

Задача Джонсона

Календарное планирование (2 станка)

1 Постановка задачи

Имеется 5 деталей (J_1, \dots, J_5), которые необходимо обработать сначала на станке А, затем на станке В. Дано время обработки каждой детали (в часах):

Деталь	J_1	J_2	J_3	J_4	J_5
Станок А (t_{iA})	4	4	10	6	2
Станок В (t_{iB})	5	1	4	8	3

Цель: Найти такую последовательность запуска деталей, при которой общее время завершения всех работ (T_{max}) будет минимальным.

2 Алгоритм Джонсона

Правило выбора: 1. Находим минимальное время обработки среди всех неназначенных деталей на обоих станках: $\min(t_{iA}, t_{iB})$. 2. Если минимум находится на **станке А**, ставим эту деталь **первой** в очереди. 3. Если минимум находится на **станке В**, ставим эту деталь **последней** в очереди. 4. Вычеркиваем деталь и повторяем шаг 1.

2.1 Пошаговое решение

1. **Шаг 1:** Минимум среди всех чисел — 1 (Деталь J_2 , станок В).
 - Ставим J_2 на **последнее** место.
 - Текущая очередь: $\{\dots, J_2\}$.
 - Оставшиеся детали: J_1, J_3, J_4, J_5 .
2. **Шаг 2:** Минимум среди оставшихся — 2 (Деталь J_5 , станок А).
 - Ставим J_5 на **первое** место.
 - Текущая очередь: $\{J_5, \dots, J_2\}$.
 - Оставшиеся детали: J_1, J_3, J_4 .
3. **Шаг 3:** Минимум среди оставшихся — 4. Есть два случая: J_1 на А и J_3 на В.
 - Берем J_1 (на А) — ставим **в начало** (после J_5).

- Текущая очередь: $\{J_5, J_1, \dots, J_2\}$.
- Берем J_3 (на В) — ставим **в конец** (перед J_2).
- Текущая очередь: $\{J_5, J_1, \dots, J_3, J_2\}$.
- Оставшаяся деталь: J_4 .

4. **Шаг 4:** Осталась деталь J_4 . Ставим ее в середину.

Оптимальная последовательность: $J_5 \rightarrow J_1 \rightarrow J_4 \rightarrow J_3 \rightarrow J_2$.

3 Расчет времени (Диаграмма Ганнта)

Рассчитаем моменты начала и окончания для последовательности 5 – 1 – 4 – 3 – 2.

Порядок	Деталь	Станок А		Станок В	
		Нач.	Кон.	Нач.	Кон.
1	J_5	0	2	$\max(2, 0) = 2$	$2 + 3 = 5$
2	J_1	2	$2 + 4 = 6$	$\max(6, 5) = 6$	$6 + 5 = 11$
3	J_4	6	$6 + 6 = 12$	$\max(12, 11) = 12$	$12 + 8 = 20$
4	J_3	12	$12 + 10 = 22$	$\max(22, 20) = 22$	$22 + 4 = 26$
5	J_2	22	$22 + 4 = 26$	$\max(26, 26) = 26$	$26 + 1 = 27$

Общее время цикла: **27 часов.**

