

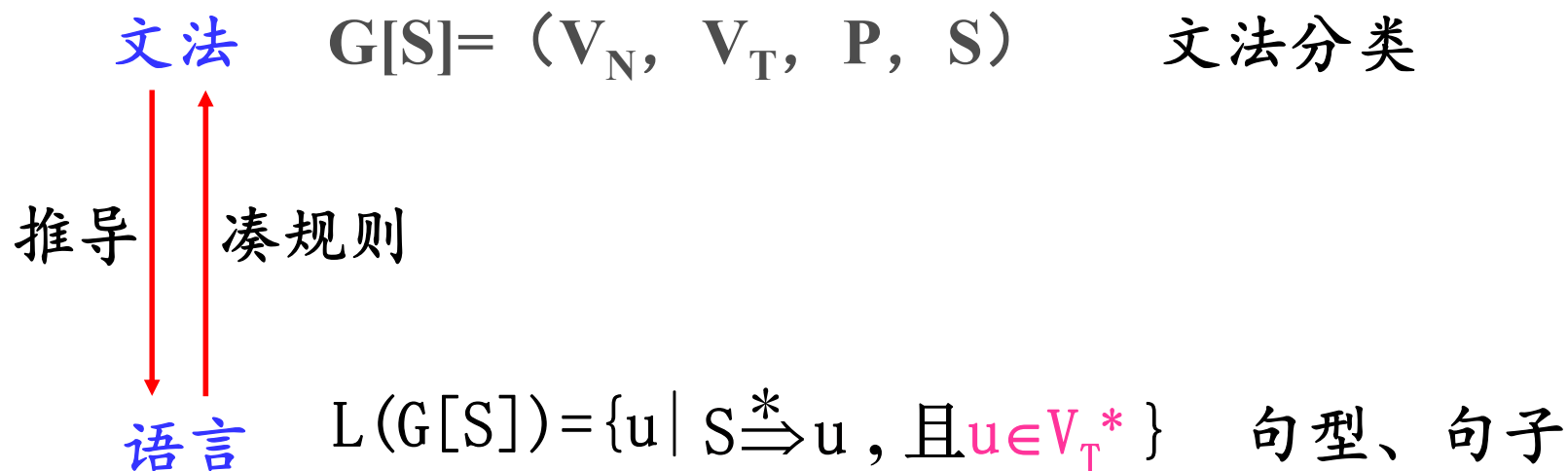


编译原理

武汉大学计算机学院
编译原理课程组



前述内容回顾



与语法分析有关的概念:

最左（右）推导、规范推导 语法树和二义性 递归

文法的实用限制

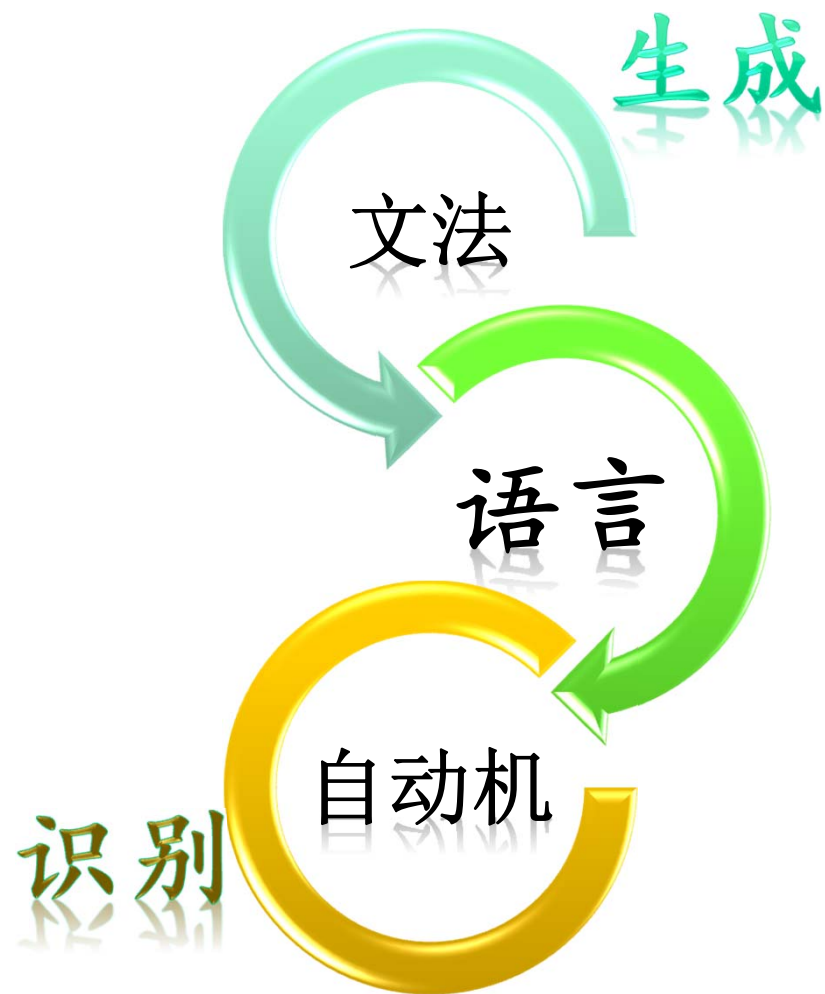


本章内容简介

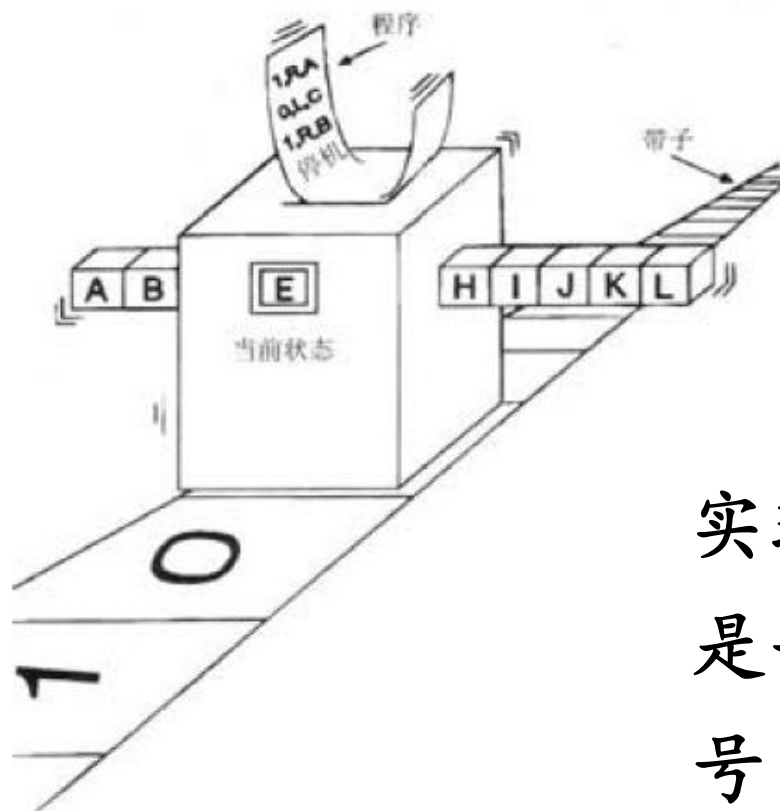
- DFA、NFA
- NFA到DFA的转换
- 正规文法与FA
- 正规表达式与FA



语言的描述



第3章 有穷自动机



自动机是一种能进行运算并实现自我控制的装置，计算机就是一部自动机。自动机是描述符号串处理的强有力的工具。



3.1 有穷自动机的形式定义

1. 确定的有穷自动机DFA $DFA=(Q, \Sigma, t, q_0, F)$

Q —— 有穷非空的状态集。

Σ —— 有穷的输入字母表。

q_0 —— $\in Q$, 是开始状态。

F —— $\subseteq Q$, 非空终止状态集合。

t —— 单值映射 $Q \times \Sigma \rightarrow Q$ 。 $t(q, x)=q'$

“确定”：当前状态和下一个输入字符唯一地确定了后继状态。

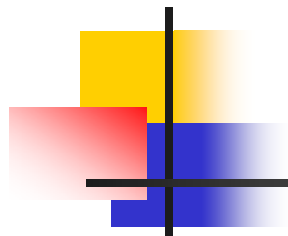


3.1 FA的形式定义—DFA

2. FA的表示:

①状态转换表

②状态转换图



DFA 的表示举例——状态转换表

DFA $A = (\{q_1, q_2, q_3, q_4\}, \{0, 1\}, t, q_1, \{q_3, q_4\})$

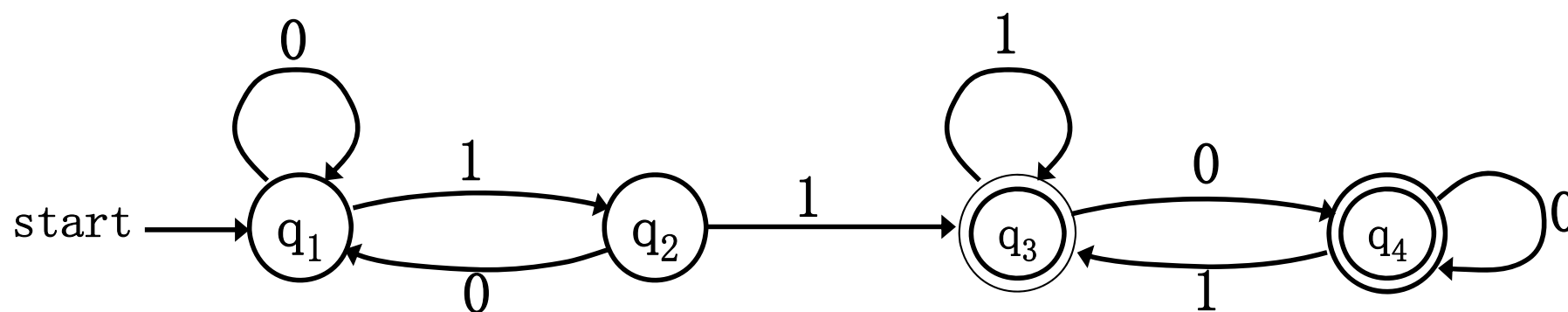
映射为：

状态 \ 字母 t	0	1
q_1	q_1	q_2
q_2	q_1	q_3
q_3	q_4	q_3
q_4	q_4	q_3

DFA 的表示举例——状态转换图

DFA $A = (\{q_1, q_2, q_3, q_4\},$
 $\{0, 1\}, t, q_1, \{q_3, q_4\})$

状态 \ t 字母	0	1
q_1	q_1	q_2
q_2	q_1	q_3
q_3	q_4	q_3
q_4	q_4	q_3





3.1 FA的形式定义——DFA的扩充

DFA = (Q, Σ, t, q_0, F) 扩充的映射

$$t: Q \times \Sigma^* \rightarrow Q$$

定义为

$$(1) \quad t(q, \varepsilon) = q$$

$$(2) \quad t(q, a\alpha) = t(t(q, a), \alpha)$$

其中 $q \in Q$, $a \in \Sigma$, $\alpha \in \Sigma^*$ 。

DFA映射的扩充, 使得DFA可以描述对符号串的识别。

如果 $t(q_0, \alpha) \in F$, 则 α 可被DFA接受(或识别)。

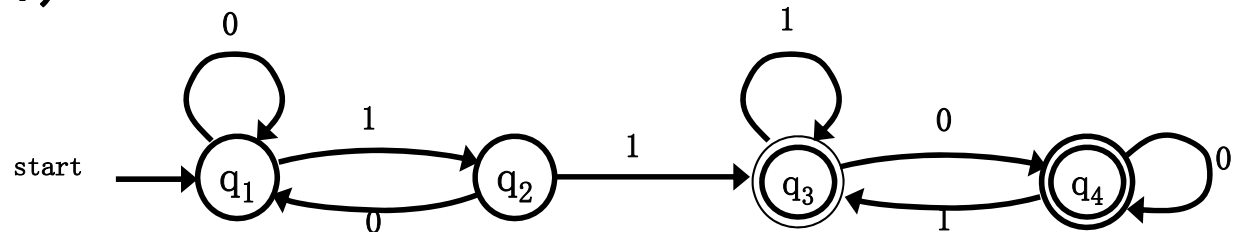
被DFA A识别的符号串集合, 记为 $L(A)$ 。

有穷自动机识别的符号串举例

DFA $A = (\{q_1, q_2, q_3, q_4\}, \{0, 1\}, t, q_1, \{q_3, q_4\})$

$$\begin{aligned} t(q_1, 0011) &= t(t(q_1, 0), 011) \\ &= t(q_1, 011) \\ &= t(t(q_1, 0), 11) \\ &= t(q_1, 11) \\ &= t(t(q_1, 1), 1) \\ &= t(q_2, 1) \\ &= q_3 \in F \end{aligned}$$

状态 \ t 字母	0	1
q_1	q_1	q_2
q_2	q_1	q_3
q_3	q_4	q_3
q_4	q_4	q_3





3.1 FA的形式定义——FA的等价性

如果两个有穷自动机 A_1 和 A_2 满足

$$L(A_1)=L(A_2)$$

则称自动机 A_1 和 A_2 是等价的。



FA的等价性举例

DFA $A = (\{q_0, q_1\}, \{a, b\}, t, q_0, \{q_0\})$

$t(q_0, a) = q_1, \quad t(q_1, b) = q_0$

DFA $B = (\{q_0', q_1', q_2'\}, \{a, b\}, t', q_0', \{q_0', q_2'\})$

$t'(q_0', a) = q_1', \quad t'(q_1', b) = q_2', \quad t'(q_2', a) = q_1'$

$L(A) = L(B) = \{(ab)^n \mid n \geq 0\}$



3.1 有穷自动机的形式定义

非确定的有穷自动机NDFA $\text{NDFA}=(Q, \Sigma, t, Q_0, F)$

Q ——有穷非空的状态集。

Σ ——有穷的输入字母表。

Q_0 —— $\subseteq Q$ ，是开始状态集。

F —— $\subseteq Q$ ，非空终止状态集合。

t ——多值映射 $Q \times \Sigma \rightarrow 2^Q$ 。

$$t(q, x) = \{q_1, q_2, \dots, q_n\}$$

NDFA 举例

$\text{NDFA} = (\{0,1,2,3\}, \{x,y\}, t, \{0\}, \{1\})$

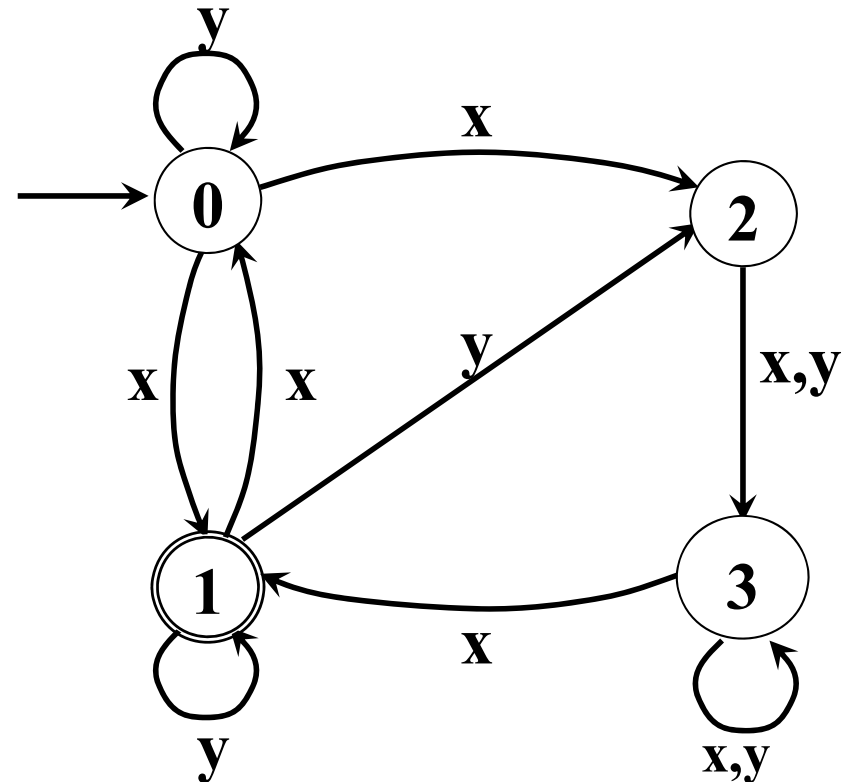
其中 t 为

$t(0, x) = \{1, 2\}$ $t(0, y) = \{0\}$

$t(1, x) = \{0\}$ $t(1, y) = \{1, 2\}$

$t(2, x) = \{3\}$ $t(2, y) = \{3\}$

$t(3, x) = \{1, 3\}$ $t(3, y) = \{3\}$





3.1 FA的形式定义——NDFAs的扩充

NDFA = (Q, Σ, t, Q_0, F) 扩充的映射

$$t: Q \times \Sigma^* \rightarrow 2^Q$$

定义为 (1) $t(q, \varepsilon) = q$

$$(2) \quad t(q, a\alpha) = t(q_1, \alpha) \cup t(q_2, \alpha) \cup \dots \cup t(q_n, \alpha)$$

其中 $a \in \Sigma, \alpha \in \Sigma^*, t(q, a) = \{q_1, q_2, \dots, q_n\}$ 。

如果 $q \in t(q_0, \alpha)$, $q_0 \in Q_0$, $q \in F$,

则 α 可被NDFA接受。

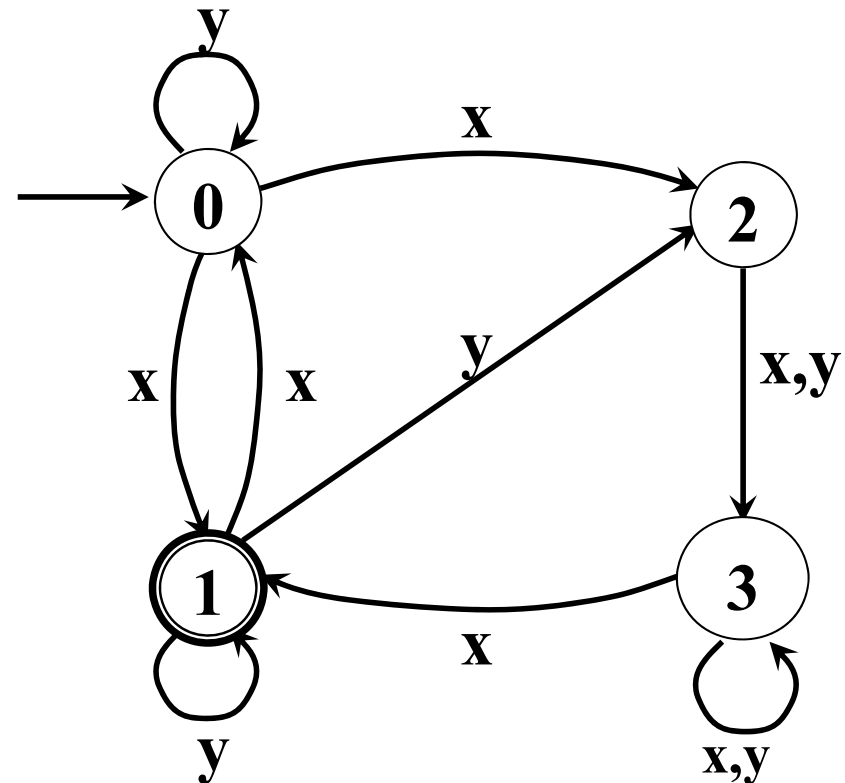
被NDFA A 识别的符号串集合, 记为 $L(A)$ 。

NDFA 举例

NDFA = ({0,1,2,3}, {x,y}, f, {0}, {1})

问: xy 是否可被 NDFA 所接受?

xyx 呢?



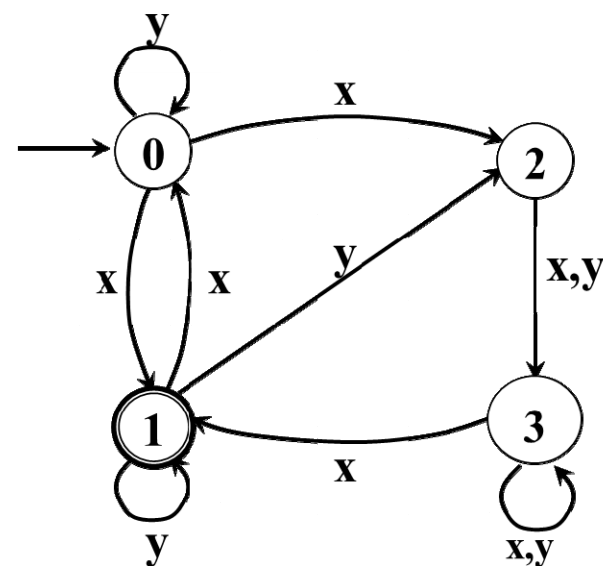
3.2 NFA到DFA的转换

👉 为什么要进行从NFA到DFA的转换？

👉 为什么要引入NFA？

□ DFA是NFA的特例。 NFA真的比DFA强大吗

□ 对每个NFA N 一定存在一个 DFA M ，使得 $L(M)=L(N)$ 。即对任意的NFA N 存在与之等价的DFA M 。但这种DFA M 可能不唯一。





3.2 NFA到DFA的转换

NFA到DFA的转换：

□ 确定化 —— 子集法、造表法

□ DFA最小化 —— 构造状态集合的划分

3.2 N DFA到DFA的转换——子集法

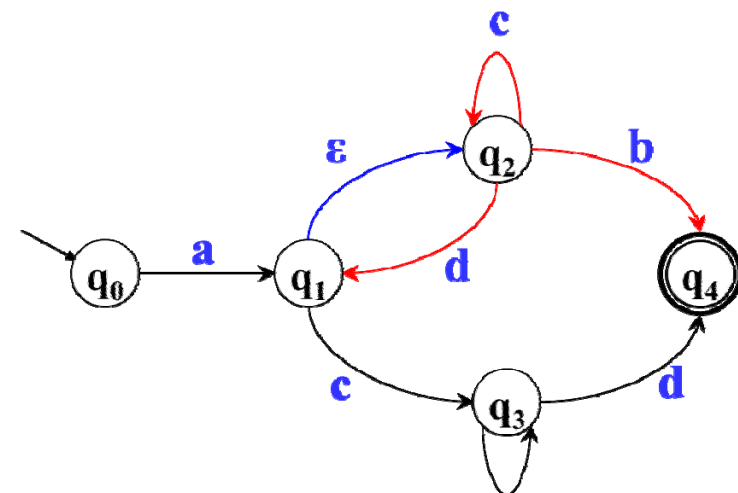
【定义】 ϵ 自动机 ϵ N DFA 为 $(Q, \Sigma \cup \{\epsilon\}, t, Q_0, F)$

自动机的弧上允许标记 ϵ ，称此FA为 ϵ 自动机，记为 ϵ FA (ϵ N DFA或 ϵ DFA)。

消除 ϵ 自动机中的空移：

对于 ϵ FA，总可以构造等价的FA，使得

$$L(\epsilon\text{FA}) = L(\text{FA})$$



3.2 N DFA到DFA的转换——子集法

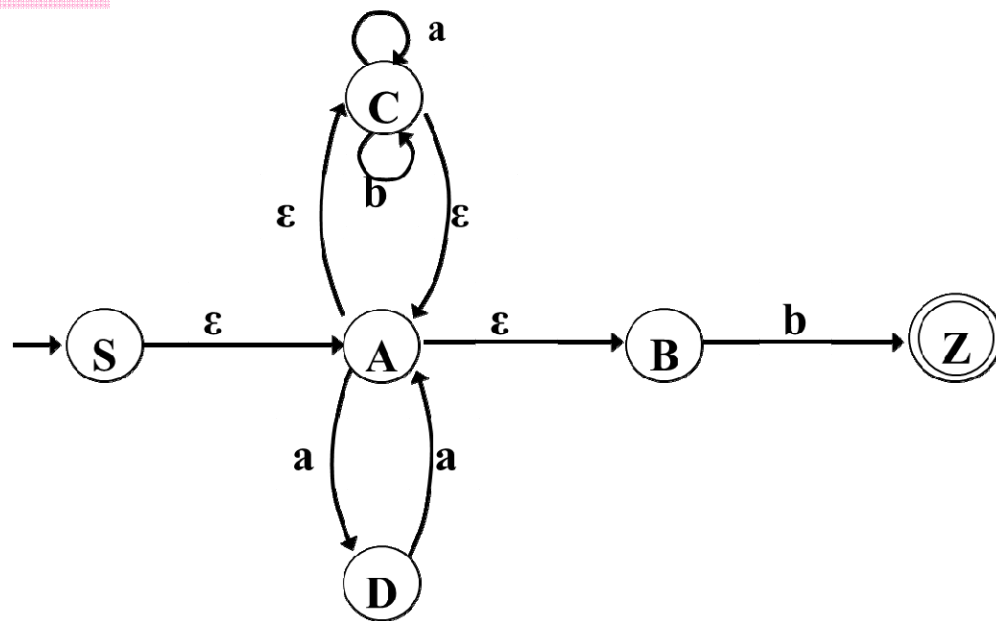
1. 子集法



(1) 空移环路的寻找和消除

(2) 消除余下的空移

(3) 利用子集法确定化





3.2 N DFA到DFA的转换——子集法

(1) 空移环路的寻找和消除

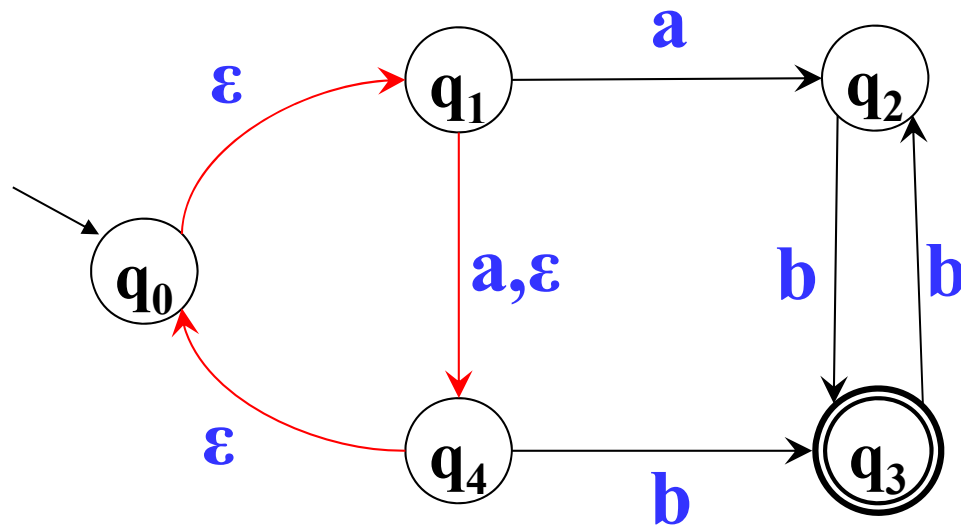
空移环路：一个从状态A开始并以A结束的空移动序列。
空移环路中的所有状态是等价的。

消除方法：

- ① 把空移环路上的所有结点 q_1, q_2, \dots, q_n 合并成一个结点，取一个公共名。
- ② 若有 $q_i \in Q_0 (=q_0) / F$, $(i=1, \dots, n)$
则合并后的新状态相应设置为初态/终态。

NDFA到DFA的转换——举例

消除空移环路：



3.2 N DFA到DFA的转换——子集法

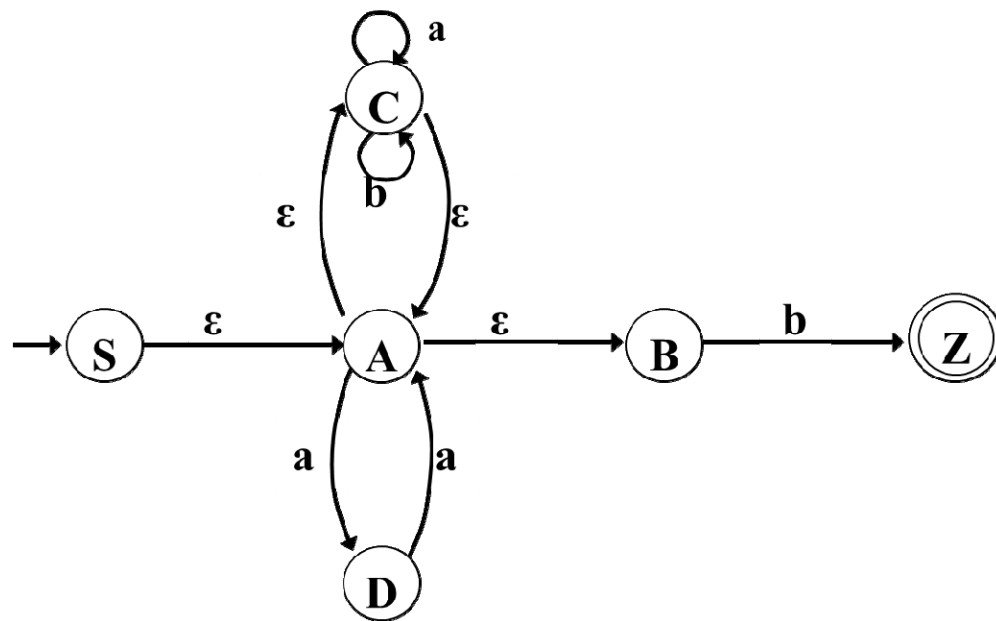
1. 子集法



(1) 空移环路的寻找和消除

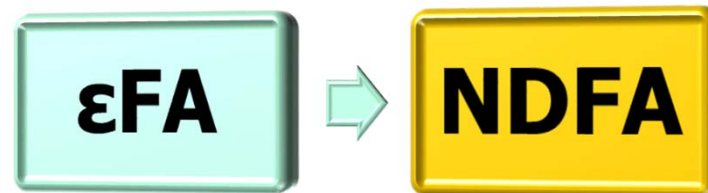
(2) 消除余下的空移

(3) 利用子集法确定化



3.2 N DFA到DFA的转换——子集法

(2) 消除空移



① 若 $t(A, \epsilon) = \{ \dots, B, \dots \}$, 则置 $t(A, \epsilon) = \emptyset$ 。

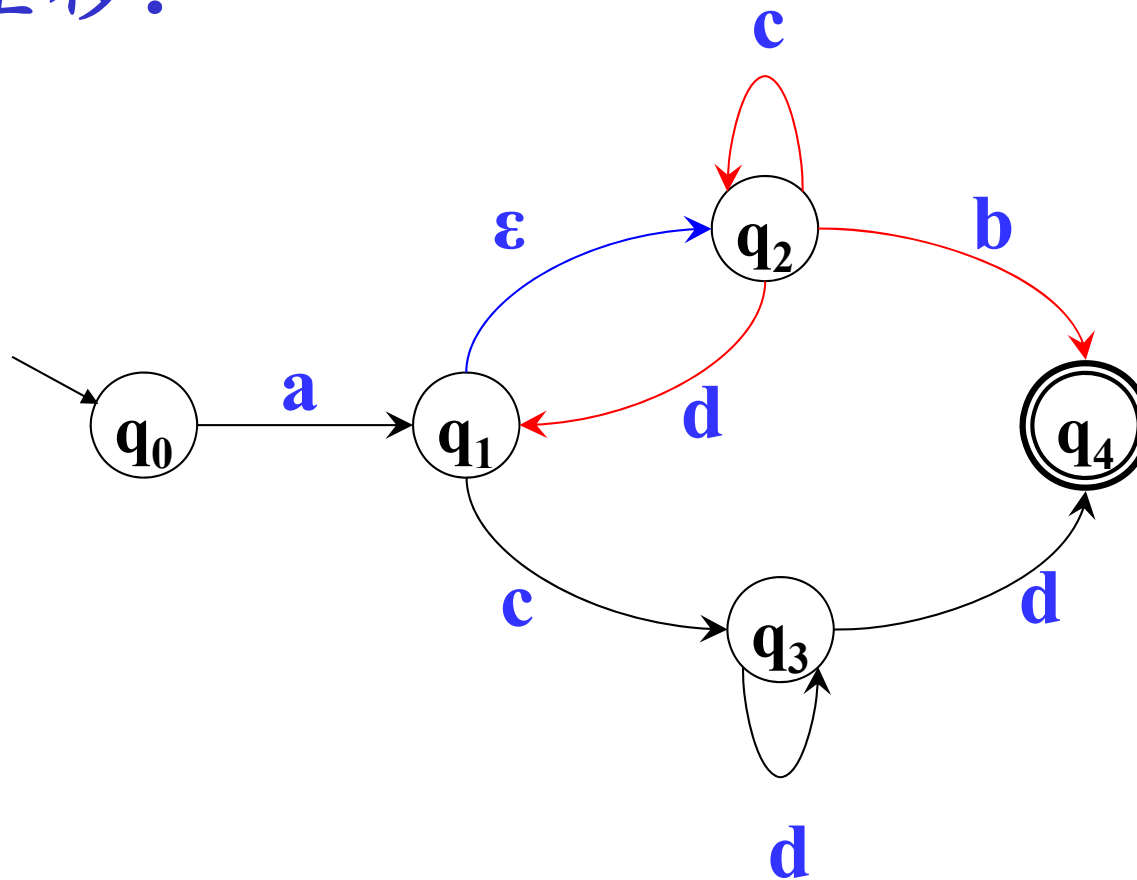
② $\forall a \in \Sigma, q \in Q$: 若 $q \in t(B, a)$
把 q 加入 $t(A, a)$

③ 若 A 是初态（或从初态经 ϵ 路径到达 A ），
则置 B 为初态；

若 B 是终态，则置 A 为终态。

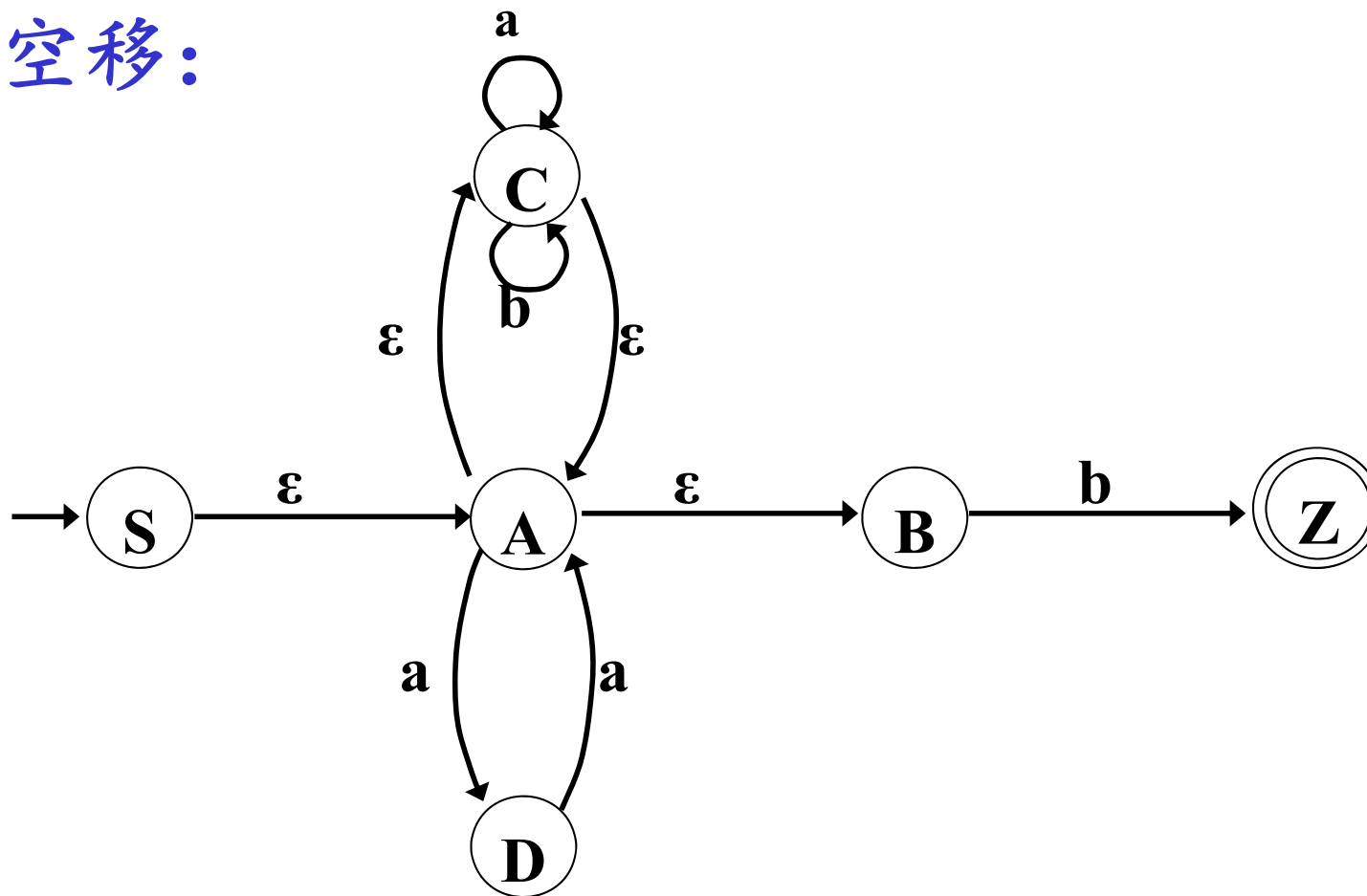
NDFA到DFA的转换——举例

消除空移：



NDFA到DFA的转换——举例

消除空移：



3.2 NFA到DFA的转换——子集法

1. 子集法



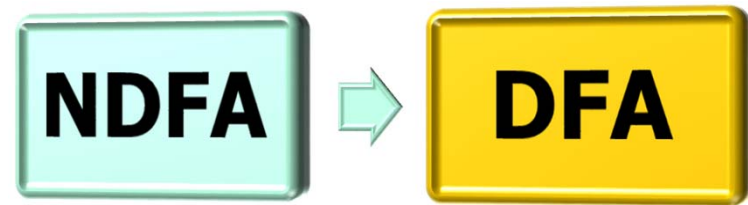
(1) 空移环路的寻找和消除

(2) 消除余下的空移

(3) 利用子集法确定化

NDFA到DFA的转换——子集法

(3) 利用子集法确定化

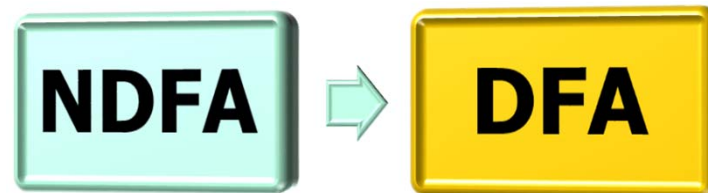


主要思想：

利用状态子集间确定的转换关系，进行确定化。

NDFA到DFA的转换——子集法

(3) 利用子集法确定化



设已知的NDFA A为 (Q, Σ, t, Q_0, F) ,

与A等价的DFA A'为 $(Q', \Sigma', t', q_0, F')$ 。

$$\Sigma' = \Sigma$$

$Q' = 2^Q \setminus \{\emptyset\}$, 由Q的状态子集组成

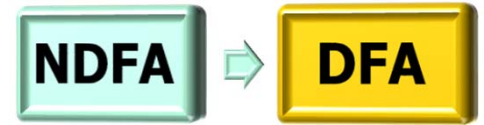
$$q_0 = [s_1, s_2, \dots, s_k], \quad s_1, s_2, \dots, s_k \in Q_0$$

$$F' = \{ [e_1, e_2, \dots, e_p] \mid \{e_1, e_2, \dots, e_p\} \cap F \neq \emptyset \}$$

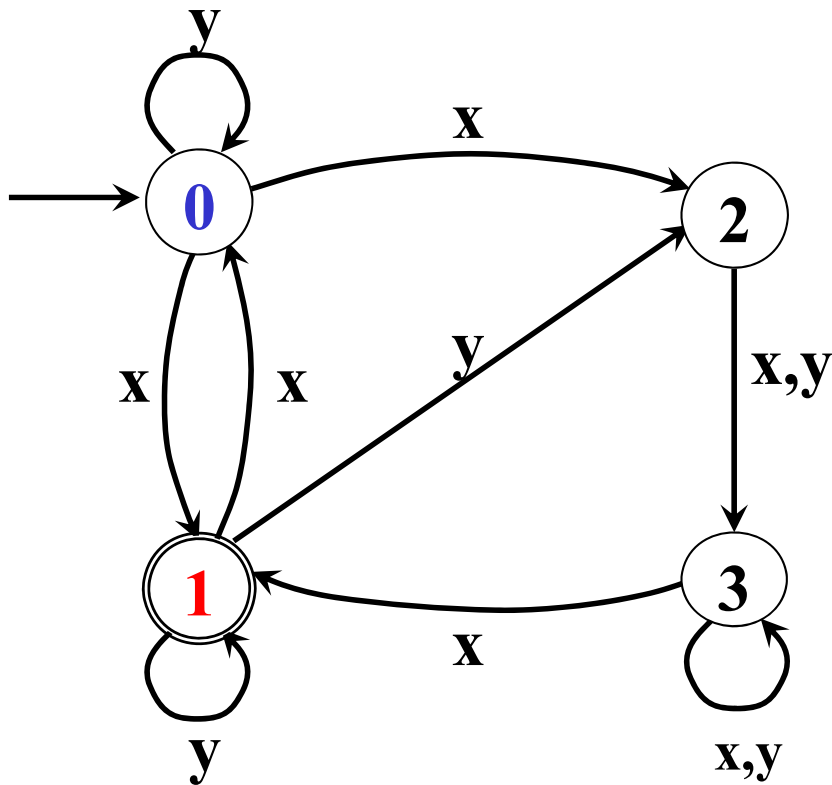
$$t': t'(r', a) = q', \quad \text{其中 } r' = [r_1, r_2, \dots, r_n], \quad q' = [q_1, q_2, \dots, q_m]$$

$$\{q_1, q_2, \dots, q_m\} = t(r_1, a) \cup t(r_2, a) \cup \dots \cup t(r_n, a)$$

子集法举例



DFA=(Q',{x,y}, t', [0], {[1],[0,1],[1,2],[1,3],[0,1,2],[0,1,3], [1,2,3],[0,1,2,3]})



$t'([0],x)=[1,2]$

$t'([0],y)=[0]$

$t'([1],x)=[0]$

$t'([1],y)=[1,2]$

$t'([2],x)=[3]$

$t'([2],y)=[3]$

$t'([3],x)=[1,3]$

$t'([3],y)=[3]$

$t'([0,1],x)=[0,1,2]$

$t'([0,1],y)=[0,1,2]$

$t'([0,2],x)=[1,2,3]$

$t'([0,2],y)=[0,3]$

$t'([0,3],x)=[1,2,3]$

$t'([0,3],y)=[0,3]$

$t'([1,2],x)=[0,3]$

$t'([1,2],y)=[1,2,3]$

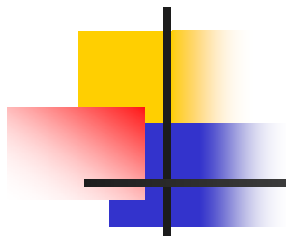
子集法举例

👉 为什么可以用子集法进行NFA的确定化?

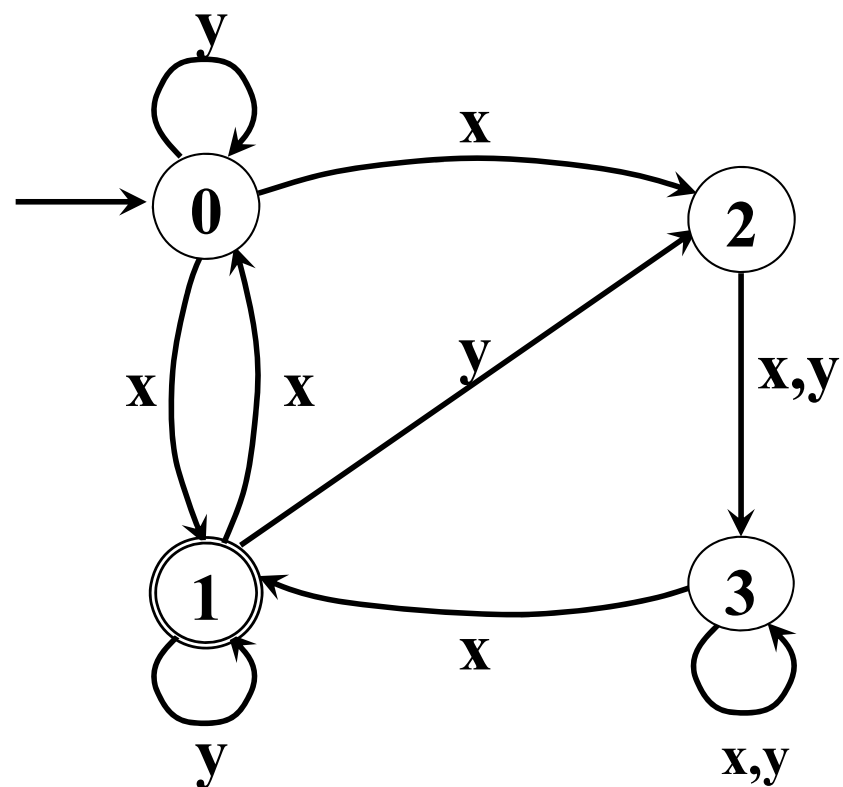


DFA=(Q',{x,y}, t', [0], {[1],[0,1],[1,2],[1,3],[0,1,2],[0,1,3], [1,2,3],[0,1,2,3]})

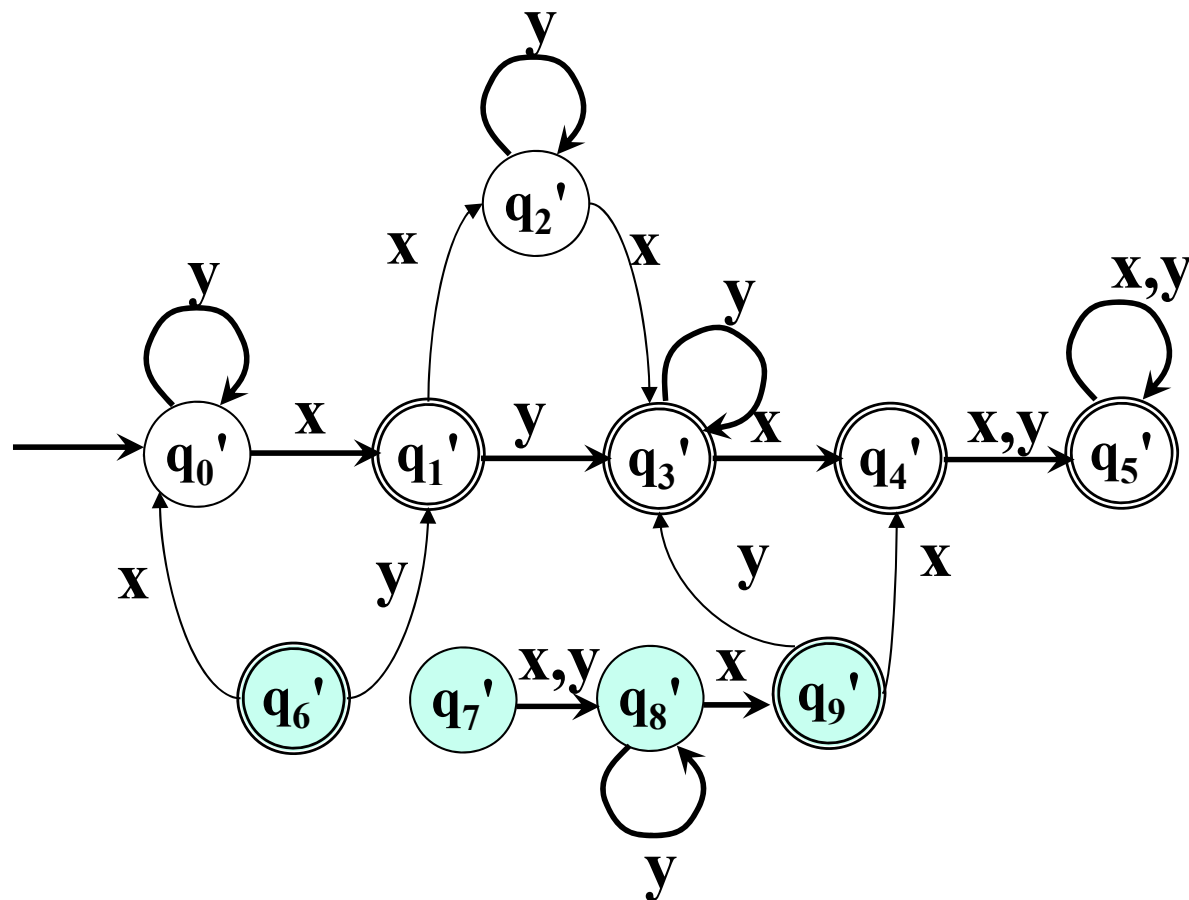
$t'([0],x)=[1,2]$	$t'([0],y)=[0]$	$t'([1,3],x)=[0,1,3]$	$t'([1,3],y)=[1,2,3]$
$t'([1],x)=[0]$	$t'([1],y)=[1,2]$	$t'([2,3],x)=[1,3]$	$t'([2,3],y)=[3]$
$t'([2],x)=[3]$	$t'([2],y)=[3]$	$t'([0,1,2],x)=[0,1,2,3]$	$t'([0,1,2],y)=[0,1,2,3]$
$t'([3],x)=[1,3]$	$t'([3],y)=[3]$	$t'([0,1,3],x)=[0,1,2,3]$	$t'([0,1,3],y)=[0,1,2,3]$
$t'([0,1],x)=[0,1,2]$	$t'([0,1],y)=[0,1,2]$	$t'([0,2,3],x)=[1,2,3]$	$t'([0,2,3],y)=[0,3]$
$t'([0,2],x)=[1,2,3]$	$t'([0,2],y)=[0,3]$	$t'([1,2,3],x)=[0,1,3]$	$t'([1,2,3],y)=[1,2,3]$
$t'([0,3],x)=[1,2,3]$	$t'([0,3],y)=[0,3]$	$t'([0,1,2,3],x)=[0,1,2,3]$	$t'([0,1,2,3],y)=[0,1,2,3]$
$t'([1,2],x)=[0,3]$	$t'([1,2],y)=[1,2,3]$		



子集法举例

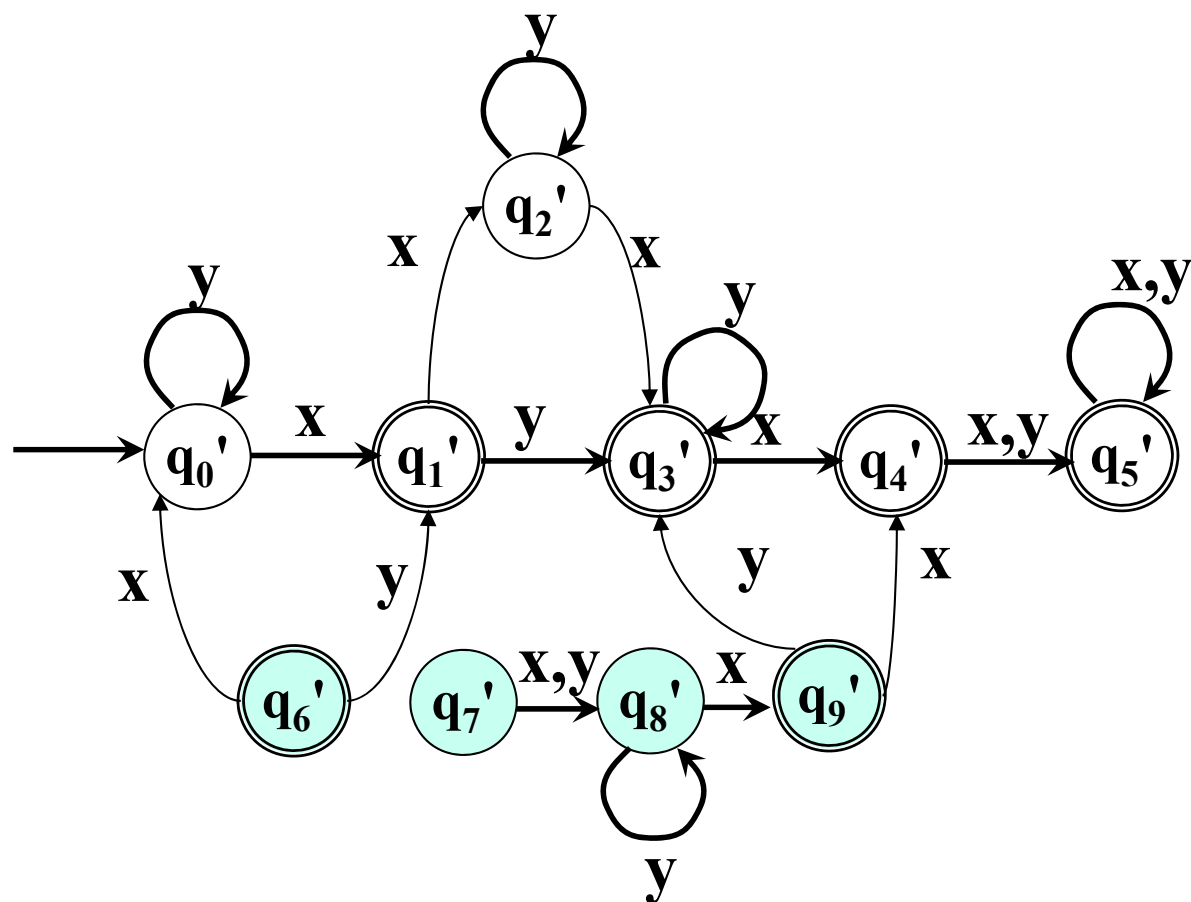


NFA的状态转换图



DFA的状态转换图[部分]

子集法的局限



DFA的状态转换图[部分]

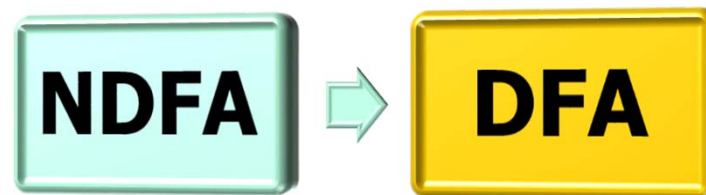
子集法的局限性:

- 状态数太多
- 存在不可达状态

➡ 造表法

NDFA到DFA的转换——造表法

利用造表法确定化



主要思想：

为避免不可达状态，从初始状态出发，计算 t' ，依次构造其后继状态，进行确定化。

I 子集 \xrightarrow{a} I_a 子集

$$I_a = t'(I, a)$$

3.2 NDFA到DFA的转换——造表法

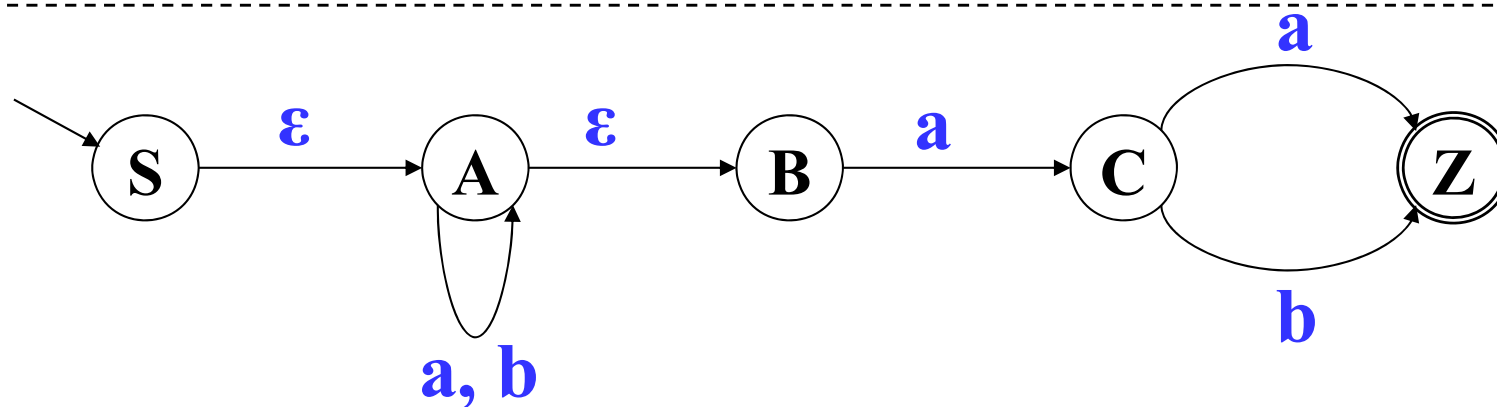
□ 求某个子集 I 在 a 下的后继状态（子集） I_a ：

即从 I 中状态出发，经过一条 a 弧（跳过 a 弧前、越过 a 弧后的任意条 ϵ 弧）到达的状态集合（子集）。

① 状态子集 I 的 ϵ 闭包

② I_a 子集

$$I_a = t'(I, a)$$



$I = \{S\}$, 求 $I_a = ?$

3.2 NDFA到DFA的转换——造表法

① 状态子集 I 的 ϵ 闭包

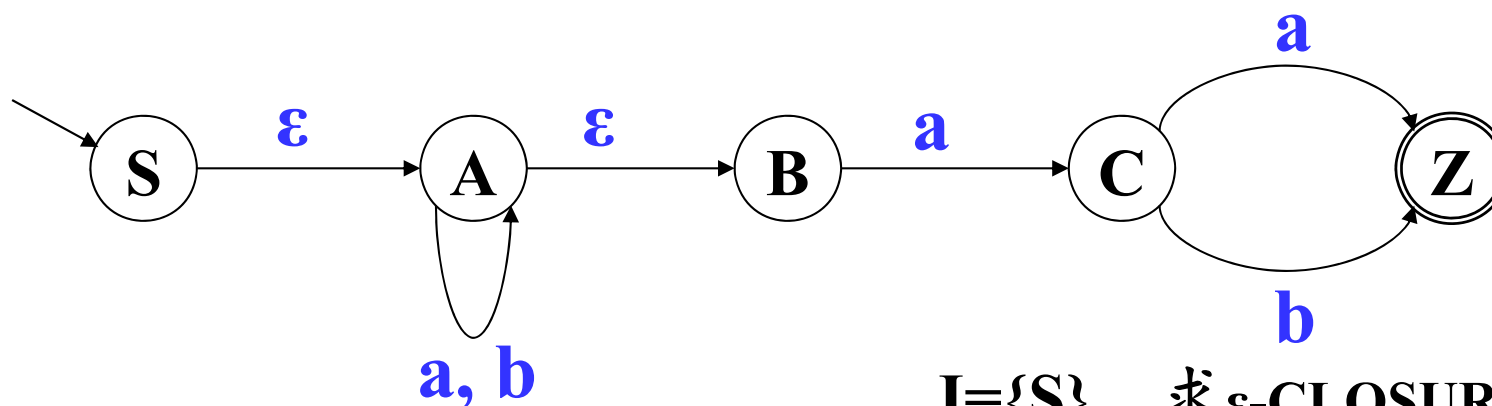
假设 I 是状态集合 Q 的一个子集。

定义 I 的 ϵ 闭包 (ϵ -CLOSURE (I)) 为:

i. 如果状态 $q \in I$, 则 $q \in \epsilon$ -CLOSURE (I) ;

ii. 如果状态 $q \in I$, 则 $q' \in \epsilon$ -CLOSURE (I) 。

其中 q' 为由状态 q 出发, 经任意条 ϵ 弧能到达的 Q 中的状态。



$I = \{S\}$, 求 ϵ -CLOSURE (I) = ?

3.2 NDFA到DFA的转换——造表法

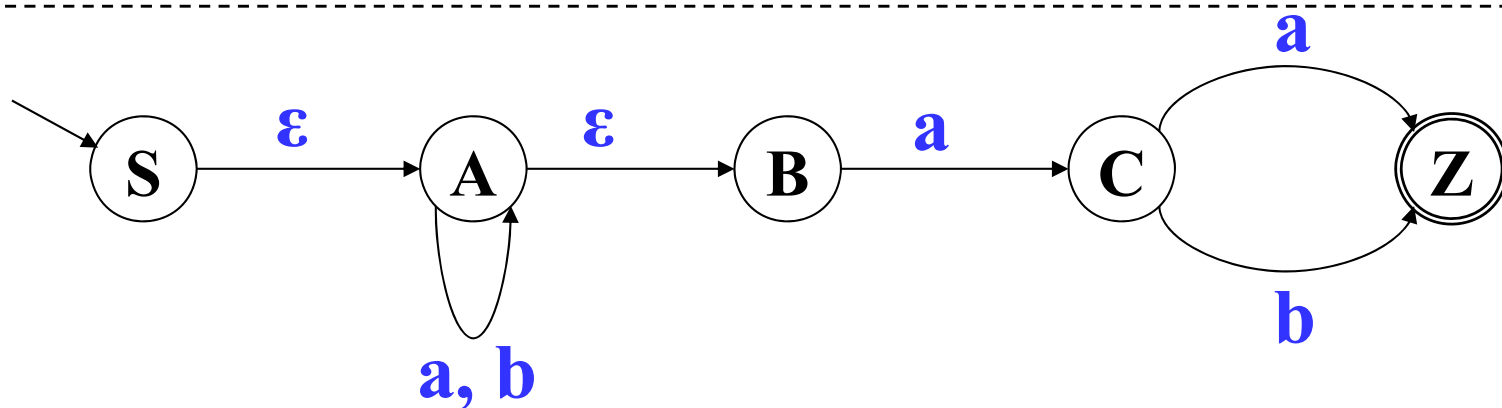
② I_a 子集

$$I_a = t'(I, a)$$

设 I 是状态集 Q 的一个子集。

由 I 中的状态出发，经历一条 a 弧（跳过 a 弧前的任意条 ϵ 弧）可到达的状态的集合称为 J ，则

$$I_a = \epsilon\text{-CLOSURE}(J)$$



$I = \{S, A\}$, 求 $I_a = ?$

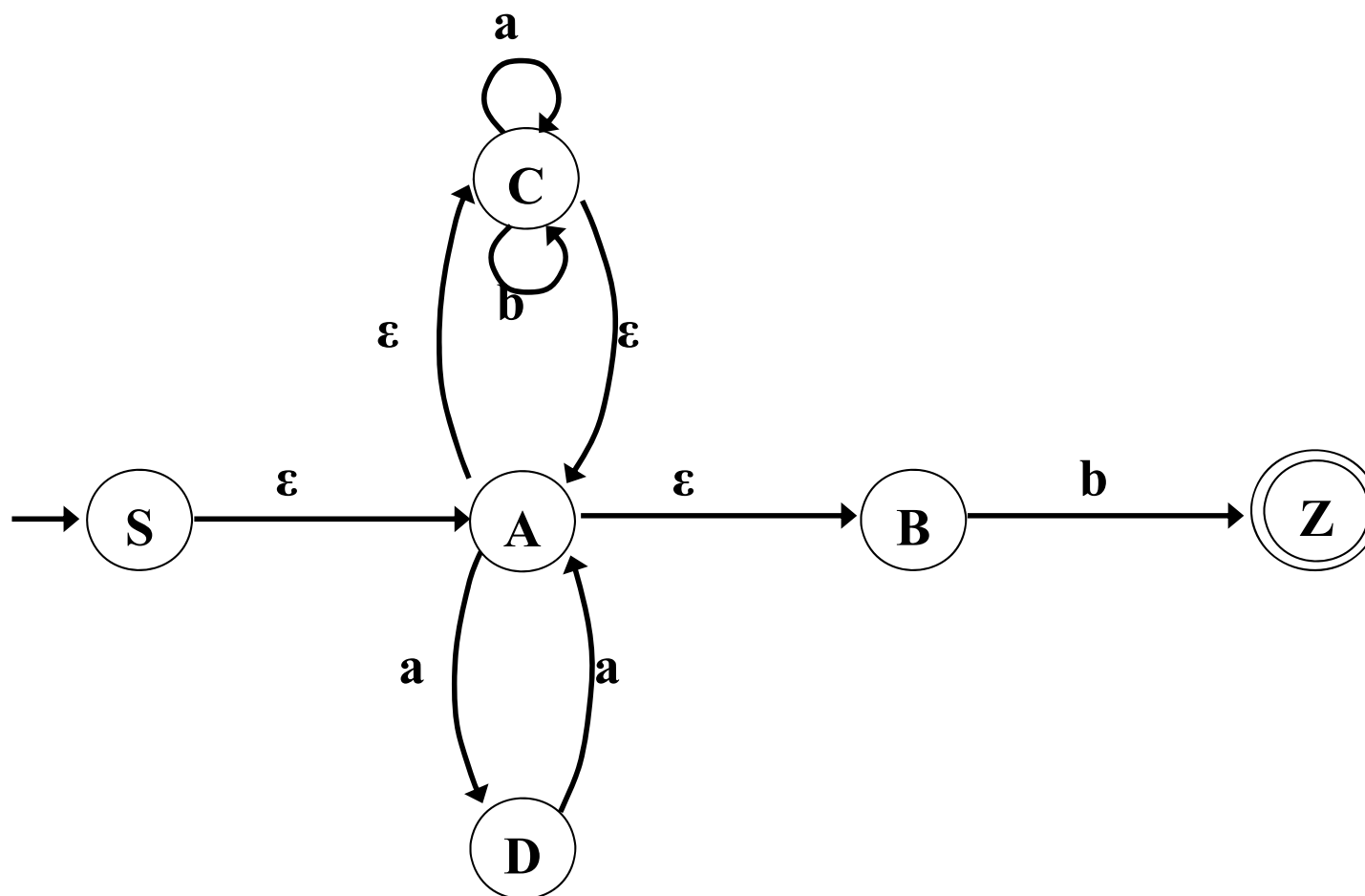
NDFA到DFA的转换——造表法

利用造表法确定化

1. 将 $I = \varepsilon\text{-closure}(Q_0)$ 作为表的第1行第1列，然后求其 I_a 和 I_b ，填入第2，3列；
2. 将未出现在第1列的 I_a 和 I_b 依次填入下一行作为 I 值，并求其 I_a 和 I_b ，填入相应行的第2，3列；
3. 重复2，直至所有2，3列元素全部在第1列出现过为止；
4. 最终表即是状态转换表。

状态：	第1列元素
输入符号：	I_a 和 I_b 看作 a 和 b
状态转换函数：	表中相应元素
初态：	第1行第1列元素
终态：	含原终态的元素

NDFA到DFA的转换——举例



NDFA到DFA的转换——造表法

造表法的特点：

- 简单有效
- 不存在不可达状态
- 状态数比子集法大大减少

最少?

➡ DFA化简(最小化)



3.2 NFA到DFA的转换

NFA到DFA的转换：

□ 确定化 —— 子集法、造表法

□ DFA最小化 —— 构造状态集合的划分



3.2 N DFA到DFA的转换——DFA化简

寻找一个状态数比M更少的DFA M' ，使得M和 M' 所识别的字符串相同，即 $L(M)=L(M')$ 。（ M' 唯一的）

条件：接受的语言相同（等价的DFA）

主要思想：

- 合并等价状态
- 删除无关状态



3.2 N DFA到DFA的转换——DFA化简

等价状态：如果从DFA的某个状态 q_1 出发能识别某一字符串 x 而停止于终态，那么从 q_2 出发也能识别字符串 x 而停止于终态；反之亦然。则称状态 q_1 和 q_2 是**等价的**。

如果 q_1 和 q_2 不等价，则说 q_1 和 q_2 是**可区分的**。

最小化算法（划分法）：

DFA最小化的关键在于把它的状态集分成一些两两互不相交的子集，使得任何两个不同的子集中的状态都是**可区分的**，而同一子集中的任何两个状态都是**等价的**。



3.2 N DFA到DFA的转换——DFA化简

步骤一 构造状态集的划分

□ 终止状态集 / 非终止状态集

□ 对每一个子集进行再分解（属于同一子集的任意状态 q_1 和 q_2 ，对于任何 $a \in \Sigma$ ， $t(q_1, a)$ 与 $t(q_2, a)$ 属于同一子集。）

步骤二 取每一组中的一个状态作代表，合并等价状态

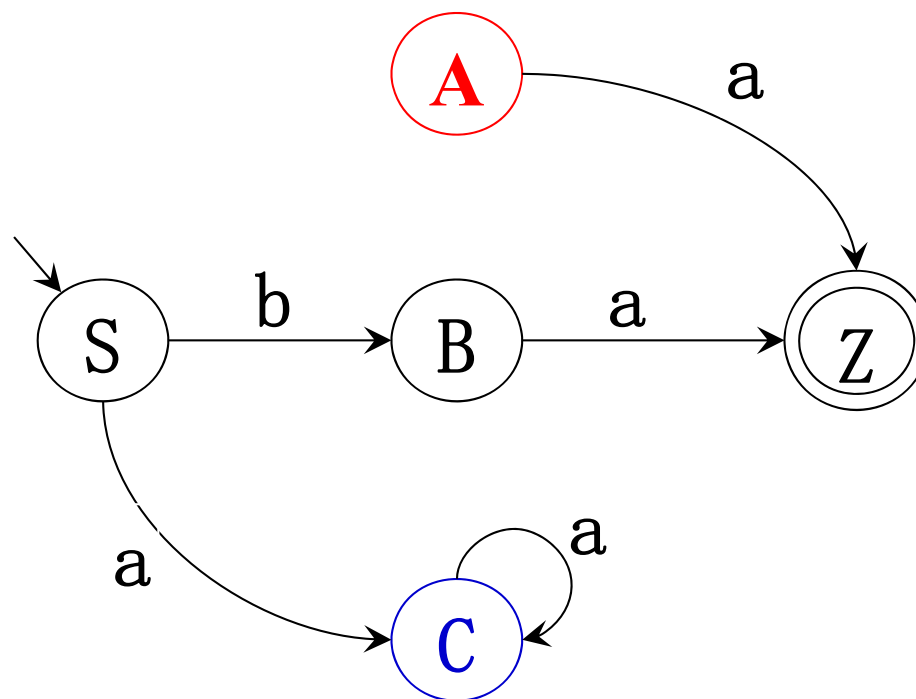
步骤三 删去无关状态

不可达状态

死状态

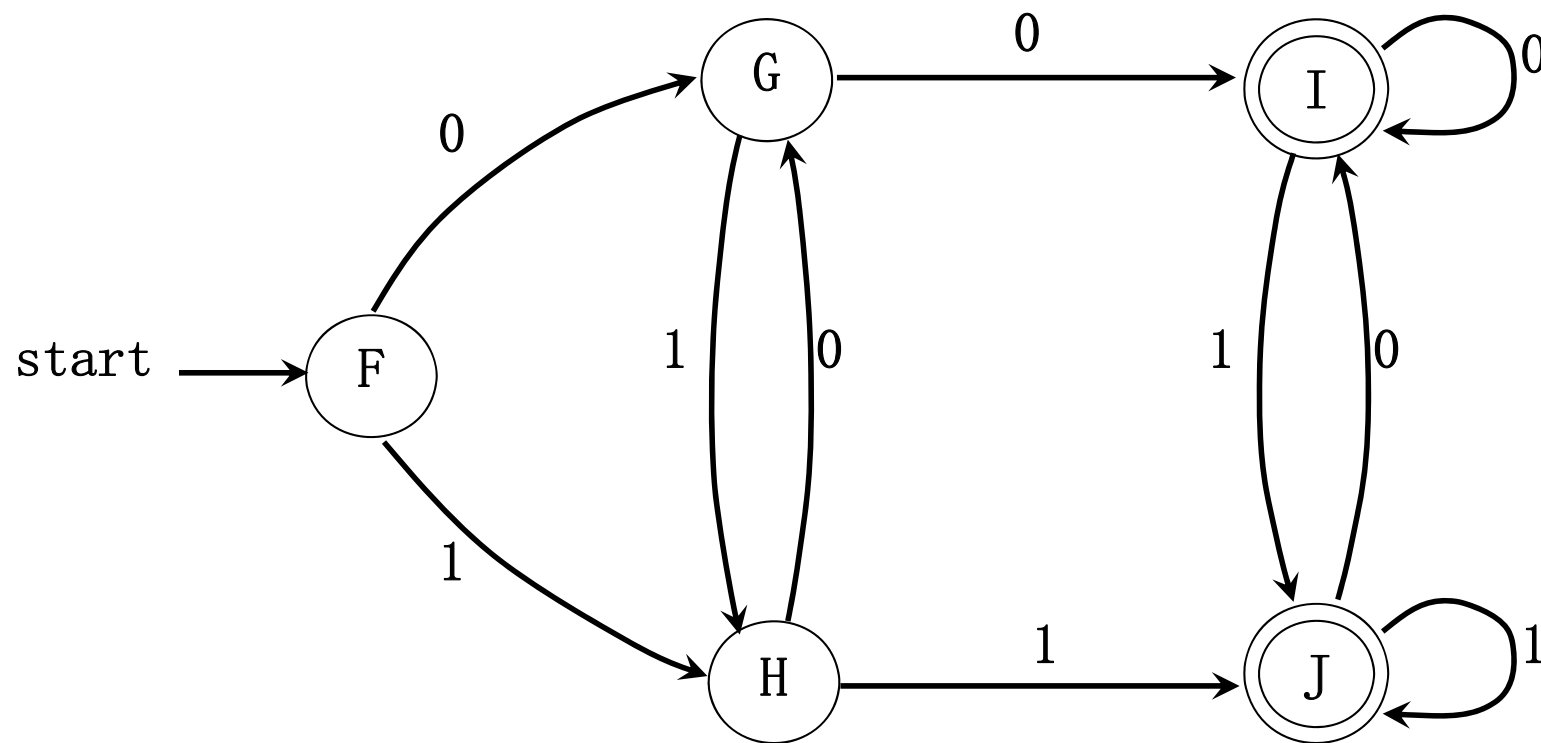
DFA化简举例

[例] 删去无关状态

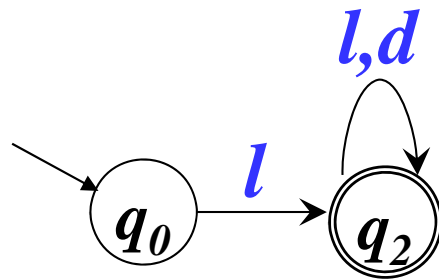
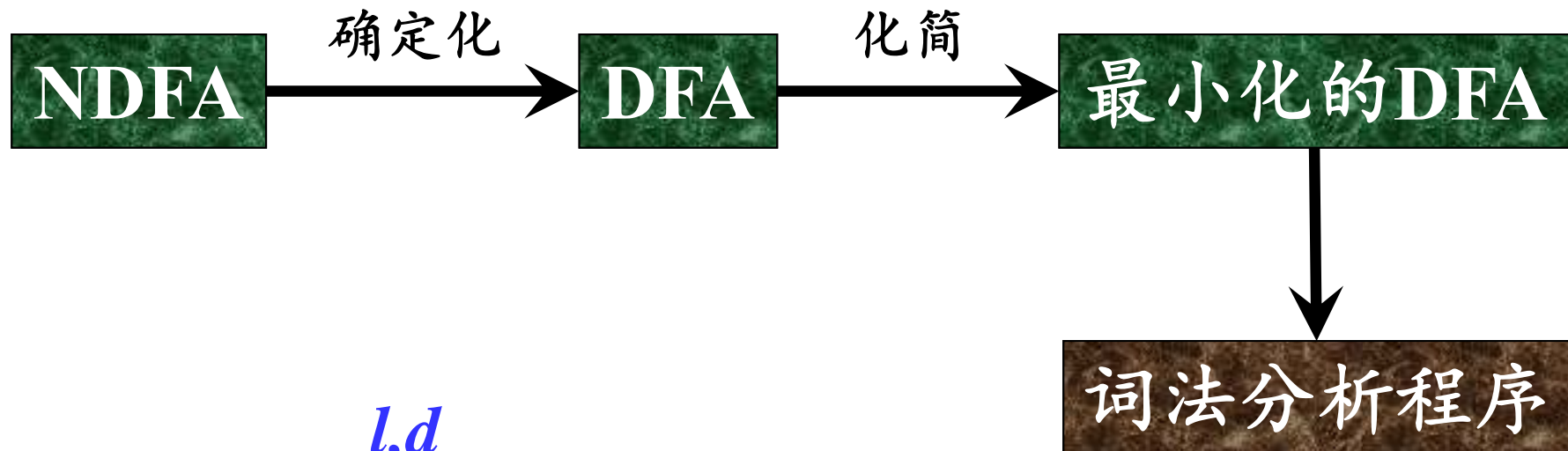


DFA化简举例

[例] 将下列DFA最小化。



从化简后的DFA到程序表示

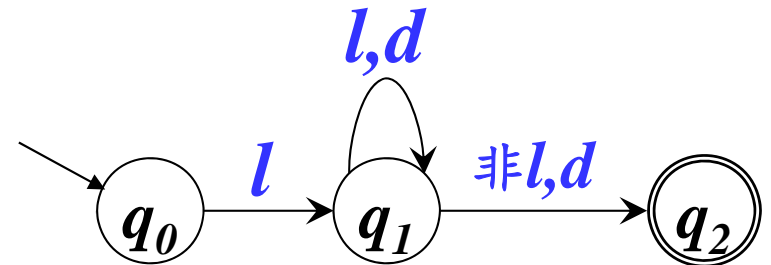
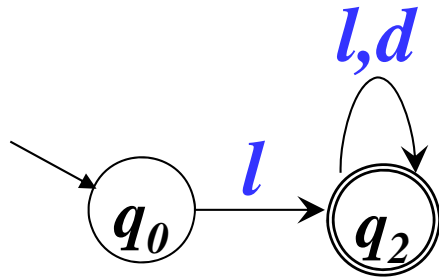


标识符DFA

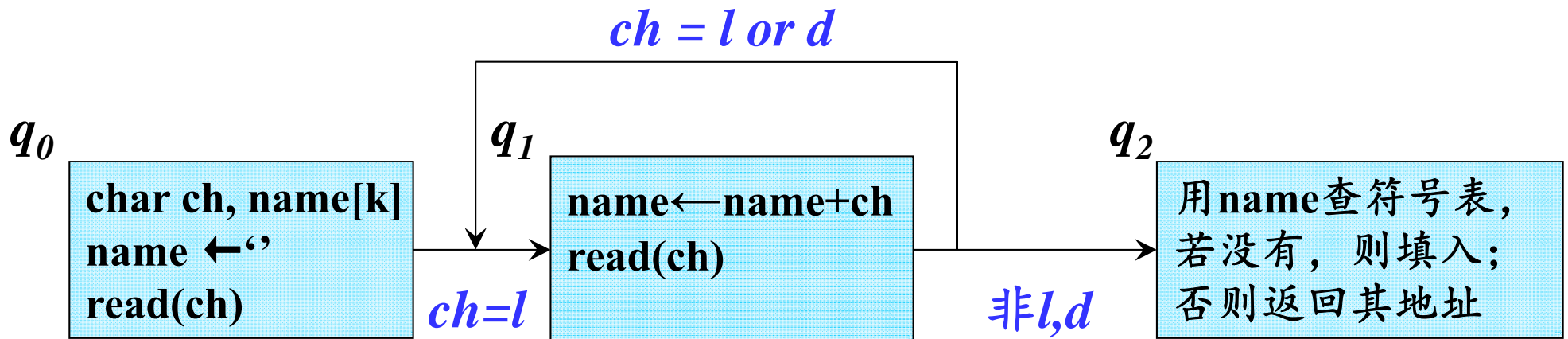
Where are we?
Why are we doing this?



从化简后的DFA到程序表示

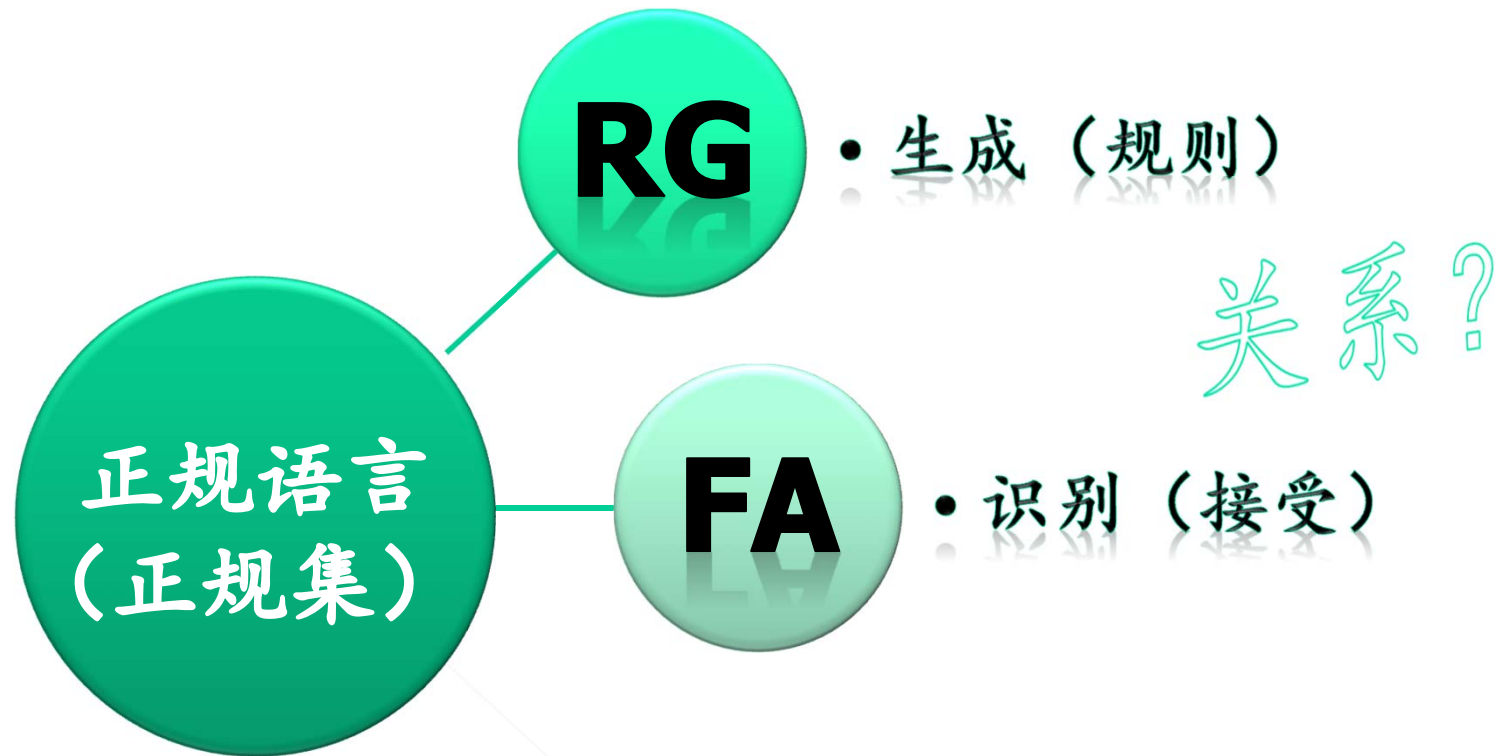


标识符DFA



识别标识符的程序流程图

3.3 正规文法与FA





3.3 正规文法与FA

[定理1] $RG \rightarrow FA$

由正规文法 $G[S]$ 可直接构造一个与之等价的FA A ,
使得 $L(G)=L(A)$ 。

[定理2] $FA \rightarrow RG$

由有穷自动机FA A 可直接构造一个与之等价的正规文法 G , 使得 $L(G)=L(A)$ 。



3.3 正规文法与FA

1. $RG \rightarrow FA$ 的构造:

- 令G的终结符号集为A的字母表;
- G的非终结符号作为A的状态, G的开始符号为A的开始状态;
- 增加一个终止状态Z ($Z \notin V_N$);
- 形如 $U \rightarrow a$ 的规则, 引一条从状态U到终止状态Z的标记为a的弧;
- 形如 $U \rightarrow aW$ 的规则, 引一条从状态U到W的a弧。



正规文法 \Rightarrow FA

【例1】 给定文法G[Z]:

$$Z \rightarrow 0U \mid 1V$$

$$U \rightarrow 1Z \mid 1$$

$$V \rightarrow 0Z \mid 0$$

试给出等价的FA A。

【例2】 给定文法G[S]:

$$S \rightarrow aS \mid aB$$

$$B \rightarrow bB \mid bA$$

$$A \rightarrow cA \mid c$$

试给出等价的FA A。



FA \Rightarrow 正规文法

2. FA \rightarrow RG的构造:

①自动机A中的每一个状态均作为G的非终结符号，其中A的开始状态作为G的开始符号，A的输入字母表中的所有符号作为G的终结符号；

②对A中 $V \in t(U, a)$ 的映射，构造G的产生式 $U::=aV$ ；

若 $V \in F$ ，则构造G的产生式 $U::=a$ ；

③若A中 $q_0 \in F$ ，则构造G的产生式 $S::=\epsilon$ 。



FA \Rightarrow 正规文法

2. FA \rightarrow RG的构造:

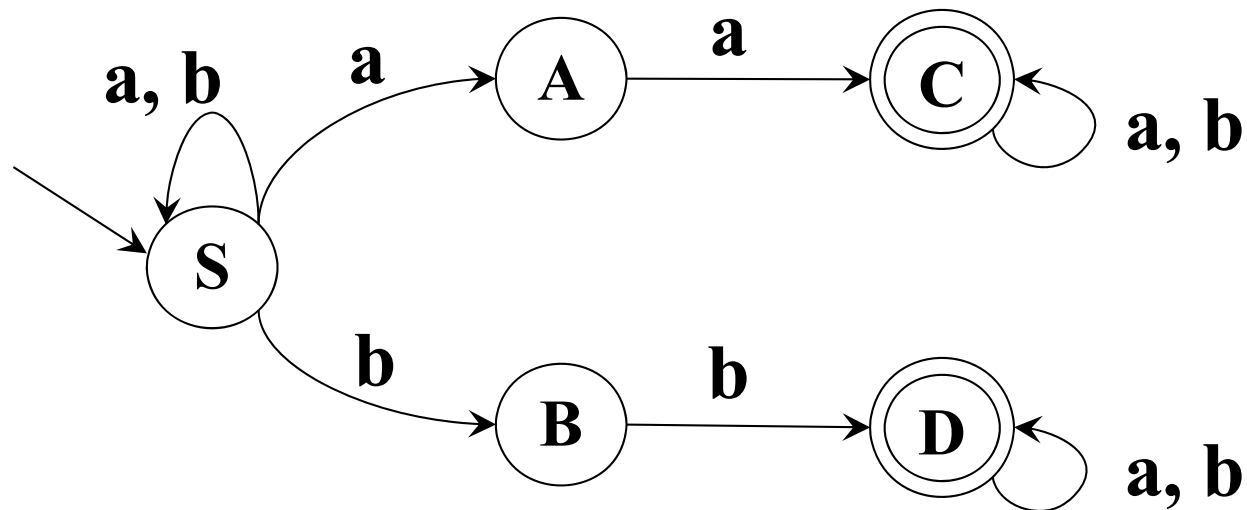
①自动机A中的每一个状态均作为G的非终结符号，其中A的开始状态作为G的开始符号，A的输入字母表中的所有符号作为G的终结符号；

②对A中 $V \in t(U, a)$ 的映射，构造G的产生式 $U::=aV$ ；

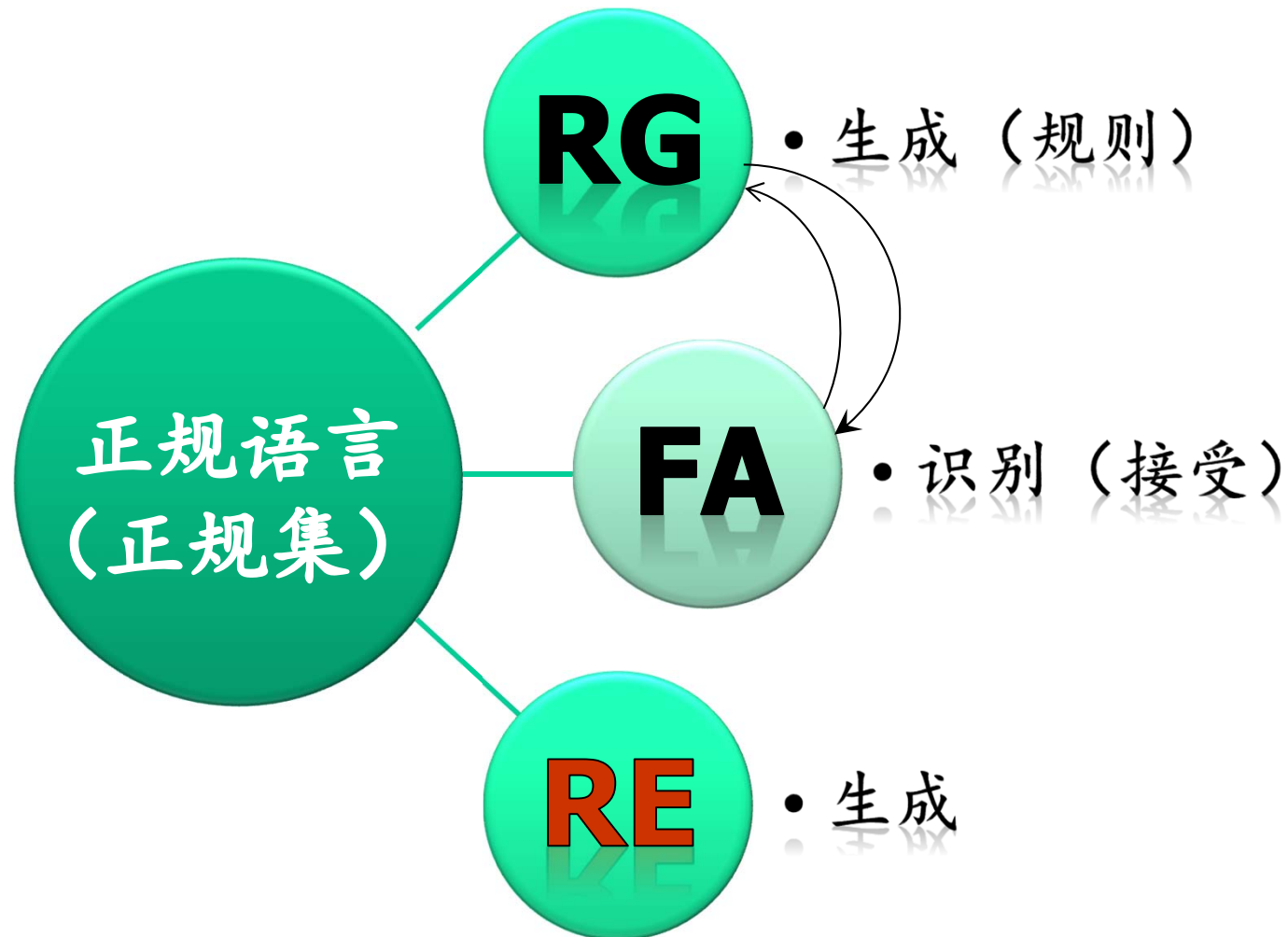
③对A中终止状态Z，构造G的形如 $Z::=\epsilon$ 的产生式。

FA \Rightarrow RG 举例

[例] 为下列NDFA A构造等价的正规文法。(P46, 3.9)



3.3 正规文法与FA





3.4 正规表达式RE与FA

字母表 Σ 上的正规表达式RE e ，描述的语言称为正规集 $L(e)$ 。

(1) ϵ 、 \emptyset 是 Σ 上的RE，相应的正规集分别是 $\{\epsilon\}$ 、 \emptyset 。

(2) $\forall a \in \Sigma$ ， a 是 Σ 上的RE，相应的正规集是 $\{a\}$ ；

(3) 设 e_1 与 e_2 是 Σ 上的RE，分别描述正规集 $L(e_1)$ 、 $L(e_2)$ ，则

① (e_1) 也是 Σ 上的RE，相应正规集为 $L((e_1))=L(e_1)$ ；

② $e_1 e_2$ 也是 Σ 上的RE，相应正规集为 $L(e_1 e_2)=L(e_1)L(e_2)$ ；

③ $e_1 | e_2$ 也是 Σ 上的RE，相应的正规集为 $L(e_1 | e_2)=L(e_1) \cup L(e_2)$ ；

④ e_1^* 也是 Σ 上的RE，相应的正规集为 $L(e_1^*)=(L(e_1))^*$ 。

仅由有限次(3)所描述运算而得到的表达式才是 Σ 上的正规表达式。



正规表达式举例

(1) 0^*10^*

(2) $\Sigma^* 1 \Sigma^*$

(3) $\Sigma^* 001 \Sigma^*$

(4) $(\Sigma \Sigma)^*$

(5) $(\Sigma \Sigma \Sigma)^*$

(6) $0 \Sigma^* 0 \mid 1 \Sigma^* 1 \mid 0 \mid 1$

(7) $(0 \mid \varepsilon) 1^* = 0 1^* \mid 1^*$

(8) $\Phi^* = \{\varepsilon\}$



3.4 RE与FA——正规表达式等价

【定义】 正规表达式等价

设 e_1, e_2 均为 Σ 上的正规表达式,

若 $L(e_1)=L(e_2)$

则称 e_1 与 e_2 等价, 记为: $e_1=e_2$ 。

[例] 试证: $b(ab)^* = (ba)^*b$



3.4 RE与FA——RE的性质

设A、B、C均为正规表达式，则有下列等价关系成立：

(1) $A|B=B|A$

(2) $A|(B|C)=(A|B)|C$

(3) $A(BC)=(AB)C$

(4) $A(B|C)=AB|AC$ $(B|C)A=BA|CA$

(5) $\varepsilon A=A\varepsilon=A$

(6) $(A^*)^*=A^*$

(7) $A^*=\varepsilon|AA^*$

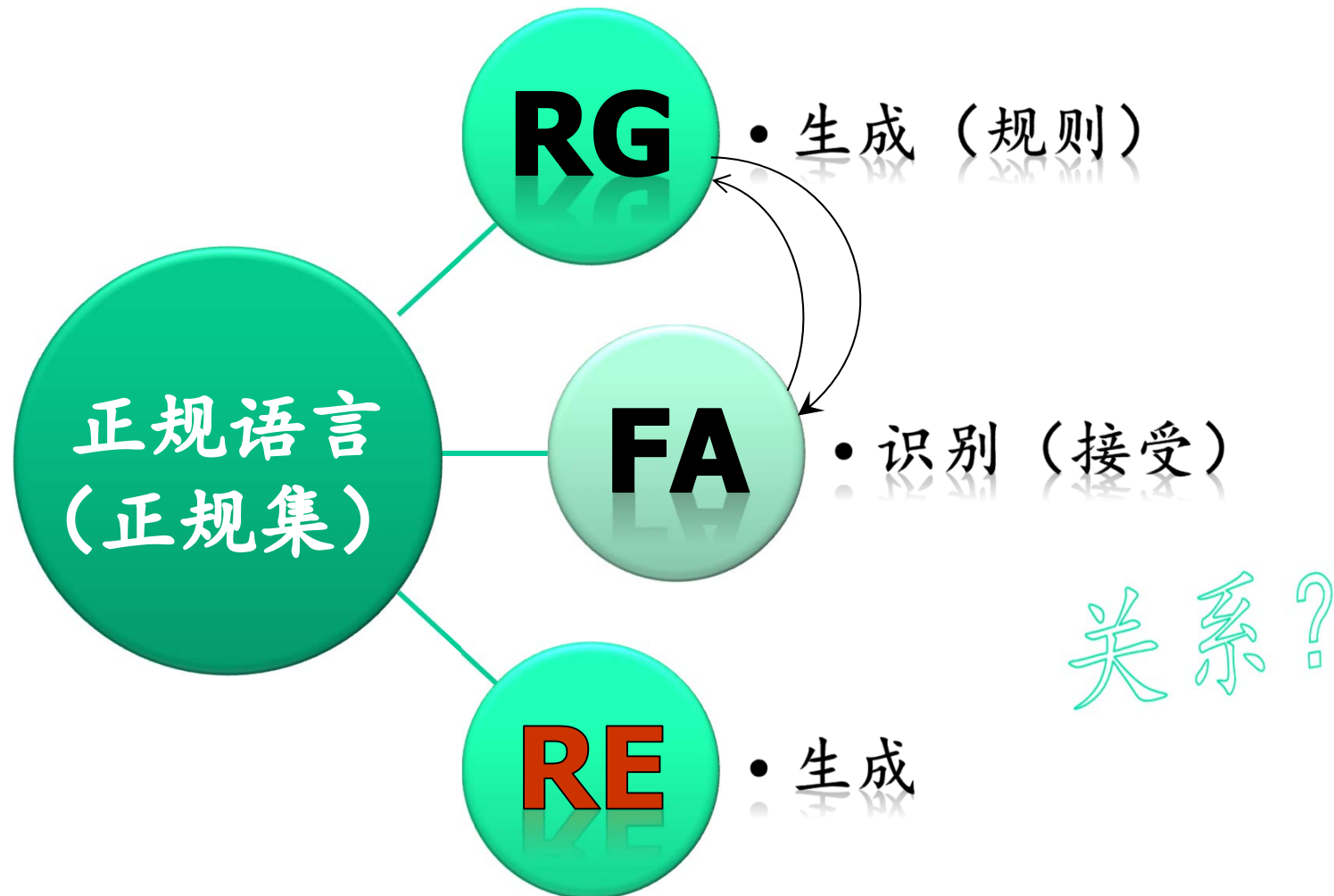
(8) $(AB)^*A=A(BA)^*$

(9) $(A|B)^*=(A^*B^*)^*=(A^*|B^*)^*$

(10) $A=b|aA$ 当且仅当 $A=a^*b$ (11) $A=b|Aa$ 当且仅当 $A=ba^*$



RG、FA和RE的关系





3.4 RE与FA——关系

[定理1] RE→FA

对于字母表 Σ 上的任意正规表达式 e ，一定可以构造一个输入字母表 Σ 上的NDFA A ，使得 $L(A)=L(e)$ 。

[定理2] FA→RE

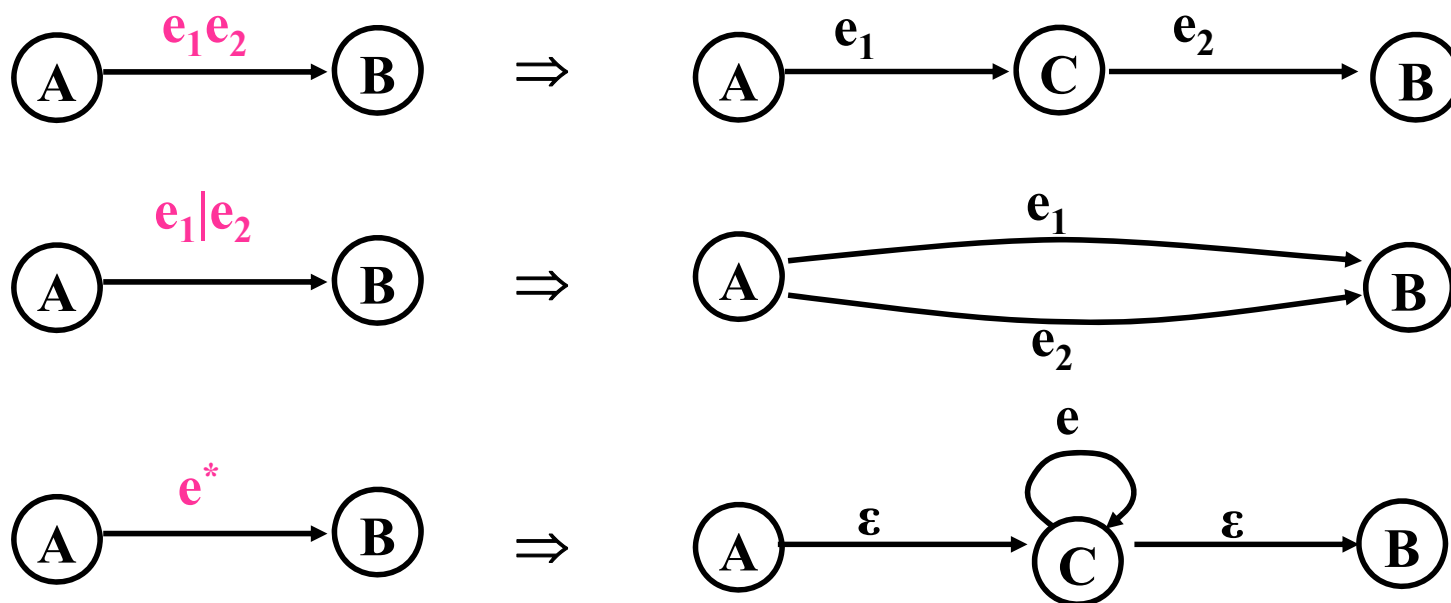
由有穷自动机FA A 所识别的语言 $L(A)$ ，可以用 Σ 上的RE e 来表示，使得 $L(A)=L(e)$ 。

3.4 RE与FA—— $RE \Rightarrow FA$

1. $RE \rightarrow FA$

(1)构造广义NFA: S是**惟一**开始状态, Z是**惟一**终止状态。弧标记e。

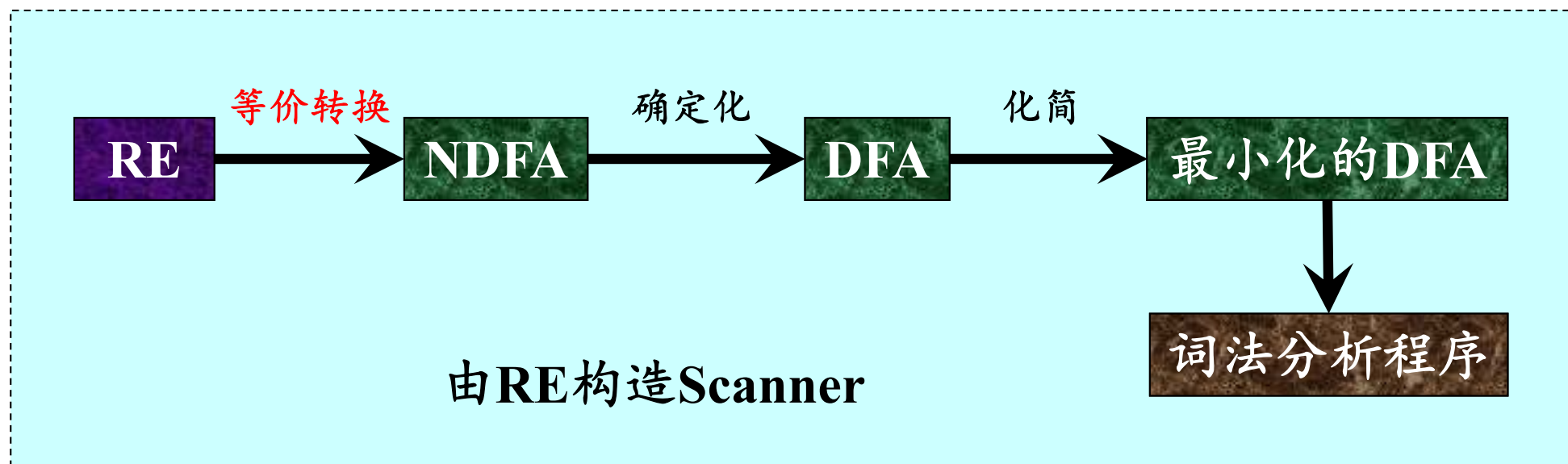
(2)根据分解规则分解e, 得到与e对应的NFA。



RE \Rightarrow FA 举例

[例] 构造正规表达式 $xy^*|yx^*y|xyx$ 相应的Ndfa。

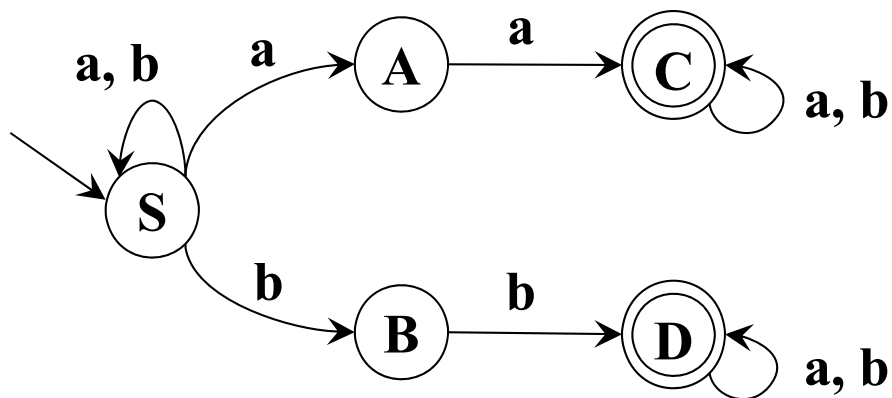
👉 为什么要引入Ndfa ?



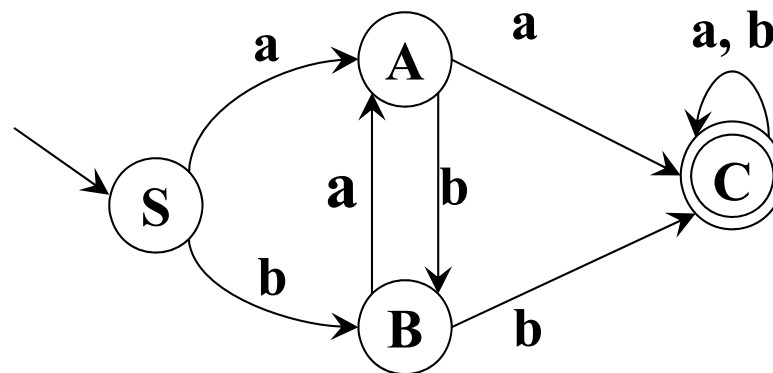
RE \Rightarrow FA 举例

[例] 构造正规表达式 $xy^*|yx^*y|xyx$ 相应的NDFA。

👉 为什么要引入NDFA ?



NDFA

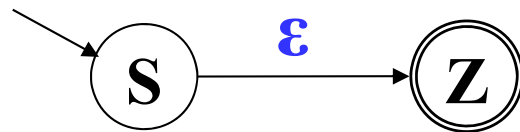


DFA

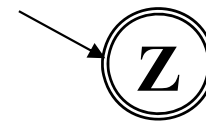
RE \Rightarrow FA 举例

[例] 构造正规表达式 $xy^*|yx^*y|xyx$ 相应的NDFA。

👉 为什么要引入NDFA ?



NDFA



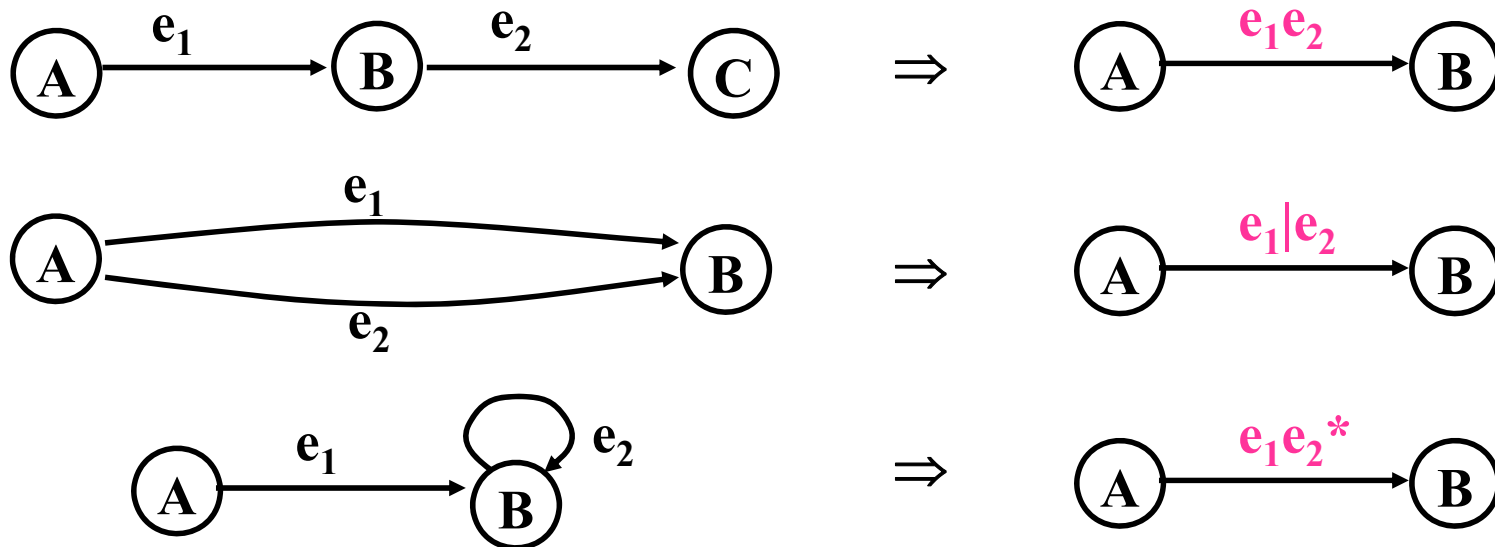
DFA

3.4 RE与FA—— $FA \Rightarrow RE$

2. $FA \rightarrow RE$

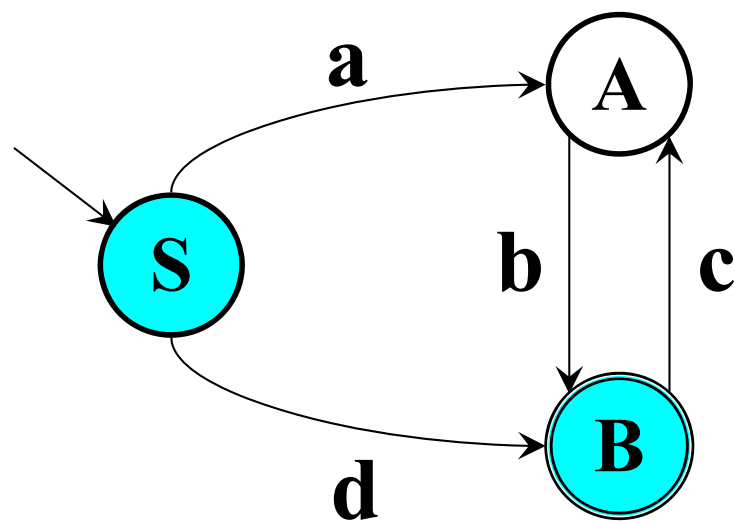
(1)在FA A的状态图中增加两个结点：**S是惟一**开始状态，从S向原开始状态连 ϵ 弧；**Z是惟一**终止状态，从原终止状态向Z连 ϵ 弧。

(2)利用下列替换规则逐步消去状态图中的结点和弧，直至只剩下S到Z的一条弧为止，则该弧上的标记即为RE e。

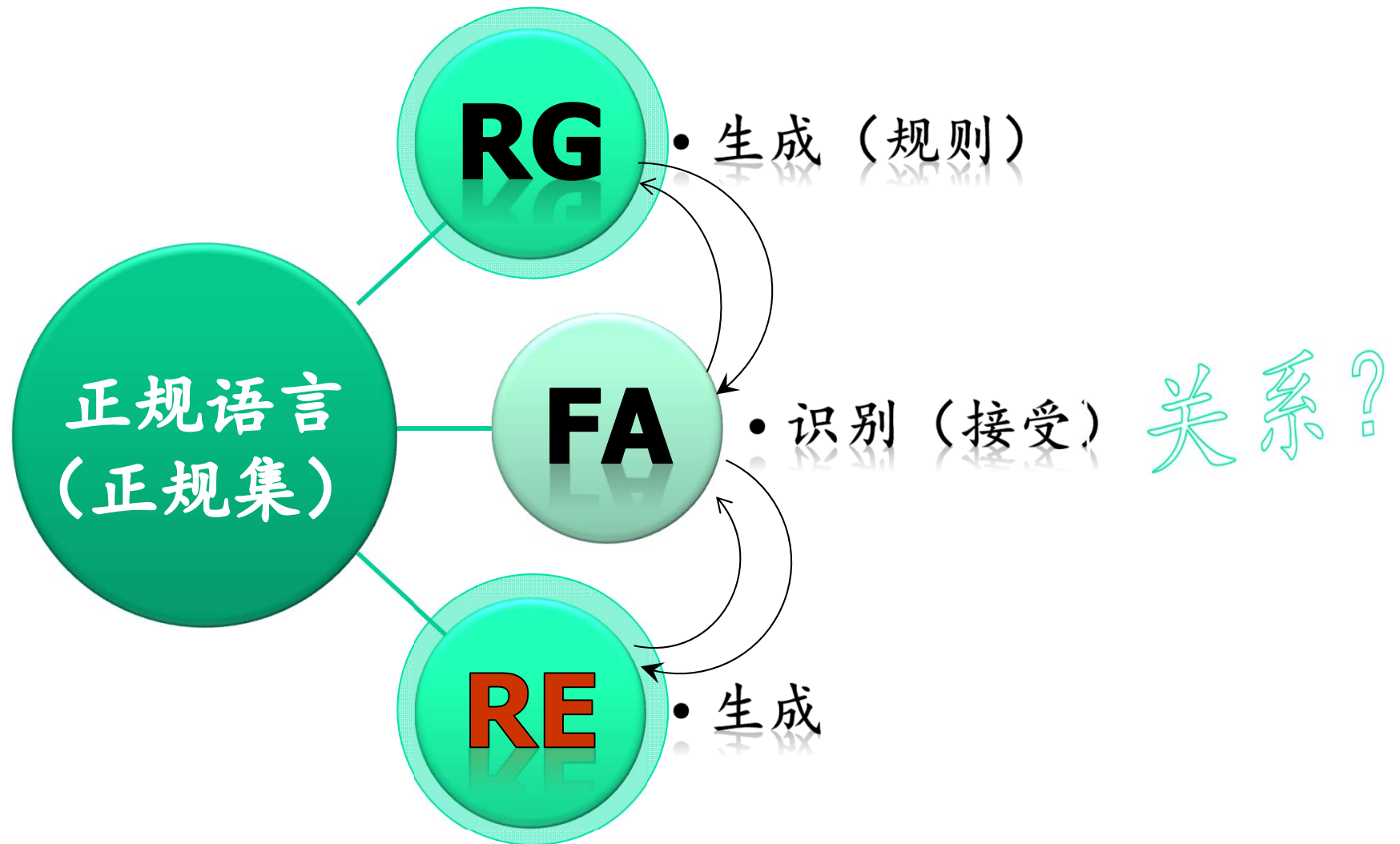


FA \Rightarrow RE举例

[例] 求与下列FA等价的正规表达式。

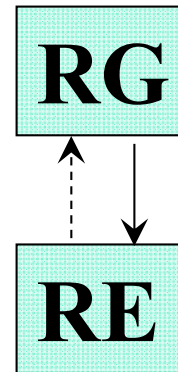
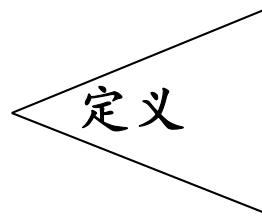


RG、FA和RE的关系



3.5 正规文法到正规表达式

正规语言
(正规集)

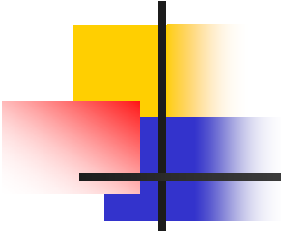


[定理1] $RG \rightarrow RE$

对任何一个正规文法 G ，都存在一个正规表达式 e ，使得 $L(e)=L(G)$ 。

[定理2] $RE \rightarrow RG$

对任何一个正规表达式 e ，都存在一个正规文法 G ，使得 $L(G)=L(e)$ 。



3.5 正规文法到正规表达式

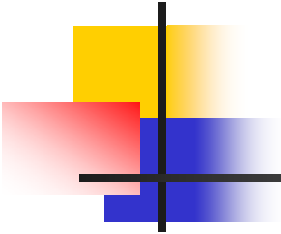
1. $RG \rightarrow RE$

对任何一个正规文法 G ，都存在一个等价的正规表达式 e ，使得 $L(e)=L(G)$ 。

将正规文法拓广：

产生式的形式为 $U \rightarrow \alpha V$ 或 $U \rightarrow \alpha$ ， α 为可空字符串，

即右线性文法，容易改写成 RG 。



$RG \Rightarrow RE$

1. $RG \rightarrow RE$

由右线性文法转换得到正规表达式的规则为：

(1)形如 $U \rightarrow \alpha V, V \rightarrow \beta$ 的产生式转换成正规表达式 $U = \alpha\beta$;

(2)形如 $U \rightarrow \alpha U | \beta$ 的产生式转换成 $U = \alpha^* \beta$;

(3)形如 $U \rightarrow \alpha | \beta$ 的产生式转换成 $U = \alpha | \beta$ 。

(4)反复使用(1)、(2)、(3)，直到文法只剩下一条关于文法开始符号的产生式，且该条产生式的右部不含非终结符号。这个产生式的右部就是正规表达式。

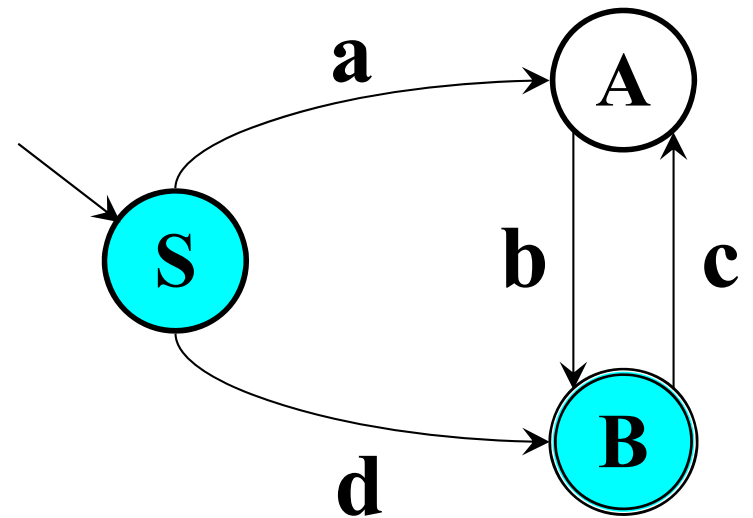
RG \Rightarrow RE 举例

[例] 求与下列文法G[S]等价的正规表达式。

(1) $S ::= aS | aB$
 $B ::= bB | bA$
 $A ::= cA | c$

(2) $S ::= dA | eB$
 $A ::= aA | b$
 $B ::= bB | c$

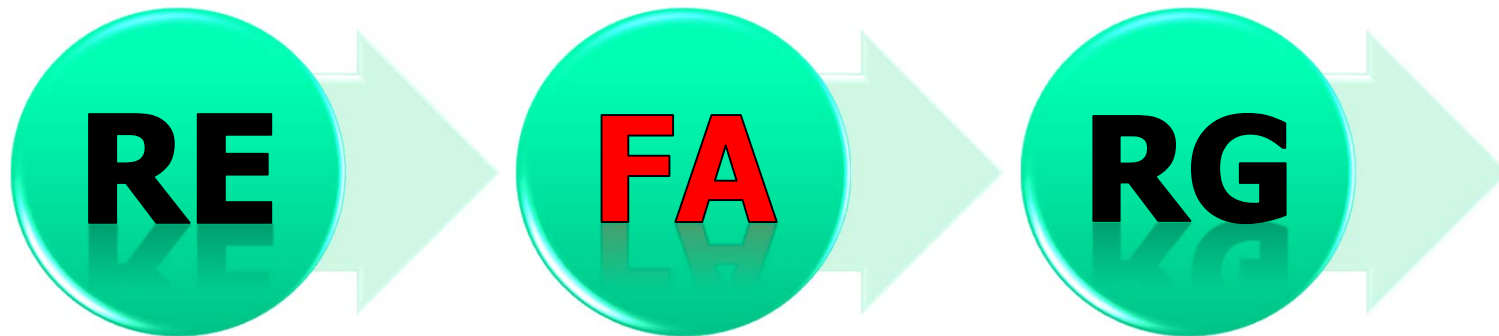
(3) $S ::= aA$
 $A ::= aA | bA | d$

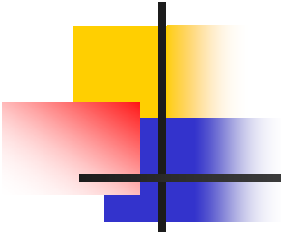



$$\text{RE} \Rightarrow \text{RG}$$

2. $\text{RE} \rightarrow \text{RG}$

一般地，直接由RE写RG有困难，但可通过FA写出。





RG \Rightarrow RE

2. RE \rightarrow RG

- (1) 令RG为G[S]，对RE e，形成产生式 $S \rightarrow e$ ；
- (2) 利用下列替换规则，重写产生式，直至符合RG形式要求：

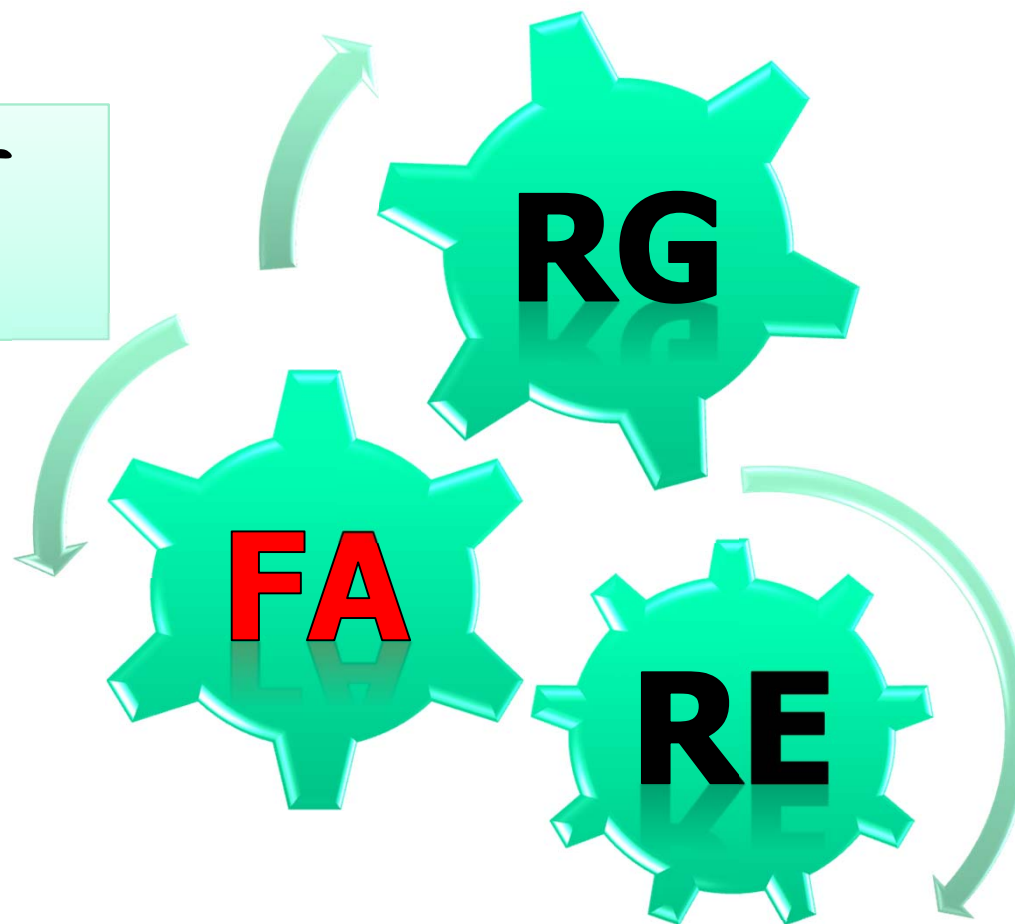
- | | | | |
|----------------------------|-----|-------------------------------------|-------------------|
| ① $A \rightarrow xy$ | 替换成 | $A \rightarrow xB, B \rightarrow y$ | (新增 $B \in V_N$) |
| ② $A \rightarrow x^*y$ | 替换成 | $A \rightarrow xA \mid y$ | |
| ③ $A \rightarrow x \mid y$ | 替换成 | $A \rightarrow x, A \rightarrow y$ | |

即得所求之RG G[S]。

【例】将 $(a|b)^*a$ 转换成等价的RG。

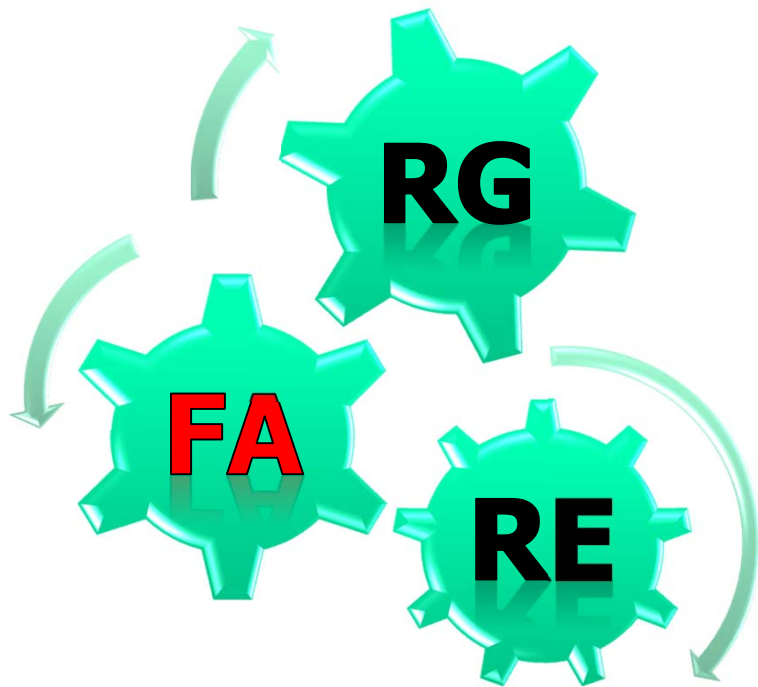
RG、FA和RE的关系

正规语言
(正规集)



RG、FA和RE的关系

正规语言
(正规集)



THEOREM

The following statements are **equivalent**:

- (1) L is a **regular set**.
- (2) L is a **right-linear language**.
- (3) L is a **finite automaton language**.
- (4) L is a **nondeterministic finite automaton language**.
- (5) L is denoted by a **regular expression**.



第3章内容小结

- DFA的形式定义
- N DFA的形式定义
- FA的构造
- 由N DFA构造DFA
- DFA最小化
- 正规表达式
- 由正规表达式构造FA
- 由FA构造正规表达式



下章内容简介 —— 第4章

- 词法分析程序与单词符号
- 词法分析程序的设计
- 词法分析程序的自动生成