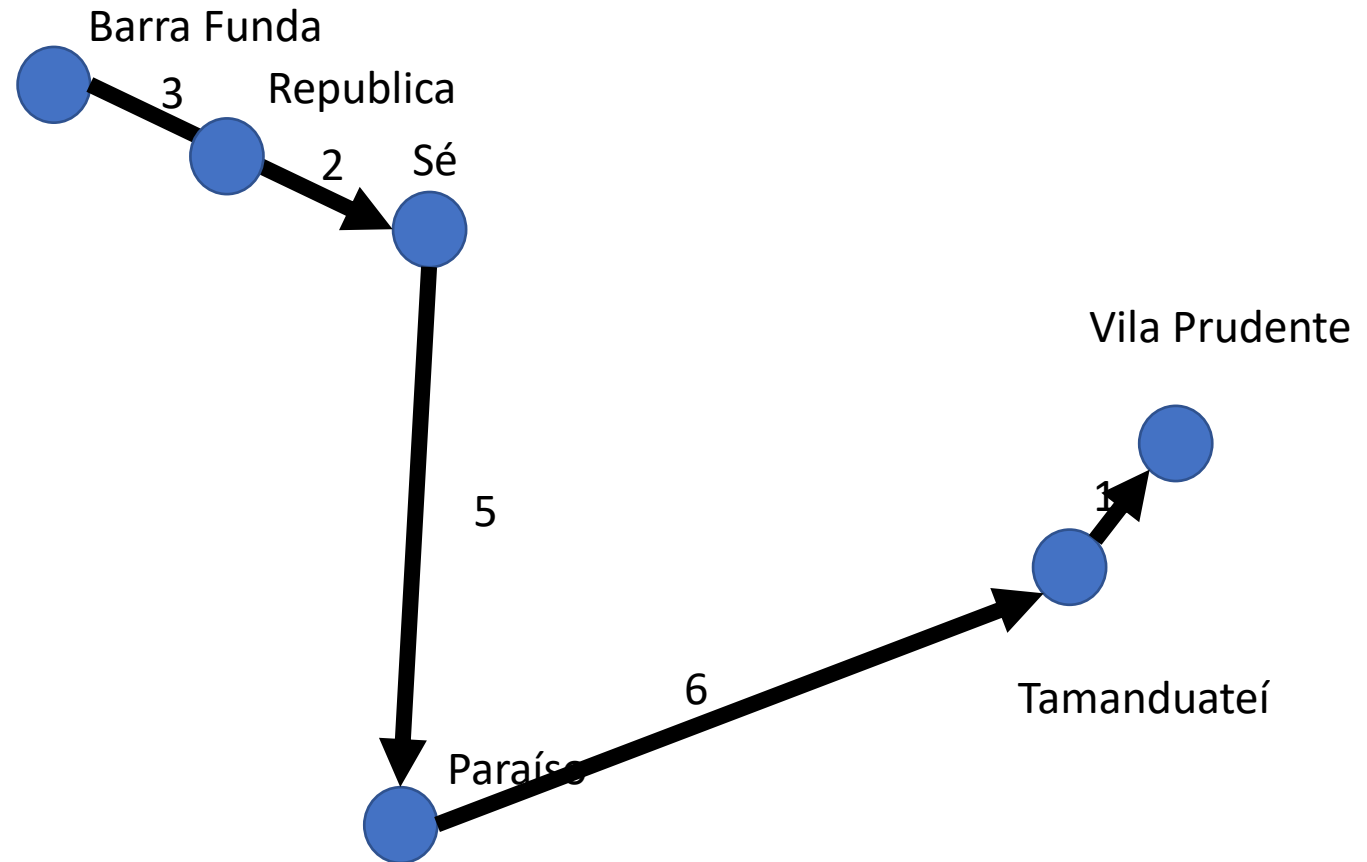
Teste de Objetivo :objetivo(Vergueiro)

objetivo(_____)

Custo de Caminho

Cada Estação tem Custo 1

Qual o custo



Busca em todo o espaço de estados

- Uso de uma **Árvore de busca** explícita – gerada pelo estado inicial e pela função sucessor.
- Uso de um **grafo de busca** (substituindo a árvore de busca) – o mesmo estado pode ser alcançado a partir de vários caminhos.

- Um problema pode ser visto como uma tripla: $\{I, O, B\}$
 - I = estados iniciais
 - O = conjunto de operações
 - B = estados objetivo
- Uma solução para o problema é uma seqüência finita de operações que permite sair de um elemento em I e chegar a um elemento em B .

- Um sistema de resolução de problemas comporta:
 - Um conjunto de estruturas de dados organizada em um grafo;
 - Um conjunto de operadores caracterizados por suas condições de aplicação e sua ação;
 - Uma estrutura de controle implementando a estratégia de resolução.

Abordagens de busca básicas num espaço de estados:

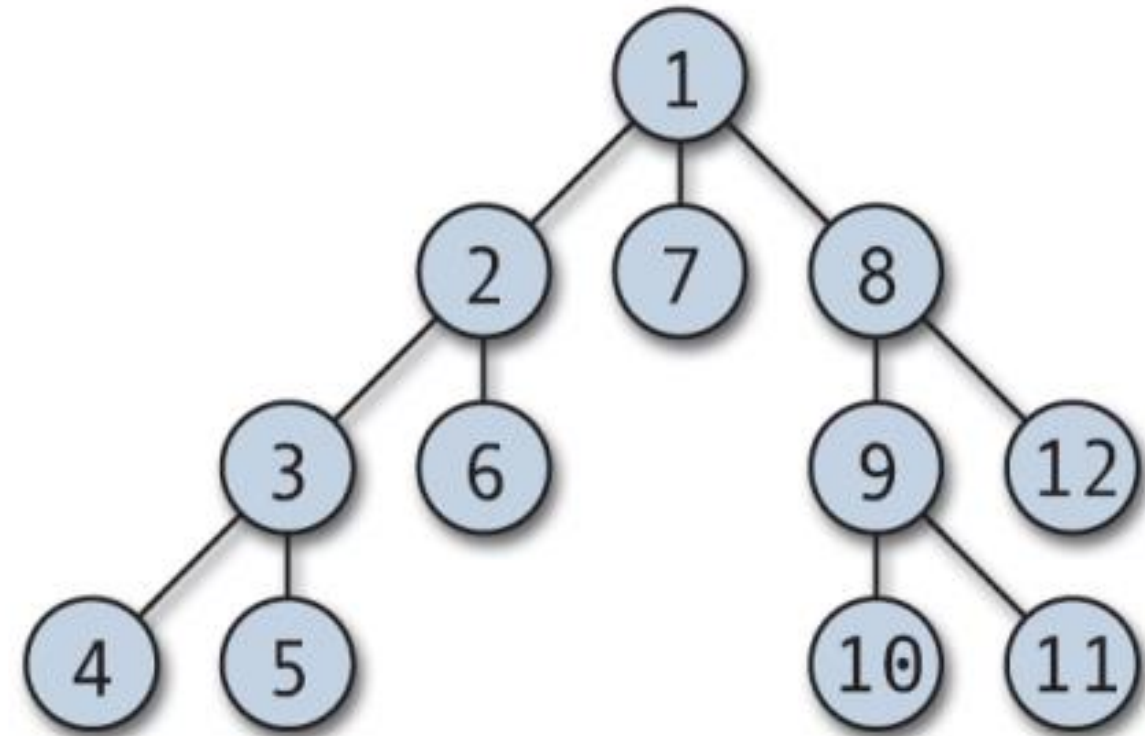
- **Busca Cega** (Sem informação/Não informada)
 - Não tem informação sobre qual sucessor é mais promissor para atingir a meta.
- **Busca Heurística** (Busca Com Informação/Informada)
 - Possui informação (estimativa) de qual sucessor é mais promissor para atingir a meta.
 - É uma busca cega com algum guia ou orientação.
- **Todas as estratégias de busca se distinguem pela ordem em que os nós são expandidos.**

- Busca em Largura
- Busca de Custo Uniforme
- Busca em Profundidade
- Busca em Profundidade Limitada
- Busca em Profundidade com Aprofundamento Iterativo
- Busca Bidirecional
- Evitando Estados Repetidos
- Busca com Conhecimento Incompleto

- ▣ **Ordem de expansão dos nós:**

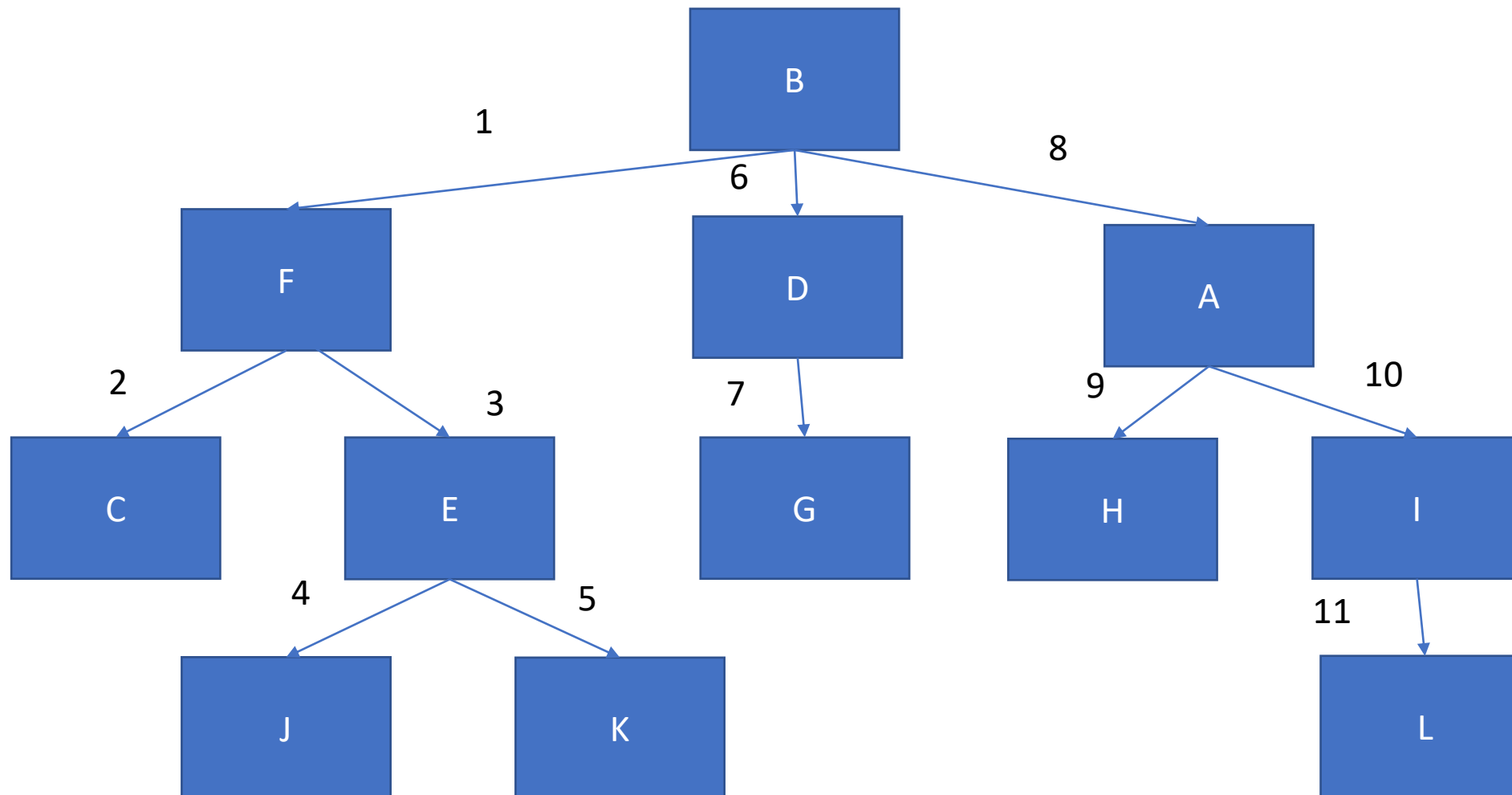
1. Nó raiz
2. Primeiro nó de profundidade 1
3. Primeiro nó de profundidade 2, etc ...

- Começa na raiz e avança para baixo em níveis cada vez mais profundos;
- Um operador é aplicado a um nó para gerar o próximo nó mais profundo na sequência;
- O processo continua até que uma solução é encontrada ou um retrocesso é forçado ao atingir-se um nó terminal que não é solução.



Busca em Profundidade ...

- Faz uma busca sistemática em cada filho de um nó até encontrar a meta.
- Exemplo:** O caminho para se chegar ao nó **G**, usando busca em profundidade: **Caminho** = { **B**, **F**, **C**, **E**, **J**, **K**, **D**, **G** }

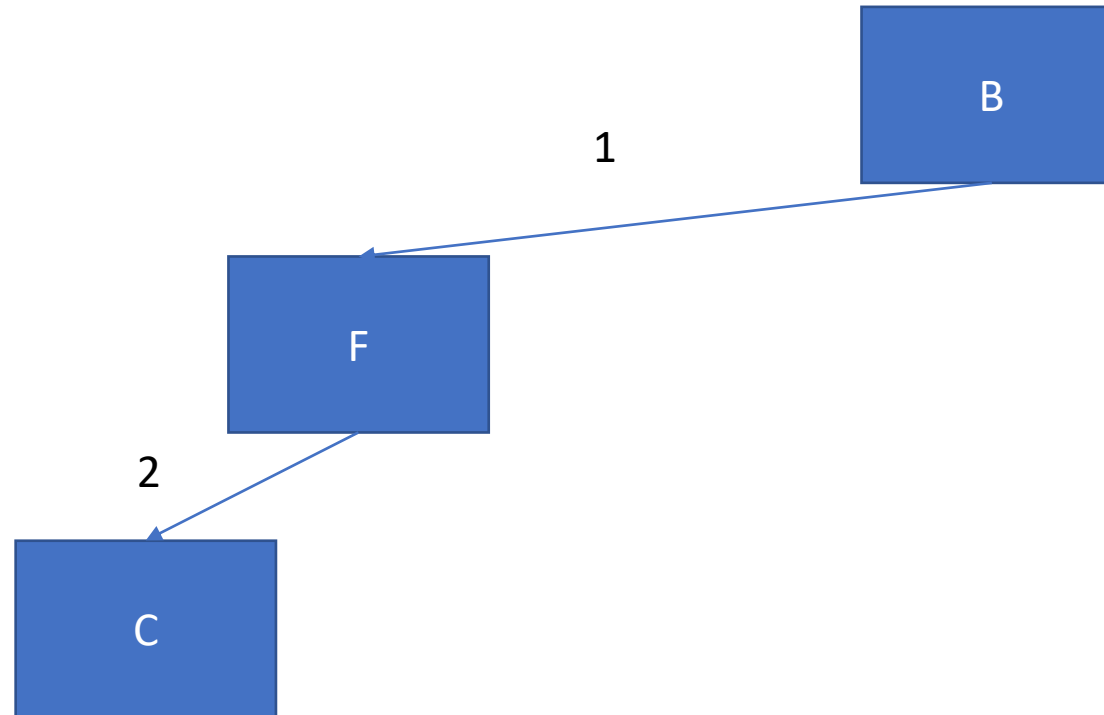


Busca em Profundidade ...

- Faz uma busca sistemática em cada filho de um nó até encontrar a meta.
- Exemplo:** O caminho para se chegar ao nó **G**, usando busca em profundidade: **Caminho = { B, F, C, E, J, K, D, G }**

Caminho:

B
F
C

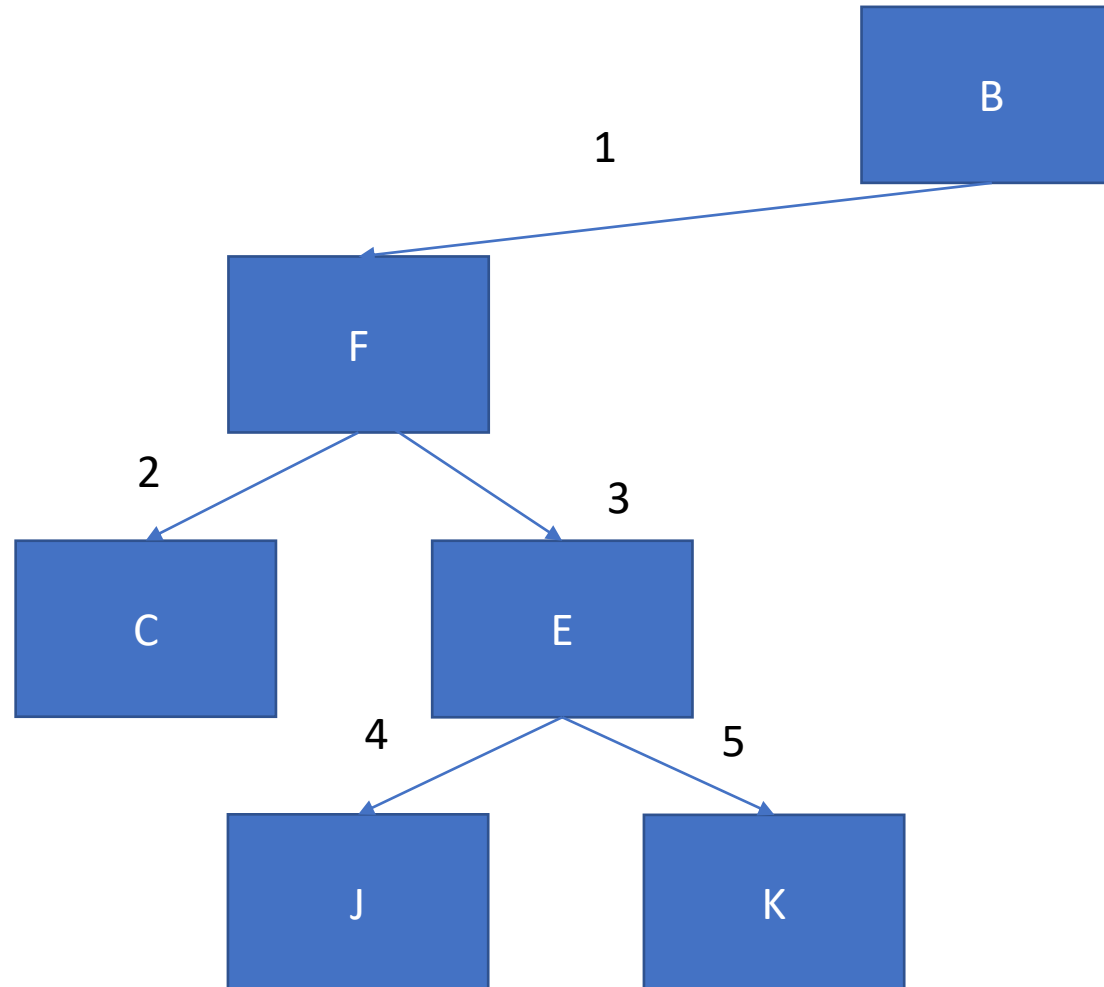


Busca em Profundidade ...

- Faz uma busca sistemática em cada filho de um nó até encontrar a meta.
- Exemplo:** O caminho para se chegar ao nó **G**, usando busca em profundidade: **Caminho** = { B, F, C, E, J, K, D, G }

Caminho:

B
F
C
E
J
K

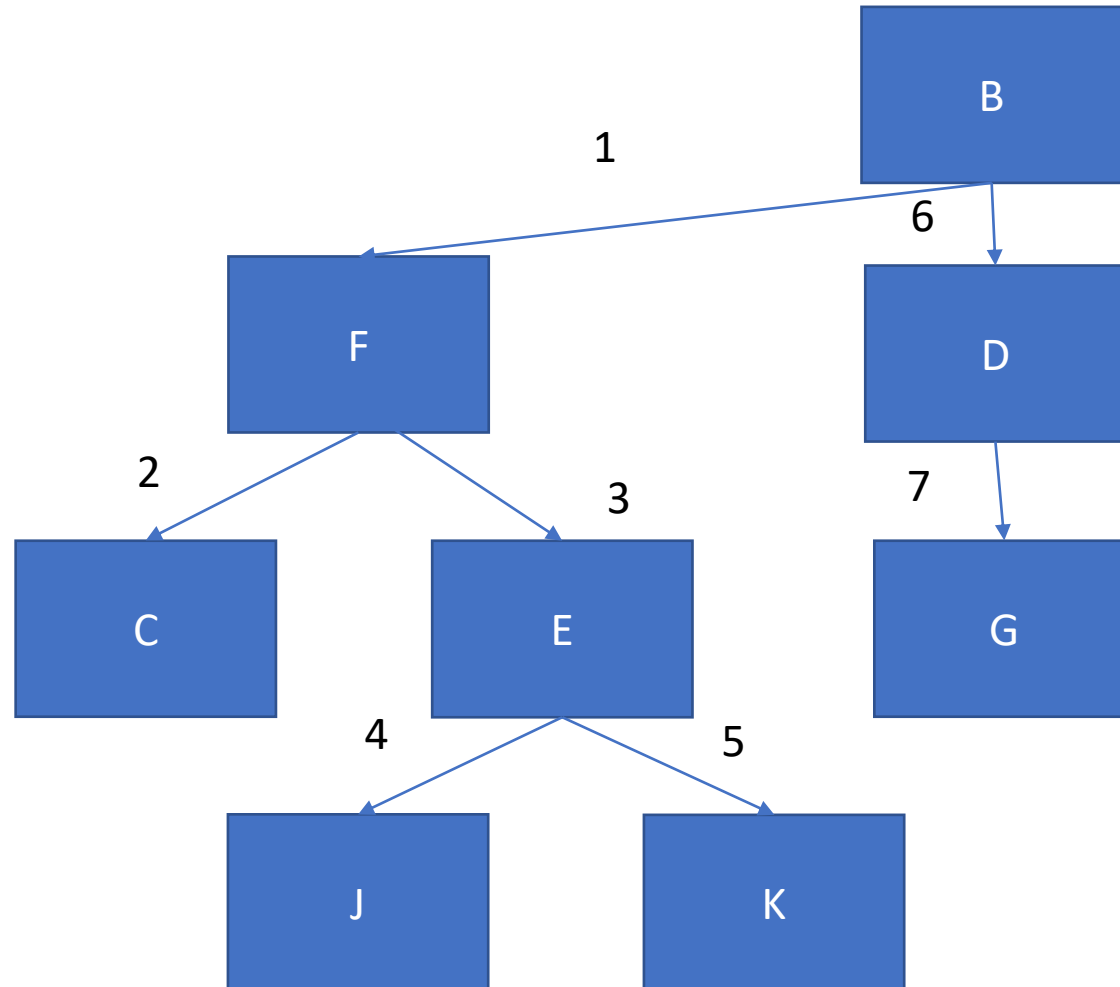


Busca em Profundidade ...

- Faz uma busca sistemática em cada filho de um nó até encontrar a meta.
- Exemplo:** O caminho para se chegar ao nó **G**, usando busca em profundidade: **Caminho** = { **B, F, C, E, J, K, D, G** }

Caminho:

B
F
D
E
J
K
D
G

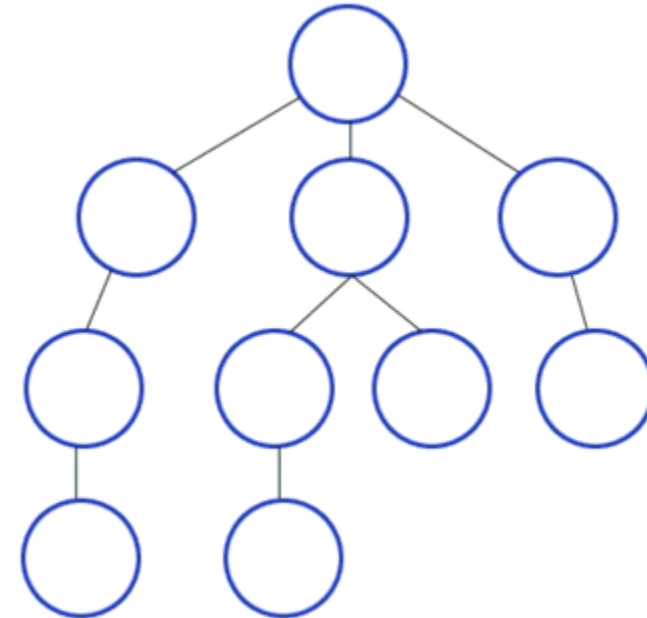


Problema

- Garante uma solução, mas a busca pode ser muito demorada.
- **Motivo:** muitas ramificações diferentes podem ter que ser consideradas até o nível mais profundo antes de uma solução ser atingida.

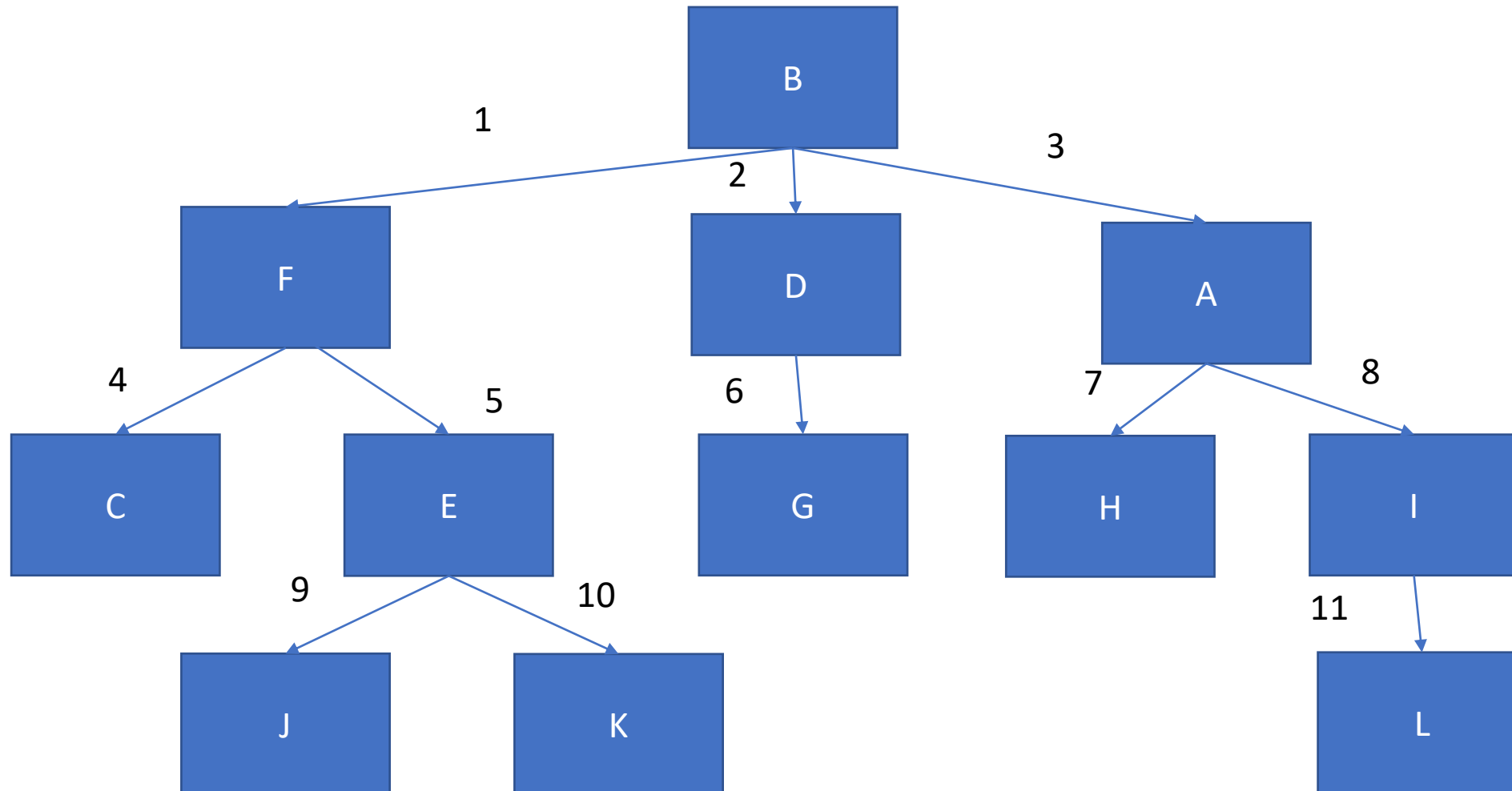
□ Ordem de expansão dos nós:

1. Nó raiz
2. Todos os nós de profundidade 1
3. Todos os nós de profundidade 2, etc ...



- Os nós em cada nível da árvore são completamente examinados antes de se mover para o próximo nível.
- Uma busca em largura sempre encontrará o menor caminho entre o estado inicial e o estado-objetivo.
- O menor caminho é o caminho com o menor número de passos (não confundir com o caminho de menor custo).

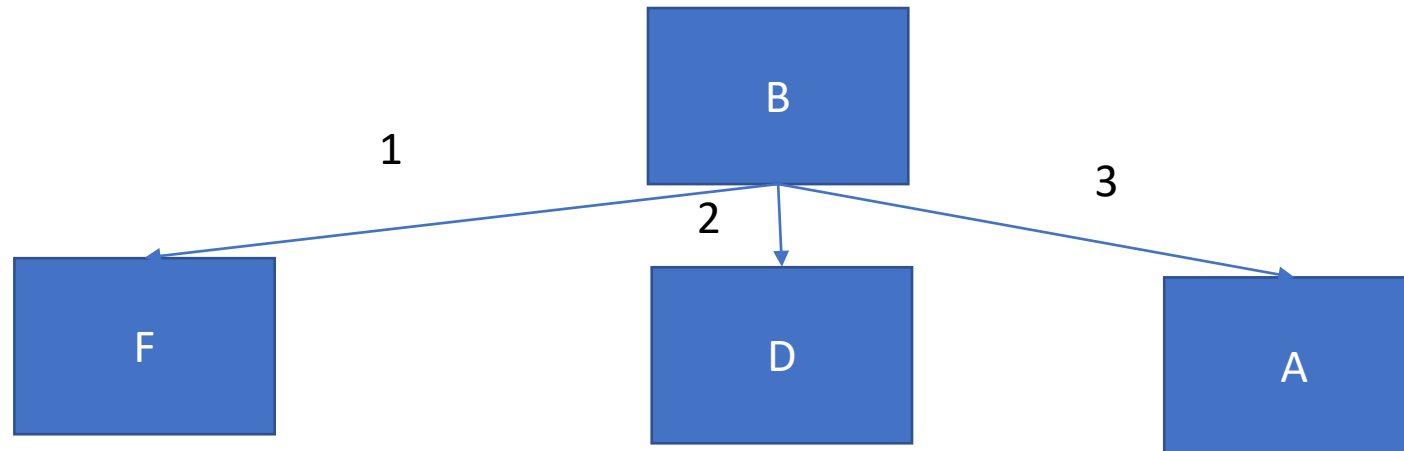
- Faz uma busca sistemática examinando primeiro os módulos próximos à raiz.
- **Exemplo:** Caminho para encontrar o nó **G**, usando a Busca em Largura: **Caminho = { B, F, D, A, C, E, G }**



- Faz uma busca sistemática examinando primeiro os módulos próximos à raiz.
- **Exemplo:** Caminho para encontrar o nó **G**, usando a Busca em Largura: **Caminho = { B, F, D, A, C, E, G }**

Caminho:

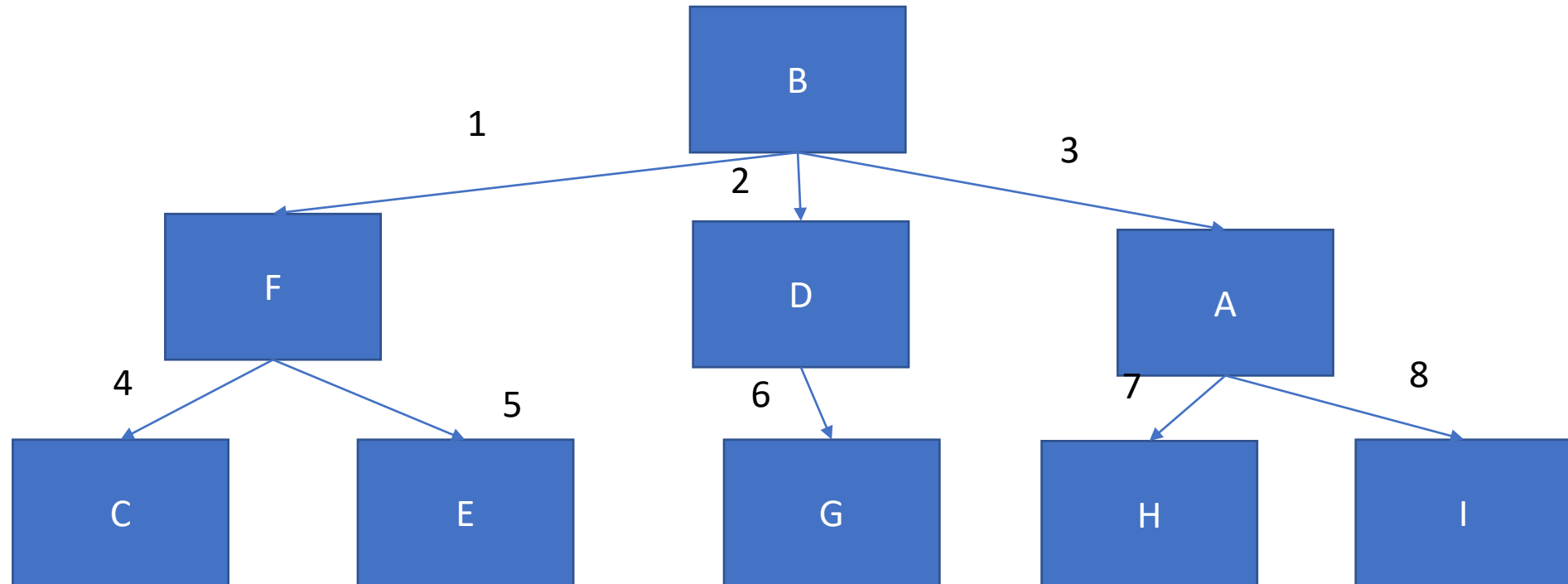
B
F
D
A



- Faz uma busca sistemática examinando primeiro os módulos próximos à raiz.
- Exemplo:** Caminho para encontrar o nó **G**, usando a Busca em Largura: **Caminho = { B, F, D, A, C, E, G }**

Caminho:

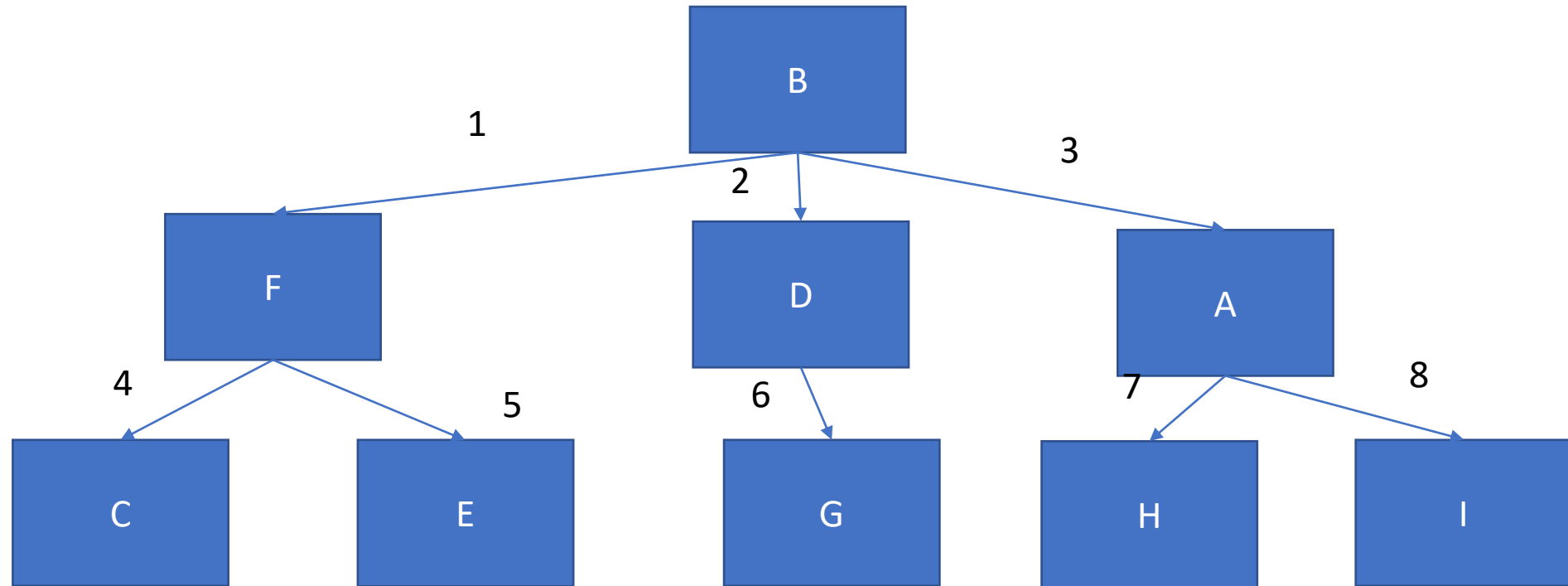
B
F
D
A
C
E
G



- Faz uma busca sistemática examinando primeiro os módulos próximos à raiz.
- Exemplo:** Caminho para encontrar o nó **G**, usando a Busca em Largura: **Caminho = { B, F, D, A, C, E, G }**

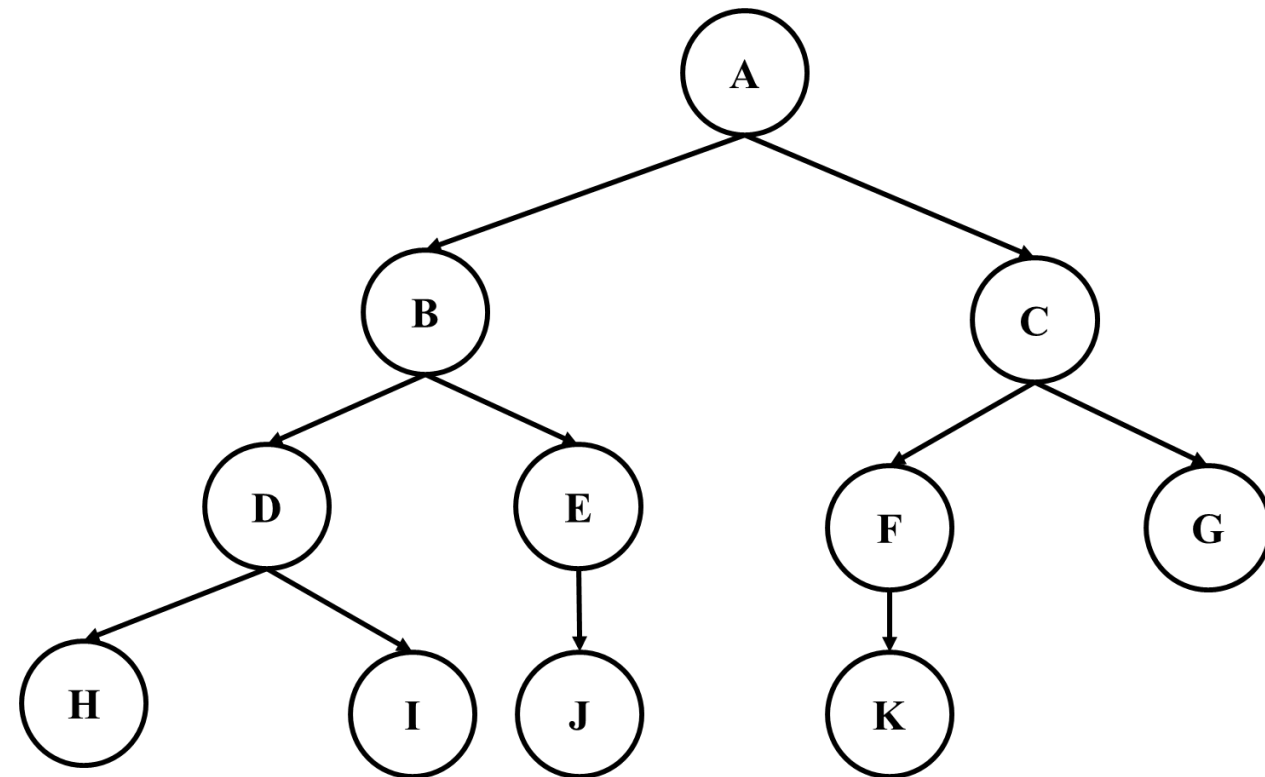
Caminho:

B
F
D
A



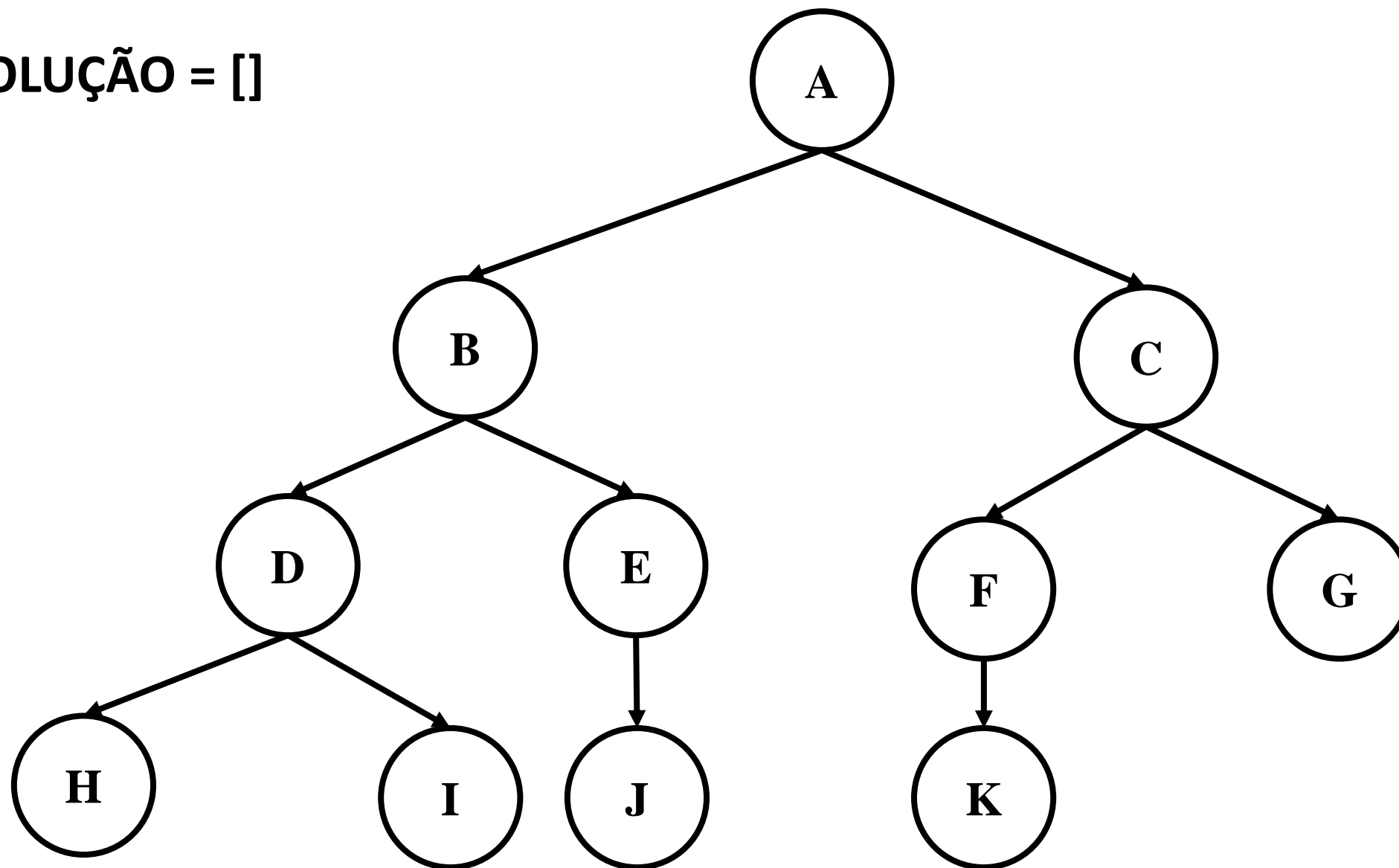
Dado o espaço de busca ao lado determine:

1. Qual o caminho tendo como objetivo J realizando uma busca em PROFUNDIDADE
2. Qual o caminho tendo como objetivo J realizando uma busca em LARGURA
3. Qual o caminho tendo como objetivo K realizando uma busca em PROFUNDIDADE
4. Qual o caminho tendo como objetivo K realizando uma busca em LARGURA



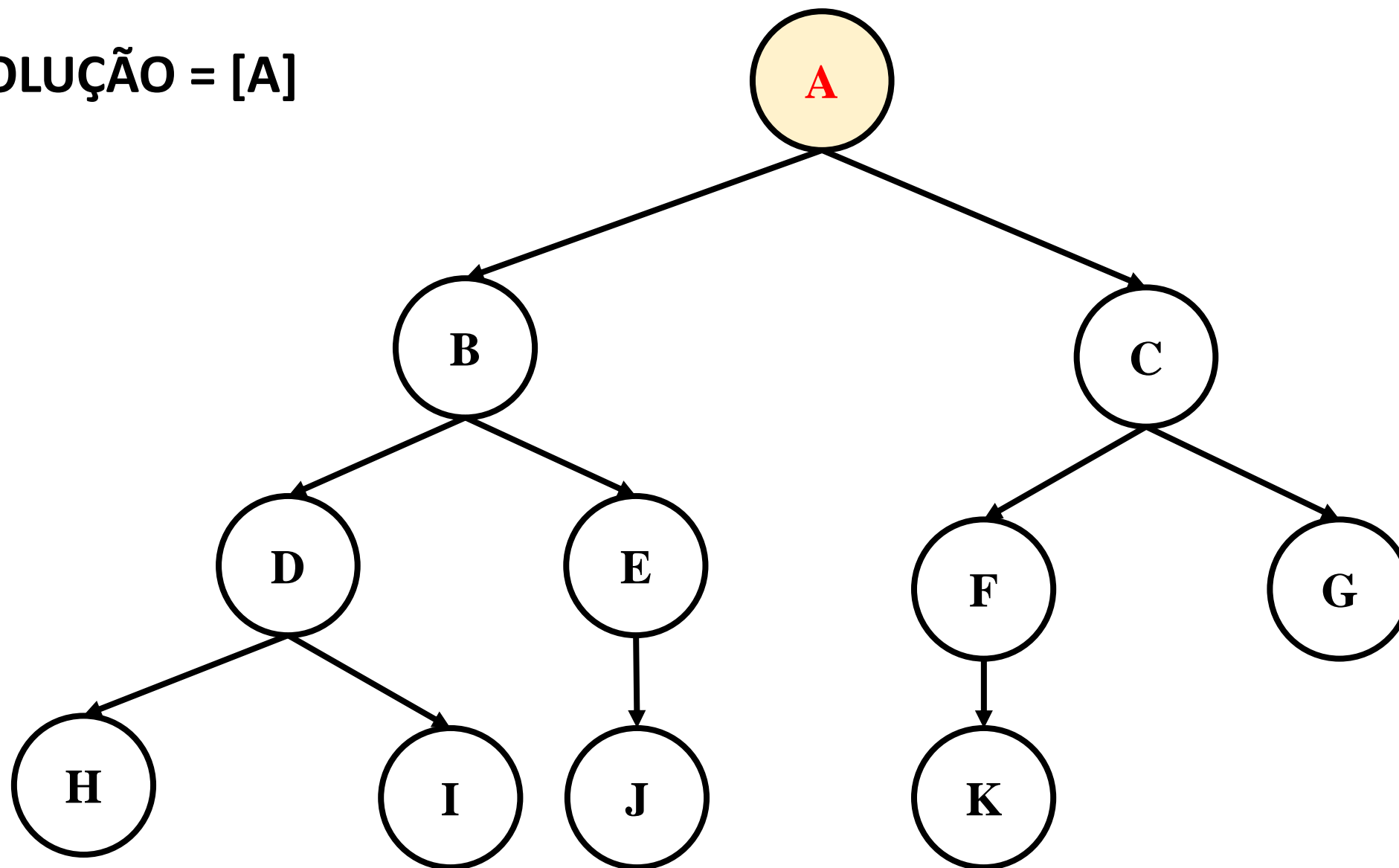
ORIGEM A OBJETIVO J PROFUNDIDADE

SOLUÇÃO = []



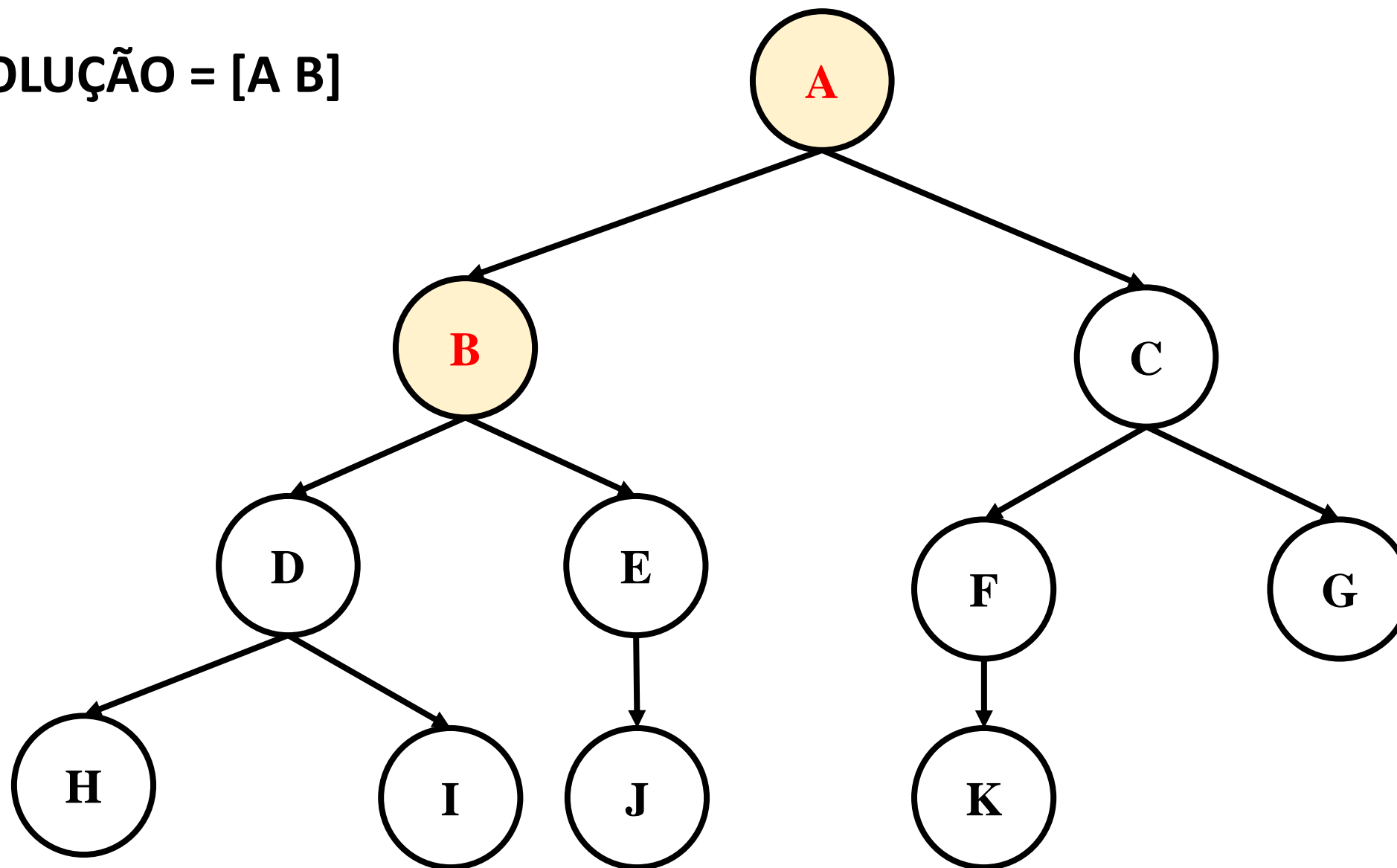
ORIGEM A OBJETIVO J PROFUNDIDADE

SOLUÇÃO = [A]



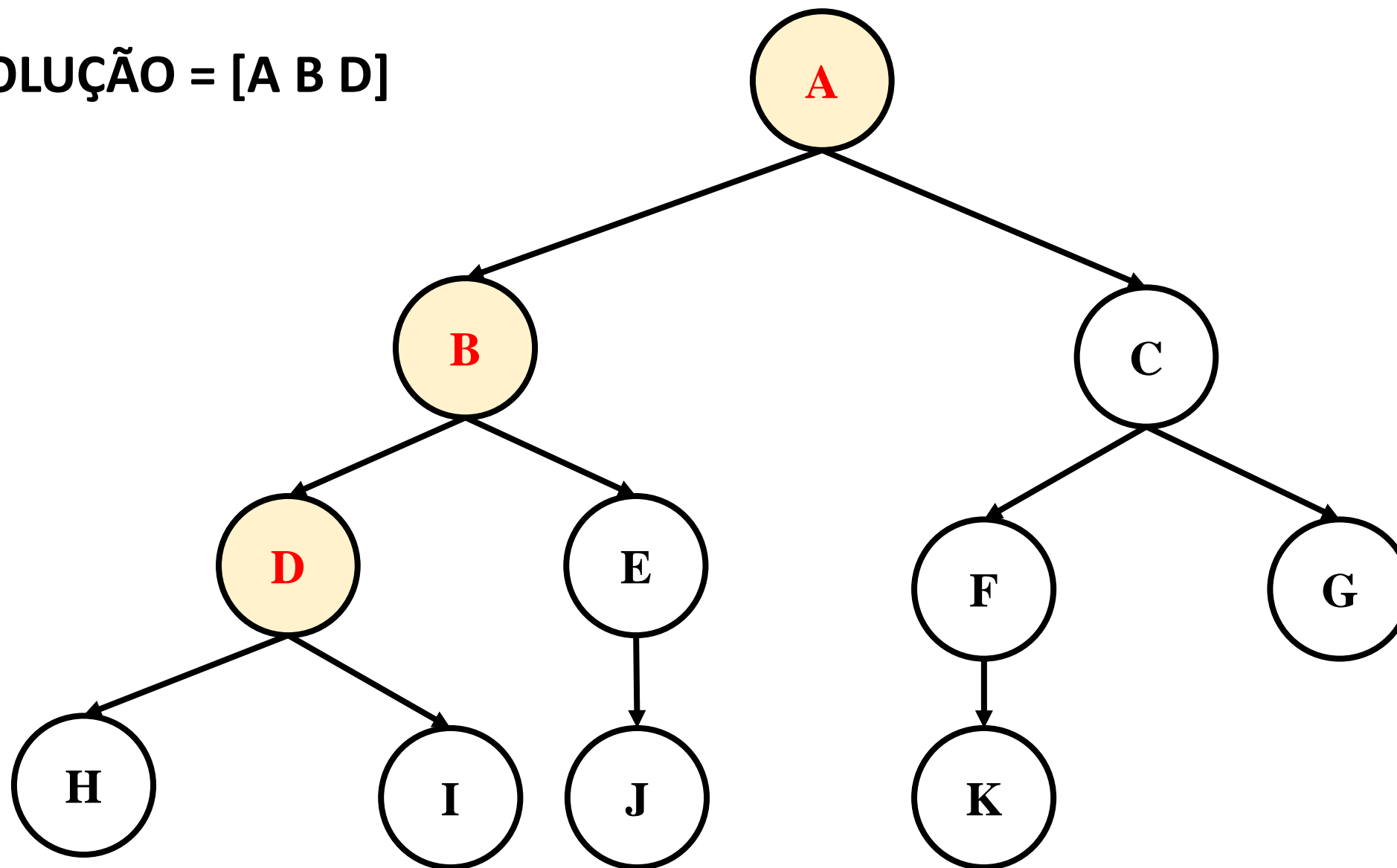
ORIGEM A OBJETIVO J PROFUNDIDADE

SOLUÇÃO = [A B]



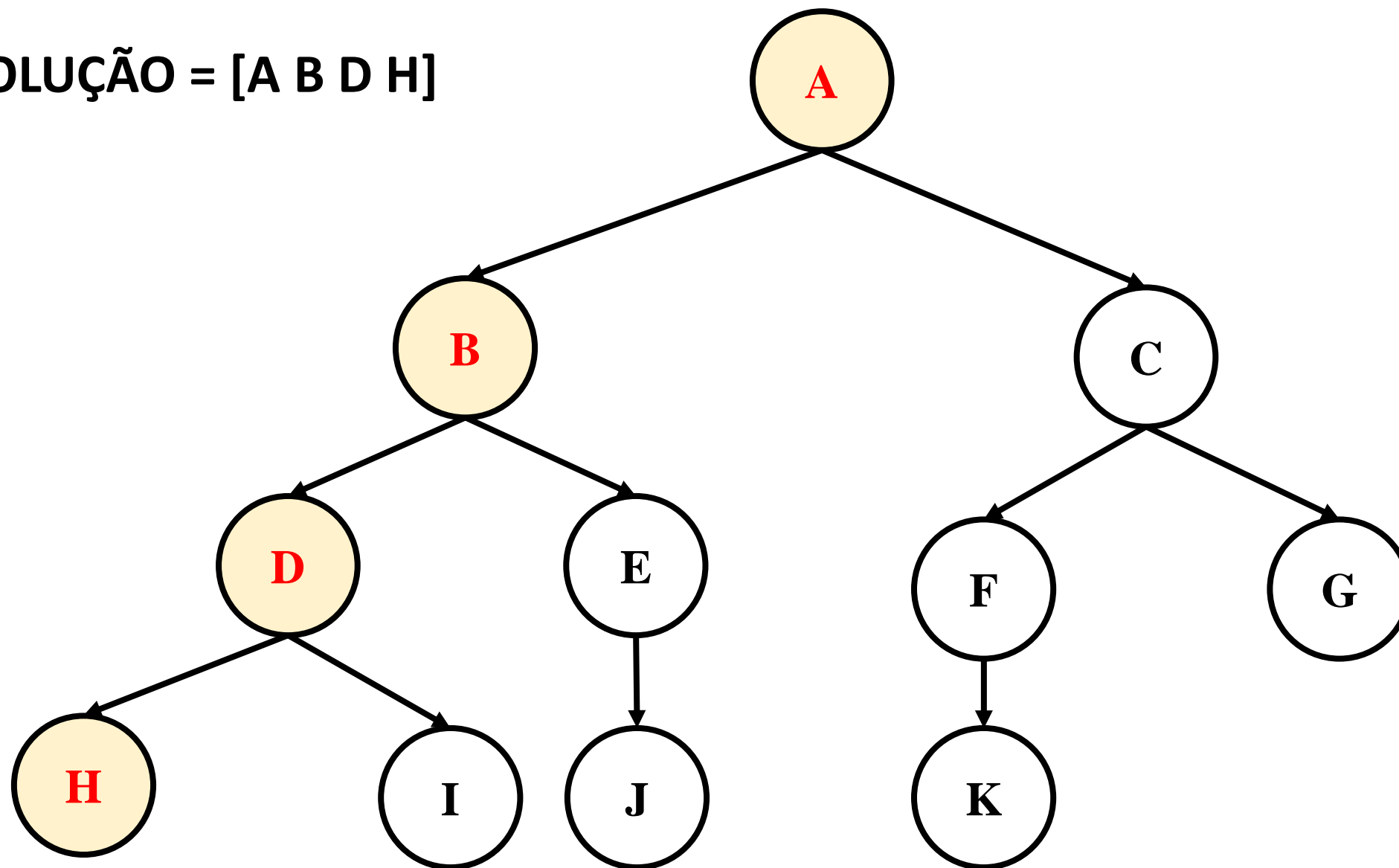
ORIGEM A OBJETIVO J PROFUNDIDADE

SOLUÇÃO = [A B D]



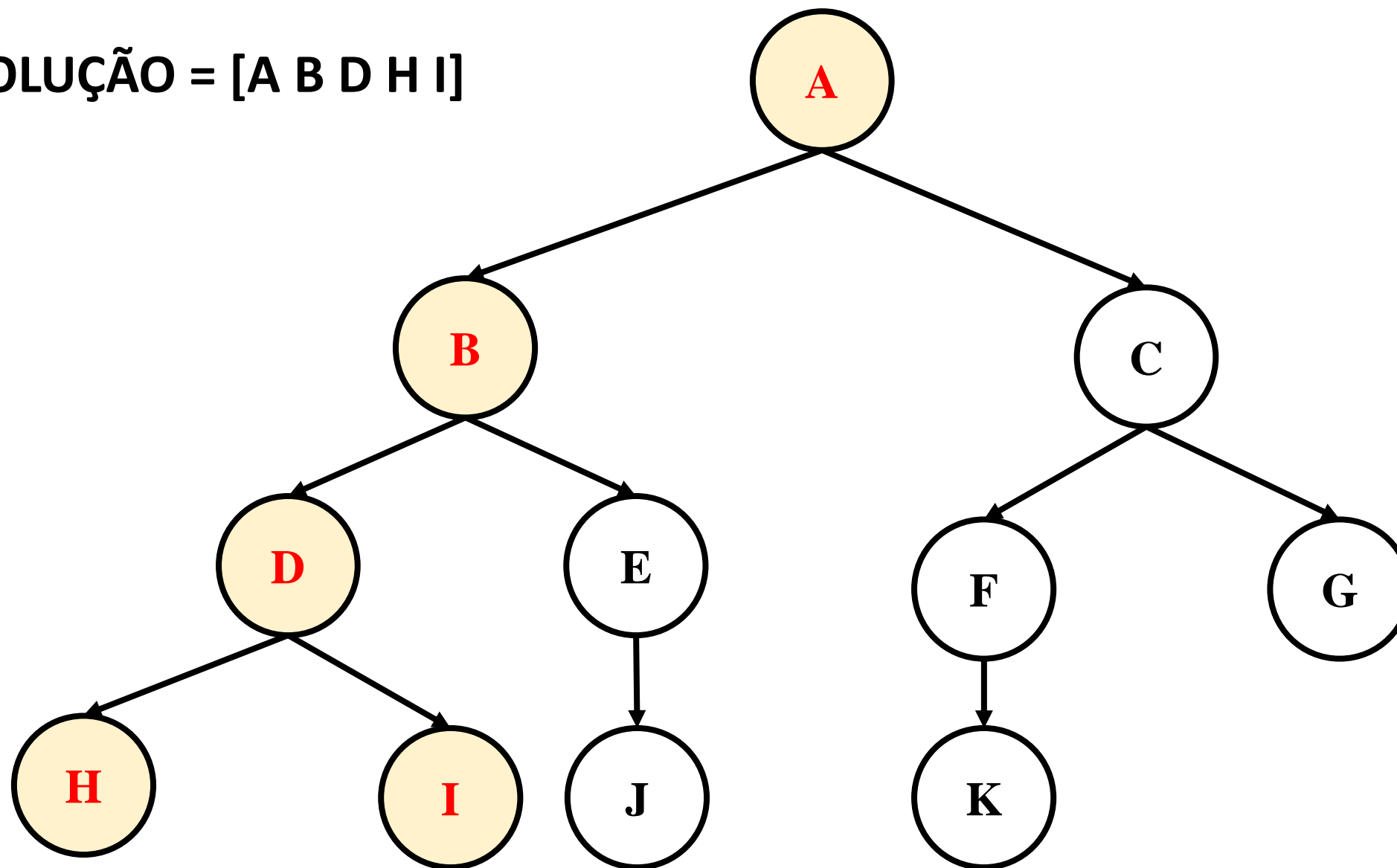
ORIGEM A OBJETIVO J PROFUNDIDADE

SOLUÇÃO = [A B D H]



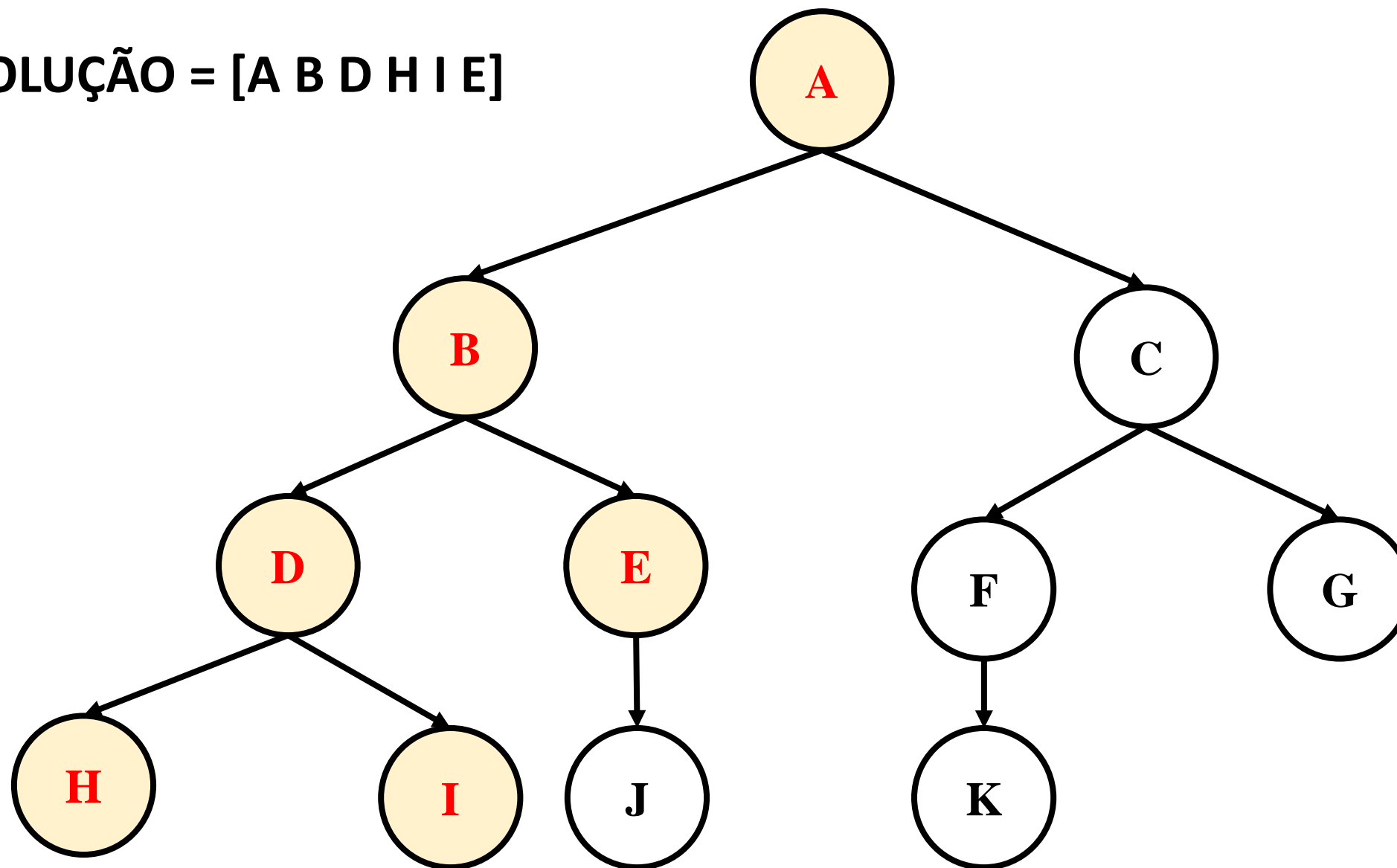
ORIGEM A OBJETIVO J PROFUNDIDADE

SOLUÇÃO = [A B D H I]



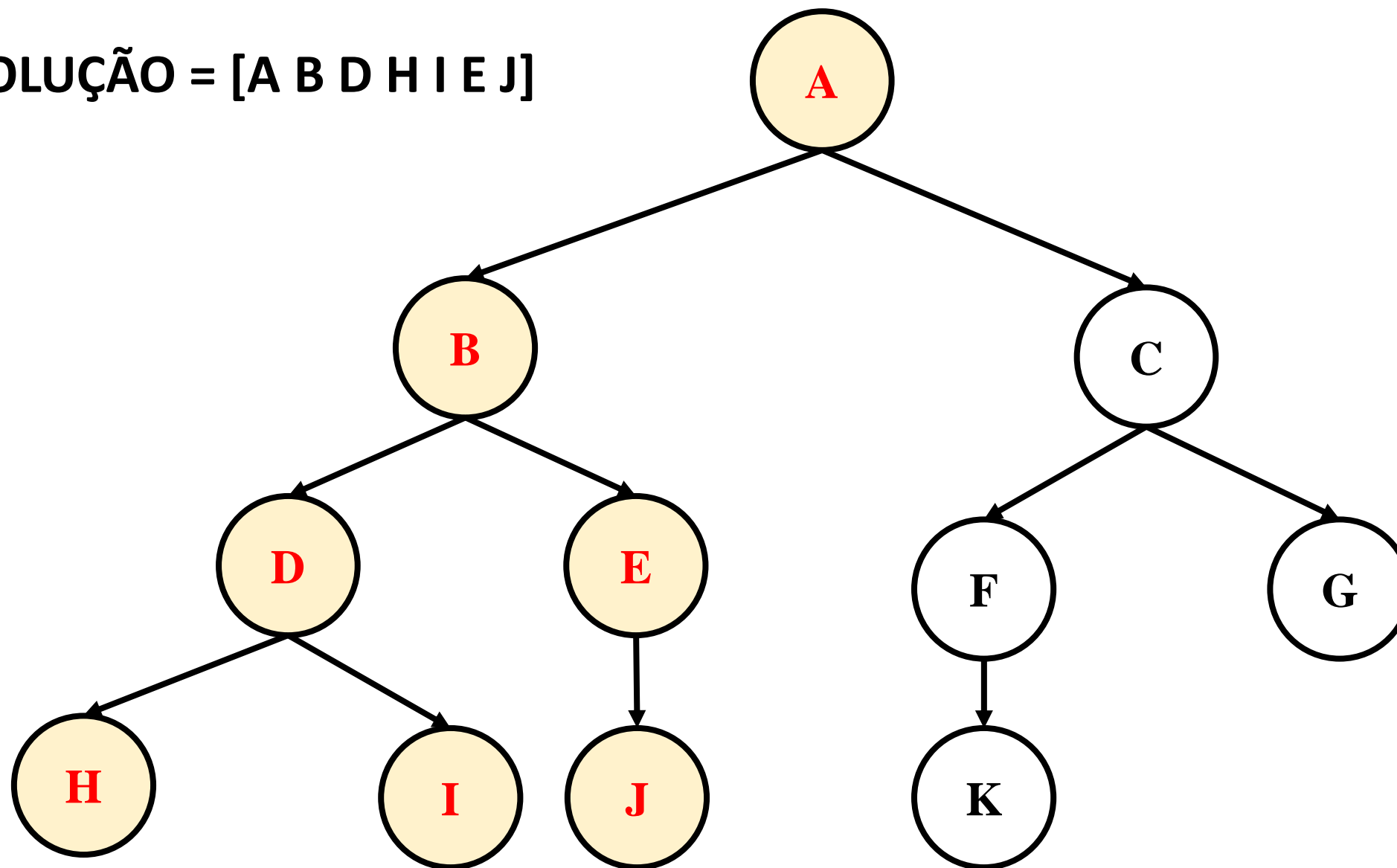
ORIGEM A OBJETIVO J PROFUNDIDADE

SOLUÇÃO = [A B D H I E]



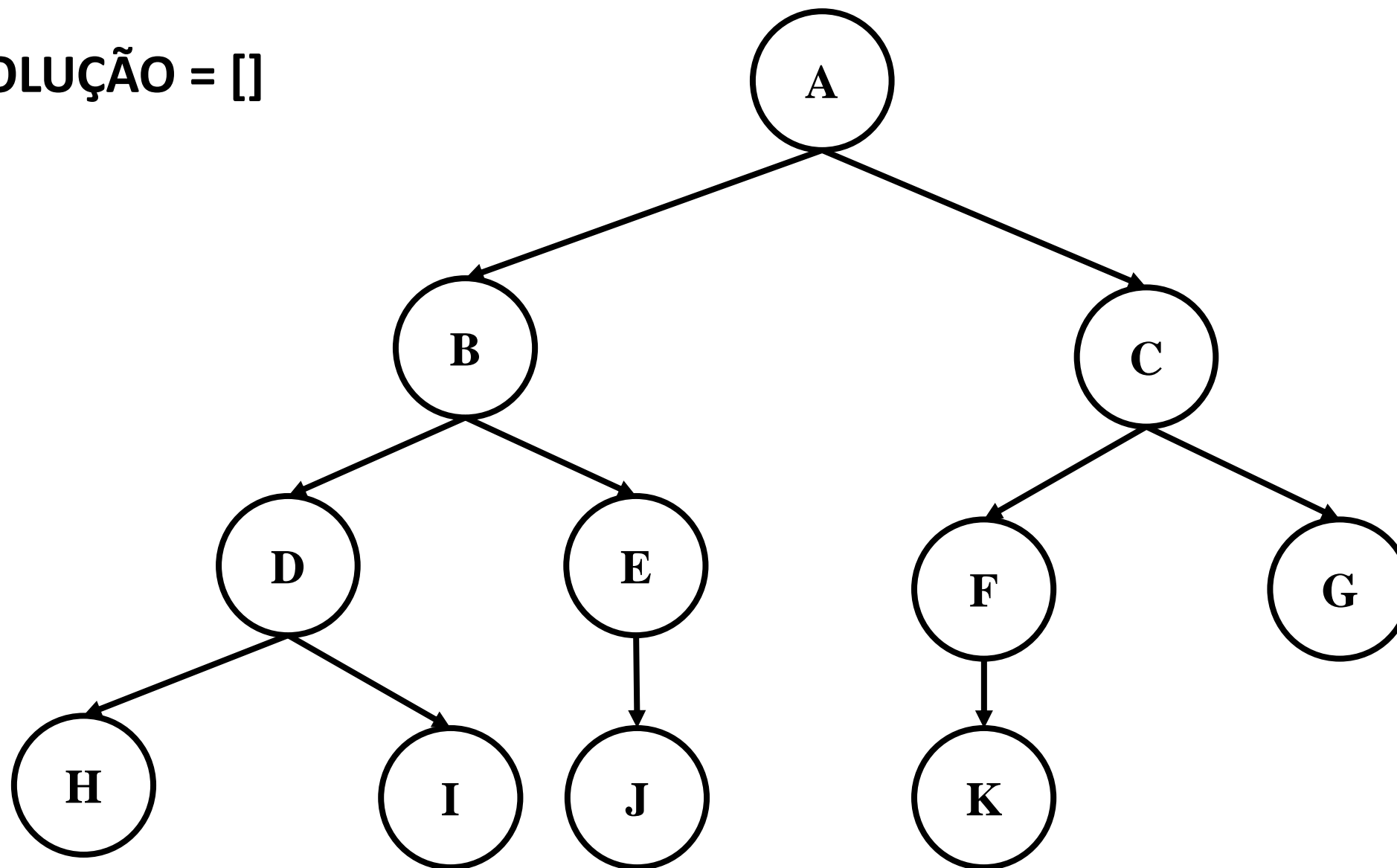
ORIGEM A OBJETIVO J PROFUNDIDADE

SOLUÇÃO = [A B D H I E J]



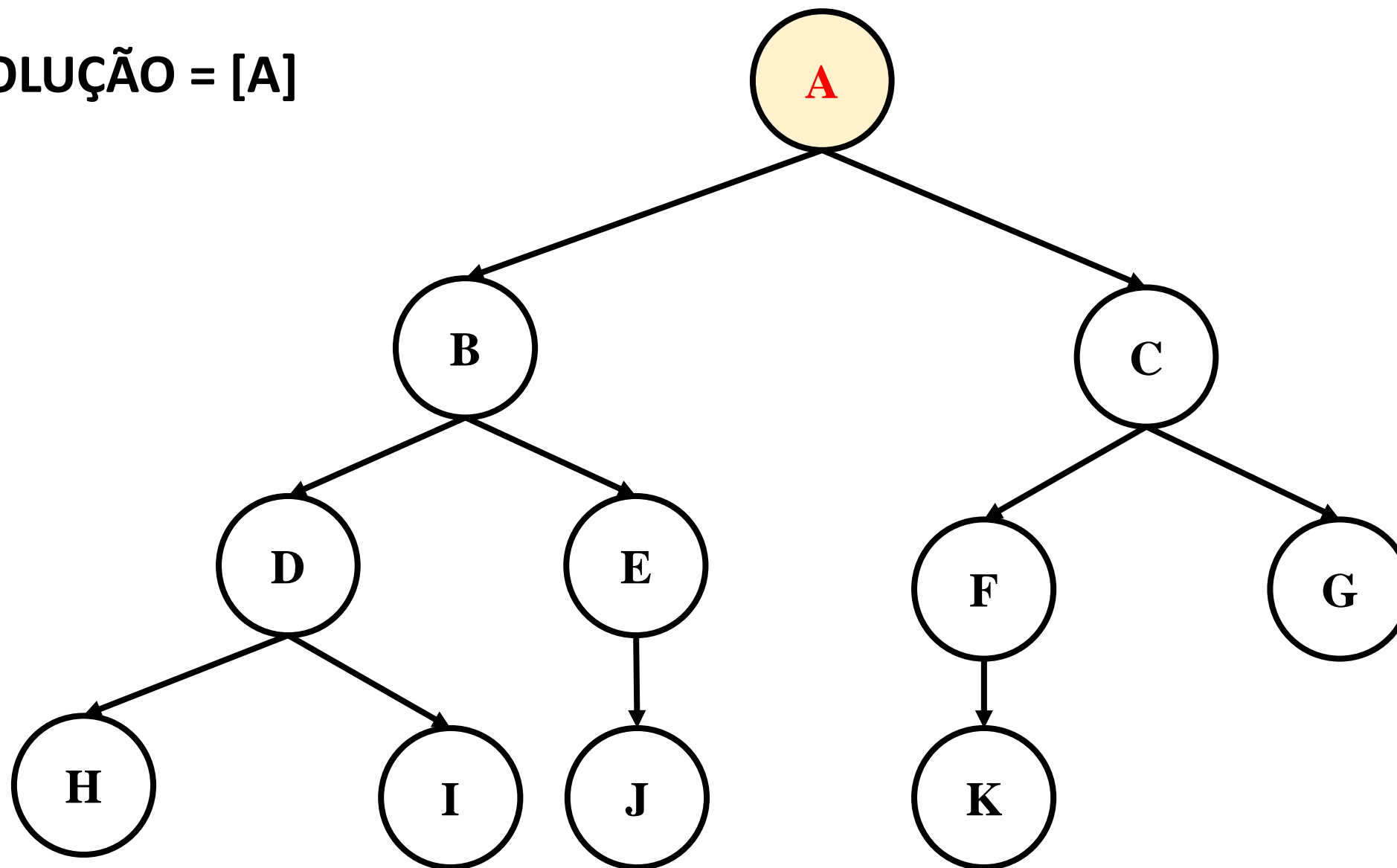
ORIGEM A OBJETIVO J LARGURA

SOLUÇÃO = []



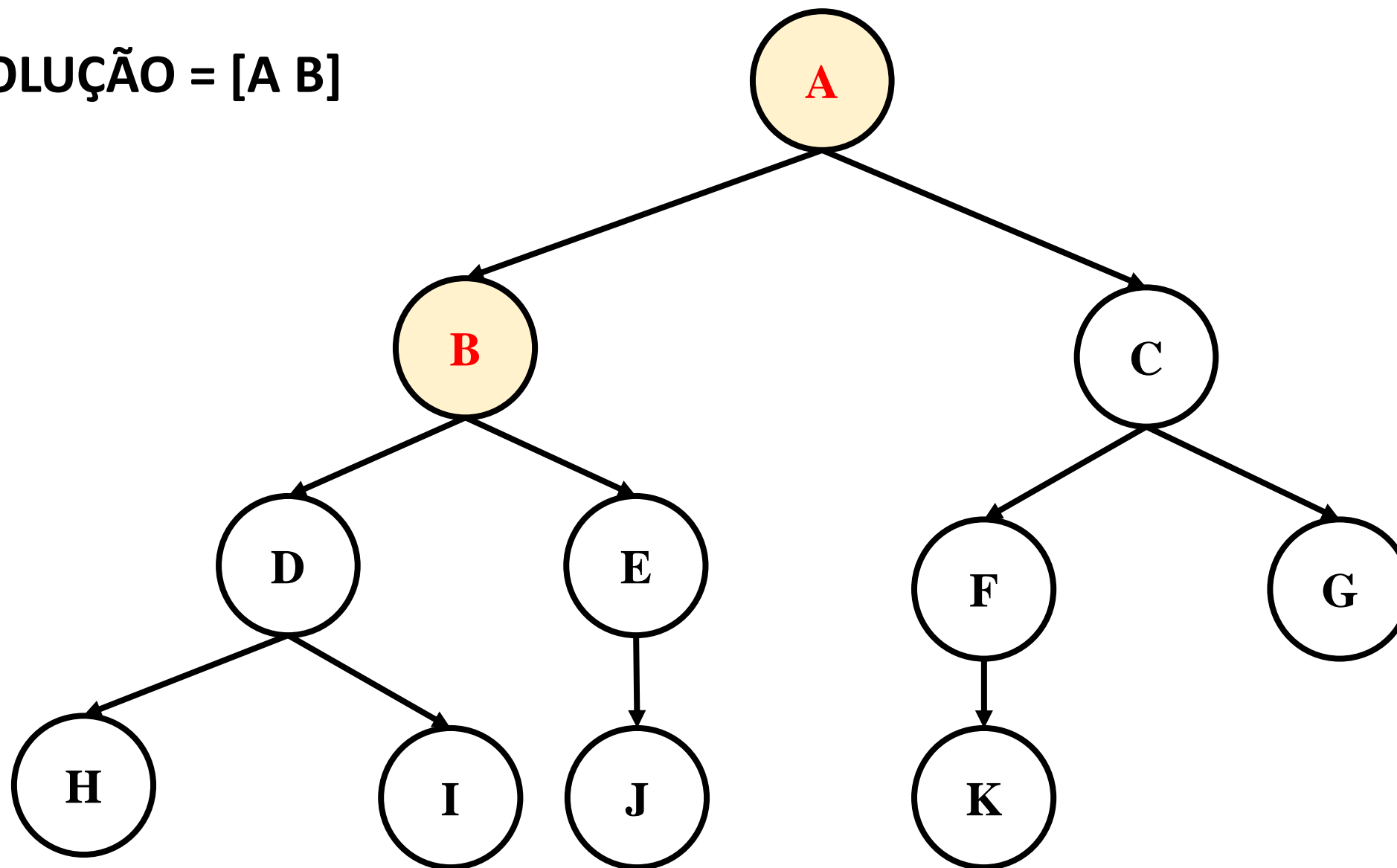
ORIGEM A OBJETIVO J LARGURA

SOLUÇÃO = [A]



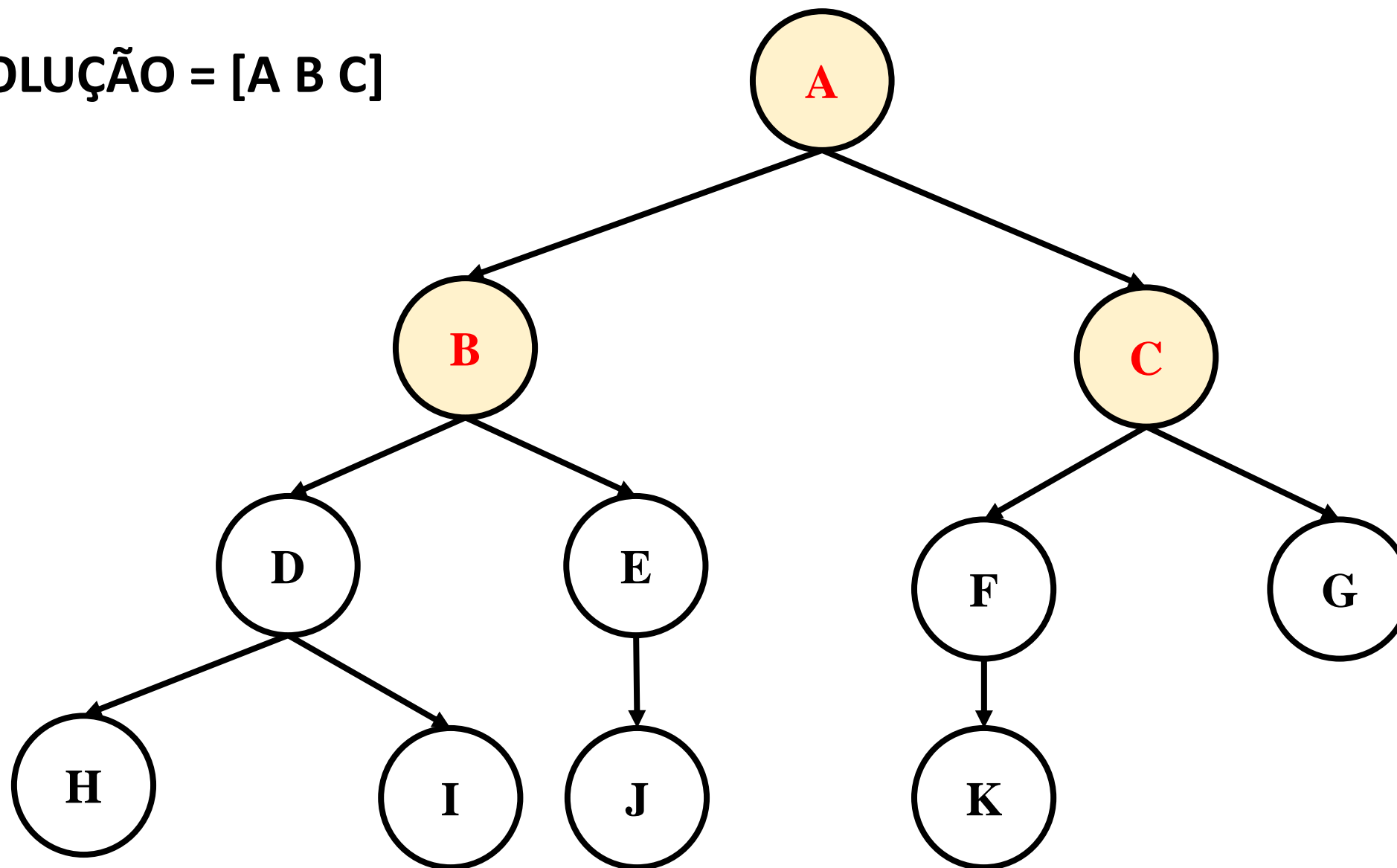
ORIGEM A OBJETIVO J LARGURA

SOLUÇÃO = [A B]



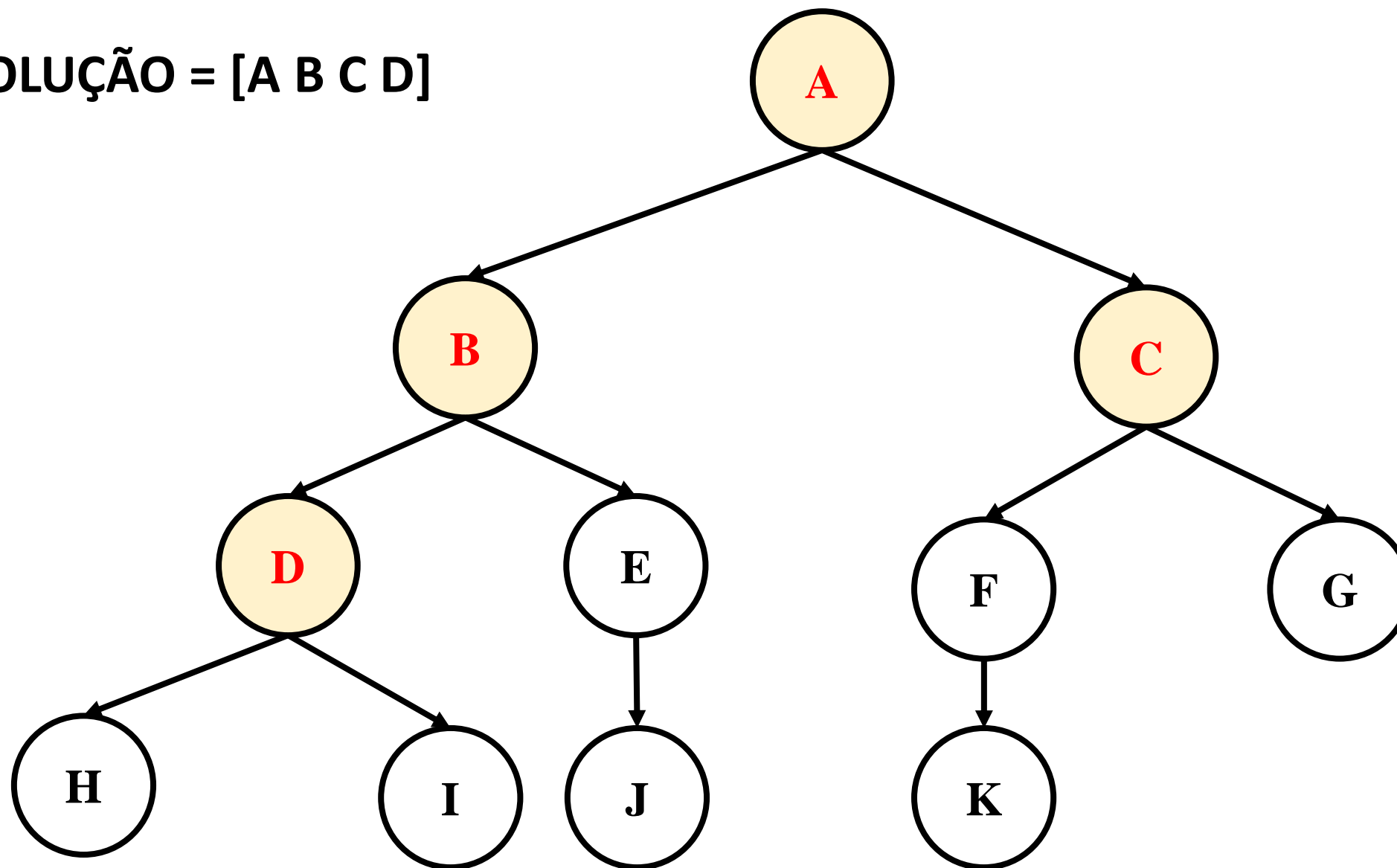
ORIGEM A OBJETIVO J LARGURA

SOLUÇÃO = [A B C]



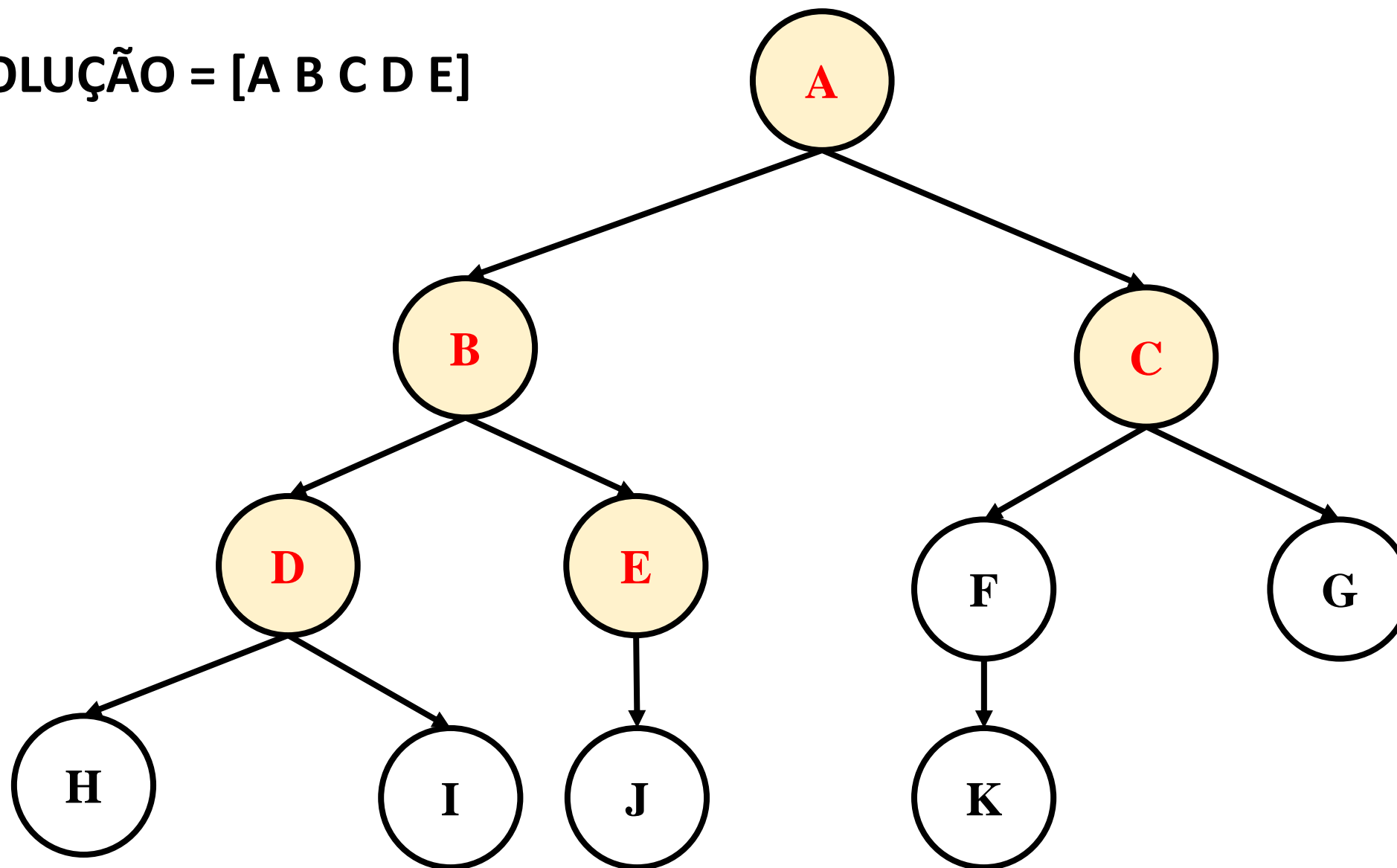
ORIGEM A OBJETIVO J LARGURA

SOLUÇÃO = [A B C D]



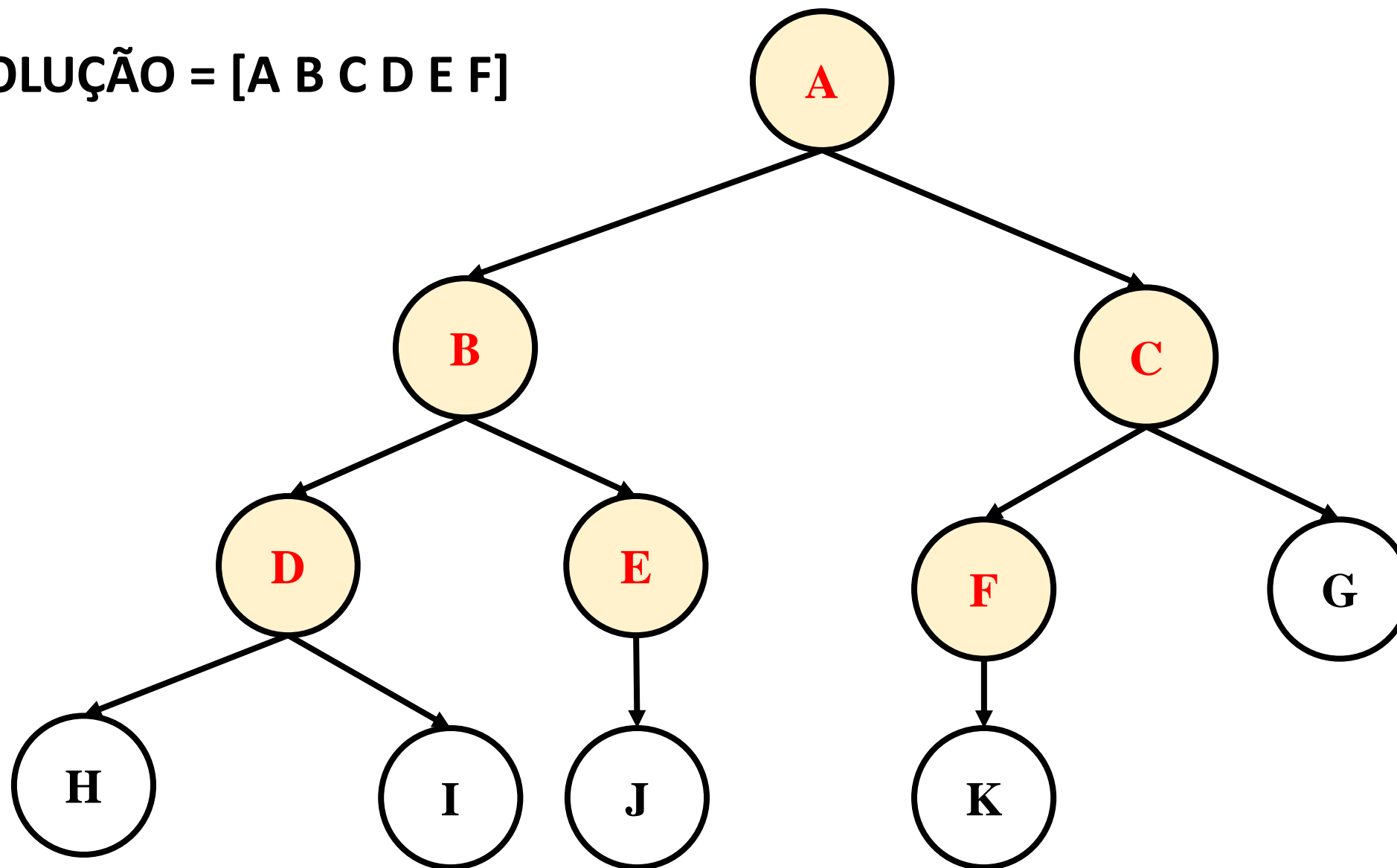
ORIGEM A OBJETIVO J LARGURA

SOLUÇÃO = [A B C D E]



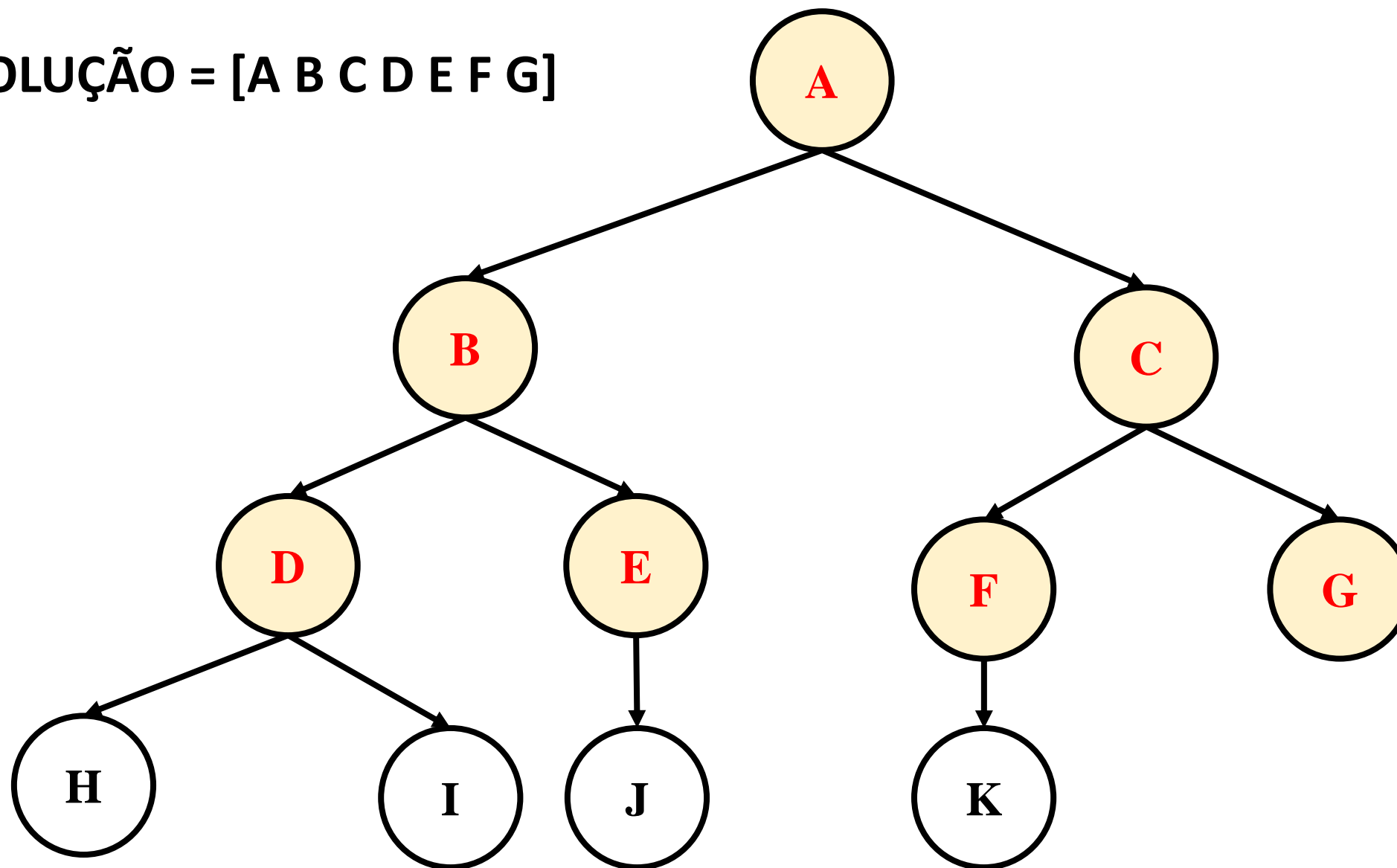
ORIGEM A OBJETIVO J LARGURA

SOLUÇÃO = [A B C D E F]



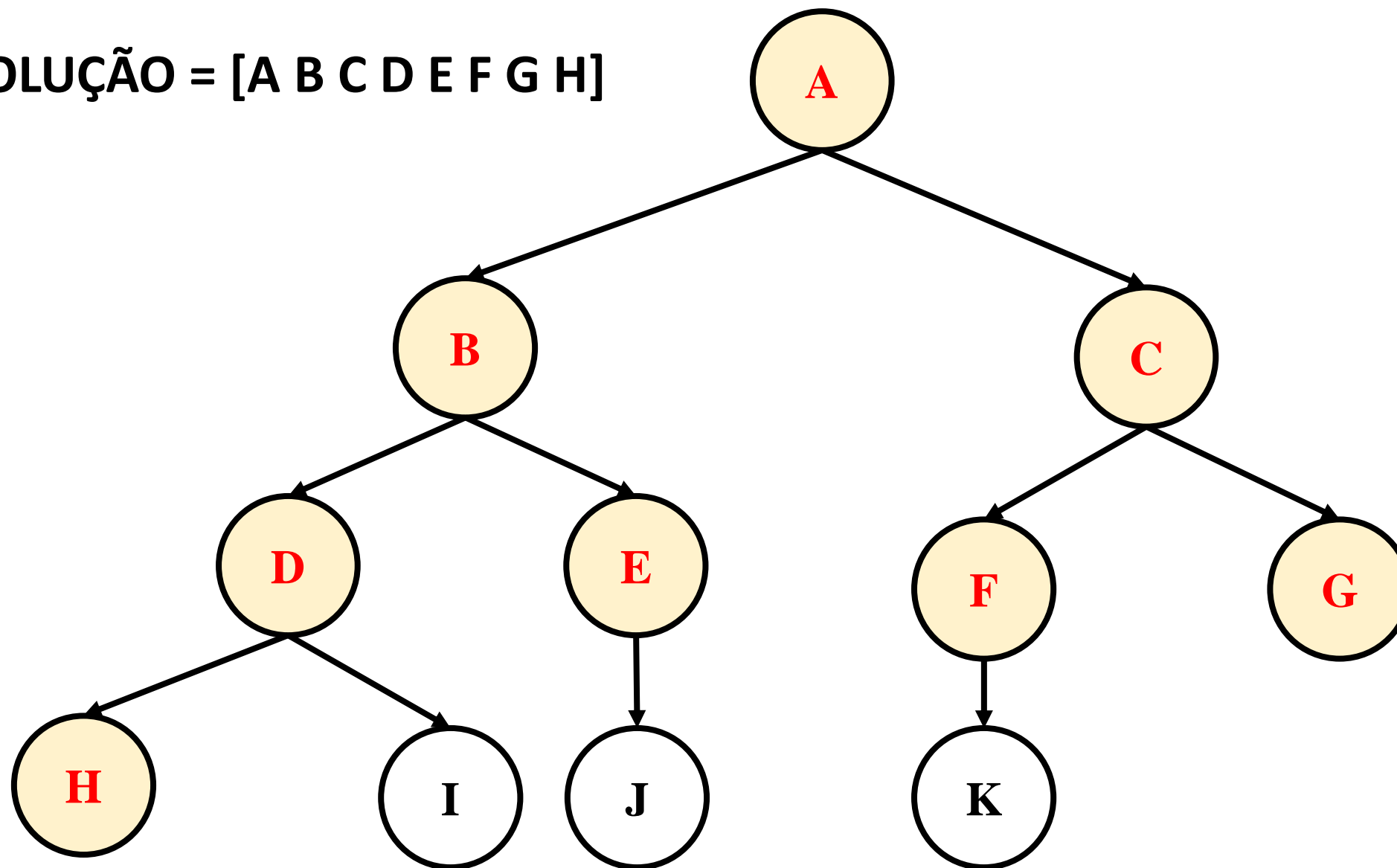
ORIGEM A OBJETIVO J LARGURA

SOLUÇÃO = [A B C D E F G]



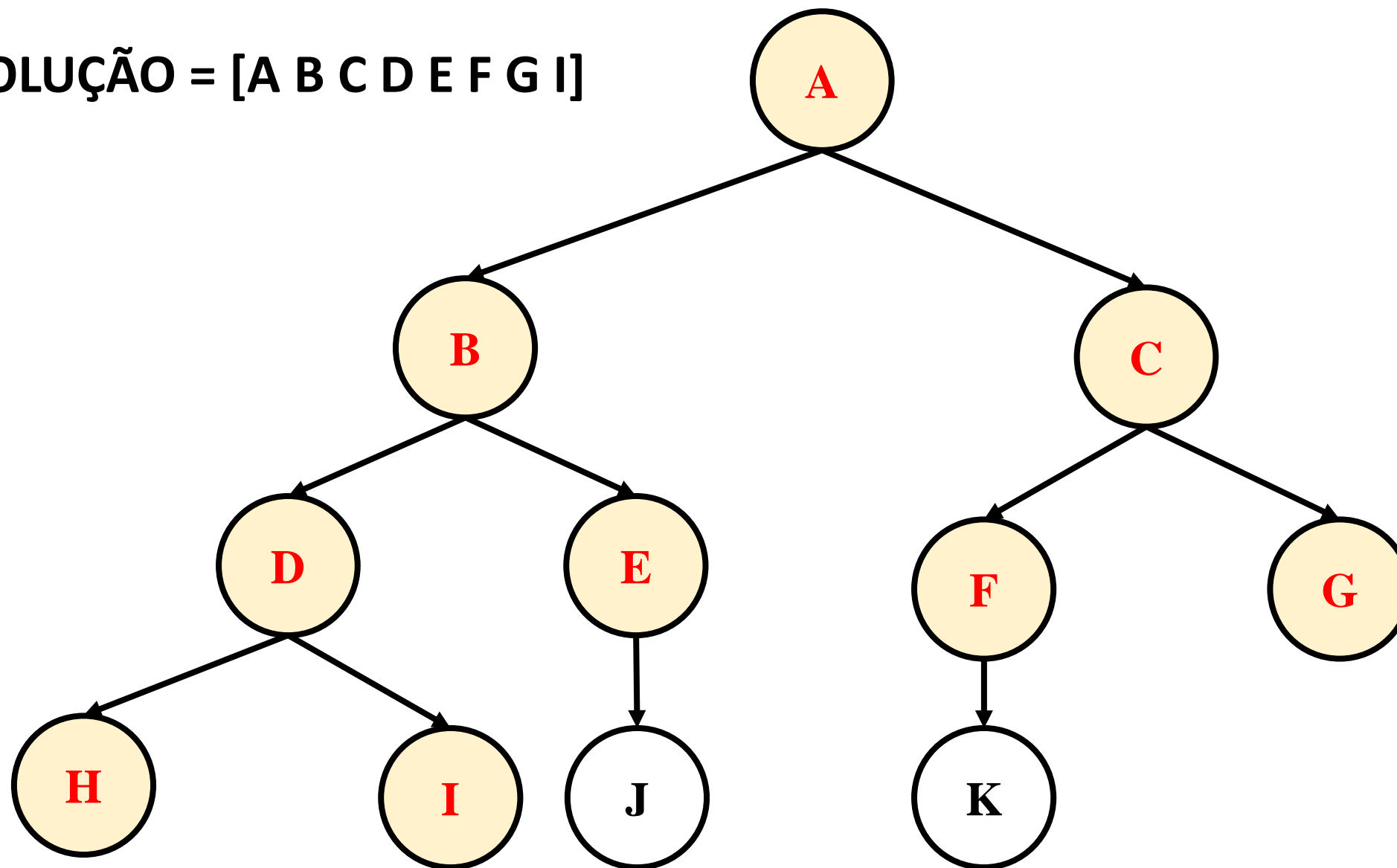
ORIGEM A OBJETIVO J LARGURA

SOLUÇÃO = [A B C D E F G H]



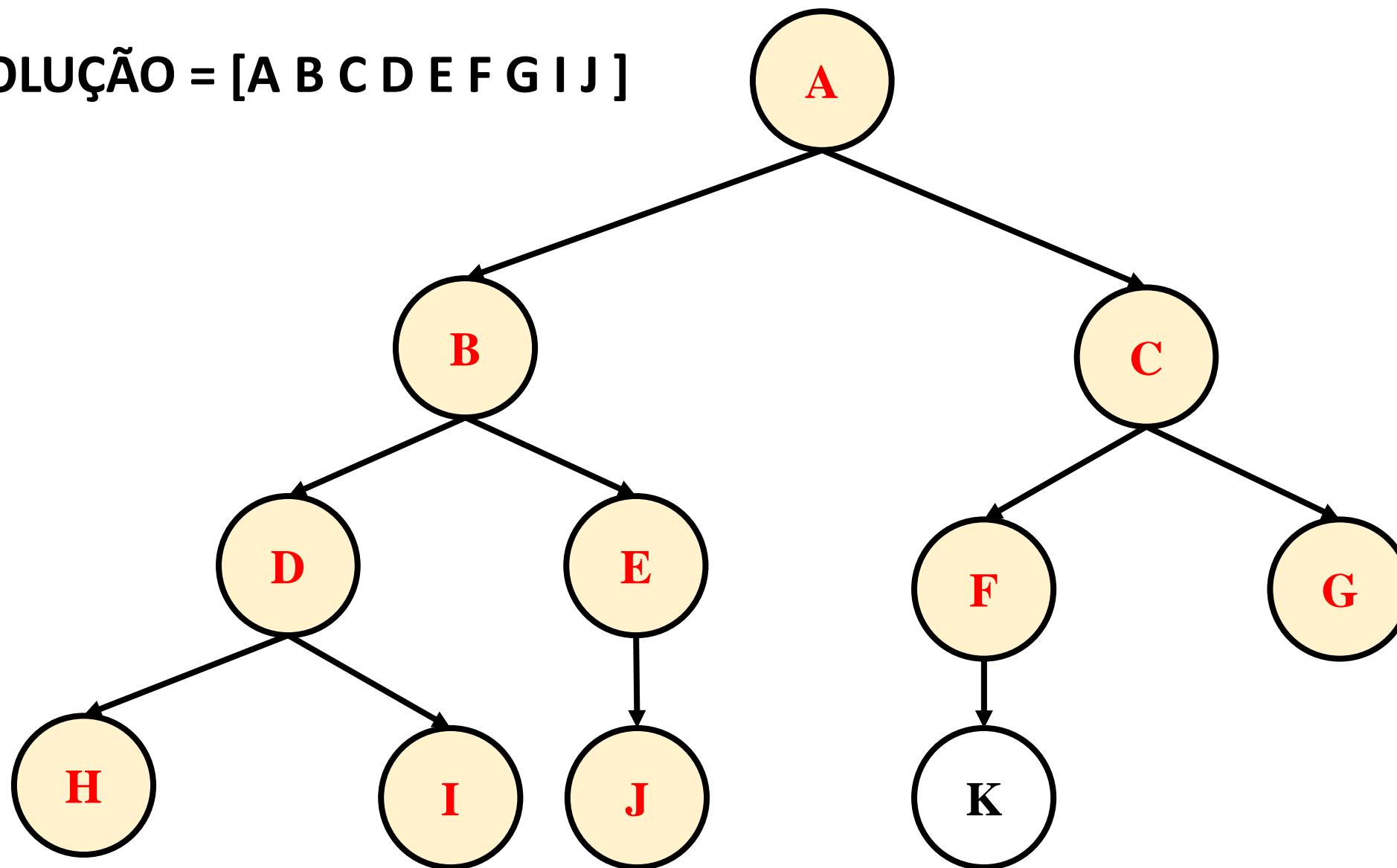
ORIGEM A OBJETIVO J LARGURA

SOLUÇÃO = [A B C D E F G I]



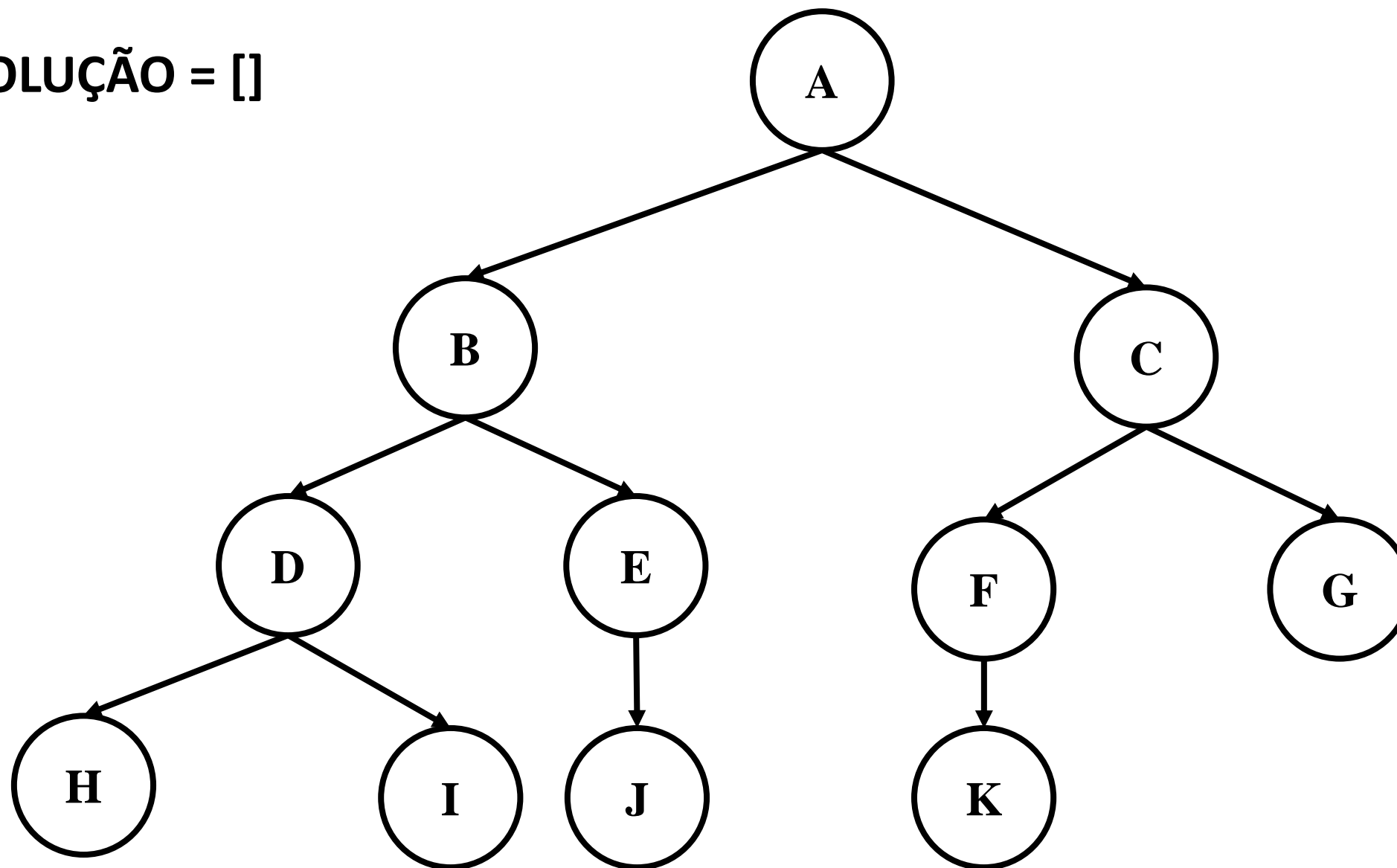
ORIGEM A OBJETIVO J LARGURA

SOLUÇÃO = [A B C D E F G I J]



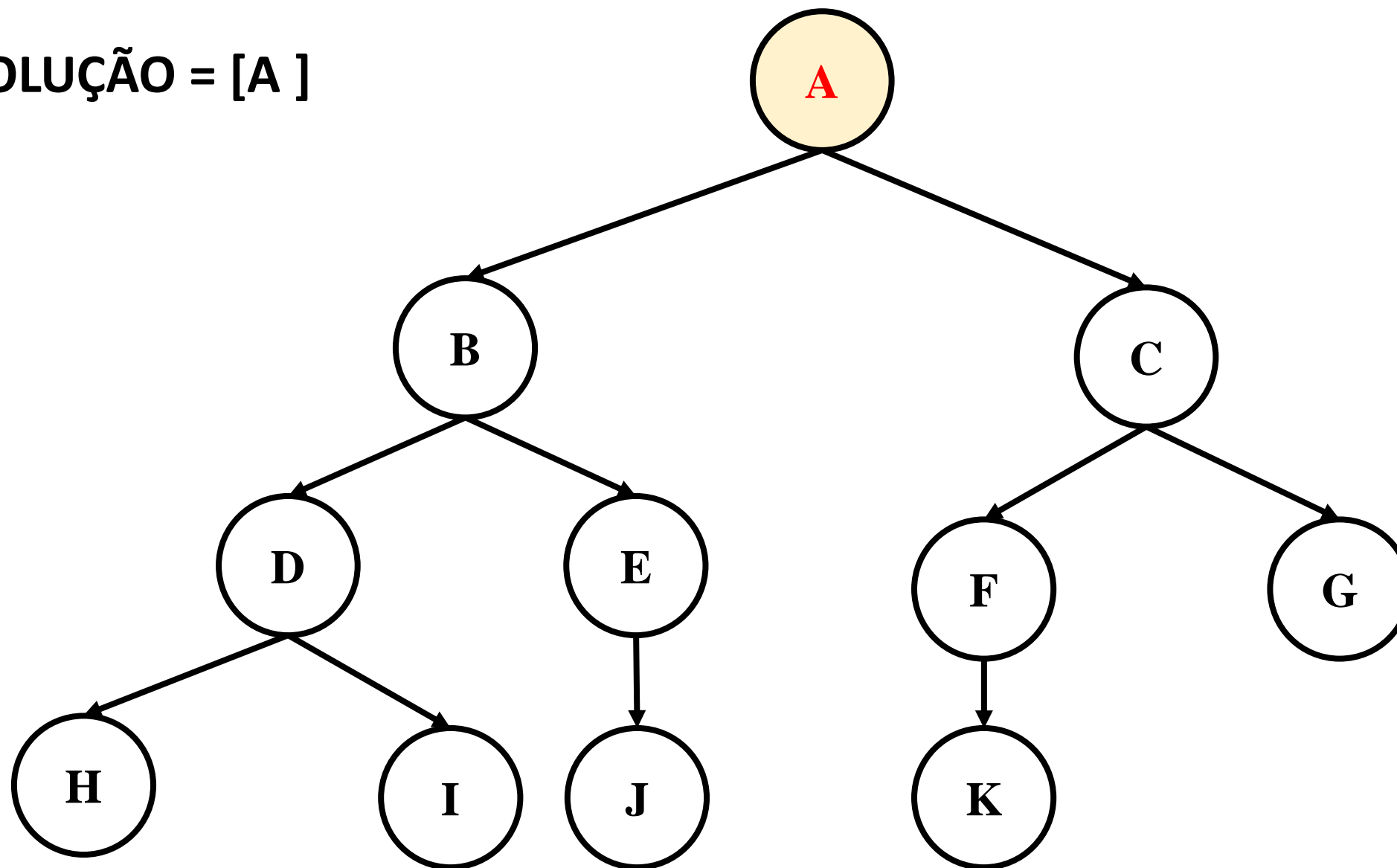
ORIGEM A OBJETIVO K PROFUNDIDADE

SOLUÇÃO = []



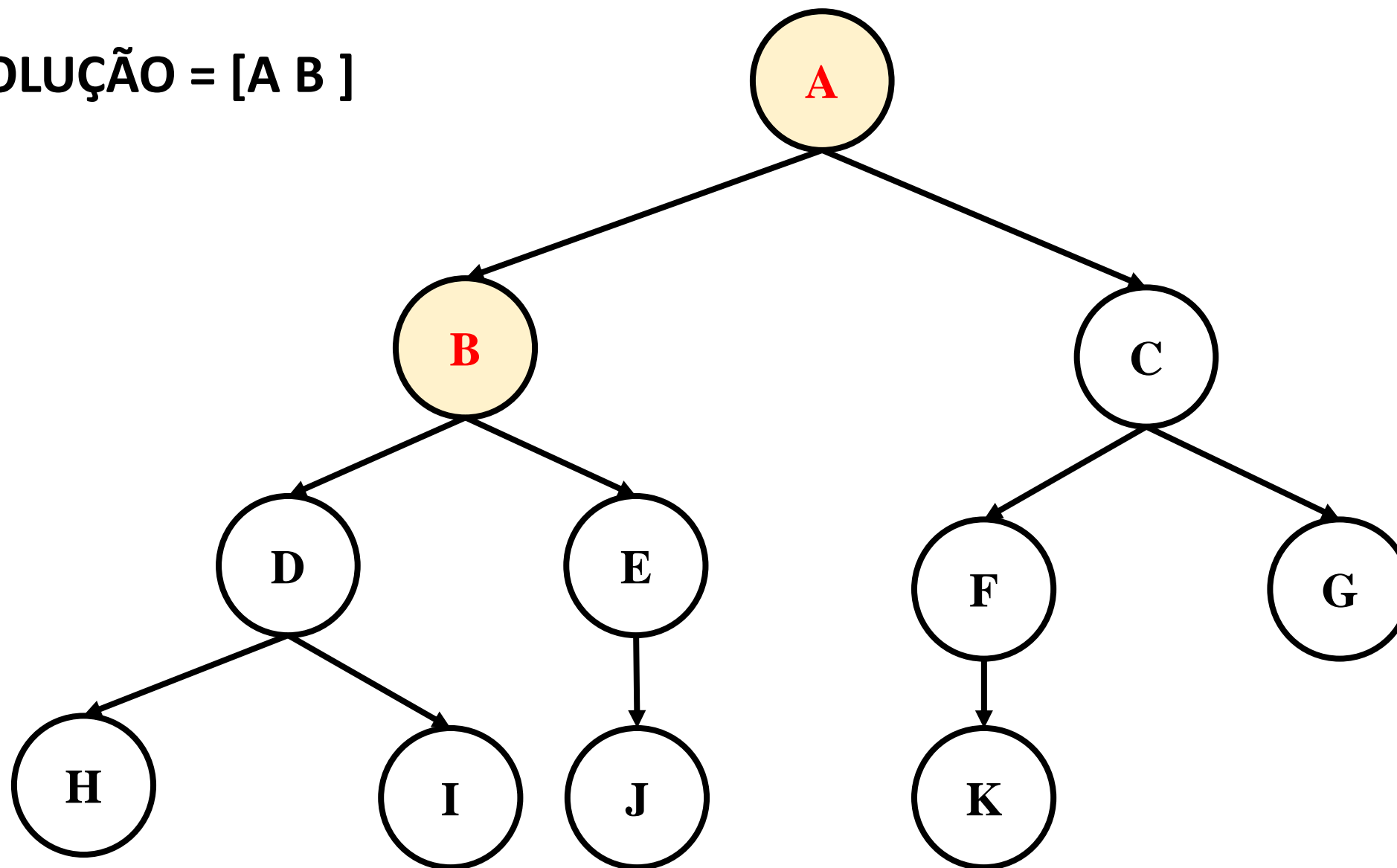
ORIGEM A OBJETIVO K PROFUNDIDADE

SOLUÇÃO = [A]



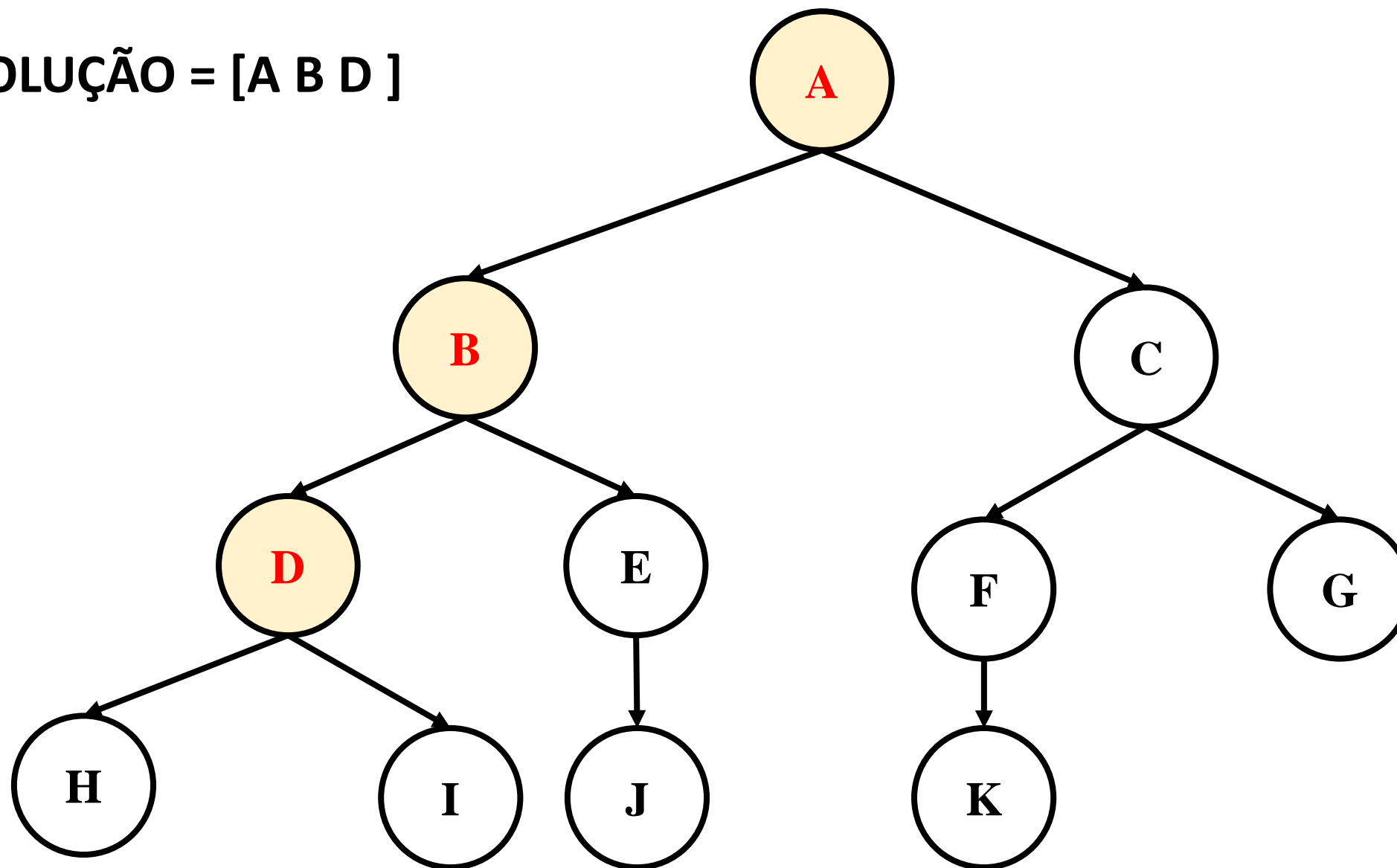
ORIGEM A OBJETIVO K PROFUNDIDADE

SOLUÇÃO = [A B]



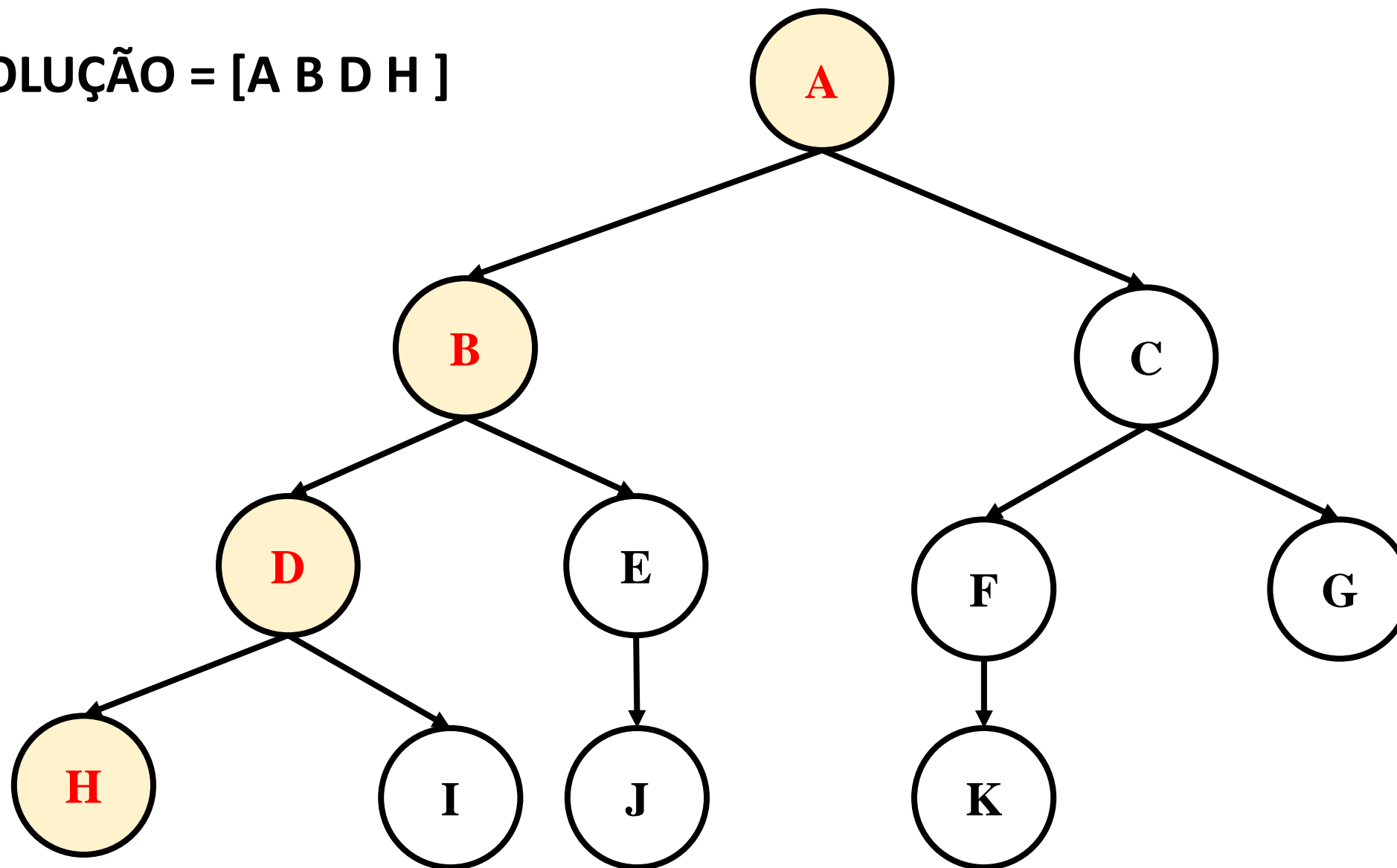
ORIGEM A OBJETIVO K PROFUNDIDADE

SOLUÇÃO = [A B D]



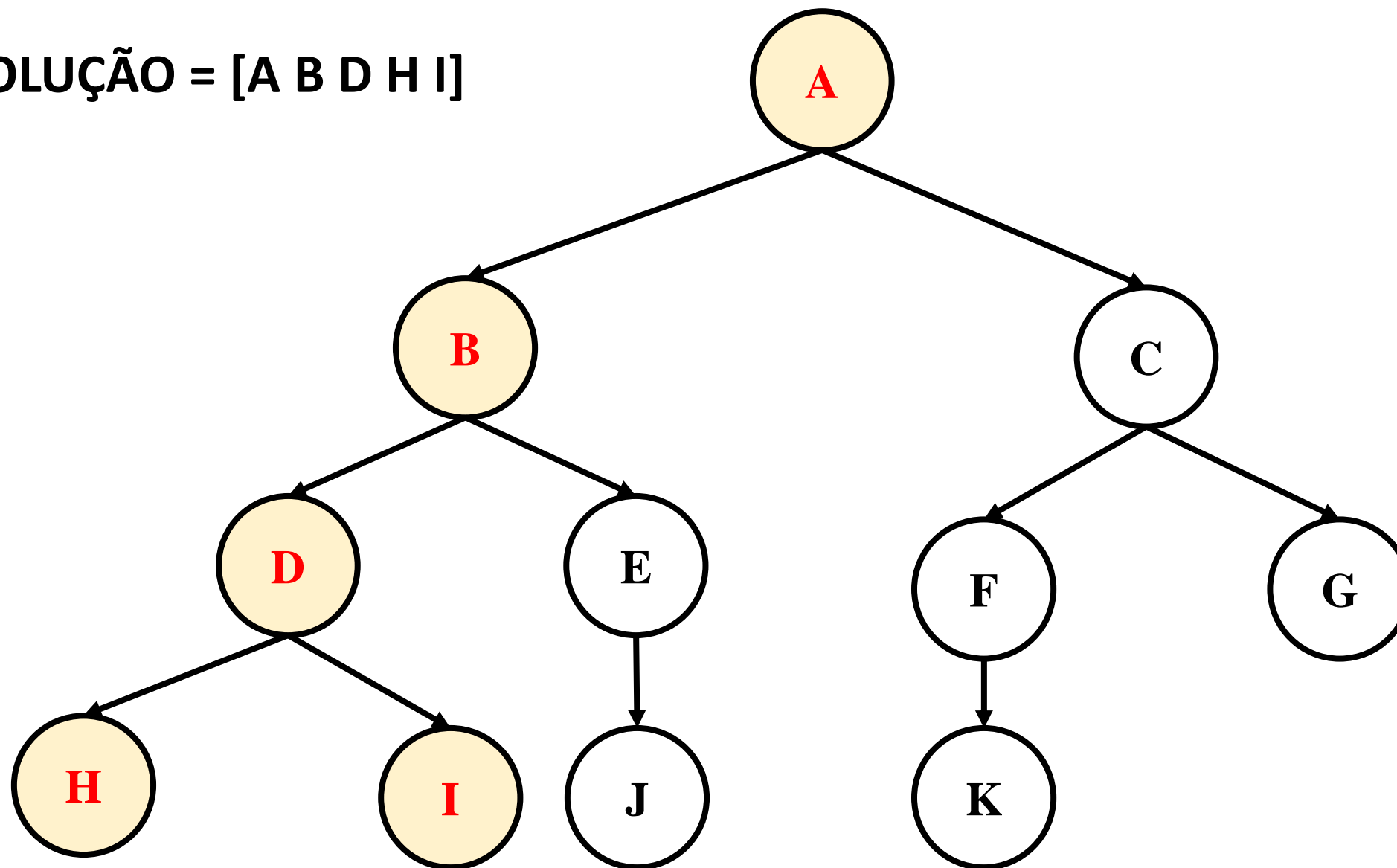
ORIGEM A OBJETIVO K PROFUNDIDADE

SOLUÇÃO = [A B D H]



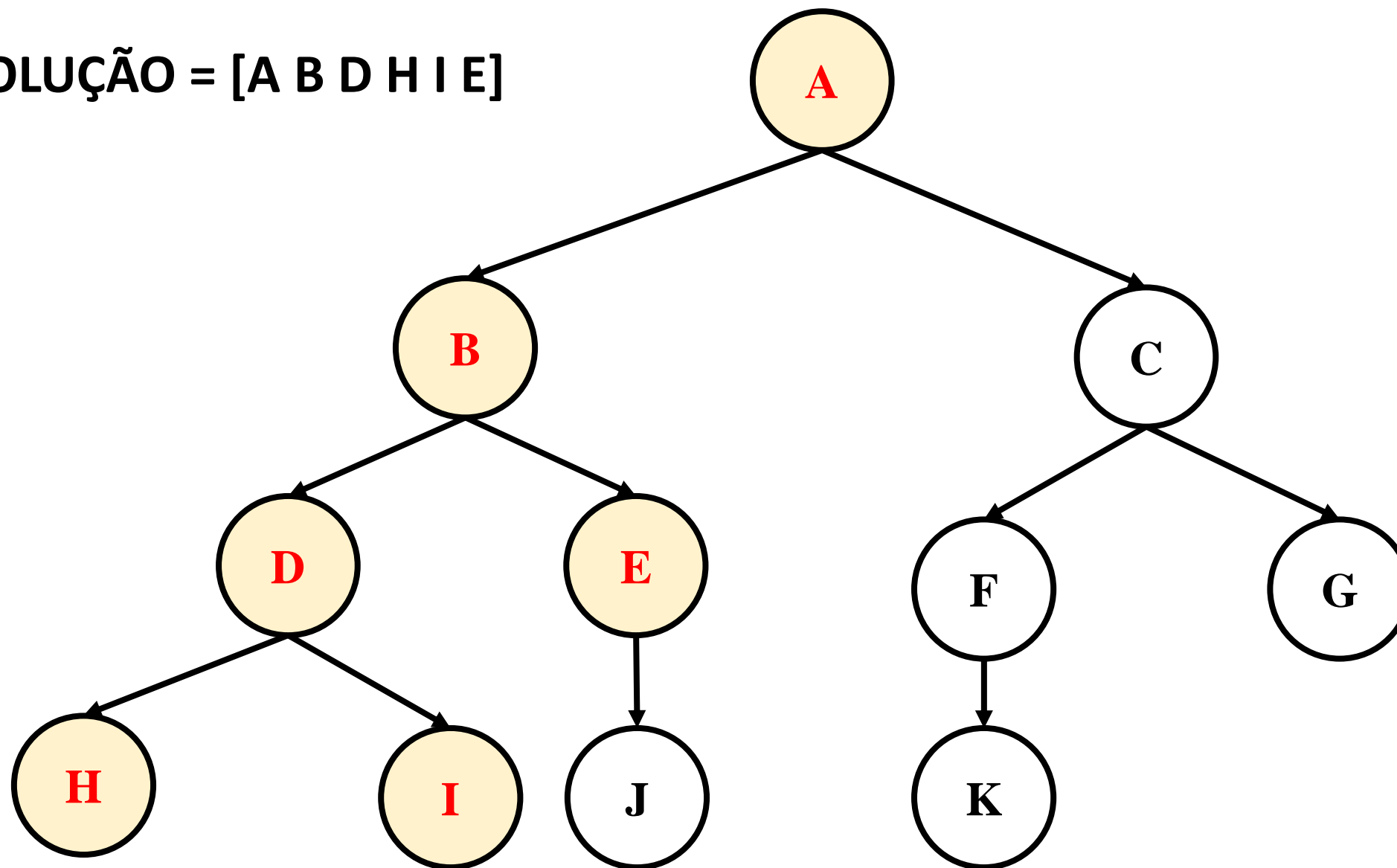
ORIGEM A OBJETIVO K PROFUNDIDADE

SOLUÇÃO = [A B D H I]



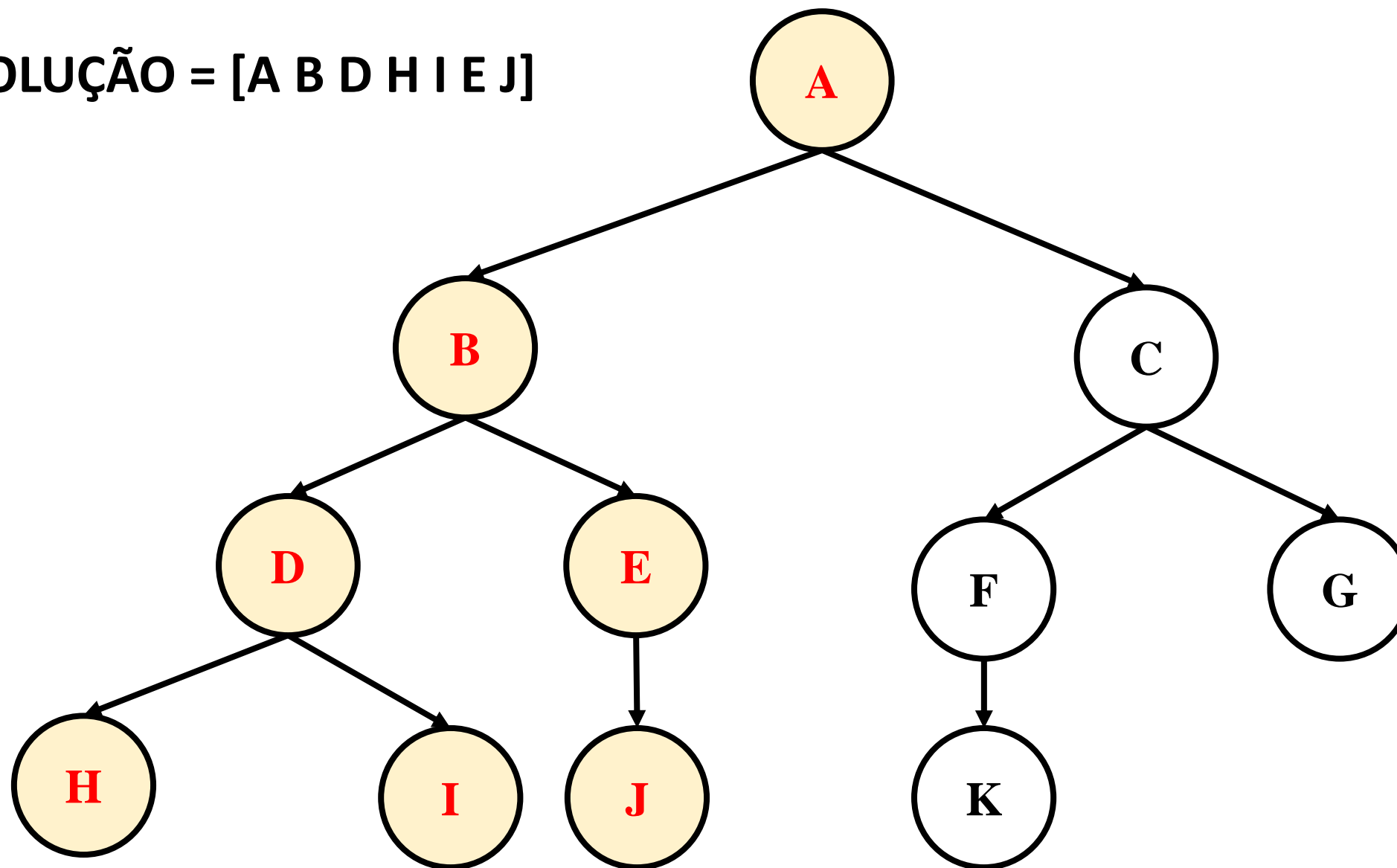
ORIGEM A OBJETIVO K PROFUNDIDADE

SOLUÇÃO = [A B D H I E]



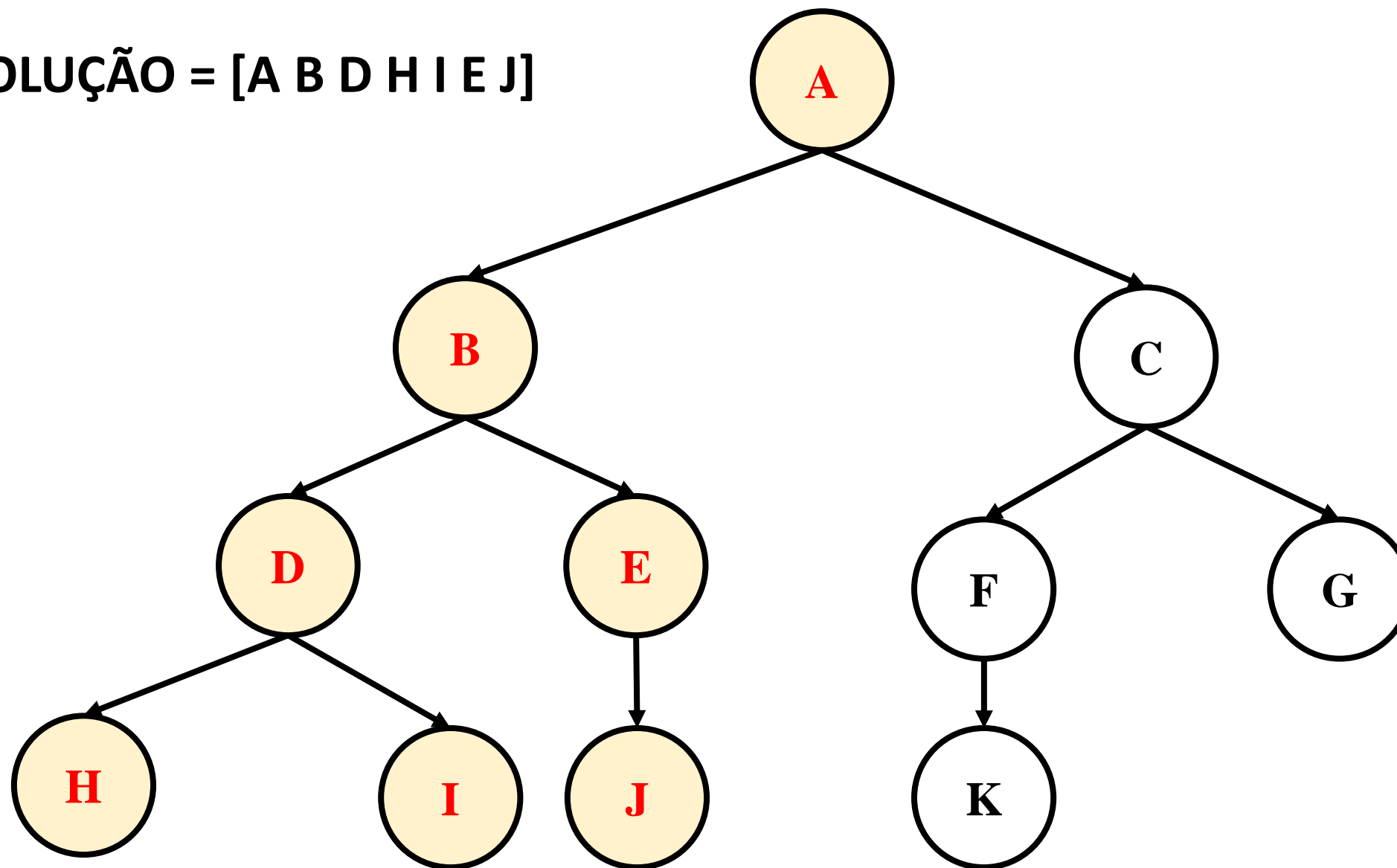
ORIGEM A OBJETIVO K PROFUNDIDADE

SOLUÇÃO = [A B D H I E J]



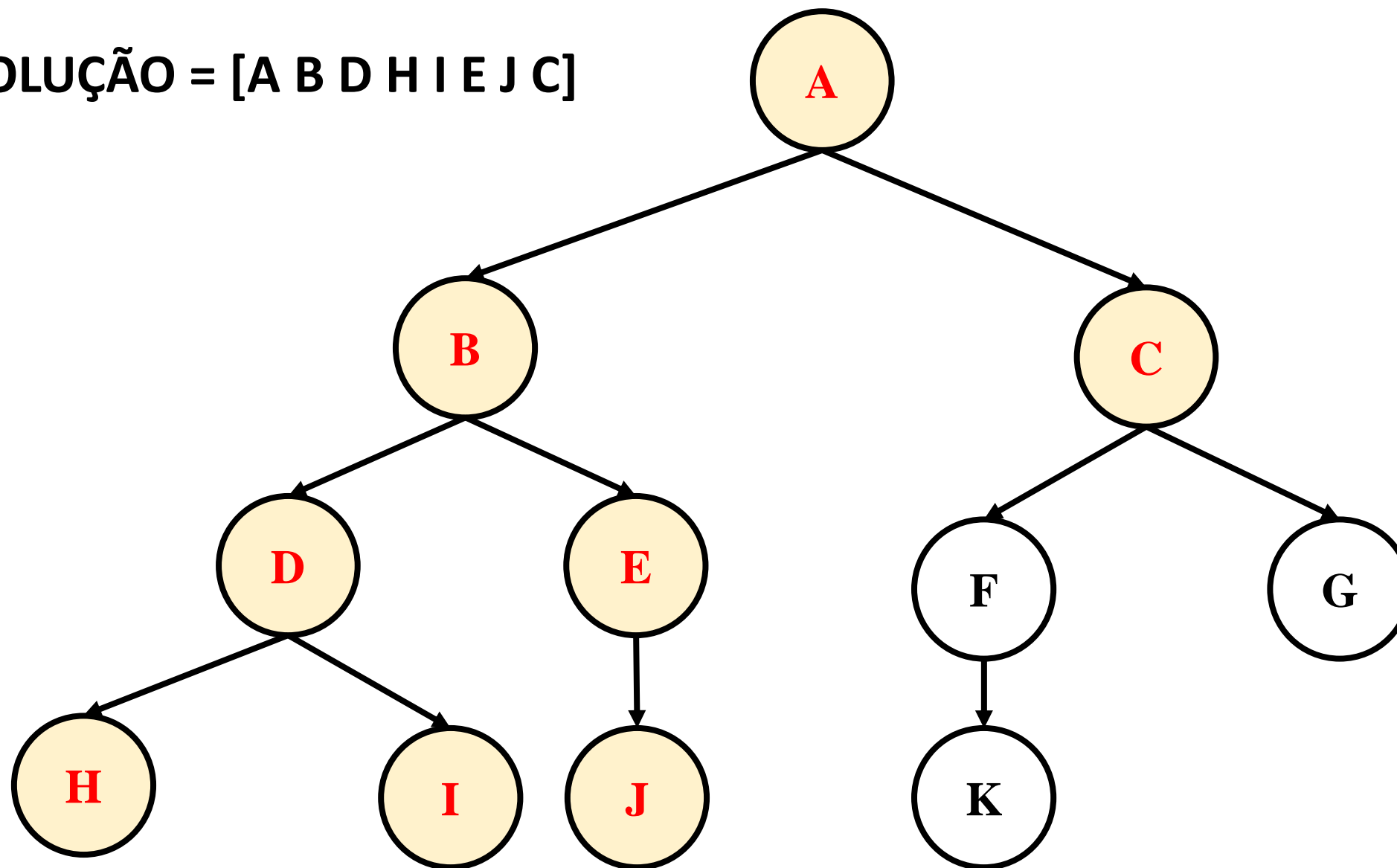
ORIGEM A OBJETIVO K PROFUNDIDADE

SOLUÇÃO = [A B D H I E J]



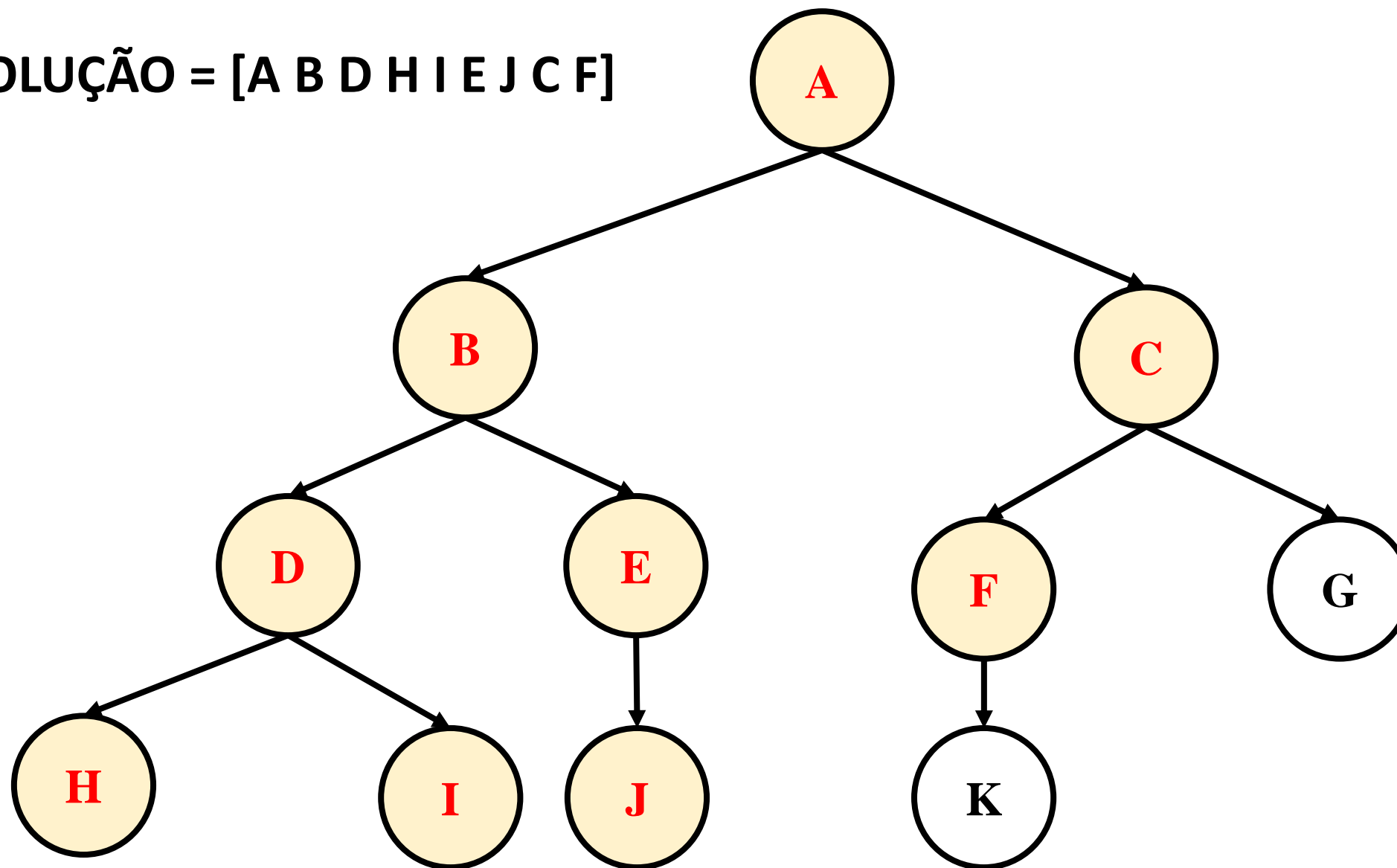
ORIGEM A OBJETIVO K PROFUNDIDADE

SOLUÇÃO = [A B D H I E J C]



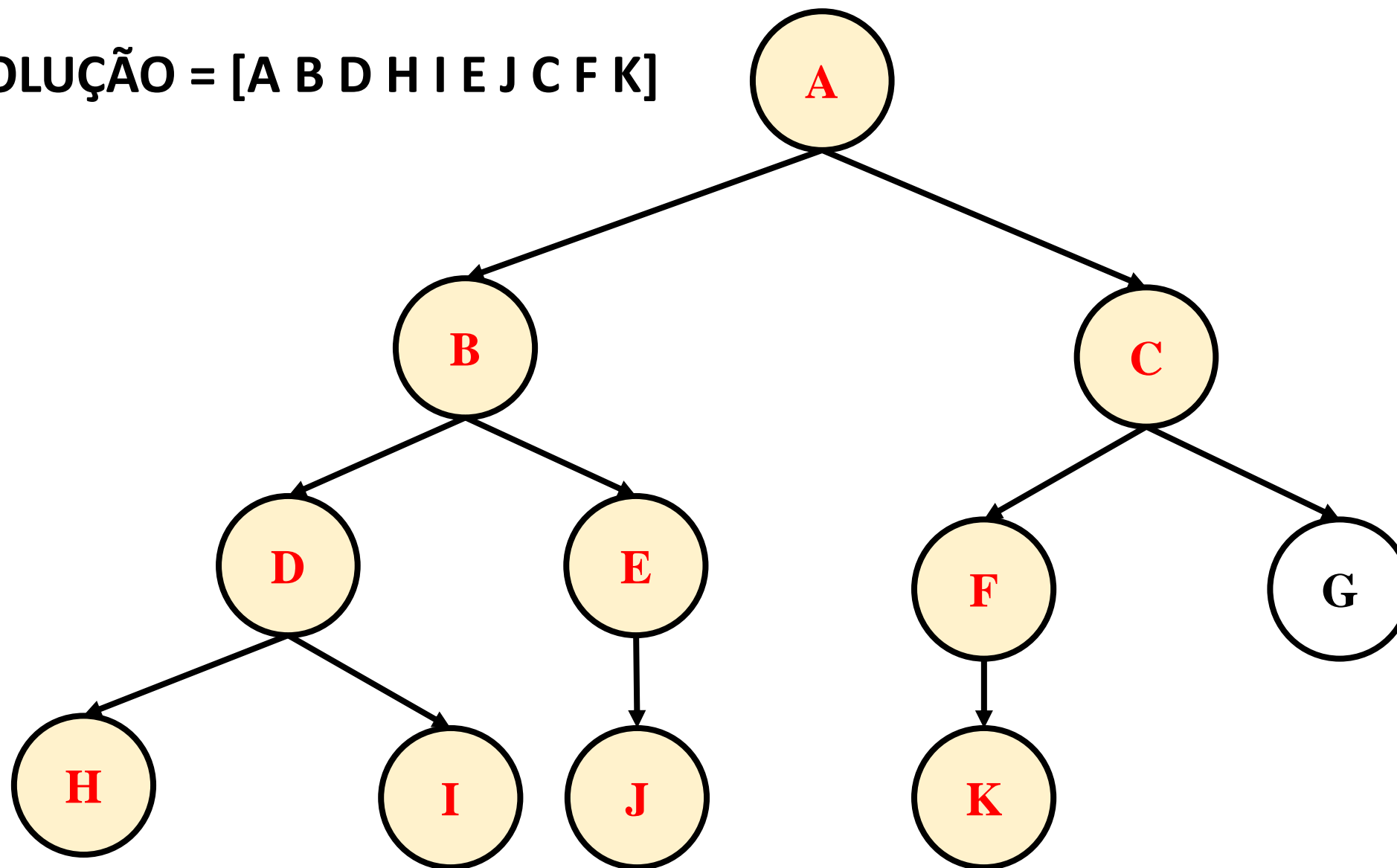
ORIGEM A OBJETIVO K PROFUNDIDADE

SOLUÇÃO = [A B D H I E J C F]



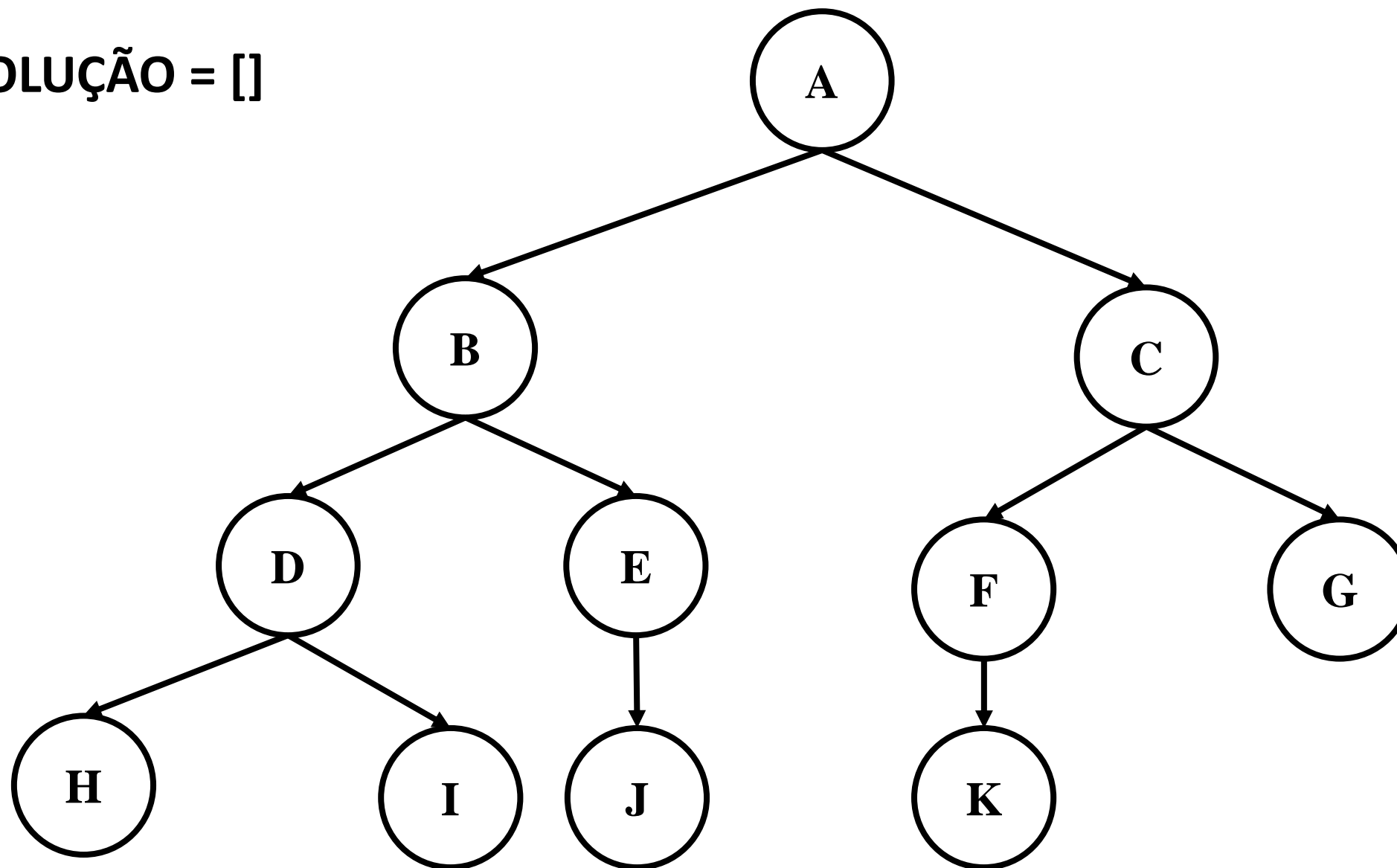
ORIGEM A OBJETIVO K PROFUNDIDADE

SOLUÇÃO = [A B D H I E J C F K]



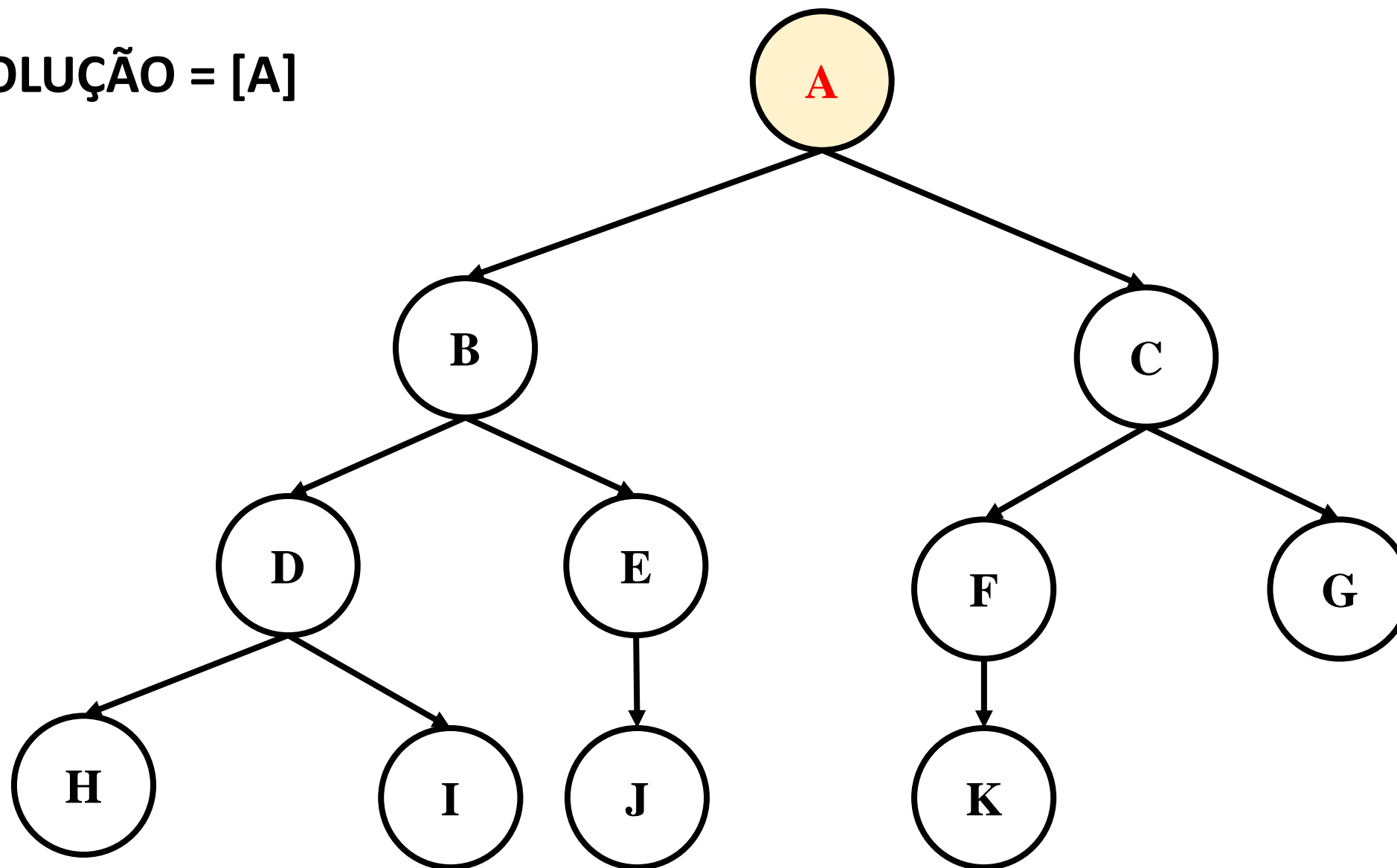
ORIGEM A OBJETIVO K LARGURA

SOLUÇÃO = []



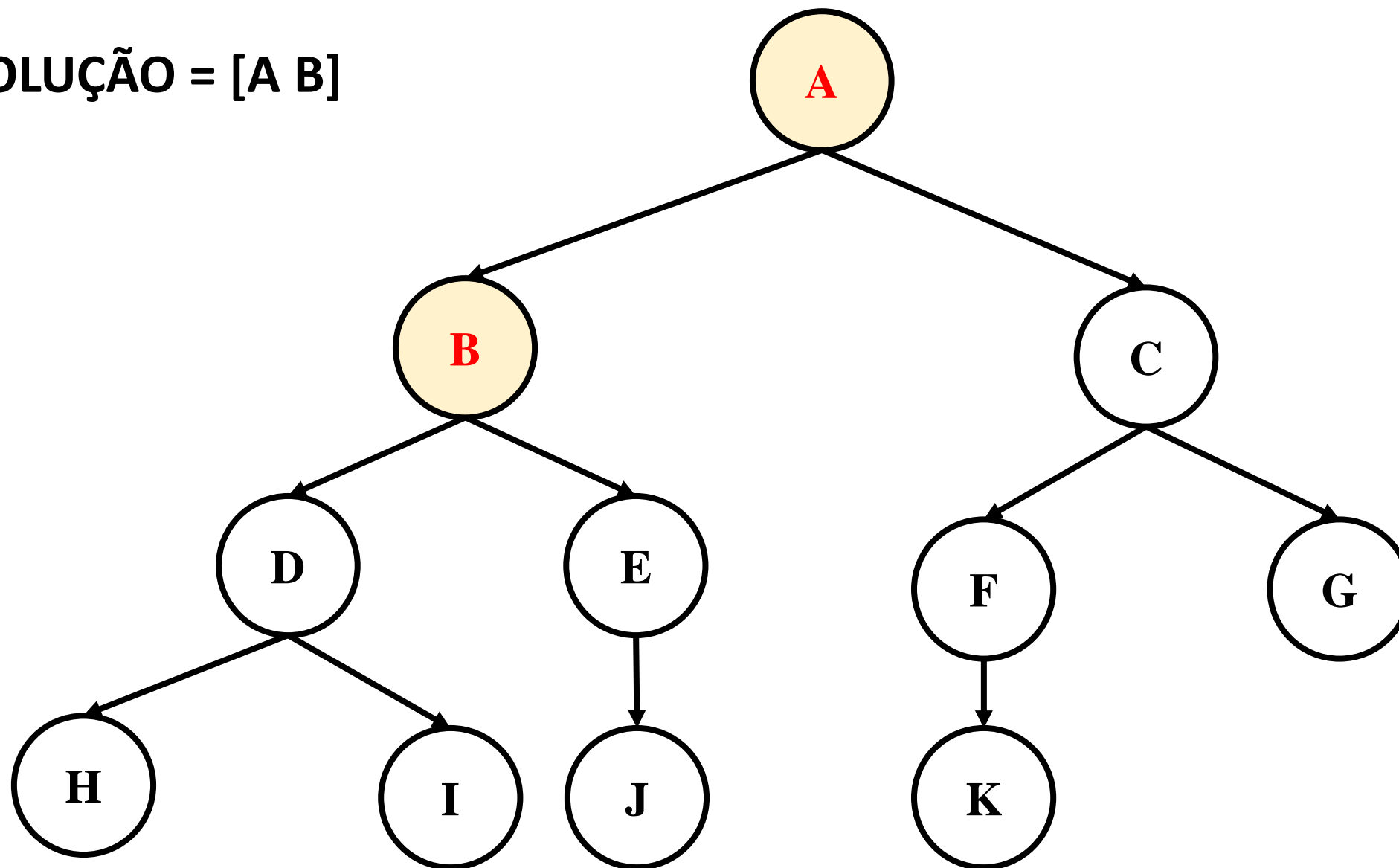
ORIGEM A OBJETIVO K LARGURA

SOLUÇÃO = [A]



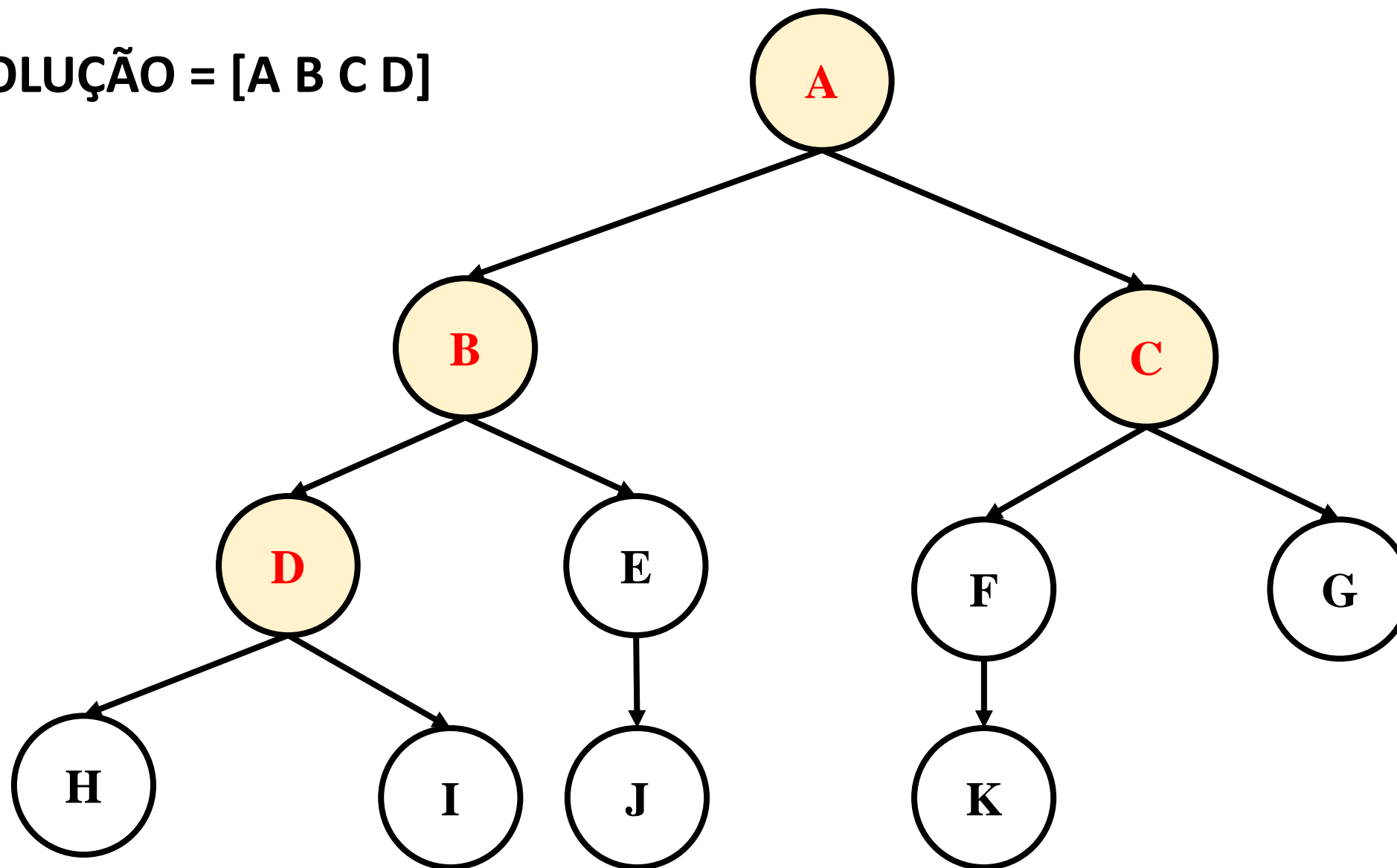
ORIGEM A OBJETIVO K LARGURA

SOLUÇÃO = [A B]



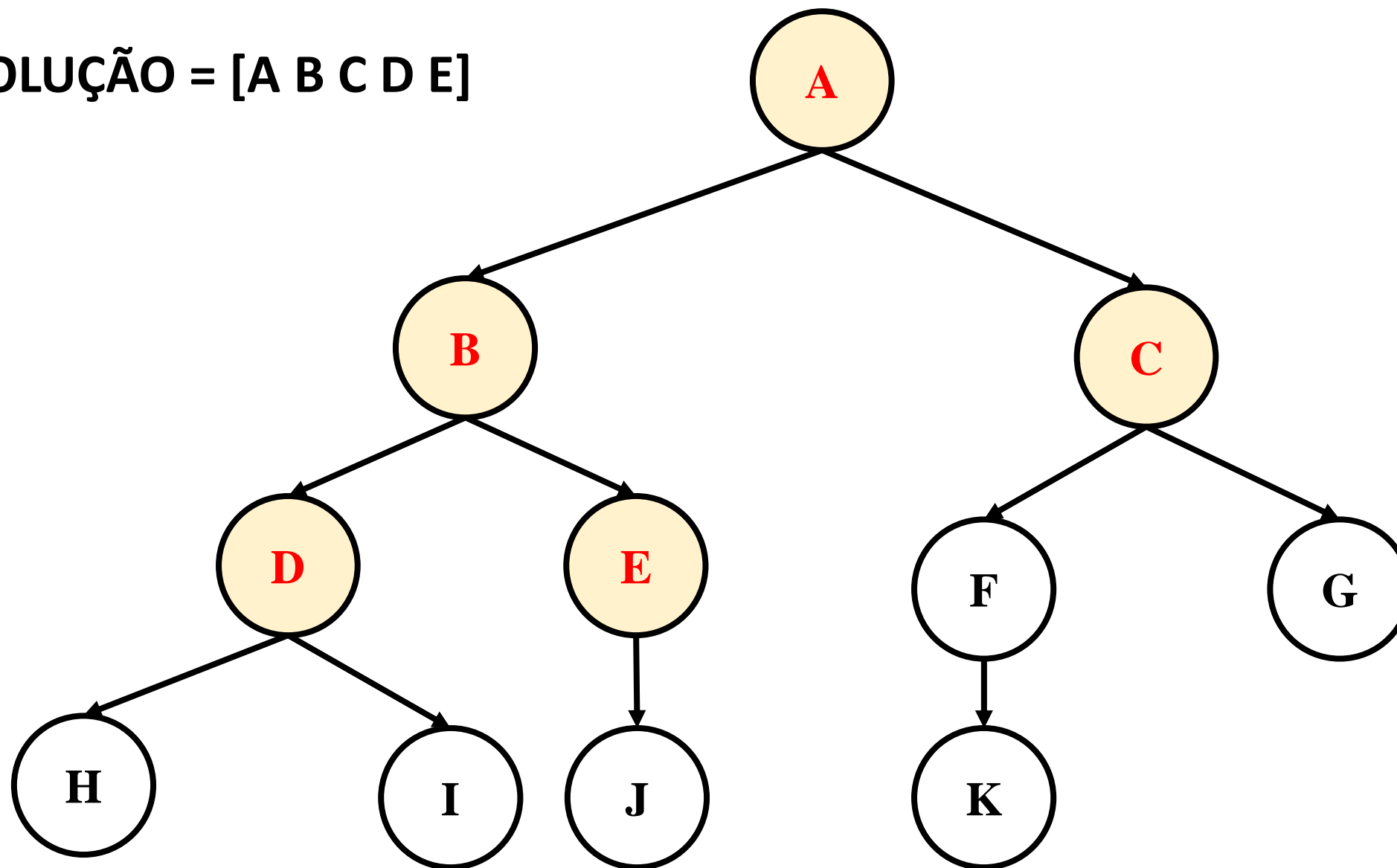
ORIGEM A OBJETIVO K LARGURA

SOLUÇÃO = [A B C D]



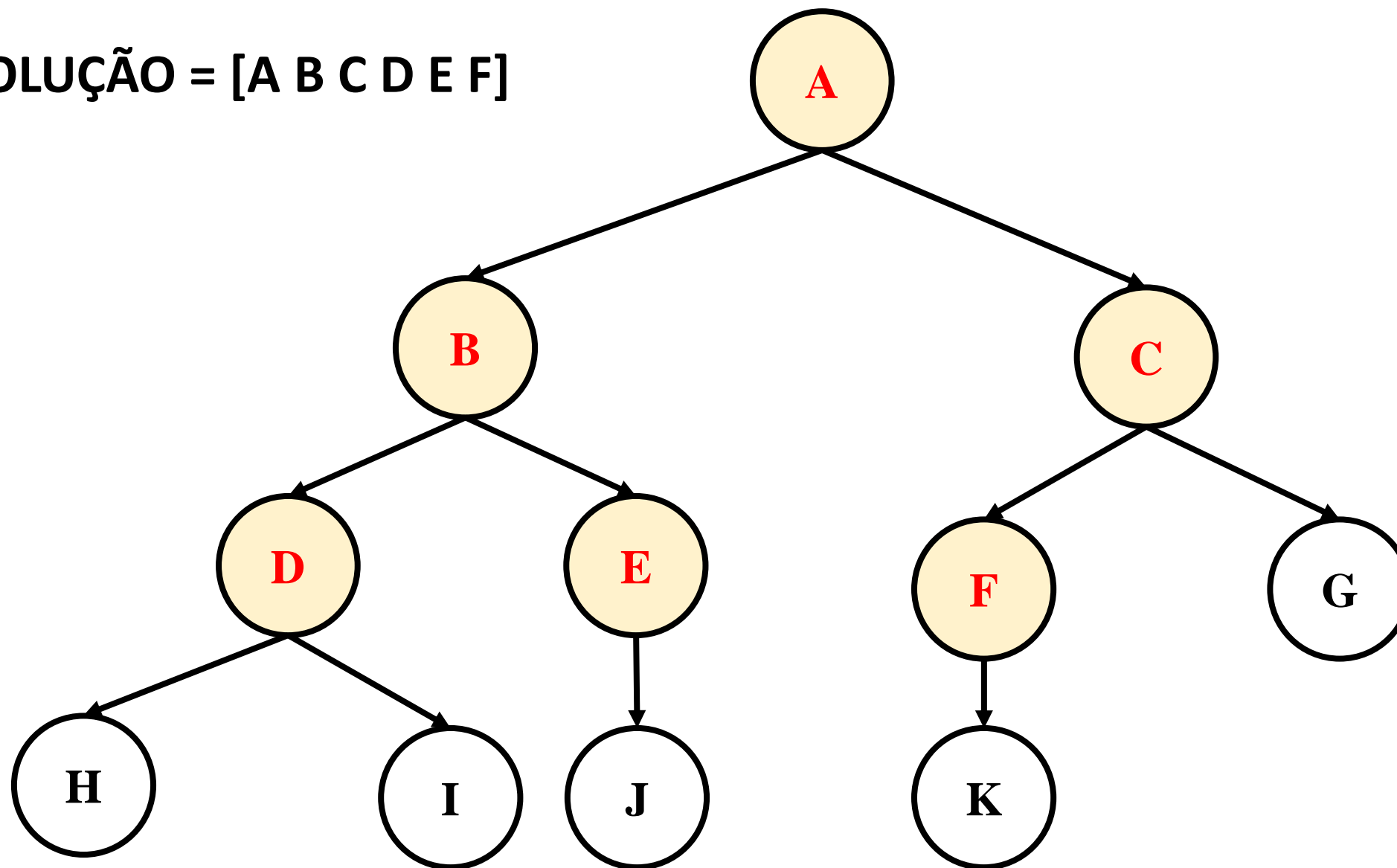
ORIGEM A OBJETIVO K LARGURA

SOLUÇÃO = [A B C D E]



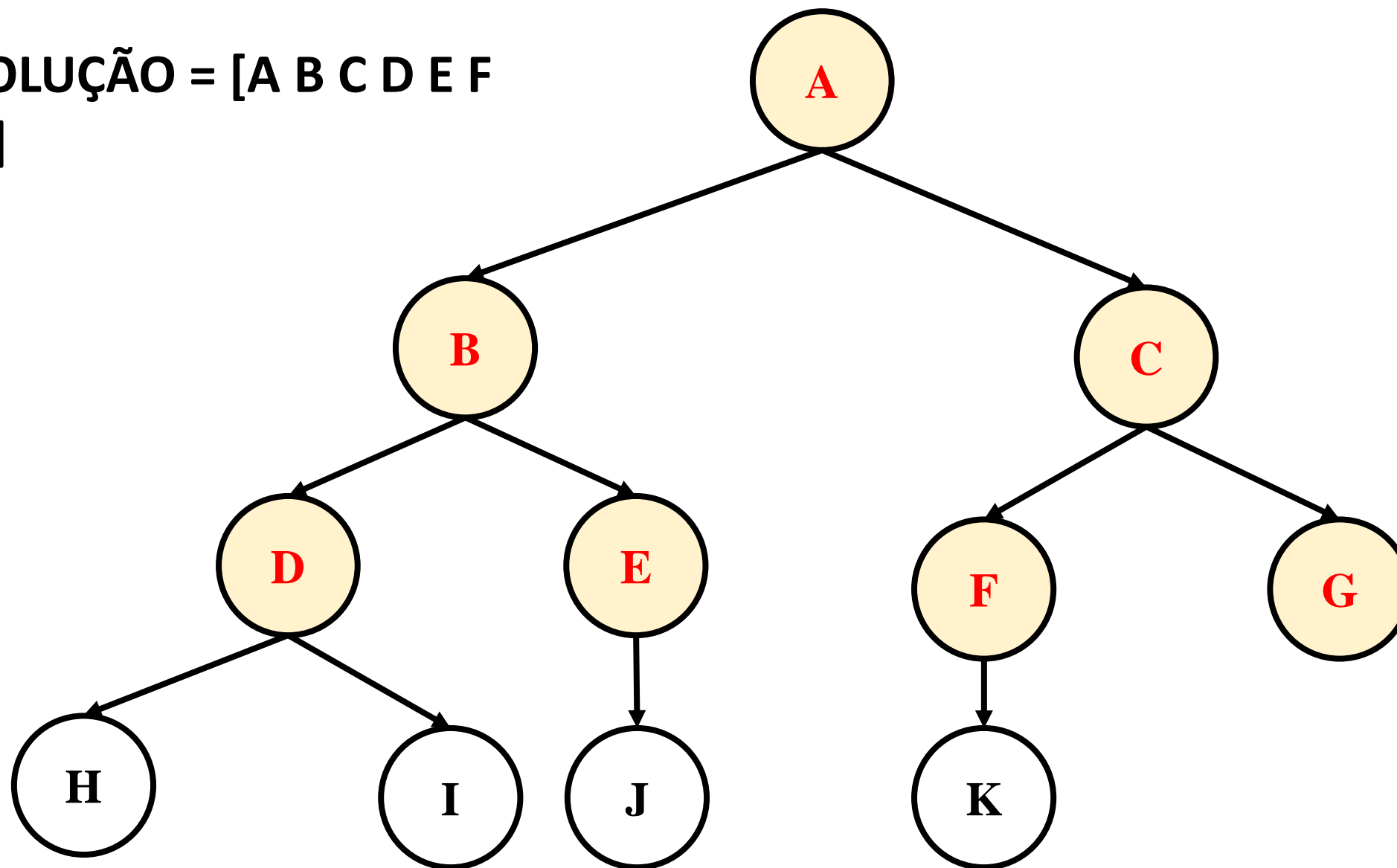
ORIGEM A OBJETIVO K LARGURA

SOLUÇÃO = [A B C D E F]



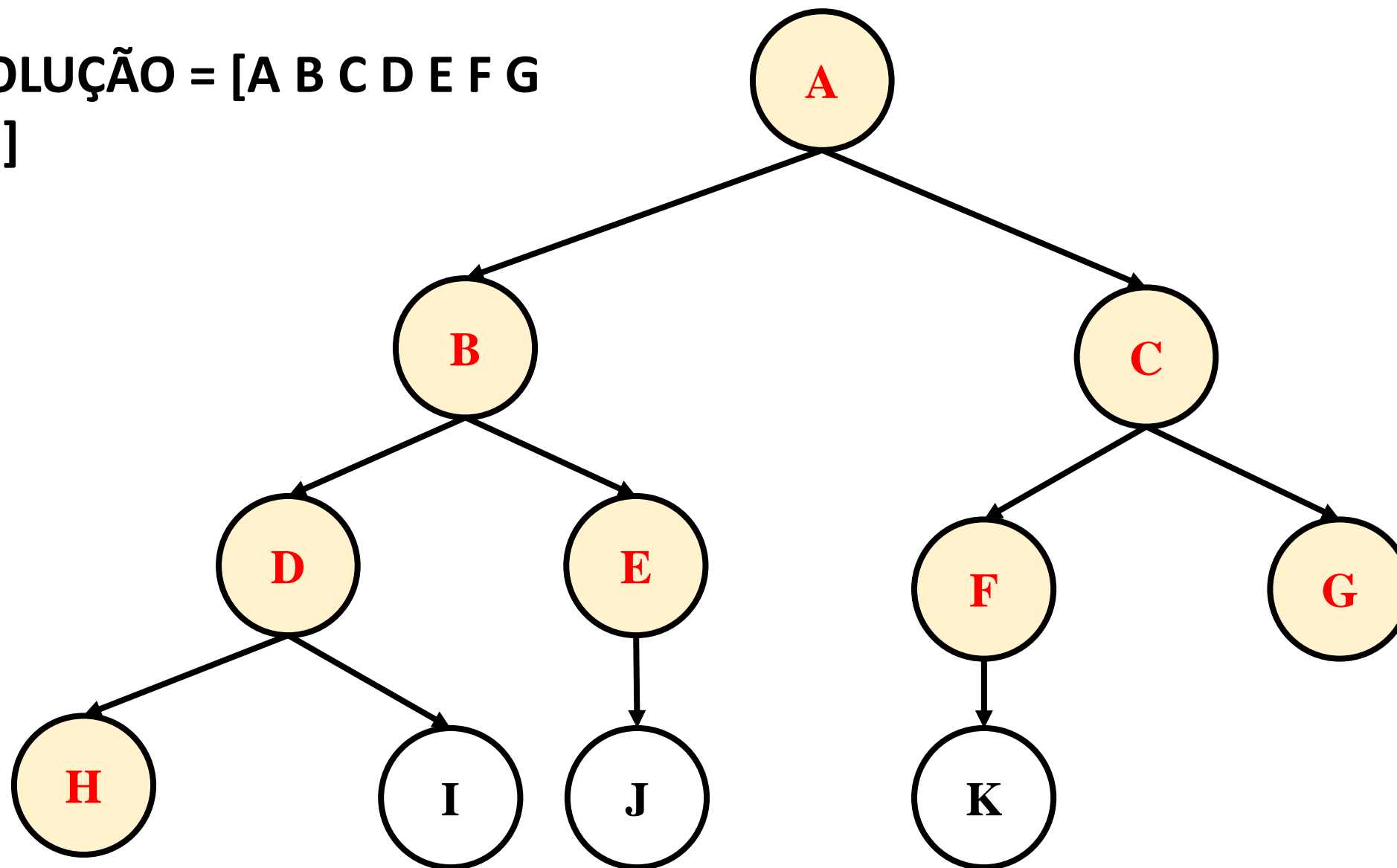
ORIGEM A OBJETIVO K LARGURA

SOLUÇÃO = [A B C D E F
G]



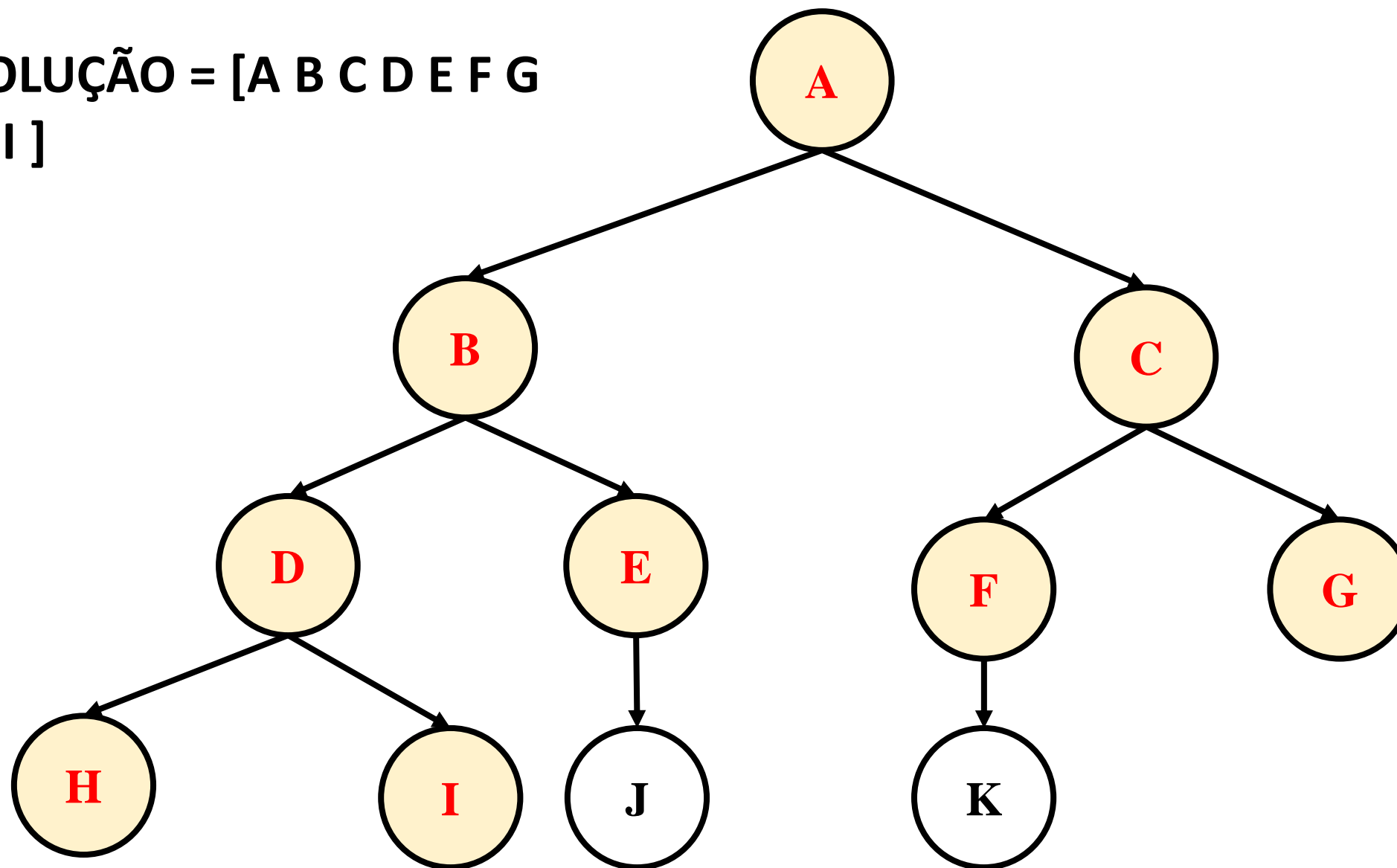
ORIGEM A OBJETIVO K LARGURA

SOLUÇÃO = [A B C D E F G
H]



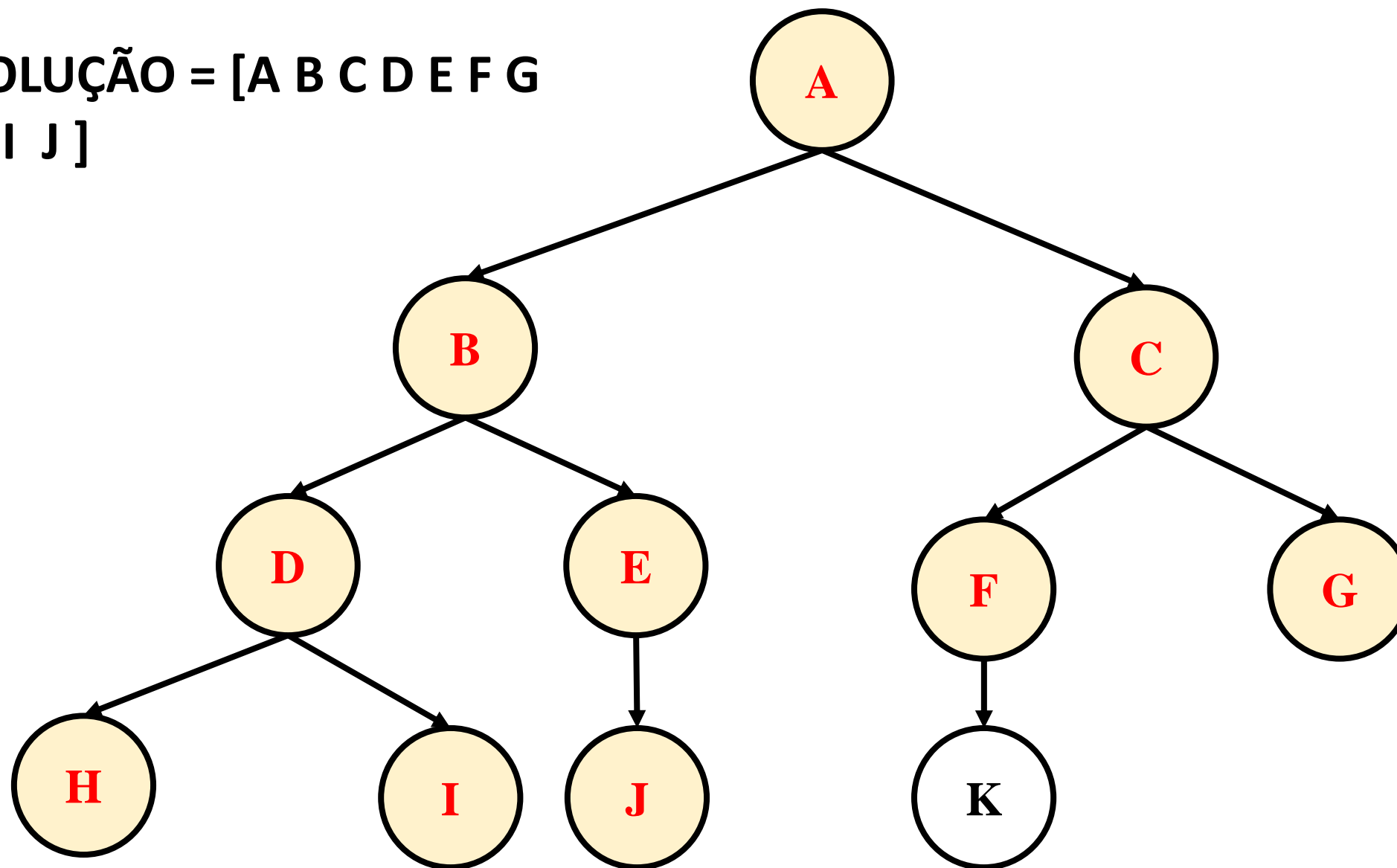
ORIGEM A OBJETIVO K LARGURA

SOLUÇÃO = [A B C D E F G
H I]



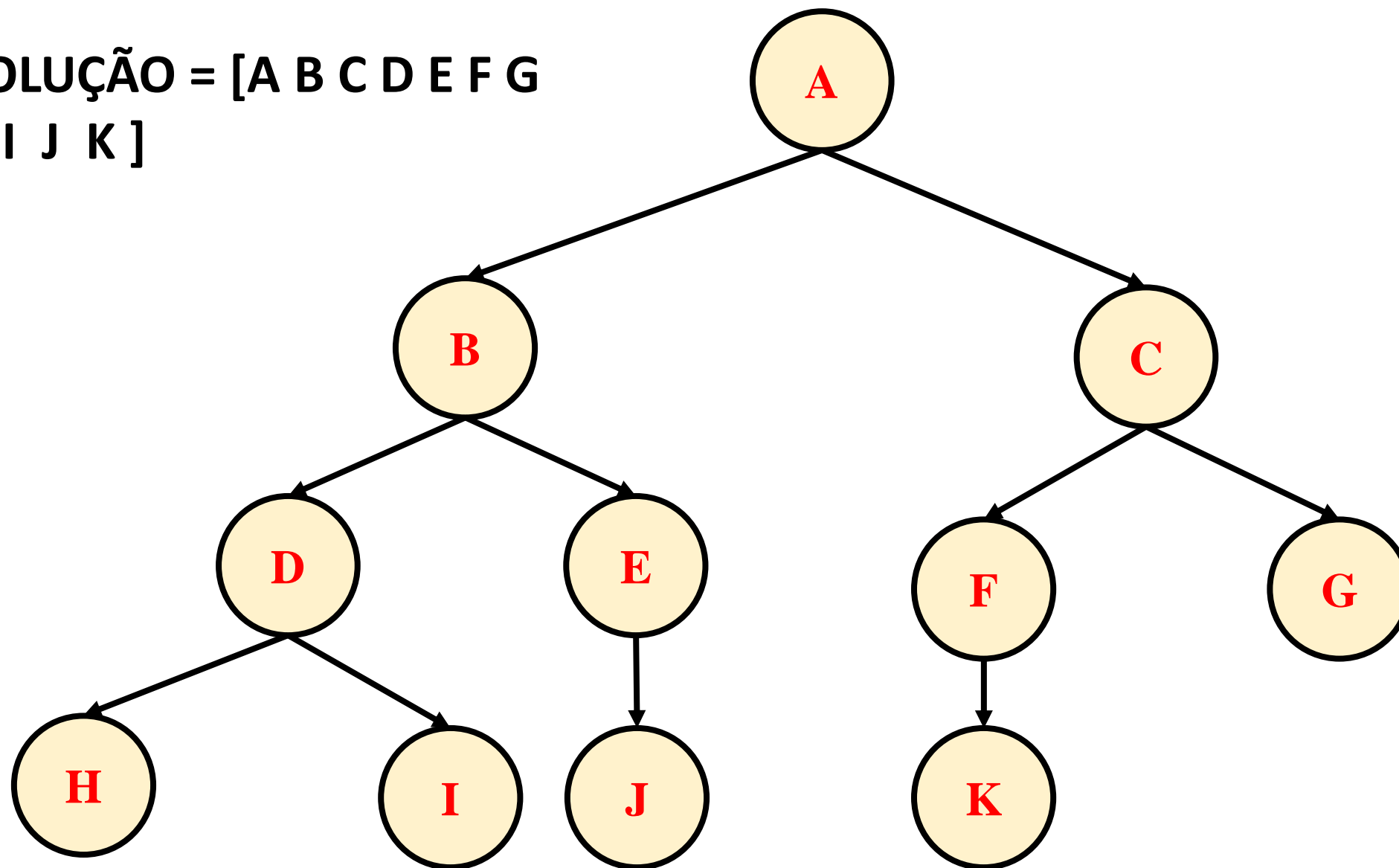
ORIGEM A OBJETIVO K LARGURA

SOLUÇÃO = [A B C D E F G
H I J]



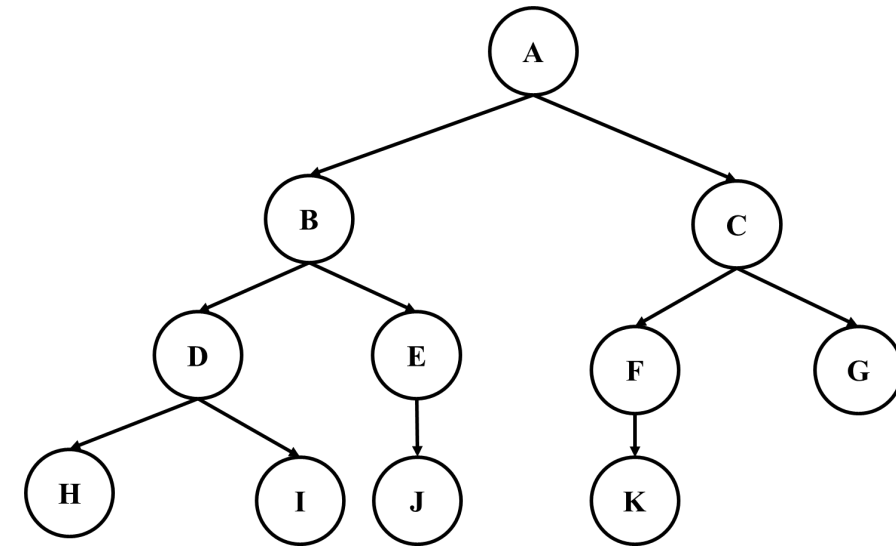
ORIGEM A OBJETIVO K LARGURA

SOLUÇÃO = [A B C D E F G
H I J K]



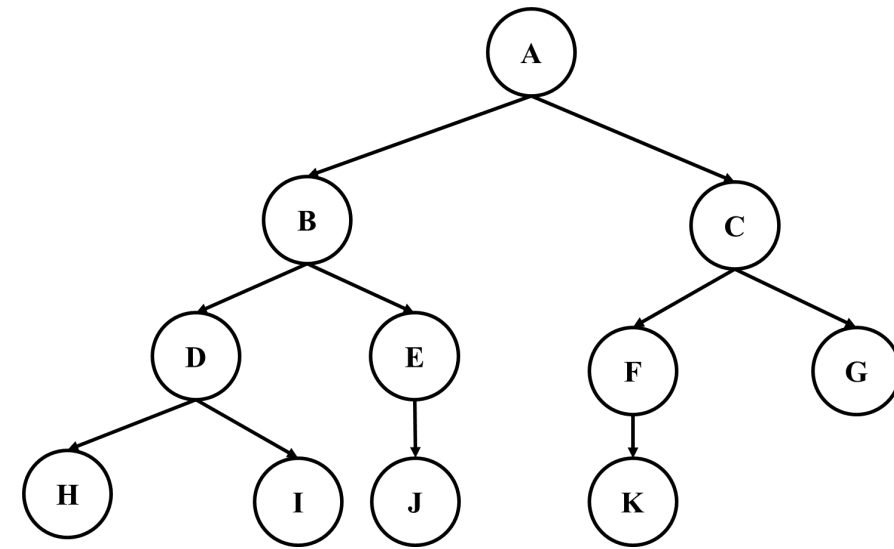
Dado o espaço de busca ao lado determine:

- Qual o caminho tendo como objetivo J realizando uma busca em PROFUNDIDADE
- Qual o caminho tendo como objetivo J realizando uma busca em LARGURA
- Qual o caminho tendo como objetivo K realizando uma busca em PROFUNDIDADE
- Qual o caminho tendo como objetivo K realizando uma busca em LARGURA



Dado o espaço de busca ao lado determine:

- Qual o caminho tendo como objetivo J realizando uma busca em PROFUNDIDADE
- **SOLUÇÃO(A,J, LARG) = [A B D H I E J] 7 ETAPAS**
- Qual o caminho tendo como objetivo J realizando uma busca em LARGURA
- **SOLUÇÃO(A,J, LARG) = [A B C D E F G I J] 9 ETAPAS**
- Qual o caminho tendo como objetivo K realizando uma busca em PROFUNDIDADE
- **SOLUÇÃO(A,K, PROF) = SOLUÇÃO = [A B D H I E J C F K] 10 ETAPAS**
- Qual o caminho tendo como objetivo K realizando uma busca em LARGURA **SOLUÇÃO(A,K, LARG) = [A B C D E F G H I J K] 10 ETAPAS**



- Critérios importantes na análise de um algoritmo de busca:
 - Completeza: O algoritmo oferece a garantia de encontrar uma solução quando ela existir?
 - Otimização: A estratégia encontra a solução ótima (tem o menor custo de caminho entre todas as soluções)?
 - Complexidade de tempo: Quanto tempo ele leva para encontrar uma solução?
 - Complexidade de espaço: Quanto de memória é necessário para executar a busca?

Estratégias de Busca Heurística

- Usam *conhecimento específico* do problema na busca da solução.
- Mais eficientes do que a busca não informada.
- Algoritmo geral: Busca pela Melhor Escolha - BME (*Best-first search*)
 - Seleciona para expansão o nó que tiver o menor custo estimado até a meta (objetivo), segundo uma *função de avaliação* $f(n)$.
 - Tipicamente $f(n)$ usa uma *função heurística* $h(n)$ = custo estimado do caminho mais econômico do nó n até um nó objetivo (Restrição inicial: se n é um nó objetivo, $h(n)=0$).

- Uma forma de uso da informação heurística sobre um problema consiste em computar estimativas numéricas para os nós no espaço de estados;
- Uma estimativa indica o quanto um nó é promissor com relação ao alcance de um nó-objetivo;
- A idéia é continuar a busca sempre a partir do nó mais promissor no conjunto de candidatos;
- O programa de busca do melhor caminho (escolha) é baseado neste princípio.

- **Busca do melhor caminho** - pode ser derivada de um refinamento da busca em largura.
- **Busca em largura** - sempre escolhe para expansão os menores caminhos-candidatos (isto é, os nós extremos menos profundos da busca).
- **Busca do melhor caminho** - refina este princípio calculando uma estimativa heurística para cada candidato e escolhe para expansão o melhor candidato de acordo com esta estimativa.

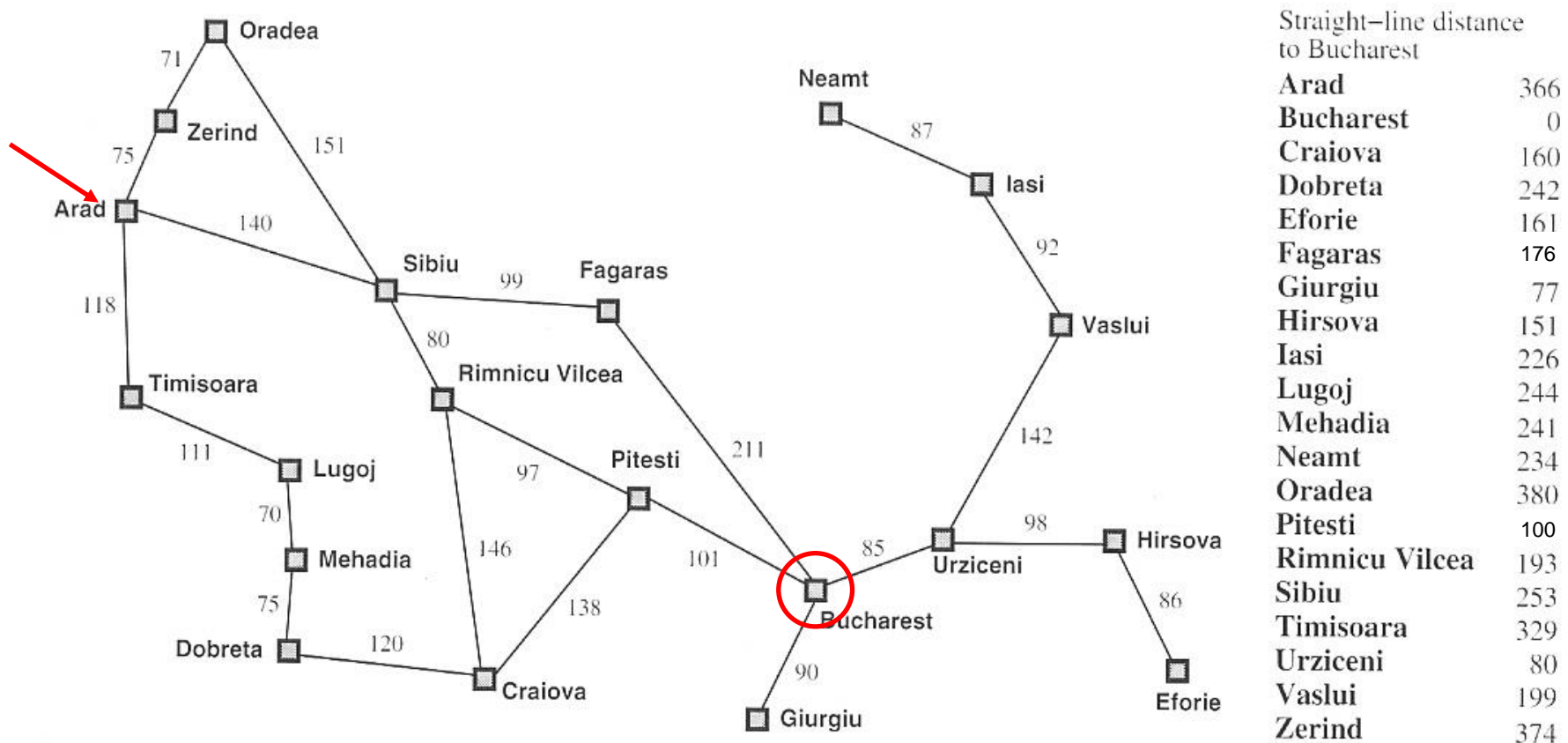
Greedy best-first search

(Busca gulosa pela melhor escolha)

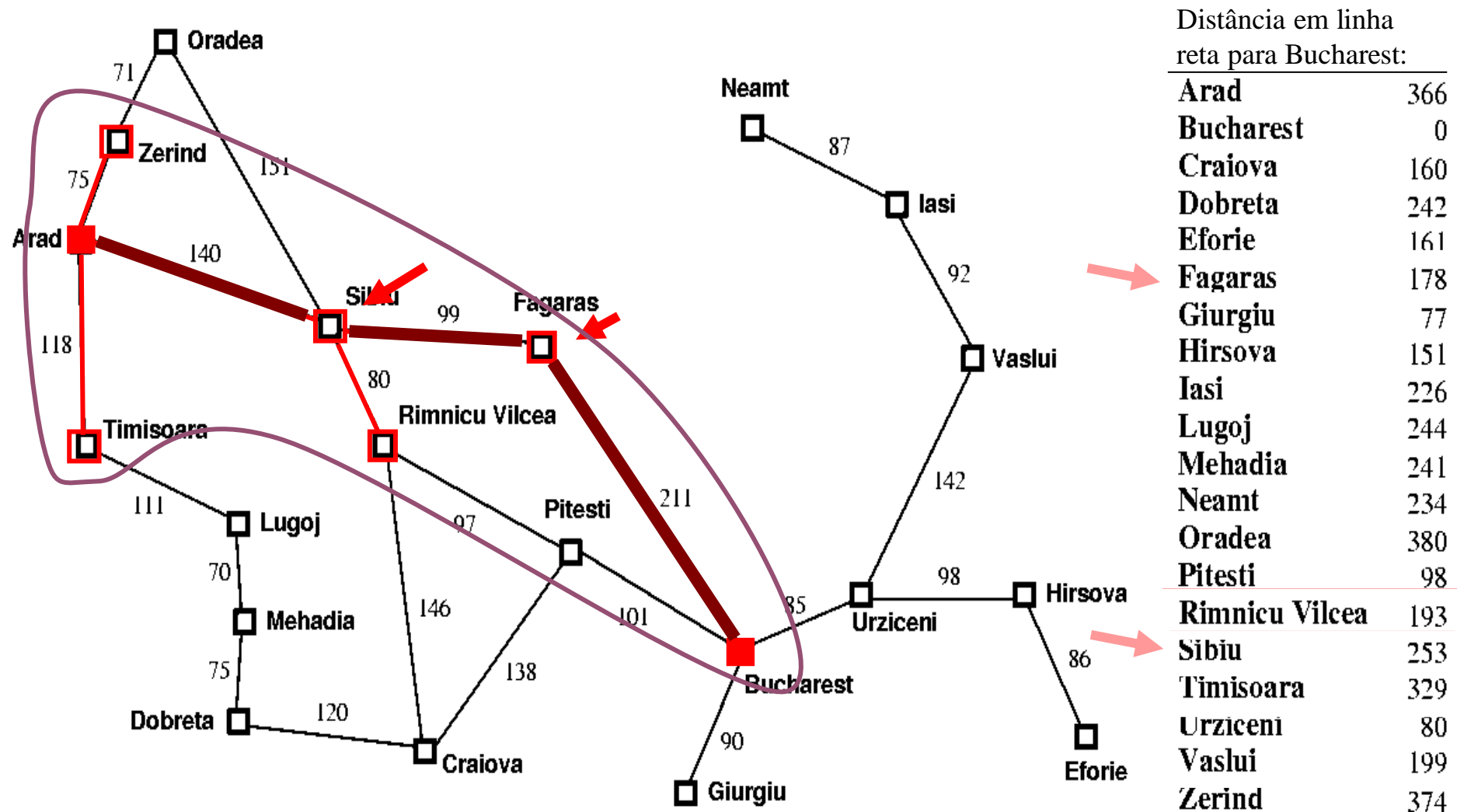
- Tenta expandir o nó mais próximo à meta, na suposição de que isso provavelmente levará a uma solução rápida.
- Avalia nós para expandir com base unicamente na função heurística: $f(n) = h(n)$
- **Exemplo:** encontrar a melhor rota (rota mais curta) de uma cidade a outra, num mapa.
 - $h(n)$ = distância em linha reta entre as cidades e a cidade-meta.

Exemplo: Localização de rotas na Romênia, usando a heurística de **distância em linha reta** (h_{DLR})

Objetivo: Bucharest (Bucareste)



Um mapa rodoviário simplificado de parte da Romênia.

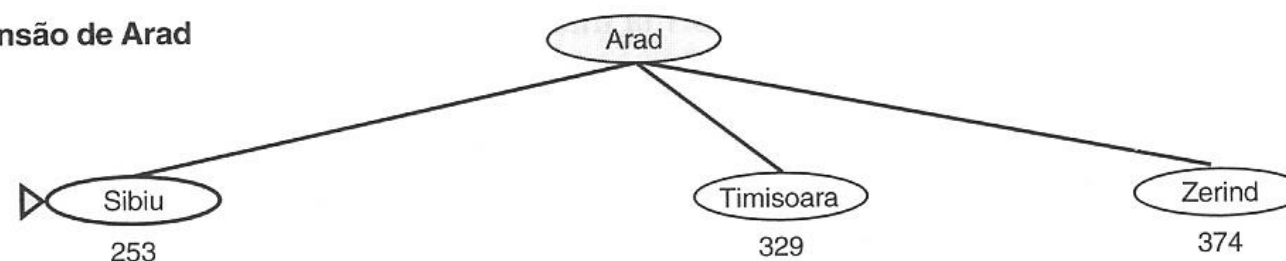


(a) O estado inicial



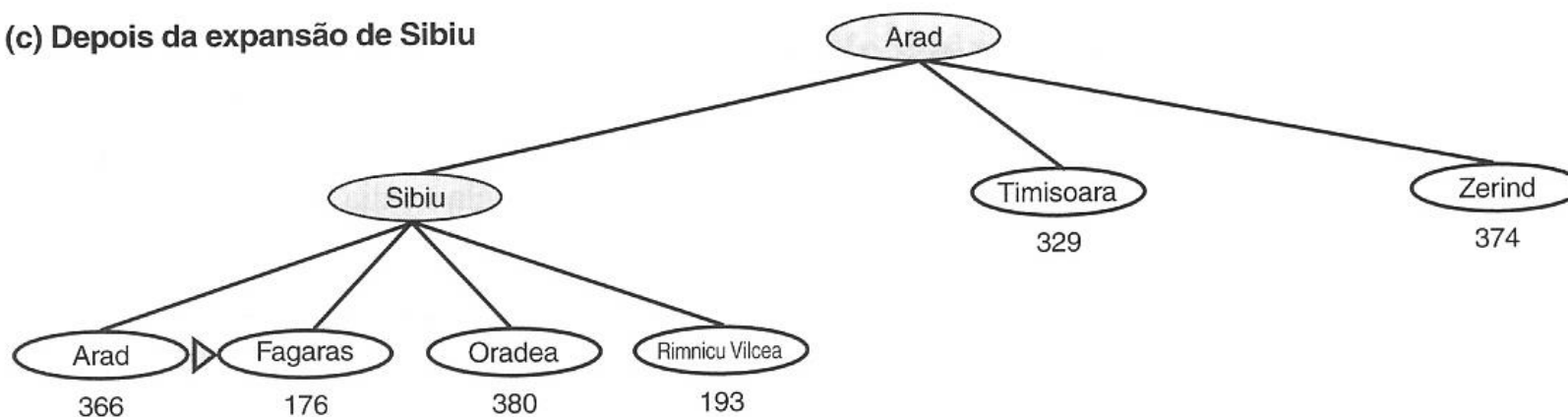
Fases de uma busca gulosa pela melhor escolha para Bucareste, usando-se a heurística de distância em linha reta h_{DLR} . Os nós são identificados por seus valores de h .

(b) Depois da expansão de Arad



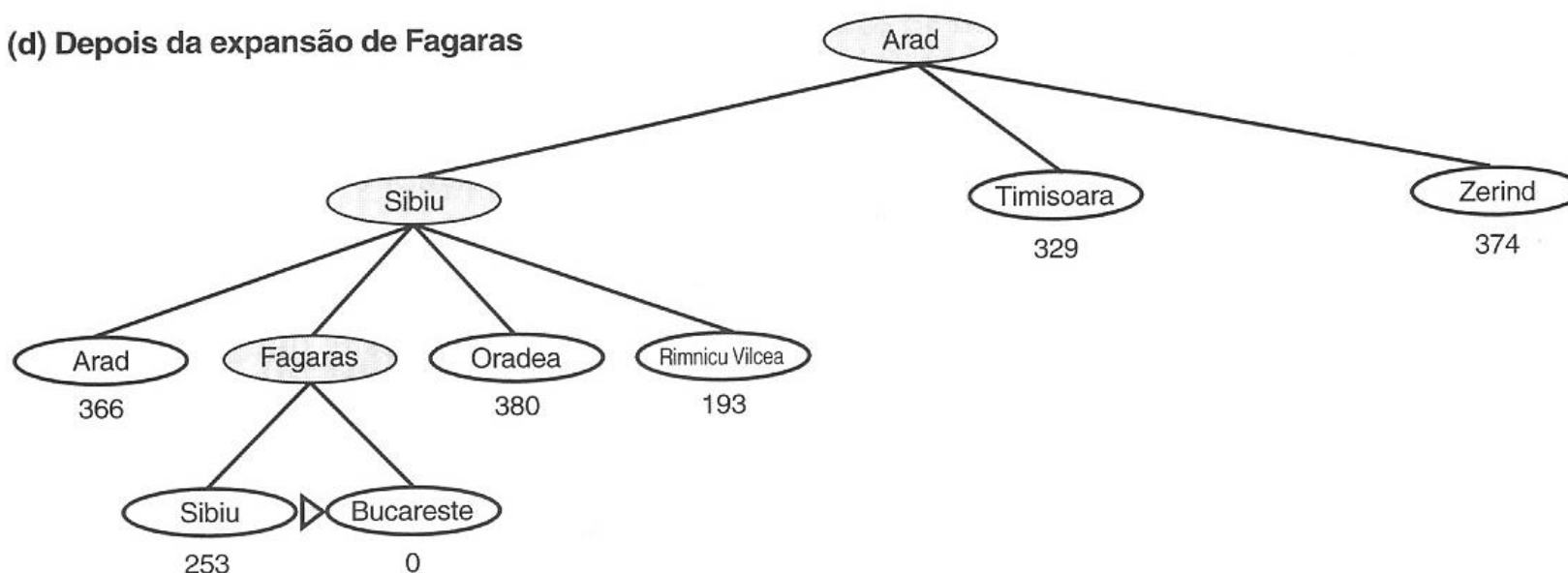
Fases de uma busca gulosa pela melhor escolha para Bucareste, usando-se a heurística de distância em linha reta h_{DLR} . Os nós são identificados por seus valores de h .

(c) Depois da expansão de Sibiu



Fases de uma busca gulosa pela melhor escolha para Bucareste, usando-se a heurística de distância em linha reta h_{DLR} . Os nós são identificados por seus valores de h.

(d) Depois da expansão de Fagaras

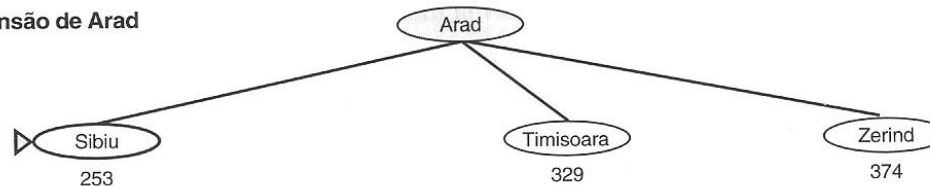


Fases de uma busca gulosa pela melhor escolha para Bucareste, usando-se a heurística de distância em linha reta h_{DLR} . Os nós são identificados por seus valores de h .

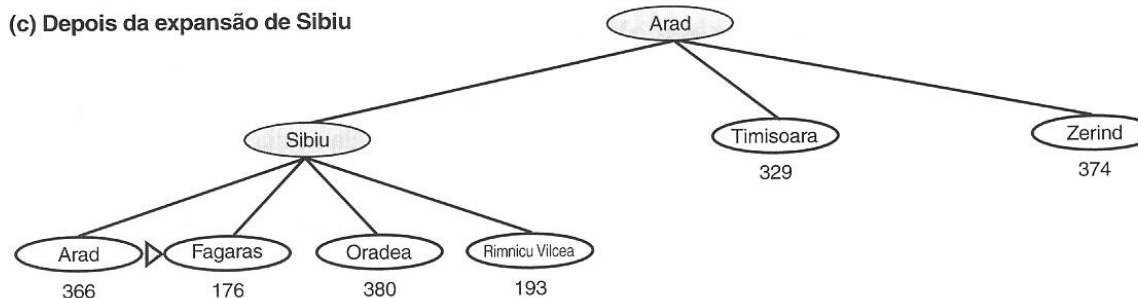
(a) O estado inicial



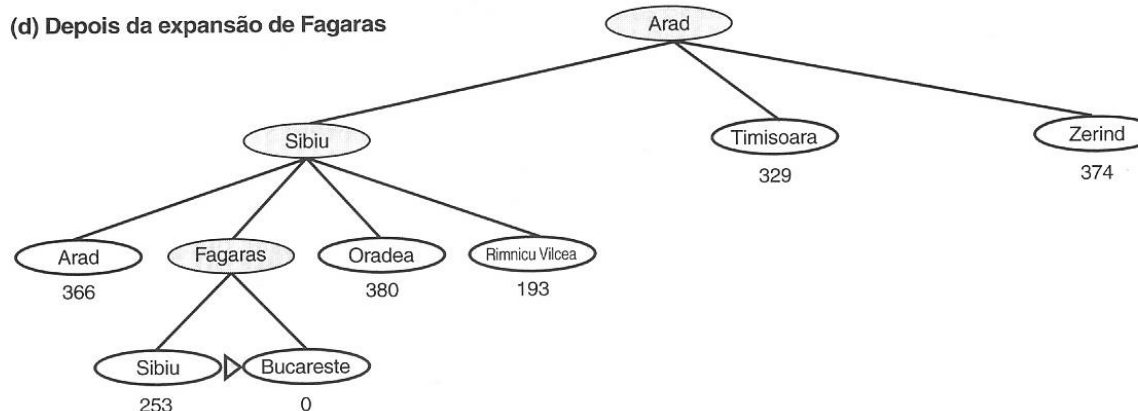
(b) Depois da expansão de Arad



(c) Depois da expansão de Sibiu



(d) Depois da expansão de Fagaras



Fases de uma busca gulosa pela melhor escolha para Bucureste, usando-se a heurística de distância em linha reta h_{DLR} . Os nós são identificados por seus valores de h .

Não é completa

- pode entrar em ciclos e não encontrar a solução se não detectar estados repetidos;
- pode se perder em um caminho infinito e nunca retroceder para tentar outras opções.

Não é ótima

- No exemplo encontrou caminho (Arad, Sibiu, Fagaras, Bucharest) que é 32km maior que (Arad, Sibiu, Rimnicu Vilcea, Pitesti, Bucharest)
- Dependendo do problema e da qualidade da heurística a complexidade pode ter uma redução substancial.

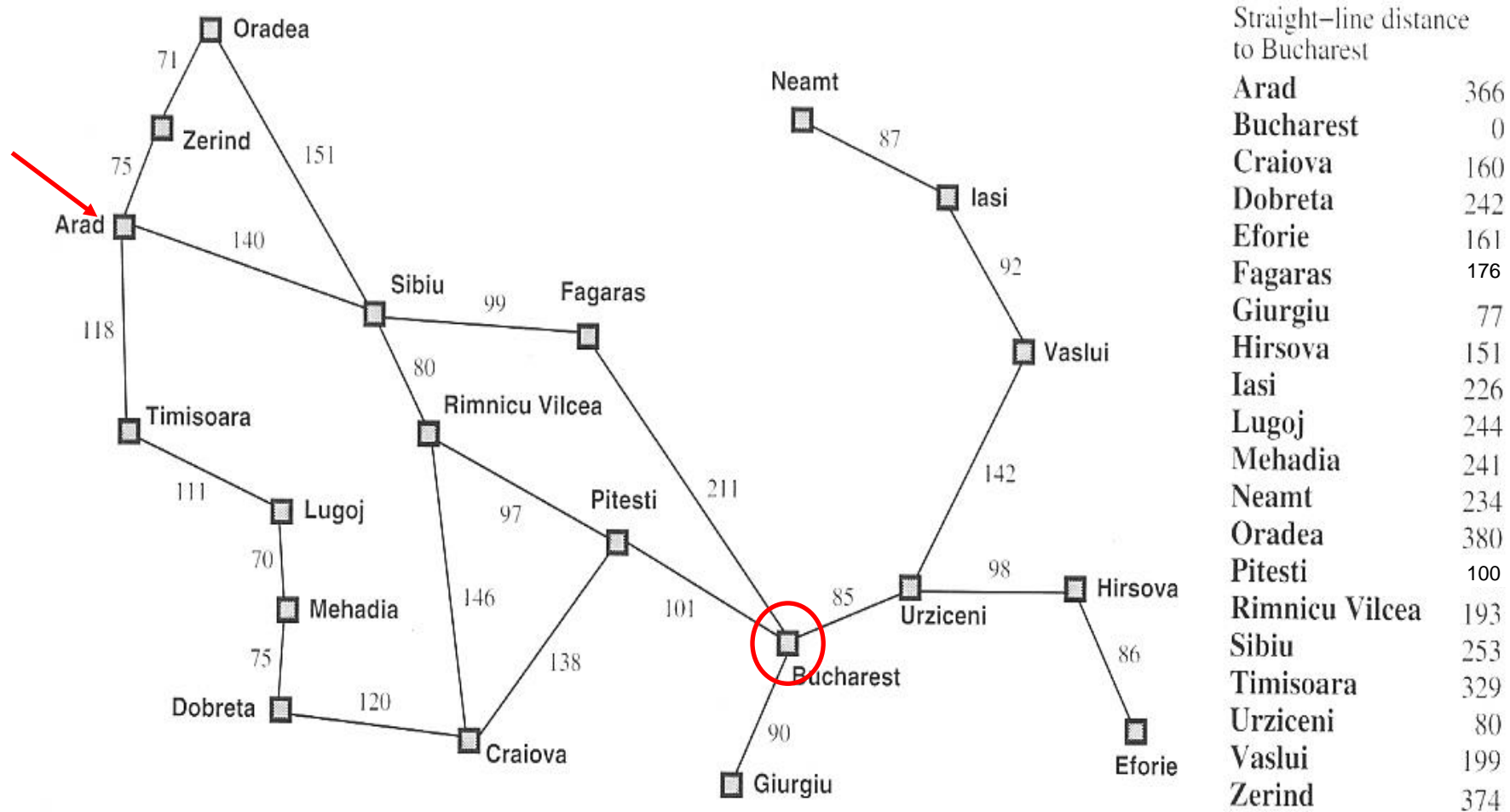
BME mais “famoso”: Busca A*

- **Objetivo:** Minimizar o custo total estimado da solução.
- **Função de avaliação:** $f(n) = g(n) + h(n)$
 - $g(n)$ = distância (custo) do nó inicial ao nó n
 - $h(n)$ = distância (custo) estimada de n ao nó final
 - Assim, $f(n)$ estima o custo da melhor solução que passa por n .
- **A*** expande o nó de menor valor de f na fronteira do espaço de estados.

- Quando n é encontrado pelo processo de busca, tem-se a seguinte situação:
 - Um caminho de i para n já deve ter sido encontrado e o seu custo pode ser calculado como a soma dos custos dos arcos no caminho, e pode servir como uma estimativa $g(n)$ do custo mínimo de i para n .
 - $h(n)$ é mais problemático porque o espaço entre n e t ainda não foi explorado, e portanto $h(n)$ é meramente um palpite baseado no conhecimento geral do algoritmo sobre o problema particular.
 - Não existe um método universal para construção de h , pois depende do domínio do problema.

Exemplo: Localização de rotas na Romênia, usando a **Busca A***

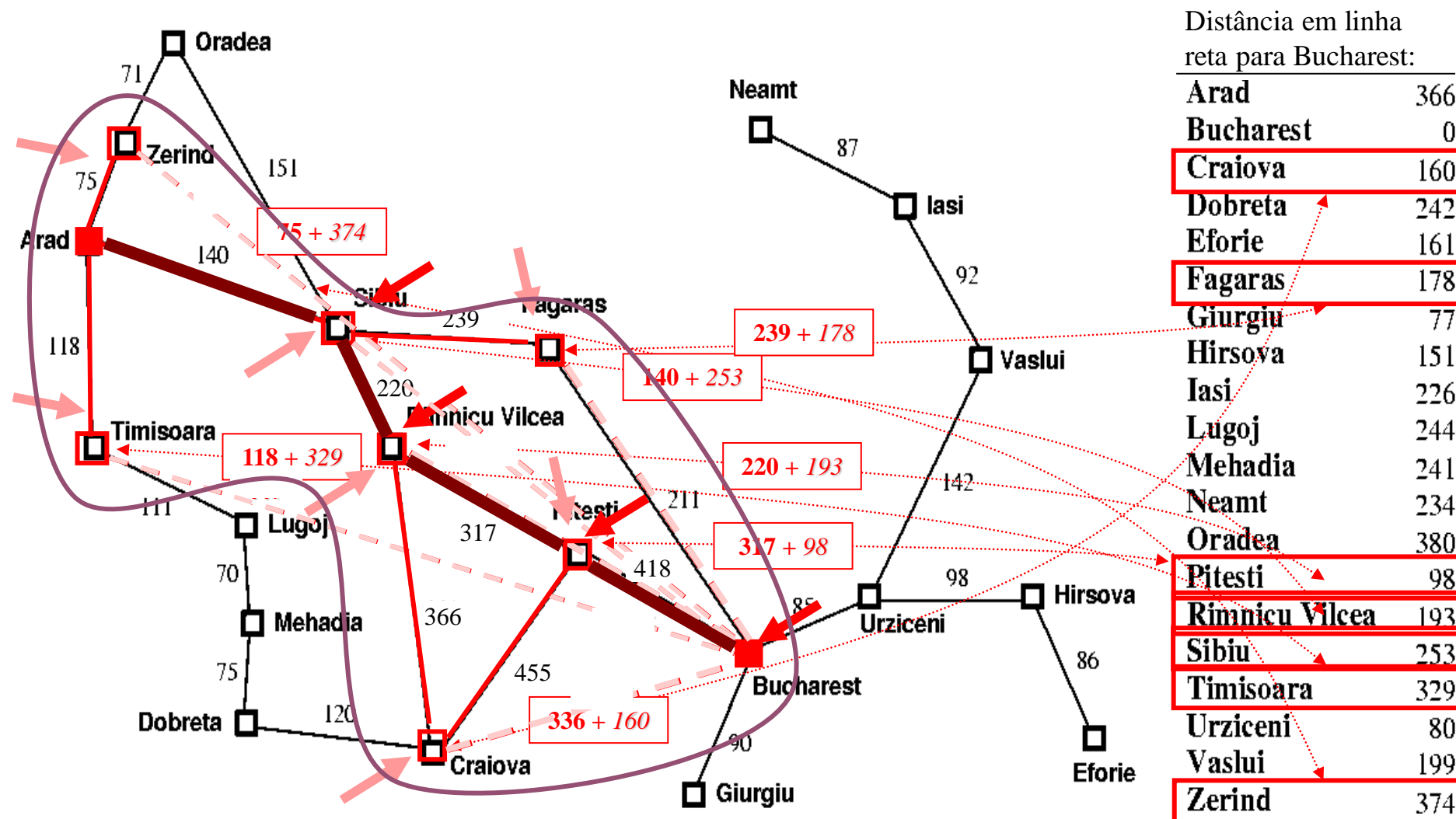
Objetivo: Bucharest (Bucareste)



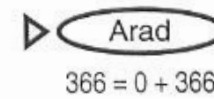
Um mapa rodoviário simplificado de parte da Romênia.

Busca Heurística

Busca pela melhor escolha - Algoritmo A*

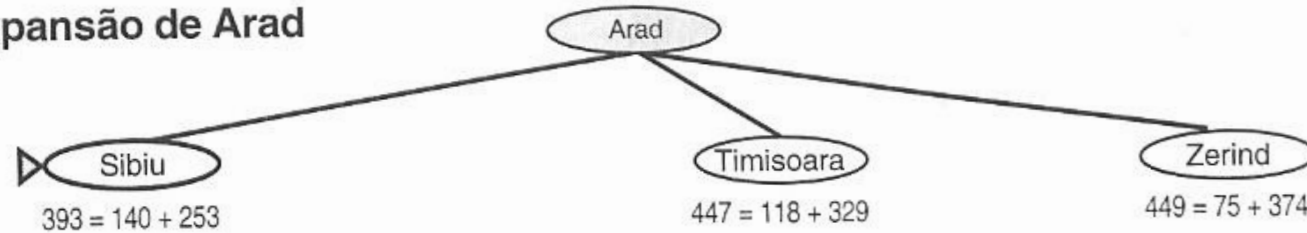


(a) O estado inicial

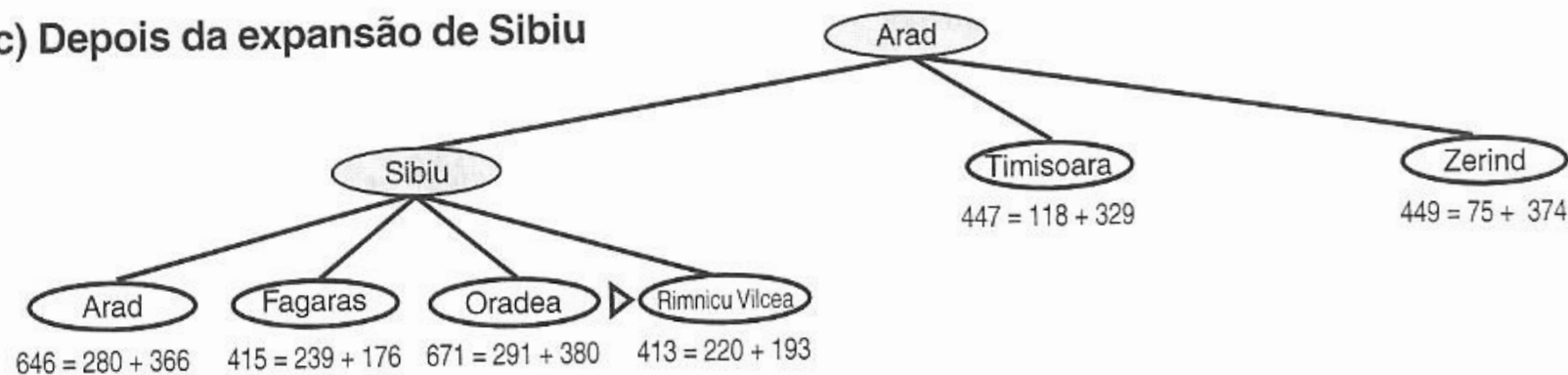


Exemplo – Passo a Passo ...

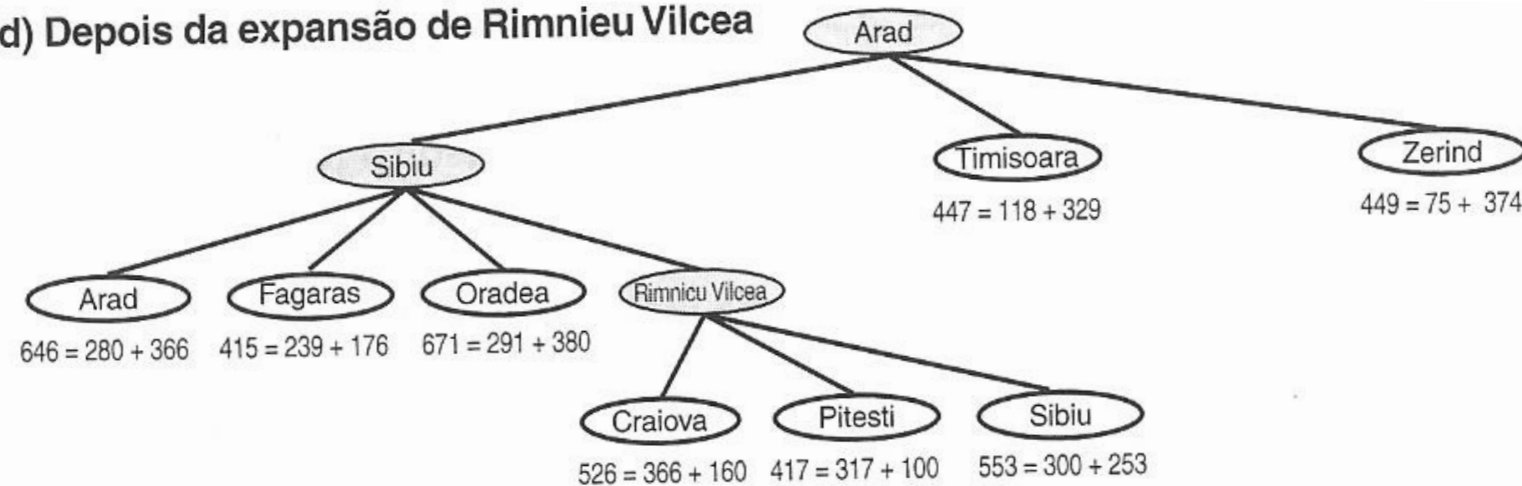
(b) Depois da expansão de Arad



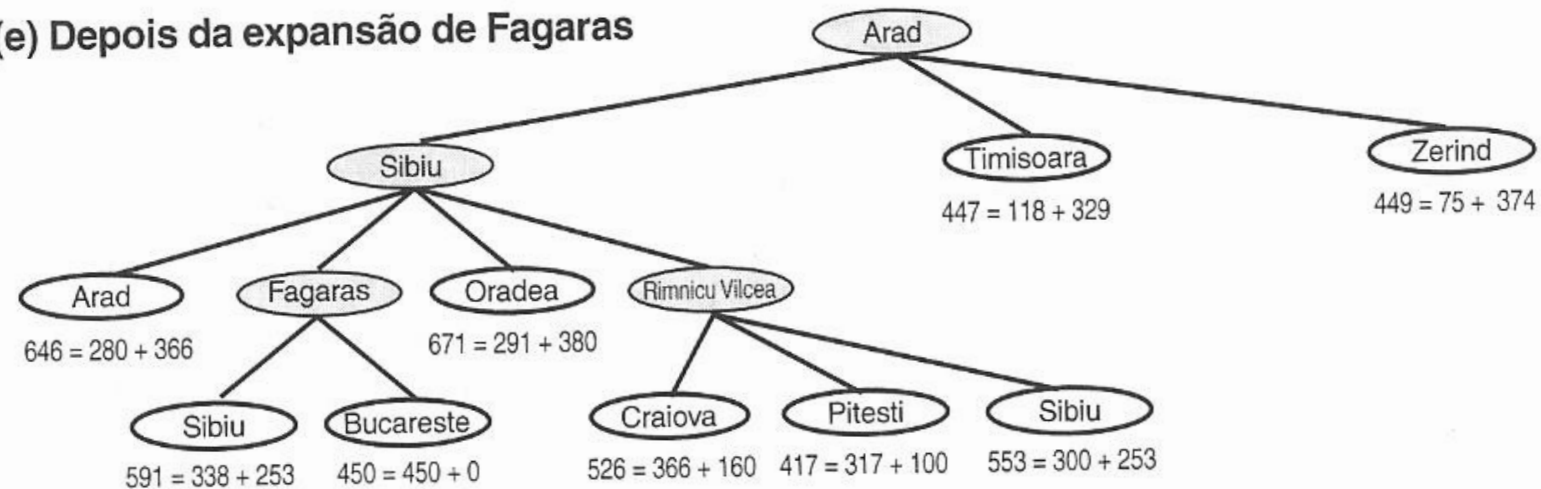
(c) Depois da expansão de Sibiu



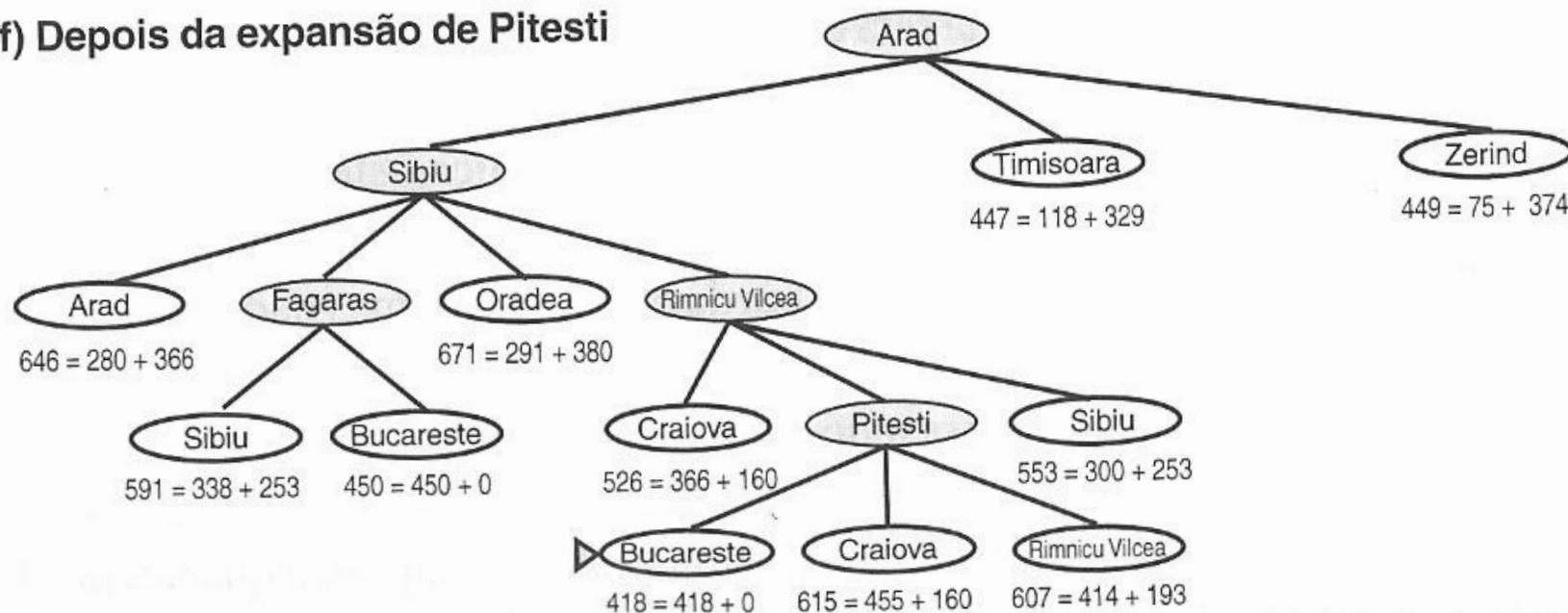
(d) Depois da expansão de Rimniew Vilcea



(e) Depois da expansão de Fagaras

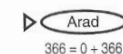


(f) Depois da expansão de Pitesti

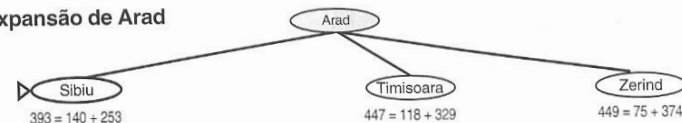


Estágios em uma busca
A* por Bucareste. Os
nós estão rotulados
 $f = g + h$. Os valores de
 h são distâncias em
linha reta para
Bucareste.

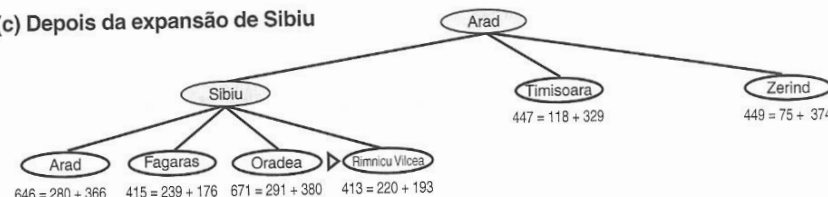
(a) O estado inicial



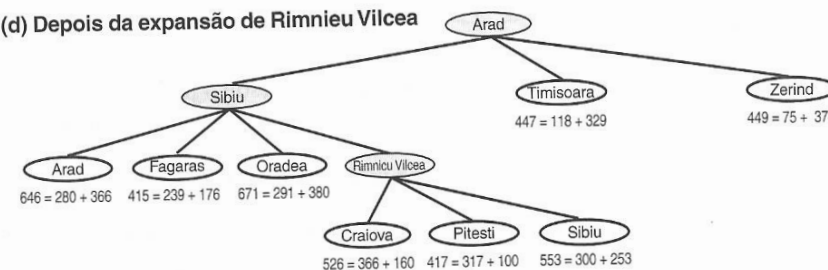
(b) Depois da expansão de Arad



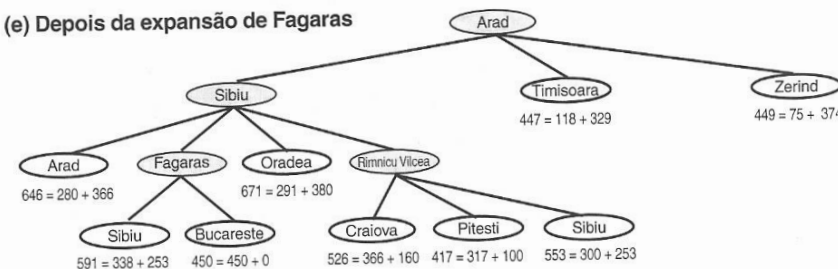
(c) Depois da expansão de Sibiu



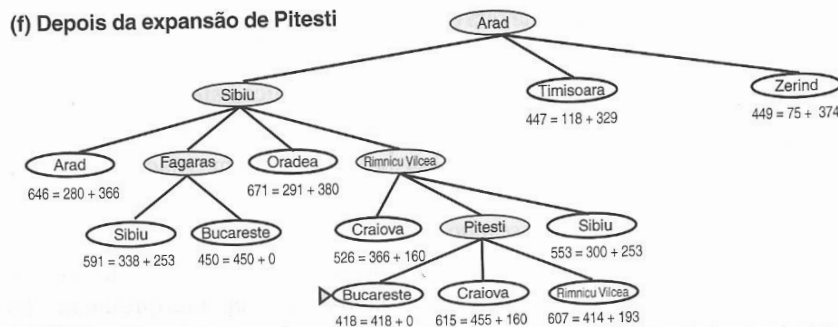
(d) Depois da expansão de Rimnicu Vilcea



(e) Depois da expansão de Fagaras



(f) Depois da expansão de Pitesti



Desempenho do A^*

- A análise do caráter ótimo de A^* é direta se for usada com BUSCA-EM-ÁRVORE: A^* *será ótima se $h(n)$ for uma **heurística admissível**.*
- Conseqüência mais importante da **consistência** (também chamada **monotonicidade**) é: A^* *usando BUSCA-EM-GRAFO é ótima se $h(n)$ é **consistente**.*