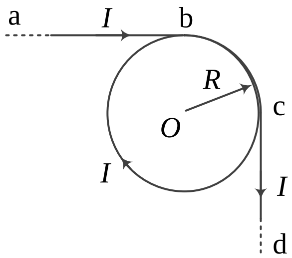
2018-2019 学年第一学期

大学物理 B（下）期中考试　周三卷

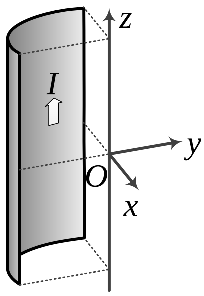
学院______________ 学号_________________姓名______________.

（全卷共 7 题，满分 100 分）

1、**（本题 10 分）**如图所示，一根表面绝缘的“无限长”载流导线，通有恒定电流 I，被弯曲成如图所示的形状，其中中间的是一个半径为 R 的圆，ab 段与 cd 段垂直（注意 bc 段是双线重叠结构）。试求圆心 O 处磁感应强度的大小和方向。



2、**（本题 15 分）**如图所示，一个半径为 R 的无限长 1/4 圆柱面载流导体，沿轴线方向的电流 I 在圆柱面上均匀分布。试求轴线上任一点（即图中 O 点）处的磁感应强度。

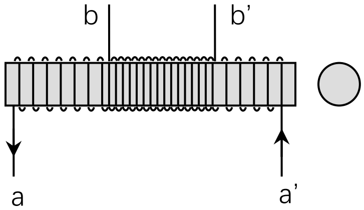


3、**（本题 15 分）**在实验室里，为了测试某种磁性材料的相对磁导率 μ_r，常将这种材料做成截面为矩形的环形样品，然后用漆包线密绕成一个螺绕环。设螺绕环的平均周长为 0.50m，横截面积为 $0.50\times10^{-4}\mathrm{m}^2$，线圈的匝数为 500 匝。当线圈通以 0.20 A 的电流时测得穿过圆环横截面积的磁通量为 $6.0\times10^{-5}\mathrm{Wb}$，试求：

（1）此材料的相对磁导率 μ_r；

（2）待测材料表面磁化面电流密度的大小。（提示：由于螺绕环的横截面很小，介质的磁化可看成是均匀的。真空中的磁导率 $\mu_0=4\pi\times10^{-7}\,\mathrm{N\cdot A^{-2}}$）

4、**（本题 15 分）**在半径 $R=1.0\mathrm{cm}$，长 $l=20\mathrm{cm}$，相对磁导率 $\mu_\mathrm{r}=4000$（可视为常数）的磁棒上，均匀密绕了两个螺线管线圈，主线圈 aa′ 的总匝数为 $N=400$ 匝，副线圈 bb′ 的总匝数为 $N'=50$ 匝。假设主线圈通电后在磁棒内部产生的磁场是均匀的，磁棒外部（侧面）的磁场可以忽略不计（即可将此线圈视为长直螺线管线圈）。试求：

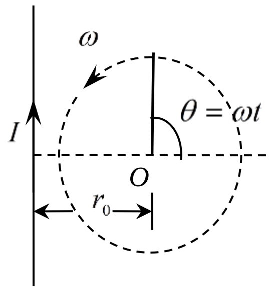


（1）当主线圈内通稳恒电流 $I=2.0\text{A}$ 时，磁棒内部磁场强度 H 和磁感应强度 B 的大小；

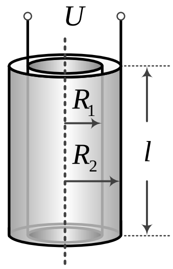
（2）两线圈之间的互感系数 M 。

（3）若主线圈内通有交变电流 $i=2.0\sin 100\pi t$ A，求副线圈内的感应电动势。

5、（本题 15 分）一无限长直导线上通有恒定电流 I ，电流方向向上。导线旁有一根与导线共面、长度为 L（ $L<r_0$ ）的金属棒，(r_0 为其端点 O 距导线的距离)，棒绕其端点 O 在该平面内沿逆时针方向以角速度 ω 作匀速转动，如图所示。在初始时刻， $\theta=0$ 。试求：在图示位置（ $\theta=90°$ ）时棒内感应电动势的大小和方向。



6、（本题 15 分）有一个长为 l 的圆柱形电容器，其内、外圆柱形极板的半径分别为 R_1 和 R_2（ $R_2>R_1$ ），两极板之间充满绝对电容率为 ε 的电介质。假设电容器充电时，两极板之间的电压随时间的变化率为 $\mathrm{d}U/\mathrm{d}t$，不计电场的边缘效应。试从位移电流和位移电流密度的概念出发，求：



（1）两极板间位移电流密度的分布；

（2）两极板间位移电流的大小。

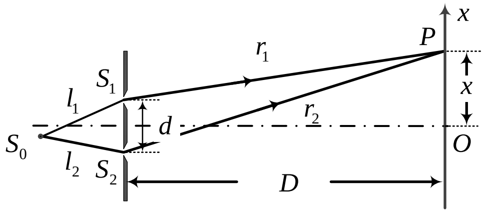
（提示：先假设在 t 时刻，电容器所带电量为 $q=\lambda l$ ，然后由静电场的高斯定理 $\oint_S \boldsymbol{D}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{S}=\sum q_0$ 和 $U=\int_{R_1}^{R_2}\boldsymbol{E}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{r}$ ，求 λ 和 D 的分布 ）

7、**（本题 15 分）**在双缝干涉实验中，单色缝光源 S_0 到双缝 S_1 和 S_2 的距离分别为 l_1 和 l_2 ，且 $l_1-l_2=3\lambda$ ， λ 为入射光的波长，双缝之间的距离为 d ，缝到屏的距离为 D，屏上 O 点是双缝的中垂线与观察屏的交点，如图所示。

试求：

（1）观察屏上各级明纹和暗纹的位置条件，并由此求出屏上中央明纹的位置；

（2）条纹间距。



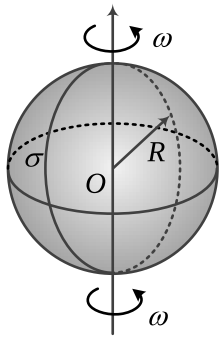
2018-2019 学年第一学期

大学物理 B（下）期中考试　周四卷

学院____________　学号______________姓名____________.

（全卷共 7 题，满分 100 分）

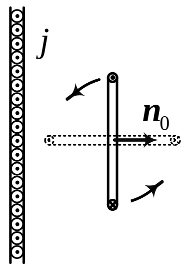
1、（本题 15 分）一个半径为 R 的均匀带电球面、电荷面密度为 σ（$\sigma>0$），绕其竖直中心轴正以角速度 ω 做匀速转动，试求圆心 O 处磁感应强度的大小和方向。（提示：半径为 r 的载流圆线圈轴线上任意一点的磁感应强度的大小为：$B=\dfrac{\mu_0 I r^2}{2\left(r^2+x^2\right)^{3/2}}$）



2、（本题 15 分）在一个无限大均匀载流导体平板外，有一个总匝数为 N 的矩形平面线圈。已知导体平板中的电流方向垂直纸面向外，电流密度的大小为 j，平面线圈的面积为 S，线圈内通有恒定电流 I，在初始时刻线圈平面的法线方向垂直于导体平板，如图所示。试求：

（1）在初始时刻线圈所受的磁力矩的大小；

（2）线圈在磁力矩的作用下，从初始位置转过 90° 的过程中磁力矩作的功。

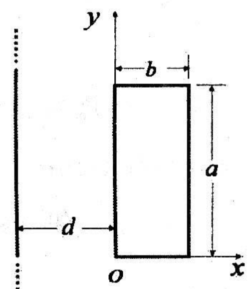


3、（本题 15 分）“无限长”圆柱形载流直导体棒的半径为 R，通以恒定电流 I，置于相对磁导率为 μ_r（$\mu_r>1$）的无限大均匀磁介质中，导体棒自身的相对磁导率可视为 1。试求：

（1）空间各点磁感应强度的分布；

（2）与导体接触处磁介质表面磁化电流的大小和方向。

4、（本题 15 分）长直导线与矩形线圈处于同一平面内，若线圈中电流随时间变化的关系为 $I=I_0 e^{-\alpha t}$，求在直导线中产生的感应电动势。



5、（本题 15 分） 在一交流电路中有一平行板电容器，其极板面积为S，两极板间的距离为d，极板间均匀电介质的相对电容率为ε_r，两极板之间的电压随时间的变化规律为$u=U_m\sin\left(\omega t+\varphi\right)$。不计电容器中电场的边缘效应，试从位移电流和位移电流密度的概念出发，求：

（1）电容器两极板间的位移电流密度；

（2）电容器中位移电流的大小和导线中传导电流的大小。

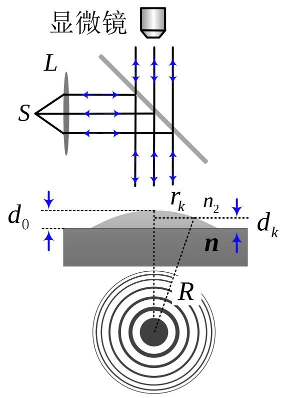
6、**（本题 10 分）**设有一频率为 10.0MHz 的平面电磁波在真空中传播，电磁波通过某点时，该点电场强度的振幅为$E_0=50.0\mathrm{V\cdot m^{-1}}$（注：该点的电场强度为$E=E_0\sin\omega t$），试求：

（1）该点磁感应强度和磁场强度的振幅B_0和H_0；

（2）该处电磁波的平均能量密度$\overline{w}$ 和强度$\overline{S}$（平均能流密度的大小）。

（$\varepsilon_0=8.8542\times10^{-12}\mathrm{C^2\cdot N^{-1}\cdot m^{-2}},\mu_0=4\pi\times10^{-7}\mathrm{N\cdot A^{-2}}$）

7、（本题 15 分）如图所示，在一块玻璃片上滴一个油滴，油滴展开形成类球帽形油膜，现用波长$\lambda=600\mathrm{nm}$的单色平行光垂直照射，从反射光中观察到油膜表面出现了一组圆环形干涉条纹。已知玻璃的折射率$n=1.62$，油的折射率$n_2=1.48$。观察发现，油膜中心是暗纹，且除了中央暗纹外，从中心到油膜的边缘还有 10 个圆环形暗条纹。试求：



（1）油膜中心的厚度d_0（**10 分**）；

（2）假设油膜表面为球面，其球面半径设为R，油膜中心的厚度为d_0（$R>>d_0$）。现用读数显微镜测得第k级（从外向里数）明纹的半径为r_k，入射光的波长为λ，试推导第k级明纹的半径公式（即r_k满足的条件）（**5 分**）。

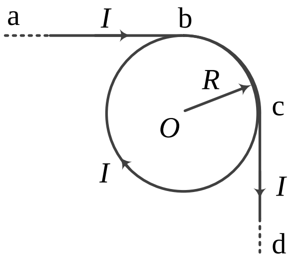
2018-2019 学年第一学期

大学物理 B（下）期中考试 周三卷

学院____________ 学号______________姓名____________.

（全卷共 7 题，满分 100 分）

1、**（本题 10 分）**如图所示，一根表面绝缘的“无限长”载流导线，通有恒定电流 I，被弯曲成如图所示的形状，其中中间的是一个半径为 R 的圆，ab 段与 cd 段垂直（注意 bc 段是双线重叠结构）。试求圆心 O 处磁感应强度的大小和方向。



1 解（本题 10 分）：直导线 ab、cd 在 O 点产生的 B 分别为

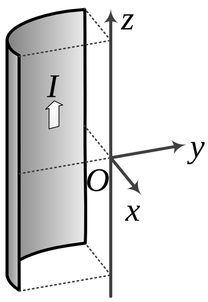
$$B_{ab}=B_{cd}=\frac{\mu_0 I}{4\pi R}$$，方向：⊗　　　　2+2 分

圆周和 1/4 圆弧 bc 在 O 点产生的 B 分别为

$$B_{圆}=\frac{\mu_0 I}{2R}\quad,\quad B_{bc}=\frac{\mu_0 I}{2R}\times\frac{1}{4}=\frac{\mu_0 I}{8R}$$　　方向：⊗　　2+2 分

所以

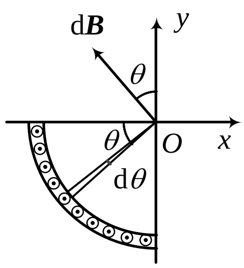
$$B_O=B_{ab}+B_{bc}+B_{cd}+B_{圆}=\frac{\mu_0 I}{2\pi R}+\frac{5\mu_0 I}{8R}$$　　方向：⊗　　2 分



2、**（本题 15 分）**如图所示，一个半径为 R 的无限长 1/4 圆柱面载流导体，沿轴线方向的电流 I 在圆柱面上均匀分布。试求轴线上任一点（即图中 O 点）处的磁感应强度。

2 解（本题 15 分）：1/4 圆柱面载流导体可以看成是由无限多根直导线沿圆柱面均匀排列而成。在其上取一根宽为 $dl=Rd\theta$ 的无限长直导线，其上的电流为

$$dI=\frac{2I}{\pi R}dl=\frac{2I}{\pi}d\theta$$　　2 分



它在轴线上任一点处激发的磁感应强度的大小为

$$dB=\frac{\mu_0}{2\pi R}dI=\frac{\mu_0 I}{\pi^2 R}d\theta$$　　2 分

其方向在 O-xy 平面内，且与由 dl 引向点 O 的矢径垂直，如图所示。

不难看出，dB 在 x、y 轴上的分量为

$$dB_x = -dB\cos\theta \quad , \quad dB_y = dB\sin\theta \qquad 4\text{分}$$

对上述两个分量积分，可得

$$B_x = \int_0^{\frac{\pi}{2}} dB\cos\theta = -\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\mu_0 I}{\pi^2 R}\cos\theta d\theta = -\frac{\mu_0 I}{\pi^2 R} \qquad 3\text{分}$$

$$B_y = \int_0^{\frac{\pi}{2}} dB\sin\theta = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\mu_0 I}{\pi^2 R}\sin\theta d\theta = \frac{\mu_0 I}{\pi^2 R} \qquad 3\text{分}$$

则轴线上总的磁感应强度为

$$B = \frac{\mu_0 I}{\pi^2 R}(-\vec{i} + \vec{j}) \qquad 2\text{分}$$

3、（本题 15 分）在实验室里，为了测试某种磁性材料的相对磁导率 μ_r，常将这种材料做成截面为矩形的环形样品，然后用漆包线密绕成一个螺绕环。设螺绕环平均周长为 0.50m，横截面积为 $0.50\times10^{-4}\text{m}^2$，线圈的匝数为 500 匝。当线圈通以 0.20 A 的电流时测得穿过圆环横截面积的磁通量为 $6.0\times10^{-5}\text{Wb}$，试求：

（1）此材料的相对磁导率 μ_r；

（2）待测材料表面磁化面电流密度的大小。（提示：由于螺绕环的横截面很小，介质的磁化可看成是均匀的。真空中的磁导率 $\mu_0 = 4\pi\times10^{-7}\,\text{N}\cdot\text{A}^{-2}$）

3 解（本题 15 分）：（1）根据磁介质中的安培环路定理 $\oint_L \boldsymbol{H}\cdot \text{d}\boldsymbol{l} = \sum I$ 和 $\boldsymbol{B} = \mu\boldsymbol{H}$，得螺绕环中磁介质内部的磁感应强度大小为：

$$B = \mu n I = \mu_0 \mu_r \frac{N}{L} I \qquad 4\text{分}$$

由题意可知，穿过螺绕环横截面积的磁通量为：$\Phi = BS = \mu_0\mu_r \dfrac{N}{L} IS$ 2 分

由此得材料的相对磁导率：$\mu_r = \dfrac{\Phi L}{\mu_0 NIS} = 4.77\times10^3$ 2 分

(2)方法一：由于磁化面电流产生的附加磁感应强度为

$$\boldsymbol{B}' = \boldsymbol{B} - \boldsymbol{B}_0 \qquad 2\text{分}$$

式中 $B_0 = \mu_0 nI$ 是线圈中的传导电流所激发的磁场，由此得

$$B'=(\mu-\mu_0)nI=\mu_0 j_S$$ 2 分

则待测材料表面磁化面电流密度为

$$j_S=\frac{\mu-\mu_0}{\mu_0}nI=(\mu_r-1)nI=9.54\times10^5\,\text{A/m}$$ 3 分

方法二：由环路定律可得，磁介质内的磁场强度为 $H=nI$

所以磁介质的磁化强度 $M=\chi_m H=(\mu_r-1)nI$ 4 分

由 $\boldsymbol{j}=\boldsymbol{M}\times\boldsymbol{e}_n$ 可得磁介质表面的磁化电流密度的大小为

$$j_S=M=(\mu_r-1)nI$$ 3 分

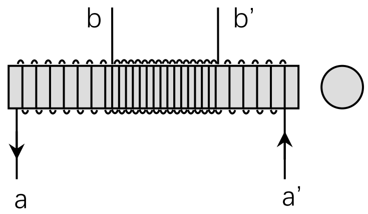
4、（本题 15 分）在半径 $R=1.0\text{cm}$，长 $l=20\text{cm}$，相对磁导率 $\mu_\text{r}=4000$（可视为常数）的磁棒上，均匀密绕了两个螺线管线圈，主线圈 aa' 的总匝数为 $N=400$ 匝、副线圈 bb' 的总匝数为 $N'=50$ 匝。假设主线圈通电后在磁棒内部产生的磁场是均匀的，磁棒外部（侧面）的磁场可以忽略不计（即可将此线圈视为长直螺线管线圈）。试求：

（1）当主线圈内通稳恒电流 $I=2.0\,\text{A}$ 时，磁棒内部的磁场强度 H 和磁感应强度 B 的大小；

（2）两线圈之间的互感系数 M。

（3）若主线圈内通入交变电流 $i=2.0\sin100\pi t\,\text{A}$，求副线圈内的感应电动势。

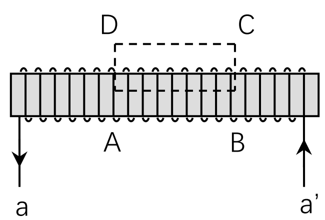
（$\mu_0=4\pi\times10^{-7}\,\text{N}\cdot\text{A}^{-1}$）



4 解（本题 15 分）

（1）如图所示，在螺线管上取一个矩形闭合回路 ABCDA，

由 $\oint_L \boldsymbol{H}\cdot d\boldsymbol{l}=\sum I$，得：



在螺线管内：

$$H=nI=\frac{NI}{L}$$

$$=\frac{400\times2.0}{0.20}=4000\ (\text{A}\cdot\text{m}^{-1})$$ 3 分

$$B=\mu_0\mu_r H=\frac{\mu_0\mu_r NI}{L}=20.1\ (T)$$ 2 分

（2）因为螺线管内的磁场是均匀磁场，所以副线圈中的磁链

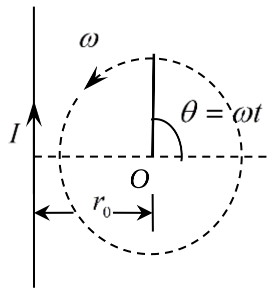
$$\Psi=N'\Phi=N'BS=N'\frac{\mu_0\mu_r NI}{L}\pi R^2$$ 3 分

互感系数 $$M=\frac{\Psi}{I}=\frac{\mu_0\mu_r N'N}{L}\pi R^2=0.158$$ （H） 2 分

（3）互感电动势

$$\varepsilon_{\text{互}}=-M\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}=-0.158\times2\times100\pi\cos100\pi t=-99\cos100\pi t$$ （V） 3+2 分

5、（本题 15 分）一无限长直导线上通有恒定电流 I，电流方向向上。导线旁有一根与导线共面，长度为 L（$L<r_0$）的金属棒，(r_0 为其端点 O 距导线的距离)，棒绕其端点 O 在该平面内沿逆时针方向以角速度 ω 作匀速转动，如图所示。在初始时刻，$\theta=0$。试求：在图示位置（$\theta=90°$）时棒内感应电动势的大小和方向。



5（本题 15 分）

在棒上距 O 点为 l 处取一个棒元：$\mathrm{d}l$，其运动速度为大小 $v=\omega l$，又当 $\theta=90°$ 电流 I 在整个棒上产生的磁感应强度为

$$B=\frac{\mu_0 I}{2\pi\ r_0}$$ 方向：$\otimes$ 4 分

所以棒元上的动生电动势为

$$\mathrm{d}\varepsilon_{\text{动}}=\left(\vec{v}\times\vec{B}\right)\cdot\mathrm{d}\vec{l}=-\frac{\mu_0 I\omega l}{2\pi\ r_0}\mathrm{d}l$$ 4 分

总动生电动势为

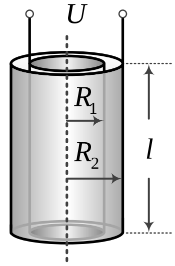
$$\varepsilon_{\text{动}}=\int\mathrm{d}\varepsilon_{\text{动}}=-\int_0^L\frac{\mu_0 I\omega l}{2\pi\ r_0}\mathrm{d}l$$ 2 分

$$=-\frac{\mu_0 I\omega}{4\pi\ r_0}L^2$$ 2 分

式中：负号表示ε的方向指向 O 点。　　　　　　　　　　　　3 分

评分细则：若式中没有负号，但正确判断了电动势的方向，则不扣分。

6、（本题 15 分）有一个长为l的圆柱形电容器，其内、外圆柱形极板的半径分别为R_1和R_2（$R_2 > R_1$），两极板之间充满绝对电容率为ε的电介质。假设电容器充电时，两极板之间的电压随时间的变化率为$\mathrm{d}U/\mathrm{d}t$，不计电场的边缘效应。试从位移电流和位移电流密度的概念出发，求：



（1）两极板间位移电流密度的分布；

（2）两极间位移电流的大小。

（提示：先假设在t时刻，电容器所带电量为$q=\lambda l$，然后由静电场的高斯定理$\oint_S \boldsymbol{D}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S}=\sum q_0$和$U=\int_{R_1}^{R_2}\boldsymbol{E}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{r}$，求$\lambda$和$D$的分布 ）

6 解（本题 15 分）：6 解（本题 15 分）：

对圆柱形电容器，在两圆柱面间，作同轴的高为l的高斯面，由介质中高斯定理

$$\Phi_D=\oint_S \vec{D}\cdot \mathrm{d}\vec{S}=D\cdot 2\pi r l=\lambda l$$

可得
$$D=\frac{\lambda}{2\pi r} \qquad ① \qquad 2\text{ 分}$$

其中λ为单位长度极板所带电荷。又由

$$U=\int_{R_1}^{R_2}\vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{r}=\int_{R_1}^{R_2}\frac{D}{\varepsilon}\mathrm{d}r=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon}\ln\frac{R_2}{R_1}$$

$$\lambda=\frac{2\pi\varepsilon U}{\ln\left(R_2/R_1\right)} \qquad 3\text{ 分}$$

将之代入①式，可得

$$D=\frac{\lambda}{2\pi r}=\frac{\varepsilon U}{r\ln\left(R_2/R_1\right)} \qquad 2\text{ 分}$$

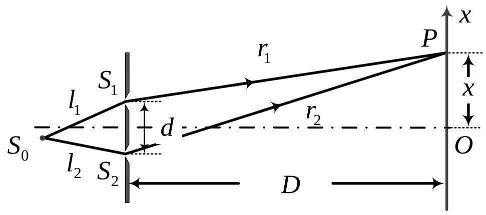
$$\Phi_D=D\cdot 2\pi r l=\frac{2\pi l\varepsilon U}{\ln\left(R_2/R_1\right)} \qquad 2\text{ 分}$$

所以 $$j_D=\frac{\mathrm{d}D}{\mathrm{d}t}=\frac{\varepsilon}{r\ln\left(R_2/R_1\right)}\frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}t}$$ 3

分

$$I_D=\frac{\mathrm{d}\Phi_D}{\mathrm{d}t}=\frac{2\pi l\varepsilon}{\ln\left(R_2/R_1\right)}\frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}t}$$ 3 分

7、**（本题 15 分）**在双缝干涉实验中，单色缝光源 S_0 到双缝 S_1 和 S_2 的距离分别为 l_1 和 l_2，且 $l_1-l_2=3\lambda$，λ 为入射光的波长，双缝之间的距离为 d，缝到屏的距离为 D，屏上 O 点是双缝的中垂线与观察屏的交点，如图所示。试求：



（1）观察屏上各级明纹和暗纹的位置条件，并由此求出屏上中央明纹的位置；

（2）条纹间离。

7 解（本题 15 分）：（1）如图所示，设观察屏上 P 点到 O 点的距离为 x，则

$$r_2-r_1=\frac{d}{D}x$$ 3 分

两束光在 P 点的总光程差为

$$\delta=\left(l_2+r_2\right)-\left(l_1+r_1\right)=\left(l_2-l_1\right)+\left(r_2-r_1\right)=\frac{d}{D}x-3\lambda$$ 2 分

由明纹条件 $\delta=k\lambda$，可得明纹位置条件

$$x_{明}=\frac{D}{d}\left(k+3\right)\lambda$$ 2 分

由暗纹条件 $\delta=\left(2k-1\right)\lambda/2$，或 $\delta=\left(2k+1\right)\lambda/2$，可得暗纹位置条件

$$x_{暗}=\frac{D}{d}\left(2k+7\right)\frac{\lambda}{2}$$ （或 $$x_{暗}=\frac{D}{d}\left(2k+5\right)\frac{\lambda}{2}$$ ） 2 分

在明纹条件中，令 $k=0$，可得中央明纹的位置为

$$x_0=\frac{D}{d}\cdot 3\lambda$$ 3 分

（2）条纹间距为： $$\Delta x=\frac{D}{d}\lambda$$ 3 分

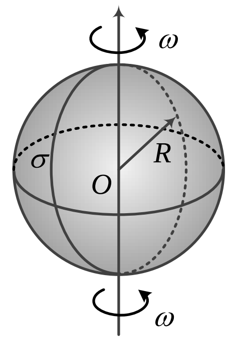
2018-2019 学年第一学期

大学物理 B（下）期中考试 周四卷

学院____________ 学号______________姓名____________.

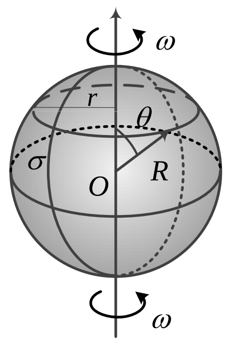
（全卷共 7 题，满分 100 分）

1、（本题 15 分）一个半径为 R 的均匀带电球面、电荷面密度为 σ（$\sigma>0$），绕其竖直中心轴正以角速度 ω 做匀速转动，试求圆心 O 处磁感应强度的大小和方向。（提示：半径为 r 的载流圆线圈轴线上任意一点的磁感应强度的大小为：$B=\dfrac{\mu_0 I r^2}{2\left(r^2+x^2\right)^{3/2}}$ ）



1 解（本题 15 分）：将均匀带电球面看成是由许多与转轴垂直的带电圆环组成的集合。其中半径为 r 的圆环的宽度为 $\mathrm{d}l=R\mathrm{d}\theta$，且 $r=R\sin\theta$，其圆心到球心的距离为 $x=R\cos\theta$，所带电量为

$$\mathrm{d}q=\sigma 2\pi r\mathrm{d}l=\sigma 2\pi R^2\sin\theta\mathrm{d}\theta \qquad 4 分$$



旋转时形成的等效元电流的大小为

$$\mathrm{d}I=\frac{\omega}{2\pi}\mathrm{d}q=\omega\sigma R^2\sin\theta\mathrm{d}\theta \qquad 4 分$$

它在圆心处产生的磁感应强度的大小为

$$\mathrm{d}B=\frac{\mu_0 r^2}{2\left(r^2+x^2\right)^{3/2}}\mathrm{d}I=\frac{\mu_0 R\omega\sigma}{2}\sin^3\theta\mathrm{d}\theta \qquad 4 分$$

方向沿转轴向上，所以圆心处总磁感应强度的大小为

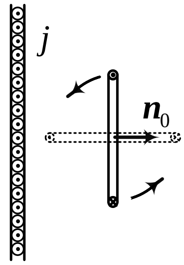
$$B=\int\mathrm{d}B=\int_0^{\pi}\frac{\mu_0 R\omega\sigma}{2}\sin^3\theta\mathrm{d}\theta=\frac{2}{3}\mu_0 R\omega\sigma \qquad 3 分$$

积分式：$\int\sin^3\theta\mathrm{d}\theta=\dfrac{1}{3}\cos^3\theta-\cos\theta$

2、（本题 15 分）在一个无限大均匀载流导体平板外，有一个总匝数为 N 的矩形平面线圈。已知导体平板中的电流方向垂直纸面向外，电流密度的大小为 j，平面线圈的面积为 S，线圈内通有恒定电流 I，在初始时刻线圈平面的法线方向垂直于导体平板，如图所示。试求：

（1）在初始时刻线圈所受的磁力矩的大小；

（2）线圈在磁力矩的作用下，从初始位置转过90°的过程中磁力矩作的功。



2 解（本题 15 分）：由安培环路定律可得无限大载流平面在线圈处产生的磁感应强度的大小为

$$B=\frac{\mu_0}{2}j \qquad 5\text{ 分}$$

方向平行纸面向上。又矩形线圈的磁矩的大小为

$$m=NIS \qquad 3\text{ 分}$$

所以初始时刻线圈所属磁力矩的大小为

$$M=mB\sin 90^{\circ}=\frac{NIS\mu_0 j}{2} \qquad 3\text{ 分}$$

（2）由磁力矩做功的规律可知，线圈在均匀磁场中转动时，磁力矩做的总功为

$$A=NI\Delta\varPhi=NI\left(BS-0\right)=\frac{NIS\mu_0 j}{2} \qquad 4\text{ 分}$$

3、（本题 15 分）“无限长”圆柱形载流直导体棒的半径为R，通以恒定电流I，置于相对磁导率为μ_r（$\mu_r>1$）的无限大均匀磁介质中，导体棒自身的相对磁导率可视为 1。试求：

（1）空间各点磁感应强度的分布；

（2）与导体接触处磁介质表面磁化电流的大小和方向。

3 解（本题 15 分）：（1）根据磁介质中的安培环路定理$\oint_L \boldsymbol{H}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{l}=\sum I_C$，及$B=\mu H$可得，当$r<R$时

$$H=\frac{Ir}{2\pi R^2}\ ,\quad B=\mu H=\frac{\mu_0 Ir}{2\pi R^2} \qquad 3\text{ 分}$$

当$r>R$时

$$H=\frac{I}{2\pi r}\ ,\quad B=\mu H=\frac{\mu_0\mu_r I}{2\pi r} \qquad 3\text{ 分}$$

（2）由（1）可知：与导体棒接触处磁介质表面的磁场强度为：$H=\dfrac{I}{2\pi R}$

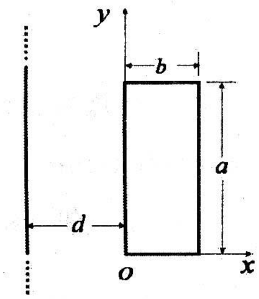
所以磁介质表面处的磁化强度为：　　$M=\chi_m H=(\mu_r-1)\dfrac{I}{2\pi R}$　　2 分

由 $\overrightarrow{j_s}=\overrightarrow{M}\times\vec{n}$，可得磁化电流面密度的大小为：$j_S=M$　　3 分

所以磁化电流的大小为：　　$I_s=j_s L=M\cdot 2\pi R=(\mu_r-1)I$　　2 分

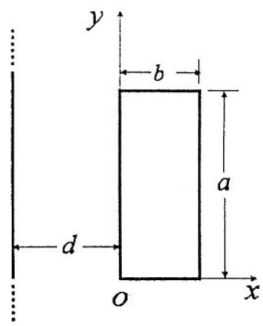
因 $\mu_r>1$，磁化电流的方向与传导电流的方向相同。　　2 分

4、（本题 15 分） 长直导线与矩形线圈处于同一平面内，若线圈中电流随时间变化的关系为 $I=I_0\mathrm{e}^{-\alpha t}$，求在直导线中产生的感应电动势。



4 解（本题 15 分）： 取 o－xy 坐标系如图。当长直导线中的电流为 I_1 时，它在坐标为 x 处的磁感强度为

$$B=\frac{\mu_0 I_1}{2\pi(d+x)}$$　　3 分



通过矩形线圈的磁通量为

$$\phi=\iint_s \vec{B}\,d\,\vec{s}=\int_0^b \frac{\mu_0 I_1}{2\pi(d+x)}\,a dx=\frac{\mu_0 I_1 a}{2\pi}\int_0^b \frac{1}{d+x}dx$$

$$=\frac{\mu_0 I_1 a}{2\pi}\ln\left(d+x\right)\Big|_0^b=\frac{\mu_0 I_1 a}{2\pi}\ln\frac{d+b}{d}$$　　4 分

故长直导线与矩形线圈的互感系数为

$$M=\frac{\phi}{I_1}=\frac{\mu_0 a}{2\pi}\ln\frac{d+b}{d}$$　　4 分

矩形线圈中电流随时间变化的关系为 $I=I_0 e^{-\alpha t}$，则直导线中的感应电动势为

$$\varepsilon=-M\frac{dI}{dt}=\frac{\mu_0 I_0 \alpha a}{2\pi}(1n\frac{d+b}{d})\ \cdot e^{-\alpha t}$$　　4 分

5、（本题 15 分） 在一交流电路中有一平行板电容器，其极板面积为 S，两极板间的距离为 d，极板间均匀电介质的相对电容率为 ε_r，两极板之间的电压随时间的变化规律为

$u=U_m\sin\left(\omega t+\varphi\right)$。不计电容器中电场的边缘效应，试从位移电流和位移电流密度的概念出发，求：

（1）电容器两极板间的位移电流密度；

（2）电容器中位移电流的大小和导线中传导电流的大小。

5 解（本题 15 分）：（1）电容器中的电场可视为匀强电场，其场强为

$$E=\frac{u}{d}=\frac{U_m}{d}\sin\left(\omega t+\varphi\right) \qquad 3\text{ 分}$$

极板间的位移电流密度为

$$j_D=\frac{dD}{dt}=\frac{d}{dt}\left(\varepsilon_0\varepsilon_r E\right)=\frac{U_m}{d}\varepsilon_0\varepsilon_r\omega\cos\left(\omega t+\varphi\right) \qquad 4\text{ 分}$$

（2）电容中的位移电流的大小为

$$I_D=\iint\vec{j}_D\cdot d\vec{S}=j_D S=\frac{U_m}{d}\varepsilon_0\varepsilon_r\omega S\cos\left(\omega t+\varphi\right) \qquad 4\text{ 分}$$

由全电流的连续性，可知导线中传到电路的大小为

$$I_C=I_D=\frac{U_m}{d}\varepsilon_0\varepsilon_r\omega S\cos\left(\omega t+\varphi\right) \qquad 4\text{ 分}$$

解法二：（由位移电流定义来求解）通过两极板之间电位移矢量的通量为

$$\varPhi_D=DS=\varepsilon_0\varepsilon_r ES=\varepsilon_0\varepsilon_r S\frac{u}{d} \qquad 2\text{ 分}$$

所以位移电流的大小为

$$I_D=\frac{\mathrm{d}\varPhi_D}{\mathrm{d}t}=\frac{U_m}{d}\varepsilon_0\varepsilon_r\omega S\cos\left(\omega t+\varphi\right) \qquad 2\text{ 分}$$

6（**本题 10 分**）、设有一频率为 10.0MHz 的平面电磁波在真空中传播，电磁波通过某点时，该点电场强度的振幅为 $E_0=50.0\mathrm{V\cdot m^{-1}}$（注：该点的电场强度为 $E=E_0\sin\omega t$），试求：

（1）该点磁感应强度和磁场强度的振幅 B_0 和 H_0；

（2）该处电磁波的平均能量密度 $\overline{w}$ 和强度 $\overline{S}$（平均能流密度的大小）。

（$\varepsilon_0=8.8542\times10^{-12}\mathrm{C^2\cdot N^{-1}\cdot m^{-2}},\mu_0=4\pi\times10^{-7}\mathrm{N\cdot A^{-2}}$）

6.解答（本题 10 分）：

（1）由 $\sqrt{\varepsilon}E=\sqrt{\mu}H$ 可得：$H_0=\sqrt{\varepsilon_0/\mu_0}E_0=0.133\text{A/m}$ 3 分

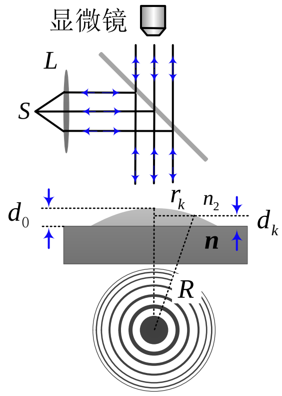
所以： $$B_0=\mu_0 H_0=1.67\times10^{-7}\text{T}$$ 2 分

（2）平均能量密度和能流密度为

$$\bar{w}=\frac{1}{2}\frac{E_0H_0}{c}=\frac{1}{2}\varepsilon_0E_0^2=1.11\times10^{-8}\text{J}\cdot\text{m}^{-3}$$ 2 分

$$\bar{S}=\bar{w}\cdot c=\frac{1}{2}E_0H_0=3.32\text{J}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{s}^{-1}$$ 3 分

7、（本题 15 分）如图所示，在一块玻璃片上滴一个油滴，油滴展开形成类球帽形油膜，现用波长 $\lambda=600\text{nm}$ 的单色平行光垂直照射，从反射光中观察到油膜表面出现了一组圆环形干涉条纹。已知玻璃的折射率 $n=1.62$，油的折射率 $n_2=1.48$。观察发现，油膜中心是暗纹，且除了中央暗纹外，从中心到油膜的边缘还有 10 个圆环形暗条纹。试求：



（1）油膜中心的厚度 d_0 **（10 分）**；

（2）假设油膜表面为球面，其球面半径设为 R，油膜中心的厚度为 d_0（$R>>d_0$）。现用读数显微镜测得第 k 级（从外向里数）明纹的半径为 r_k，入射光的波长为 λ，试推导第 k 级明纹的半径公式（即 r_k 满足的条件）**（5 分）**。

解：（1）由于油膜的折射率介于空气和玻璃之间，在反射光的干涉中，附加光程差为 0，故总光程差为

$$\delta=2n_2d$$ 3 分

考虑到从中心到边缘共有 10 条暗环，所以油膜中心的暗条纹应满足

$$\delta_{\text{中心}}=2n_2d_0=(2k-1)\lambda/2$$ 3 分

其中 $k=11$，由此得油膜中心的厚度为 2 分

$$d_0=\frac{(2k-1)\lambda}{4n_2}=\frac{(2\times11-1)\times600}{4\times1.48}\text{nm}=2.13\mu\text{m}$$ 2 分

（2）当油膜表面为球面时，假设第 k 级明纹对应的油膜厚度为 d_k、半径为 r_k，由几

何关系可得

$$R^2 = r_k^{\ 2} + \left[R - \left(d_0 - d_k\right)\right]^2$$

考虑到 $R >> d_0 - d_k$，所以有

$$R \approx \frac{r_k^2}{2\left(d_0 - d_k\right)} \quad \text{或} \quad r_k = \sqrt{2R\left(d_0 - d_k\right)} \qquad ① \qquad 2\text{ 分}$$

又由等厚干涉理论可知，反射光中第 k 级明纹满足的条件为

$$\delta = 2n_2 d_k = k\lambda \qquad 2\text{ 分}$$

将此代入①可得

$$r_k = \sqrt{2R\left(d_0 - d_k\right)} = \sqrt{2R\left(d_0 - \frac{k\lambda}{2n_2}\right)} \qquad 1\text{ 分}$$