



编译原理

武汉大学计算机学院
编译原理课程组



前述内容回顾

- 编译程序
- 编译方式与解释方式的根本区别
- 编译程序的工作过程
- 编译程序的结构
- 编译程序的组织方式
- 编译程序的构造



本章内容简介

- 文法的形式定义
- 语言的形式定义
- 为语言构造文法
- 和语法分析有关的概念
- 文法的实用限制

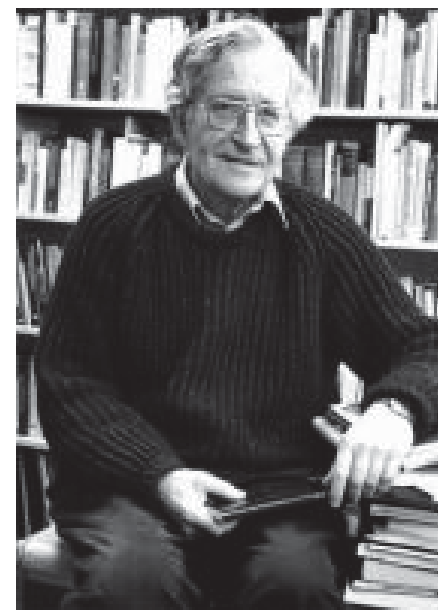


第2章 文法和语言的形式定义

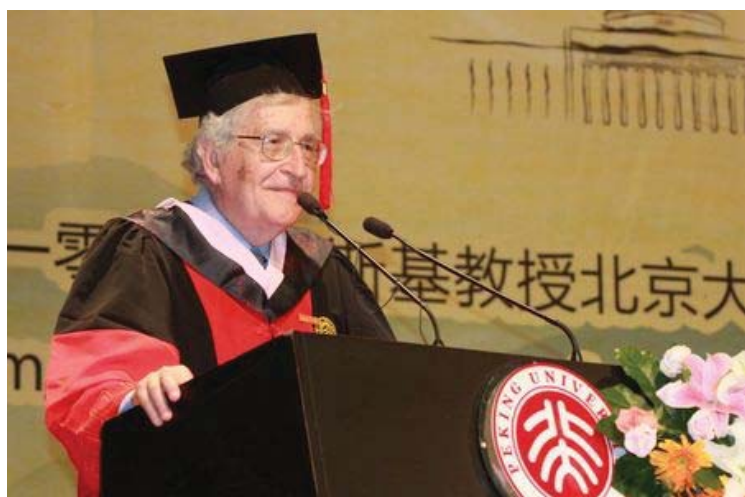
编译程序使得高级语言源程序所描述的功能得以在计算机上实现。编译程序的设计者就是高级语言的**实现者**，源程序的编写者就是高级语言的**使用者**，他们必须**遵循同样的准则**——高级语言程序的构成规则，才能使写出的源程序能够被成功地翻译，**文法**描述的就是高级语言程序的构成规则。

第2章 文法和语言的形式定义

• 在20世纪50年代，Noam Chomsky首先对语言的描述问题进行了探讨。他提出了一种用来描述语言的数学系统，并以此定义了四类性质不同的语言，称为语言（文法）的Chomsky分类。



Noam Chomsky, 1928—



2010.8.13 乔姆斯基在北大

人们把用一组数学符号和规则来描述语言的方式称为形式描述，把所用的数学符号和规则称为形式语言。



2.1 字母表与符号串

- 语言成份

- 字母表：符号的有穷集，符号构成了语言的句子
- 文法：结构规则的有穷集
- 语义：操作规则的有穷集

- 符号和符号串在形式语言中是很重要的概念，任何一种语言都是由该语言的基本符号组成的符号串集合。

如：英文、Pascal语言



2.1 字母表与符号串

1.1 字母表 (alphabet)

字母表是元素的非空有穷的集合。记为 Σ 。

字母表中的元素称为符号。

例如 $\Sigma = \{a, b, \dots, y, z\}$, $\Sigma = \{0, 1\}$
 $\Sigma = \{\text{BEGIN, END, FOR, WHILE}\}$

- 非空性
- 有穷性



2.1 字母表与符号串

1.2 符号串与符号串集合

符号串是字母表中的符号所组成的任何有穷序列，通常用小写的字母表示。不包含任何符号的符号串为空串，记为 ε 。

注意： $\varepsilon \neq$ 空格符号

符号串相等 $ab \neq ba$ 顺序

符号串的前缀、后缀、子串

设 α, β, δ 是符号串，若 $x = \alpha\beta\delta$ ，则称 β 是 x 的子串。

特别地，当 $\alpha = \varepsilon$ 时，称 β 是 x 的前缀。

当 $\delta = \varepsilon$ 时，称 β 是 x 的后缀。



2.1 字母表与符号串

① 符号串的长度

符号串的长度 = 符号串中所含符号的个数

$$|\varepsilon| = 0$$

例： aba 的长度为3。记为： $|aba|=3$

问：若 $\Sigma = \{\text{BEGIN, END, FOR, WHILE}\}$, $|\text{BEGINEND}| = ?$



2.1 字母表与符号串

② 符号串的连接

设 x, y 是符号串，将 y 直接地拼接到 x 之后所得的新符号串称为 x 与 y 的连接，记为 xy 。

注意：一般说来， xy 不等于 yx

$$\varepsilon x = x\varepsilon = x$$



2.1 字母表与符号串

③ 符号串的方幂

符号串 x 与其自身的 $n-1$ 次连接, 称为 x 的 n 次方幂, 记为 x^n 。

$$x^0 = \varepsilon$$

$$x^1 = x$$

$$x^2 = xx$$

...

$$x^n = x^{n-1}x = xx^{n-1} = \underbrace{xx \dots x}_{n \text{ 个}}$$

例: $x=abc$ 求 $x^k=?$



2.1 字母表与符号串

④符号串的逆

符号串 x 的倒置，记为 x^{-1} 。

性质：

1. $\varepsilon^{-1} = \varepsilon$

2. $(x^{-1})^{-1} = x$

3. 若 $x = \alpha\beta$ ，则 $x^{-1} = \beta^{-1}\alpha^{-1}$



2.1 字母表与符号串

⑤ 符号串集合的乘积

设A, B为两个符号串集合, 定义

和 $A+B$ (或 $A \cup B$) $= \{w \mid w \in A, \text{ 或 } w \in B\}$

积 $A \cdot B$ (或 AB) $= \{xy \mid x \in A, y \in B\}$

显然, $A + \emptyset = \emptyset + A = A$;

$A\emptyset = \emptyset A = \emptyset$;

$\{\epsilon\}A = A\{\epsilon\} = A$



2.1 字母表与符号串

⑥符号串集合的方幂

A 为符号串集合，则 A 的幂运算为：

$$A^0 = \{\epsilon\}$$

$$A^1 = A$$

$$A^2 = AA$$

...

$$A^n = A^{n-1}A \quad (n > 0)$$



2.1 字母表与符号串

⑦符号串集合的正闭包 A^+

$$A^+ = A + A^2 + \cdots = \bigcup_{i=1}^{\infty} A^i$$



2.1 字母表与符号串

⑧符号串集合的闭包 A^*

$$A^* = A^0 + A + A^2 + \cdots = \bigcup_{i \geq 0} A^i$$

性质：

$$A^* = A^0 \cup A^+ = A^+ + \{\varepsilon\}$$

$$A^+ = AA^* = A^*A$$



如何描述语言？

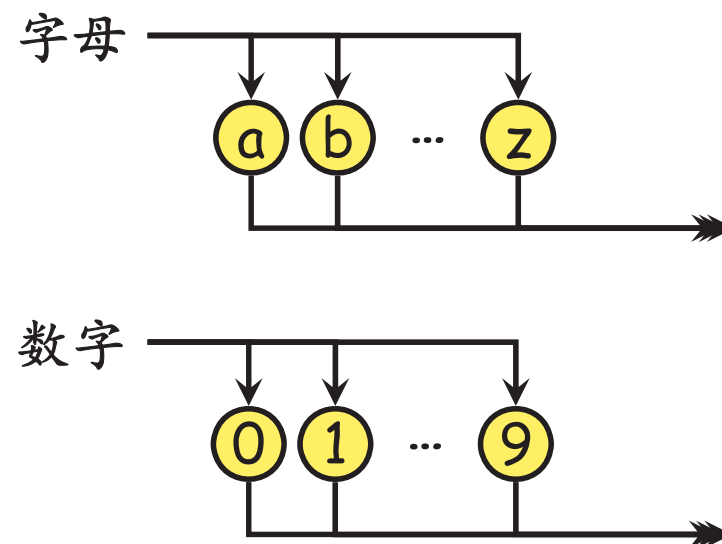
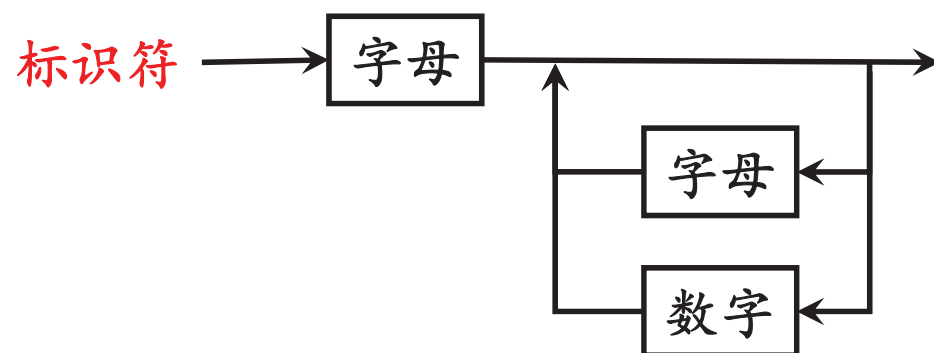
如何描述包含**无穷多个句子**的语言？

举例： <标识符>的语法描述

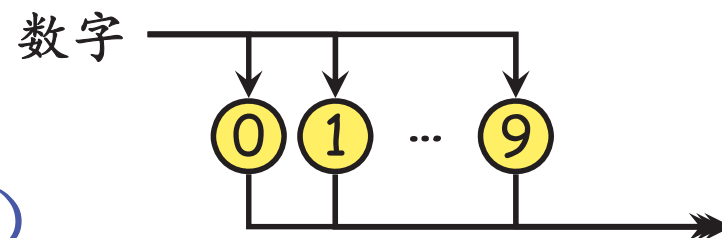
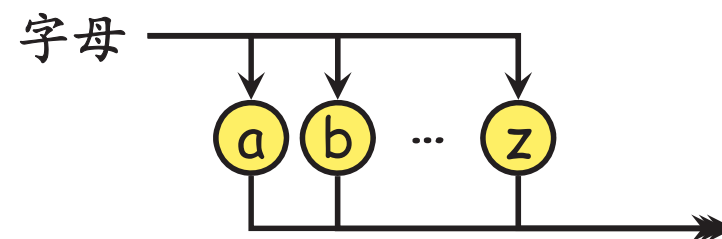
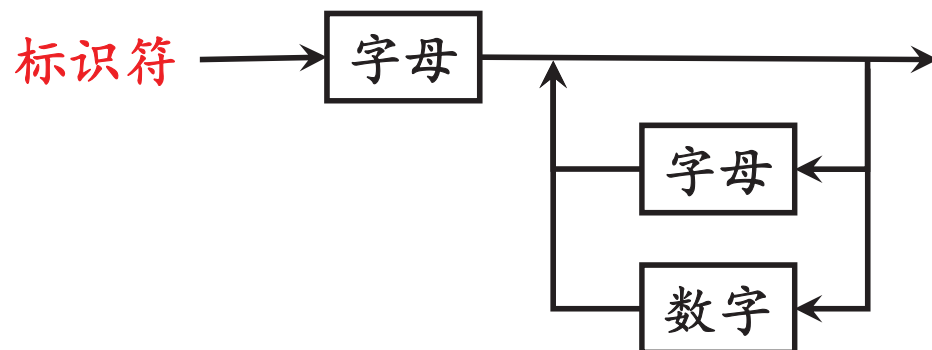
a, b, x1, sum, ...

语法描述

- 自然语言
 - 如：<标识符>
 - “是由字母后跟若干个(≥ 0)字母或数字的符号串组成”
- 语法图（Syntax Graph）



语法描述



- BNF范式 (Backus-Naur Form)

标识符 ::= 字母 | 标识符字母 | 标识符数字

- 扩充的BNF (EBNF: Extended BNF)

标识符 ::= 字母 { 字母 | 数字 }



2.2 文法及其分类

2.2.1 文法

为深入研究语言的内在性质，需要寻找构造语言的方法——**文法**。
文法是对语言结构的定义和描述。

可以证明：**给定一个文法，就能从结构上唯一地确定其语言。**

例如：程序设计语言中的**无符号整数**是由下列规则构成的：

$\langle \text{无符号整数} \rangle \rightarrow \langle \text{无符号整数} \rangle \langle \text{数字} \rangle$

$\langle \text{无符号整数} \rangle \rightarrow \langle \text{数字} \rangle$

$\langle \text{数字} \rangle \rightarrow 0|1|2|3|4|5|6|7|8|9$

无符号整数365



2.2 文法及其分类

2.2.1 文法

1. 终结符号:

终结符号是组成语言的基本符号，如保留字、标识符、常数、运算符、界限符等。终结符号是语言的不可再分的基本符号。终结符号形成的集合记为 V_T 。

2. 非终结符号:

非终结符号用来表示语言的语法成分（或语法范畴、语法单位），例如“赋值语句”。非终结符号所形成的集合记为 V_N 。

$$V_T \cap V_N = \emptyset$$



2.2 文法及其分类

3. **产生式**: 产生式 (规则) 是一个有序对 (α, β) , 通常写作

$$\alpha \rightarrow \beta \quad (\text{或 } \alpha ::= \beta)$$

其中 α 称为产生式的**左部**, β 称为产生式的**右部**。 $\alpha \in (V_T \cup V_N)^+$, $\beta \in (V_T \cup V_N)^*$ 。

产生式是用来定义一个语法成分的。它描述了一个语法成分**的形成规则**。例如标识符的构成规则可描述为:

$$\langle \text{标识符} \rangle \rightarrow \langle \text{字母} \rangle | \langle \text{标识符} \rangle \langle \text{字母} \rangle | \langle \text{标识符} \rangle \langle \text{数字} \rangle$$

假如有若干条规则有相同的左部, 通常写作: $\alpha \rightarrow \beta_1 | \beta_2 | \dots | \beta_n$



2.2 文法及其分类

文法 G 是一个四元组, $G[S] = (V_N, V_T, P, S)$ 。

V_N ——非终结符号集。

V_T ——终结符号集。

P ——表示产生式的有穷非空的集合。

S ——开始符号。至少要在一条产生式中作为左部出现。



例 定义标识符的文法

$G[\langle \text{标识符} \rangle] = (\{ \langle \text{标识符} \rangle, \langle \text{字母} \rangle, \langle \text{数字} \rangle \},$
 $\{ A, B, \dots, Y, Z, 0, 1, \dots, 9 \}, P, \langle \text{标识符} \rangle)$

P 定义为:

$\langle \text{标识符} \rangle \rightarrow \langle \text{字母} \rangle | \langle \text{标识符} \rangle \langle \text{字母} \rangle | \langle \text{标识符} \rangle \langle \text{数字} \rangle$

$\langle \text{字母} \rangle \rightarrow A | B | C | D | E | F | G | \dots | U | V | W | X | Y | Z$

$\langle \text{数字} \rangle \rightarrow 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9$



2.2 文法及其分类

2.2.2 文法分类

乔姆斯基（Chomsky）把文法分成四种类型，即0型、1型、2型和3型。

这四类文法的区别在于：对产生式规则的形式上施加不同的限制。



2.2 文法及其分类

0型文法 $\alpha \rightarrow \beta$ $\alpha \in (V_N \cup V_T)^+$, $\beta \in (V_N \cup V_T)^*$

1型文法 $\alpha \rightarrow \beta$ $1 \leq |\alpha| \leq |\beta|$ $\alpha \in (V_N \cup V_T)^+$, $\beta \in (V_N \cup V_T)^+$

2型文法 $A \rightarrow \beta$ $A \in V_N$, $\beta \in (V_N \cup V_T)^+$

3型文法 $A \rightarrow a$ 或 $A \rightarrow aB$ $A, B \in V_N$, $a \in V_T$



2.2 文法及其分类——举例

例0. 文法 $G_0[S]$:

$G_0[S] = (\{S, A, B, C, D\}, \{a\}, P, S)$, 其中 P 为

$S \rightarrow ACaB$

$aD \rightarrow Da$

$Ca \rightarrow aaC$

$AD \rightarrow AC$

$CB \rightarrow DB$

$aE \rightarrow Ea$

$CB \rightarrow E$

$AE \rightarrow \varepsilon$

$\alpha \rightarrow \beta$

$\alpha \in (V_N \cup V_T)^+, \beta \in (V_N \cup V_T)^*$



2.2 文法及其分类——举例

例1. 文法 $G_1[S]$:

$G_1[S] = (\{S, B, C, D\}, \{a, b, c\}, P, S)$, 其中 P 为

$S \rightarrow aSBC \mid aBC$

$aB \rightarrow ab$

$CB \rightarrow BC$

$bB \rightarrow bb$

$bC \rightarrow bc$

$cC \rightarrow cc$

$\alpha \rightarrow \beta \quad 1 \leq |\alpha| \leq |\beta|, \quad \alpha \in (V_N \cup V_T)^+, \quad \beta \in (V_N \cup V_T)^+$



2.2 文法及其分类——举例

例2. 文法 $G_2[Z]$:

$$G_2[Z] = (\{Z, S, A, B, C\}, \{a, b, c\}, P, Z),$$

其中P为:

$$Z \rightarrow SC$$

$$S \rightarrow aAc$$

$$A \rightarrow aAc | bBb$$

$$C \rightarrow aCb | \varepsilon$$

$$B \rightarrow bB | \varepsilon$$

扩充的2型文法: $A \rightarrow \beta \quad A \in V_N, \beta \in (V_N \cup V_T)^*$



2.2 文法及其分类——举例

例3. 文法 $G_3[Z]$:

$G_3[Z] = (\{Z, U, V\}, \{0, 1\}, P, Z)$, 其中 P 为

$Z \rightarrow U0 | V1$

$U \rightarrow Z1 | 1$

$V \rightarrow Z0 | 0$

左线性文法: $A \rightarrow \alpha$ 或 $A \rightarrow B\alpha$, $A, B \in V_N$, $\alpha \in V_T^*$

右线性文法: $A \rightarrow \alpha$ 或 $A \rightarrow \alpha B$, $A, B \in V_N$, $\alpha \in V_T^*$



2.3 语言和语法树

语法成分的构成可用**文法**予以描述。给定文法后，可以通过**推导**得到该文法所描述的语言。



2.3 语言和语法树——推导

1. 直接推导

如果 $\alpha \rightarrow \beta$ 是文法 G 的一条产生式，而 γ, δ 是 $(V_T \cup V_N)^*$ 中任意一个符号串，则将 $\alpha \rightarrow \beta$ 作用于符号串 $\gamma\alpha\delta$ 上得到符号串 $\gamma\beta\delta$ ，称符号串 $\gamma\beta\delta$ 是符号串 $\gamma\alpha\delta$ 的**直接推导**，记为

$$\gamma\alpha\delta \Rightarrow \gamma\beta\delta$$

直接推导的逆过程称为**直接归约**，即由符号串 $\gamma\beta\delta$ 可直接归约到 $\gamma\alpha\delta$ 。



直接推导举例

文法G[E]:

$E \rightarrow E+T | T$

$T \rightarrow T * F | F$

$F \rightarrow (E) | i$

$* T F \Rightarrow * T * F F$



2.3 语言和语法树——推导

2. 推导

设 $\alpha_0, \alpha_1, \dots, \alpha_n$ ($n > 0$) 均为 $(V_T \cup V_N)^*$ 中的符号串, 且有

$$\alpha_0 \Rightarrow \alpha_1 \Rightarrow \alpha_2 \Rightarrow \dots \Rightarrow \alpha_{n-1} \Rightarrow \alpha_n$$

则称以上序列是长度为 n 的推导, 即 α_0 可经过 n 步推导得到 α_n 。

$$\alpha_0 \xRightarrow{+} \alpha_n$$

推导的逆过程称为归约, 即 α_n 可归约到 α_0 。



2.3 语言和语法树——推导

2. 推导

$$\alpha \xRightarrow{*} \beta$$

表示 $\alpha \xRightarrow{+} \beta$ 或 $\alpha = \beta$

即从 α 出发, 经过 **0步或多步推导**, 可推导出 β 。

例: $\langle \text{无符号整数} \rangle \rightarrow \langle \text{无符号整数} \rangle \langle \text{数字} \rangle \mid \langle \text{数字} \rangle$
 $\langle \text{数字} \rangle \rightarrow 0 \mid 1 \mid 2 \mid 3 \mid 4 \mid 5 \mid 6 \mid 7 \mid 8 \mid 9$

无符号整数23



2.3 语言和语法树——语言

1. 句型

设有文法 $G[S]$ ，如果 $S \xRightarrow{*} u$ ，则称符号串 u 为文法 $G[S]$ 的句型。

2. 句子

设有文法 $G[S]$ ，如果 $S \xRightarrow{*} u$ ，且 $u \in V_T^*$ ，

则称符号串 u 为文法 $G[S]$ 的句子。



2.3 语言和语法树——语言

3. 语言

设有文法 $G[S]$ ，则文法 $G[S]$ 描述的语言为：

$$L(G[S]) = \{ u \mid S \xRightarrow{*} u, \text{ 且 } u \in V_T^* \}$$

举例： $G_1[E]: \quad E \rightarrow E+T|T \qquad T \rightarrow T * F|F \qquad F \rightarrow (E) | i$

$G_2[N]: \quad N \rightarrow ND|D \qquad D \rightarrow 0|1|2|3|4|5|6|7|8|9$



语言 $\xrightarrow{\text{凑规则}}$ 文法

1. 找出语言的若干典型句子
2. 分析句子特点
3. 根据句子特点凑规则
4. 得到文法
5. 检查文法, 应满足:
 - (1) 语言的所有句子都能由S推导得到;
 - (2) S推导得到的所有终结符号串都是语言的句子.



语言 $\xrightarrow{\text{凑规则}}$ 文法

【例1】 $L(G_1) = \{ a^n b^n \mid n > 0 \}$, 求 G_1 .

【例2】 $L(G_2) = \{ a^n b^n \mid n \geq 0 \}$, 求 G_2 .

【例3】 $L(G_3) = \{ a^n b^m \mid n \geq 0, m > 0 \}$, 求 G_3 .

【例4】 $L(G_4) = \{ a^n b^{2m-1} \mid n \geq 1, m \geq 1 \}$, 求 G_4 .

【例5】 $L(G_5) = \{ a^n b^{2^n-1} \mid n \geq 1 \}$, 求 G_5 .

【例6】 分别用右线性文法、左线性文法、正规文法来描述语言：
“所有以0开头，后接0个或多个10组成的符号串的集合”。即：

$$L = \{ 0(10)^n \mid n \geq 0 \}$$



语言 $\xrightarrow{\text{凑规则}}$ 文法

【例6】 $L = \{ 0(10)^n \mid n \geq 0 \}$

右线性文法 $P_1:$ $S \rightarrow 0A$
 $A \rightarrow 10A \mid \varepsilon$

左线性文法 $P_2:$ $S \rightarrow S10 \mid 0$

正规文法 $P_3:$ $S \rightarrow 0A \mid 0$
 $A \rightarrow 1S$

$L = \{ (01)^n 0 \mid n \geq 0 \}$

左线性文法 $P_4:$ $S \rightarrow A0$
 $A \rightarrow A01 \mid \varepsilon$

右线性文法 $P_5:$ $S \rightarrow 01S \mid 0$

左线性文法 $P_6:$ $S \rightarrow A0 \mid 0$
 $A \rightarrow S1$

$$0(10)^n = 0 \underbrace{101010 \dots 1010}_{n \text{ 个 } 10} = 0 \underbrace{101010 \dots 1010}_{n \text{ 个 } 01} = (01)^n 0$$



文法和语言的关系

- 给定一个语言，能确定相应的文法，但**不是唯一**的。
- 给定一个文法，就能从结构上**唯一**地确定其语言。
- 给定一个文法 G 总能产生一个语言 $L(G)$ ，它可能包含一些句子，也可能不包含任何句子（空语言）。

空语言: 不包含任何句子。



文法和语言的关系——文法等价

【定义】文法等价

设 G 与 G' 是两个文法，如果 $L(G)=L(G')$ ，
则称文法 G 与 G' 是等价的。

➤ 文法等价是语法等价，而非语义等价。

例： $G_1[S]: S \rightarrow A \mid S-A \quad A \rightarrow a \mid b \mid c$

$G_2[S]: S \rightarrow A \mid A-S \quad A \rightarrow a \mid b \mid c$



与语法分析有关的几个概念

【定义】最左推导和最右推导

如果在某个推导过程中的任何一步直接推导 $\alpha \Rightarrow \beta$ 中，都是对符号串 α 的最左(右)非终结符号进行替换，则称其为最左(右)推导。最右推导又叫做规范推导。由规范推导得到的句型称为规范句型。

最左直接推导： $\mathbf{xUy} \xRightarrow{lm} \mathbf{xuy}$, $\mathbf{x} \in V_T^*$, $U \in V_N$

最右直接推导： $\mathbf{xUy} \xRightarrow{rm} \mathbf{xuy}$, $\mathbf{y} \in V_T^*$, $U \in V_N$



与语法分析有关的几个概念

【定义】最右归约和最左归约

最左推导的逆过程称为最右归约。

最右推导（规范推导）的逆过程称为最左归约。

例： $G[S] = (\{S, A\}, \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}, P, S)$

P: $S \rightarrow SA \mid A$

$A \rightarrow 0 \mid 1 \mid 2 \mid 3 \mid 4 \mid 5 \mid 6 \mid 7 \mid 8 \mid 9$

- 每个句子都有一个规范推导
- 每个句型不一定存在规范推导

递 归

如果文法的产生式呈 $U \rightarrow xUy$ 形式，则称其为规则递归，也称直接递归。

如果文法中有推导 $U \xRightarrow{*} xUy$ ，则称其为文法递归，也称间接递归。



左递归

如果文法的产生式呈 $U \rightarrow Uy$ 形式，则称其为规则左递归，也称直接左递归。

如果文法中有推导 $U \xRightarrow{*} Uy$ ，则称其为文法左递归，也称间接左递归。



右递归

如果文法的产生式呈 $U \rightarrow xU$ 形式，则称其为规则右递归，也称直接右递归。

如果文法中有推导 $U \xRightarrow{*} xU$ ，则称其为文法右递归，也称间接右递归。



直接递归（规则递归）

$G_1[S]: S \rightarrow Sa|Ab|b|c$

$A \rightarrow Bc|a$

$B \rightarrow Sb|b$

直接左递归

$G_2[S]: S \rightarrow a|\epsilon|aTb$

$T \rightarrow S, T | S$

直接右递归



间接递归（文法递归）

文法 $G_3[S]$: $S \rightarrow Aa|c$

$A \rightarrow Bc|a$

$B \rightarrow Sb|b$

间接左递归



递归

文法递归的作用：

用较少的产生式产生无穷多个句子，实现“用有穷表示无穷”。

➤ 若一个语言的句子有无穷多个，则其对应的文法必定是递归的。

【例】 $G[\langle \text{无符号整数} \rangle]$ ：

$\langle \text{无符号整数} \rangle \rightarrow \langle \text{数字} \rangle \mid \langle \text{无符号整数} \rangle \langle \text{数字} \rangle$

$\langle \text{数字} \rangle \rightarrow 0 \mid 1 \mid 2 \mid 3 \mid 4 \mid 5 \mid 6 \mid 7 \mid 8 \mid 9$



2.3 语言和语法树——语法分析树

设文法 $G = (V_N, V_T, P, S)$,

满足以下条件的树称为一棵**语法分析树** (parse tree)。

- (1) 树中的每个结点都有**标记**, 该标记是 $V_N \cup V_T$ 中某一个符号;
- (2) **树根的标记**是识别符号**S**;
- (3) 若一个结点至少有一个后继, 则该结点上的标记必为**非终结符号**;
- (4) 若一个标记为U的结点, 它有标记依次为 x_1, x_2, \dots, x_n 的**直接后继结点**, 则 **$U \rightarrow x_1 x_2 \dots x_n$** 必定是文法G的一条产生式。



CFG



语法分析树与推导

➤ 由推导生成语法分析树

依直接推导（产生式）增添分枝，直至推导结束。

若推导过程不同，语法树的生长过程也不同，但最终生成的语法树完全相同。

➤ 由语法分析树构造推导

由分枝建立直接推导，剪枝直至无分枝可剪。

按照这个构造方法，每个语法树必定至少存在一个推导，当剪枝次序不同时，将得到不同的推导。



语法分析树举例

【例】已知表达式文法 $G[E]$:

$$E \rightarrow -EE$$

$$E \rightarrow -E$$

$$E \rightarrow a$$

$$E \rightarrow b$$

$$E \rightarrow c$$

试问 $--a-bc$ 是不是 $L(G)$ 的句子？若是，请给出该句子所有可能的语法树；若不是，请说明理由。

自然语言的二义性

《论语·泰伯篇》 民可使由之不可使知之

- ▶ 民可使由之，不可使知之。
- ▶ 民可，使由之；不可，使知之。
- ▶ 民可使，由之；不可使，知之。





二义性问题

➤ 句子的二义性

- ⇒ 一个句子有两棵（或以上）不同的语法树
- ⇒ 存在两个（或以上）不同的最左推导
- ⇒ 存在两个（或以上）不同的最右推导

➤ 文法的二义性

- ⇒ 文法G中的某一句子具有二义性

➤ 语言的二义性

- ⇒ 不存在任何无二义性的文法来描述某语言L



二义性举例

【例】语言 $\{a^i b^i c^j \mid i, j \geq 1\} \cup \{a^i b^j c^j \mid i, j \geq 1\}$
是先天二义性的。

存在必为二义性的句子 $a^k b^k c^k$ ($k \geq 1$)。



二义性问题的不可判定性

二义性问题是不可判定的。即：不存在一个算法，它能在有限的步骤内，确切地判定一个文法是否为二义性的。

【例】已知文法 $G[S]$ ：

$$S \rightarrow SaS \mid SbS \mid cSd \mid eS \mid f$$

请证明该文法是二义性文法。

方法1：找一句子（句型），存在两棵（以上）不同的语法树。

方法2：找一句子（句型），存在两种（以上）不同的最左推导过程。

方法3：找一句子（句型），存在两种（以上）不同的最右推导过程。



2.4 文法的实用限制

在实际使用文法时，经常会对文法有所限制，使之满足某种具体的编译方法的要求。

- 消除文法的二义性
- 文法的压缩（化简）
- 消除单规则
- 消除空产生式
- 消除左递归



2.4 文法的实用限制——二义性

如果文法G中的某一个句子存在两棵(包括两棵)以上不同的语法树(即有两个不同的最左或最右推导), 则称该文法是二义性的。

例: Pascal语言中关于if语句的文法:

$\langle \text{if语句} \rangle \rightarrow \text{if} \langle \text{条件} \rangle \text{then} \langle \text{语句} \rangle$

$\quad \quad \quad | \text{if} \langle \text{条件} \rangle \text{then} \langle \text{语句} \rangle \text{else} \langle \text{语句} \rangle$

$S \rightarrow \langle \text{if语句} \rangle \mid i:=E$

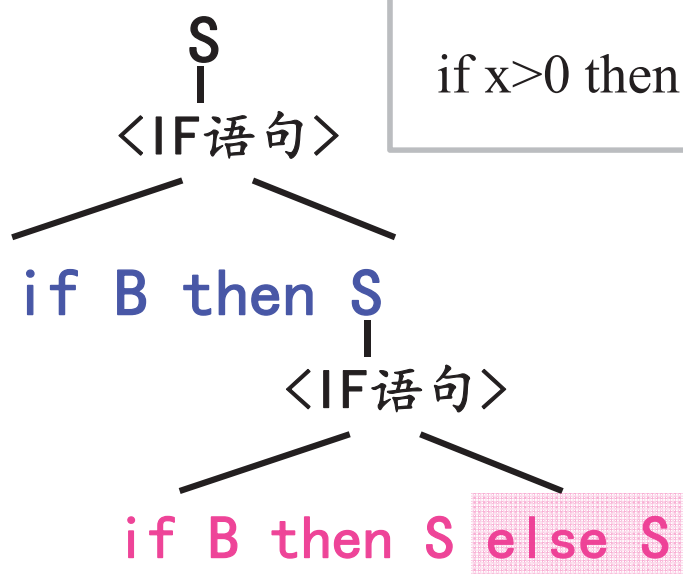
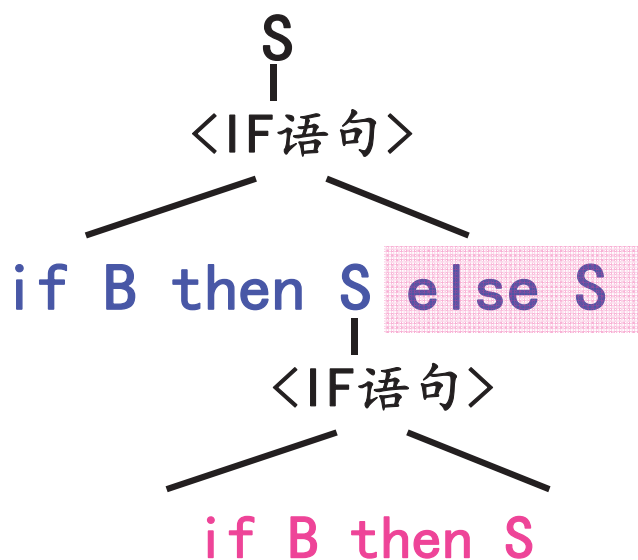
$\langle \text{if语句} \rangle \rightarrow \text{if } B \text{ then } S \mid \text{if } B \text{ then } S \text{ else } S$

2.4 文法的实用限制——二义性

例: $S \rightarrow \langle \text{if语句} \rangle \mid i:=E$

$\langle \text{if语句} \rangle \rightarrow \text{if } B \text{ then } S \mid \text{if } B \text{ then } S \text{ else } S$

句型 $\text{if } B \text{ then if } B \text{ then } S \text{ else } S$ 就有两棵不同的语法树。



if x>0 then if y>0 then x:=0 else y:=0

if x>0 then if y>0 then x:=0 else y:=0



最近嵌套规则



2.4 文法的实用限制——二义性

排除文法二义性通常有两种方法：

悬挂else问题

(1) 设定消除二义性规则：在语义上加些限制。最近嵌套规则

(2) 重写文法：重新构造一个等价的无二义性文法。

【例】if语句：等价的无二义性文法

$$stmt \rightarrow matched_stmt \mid unmatched_stmt$$
$$matched_stmt \rightarrow \text{if } expr \text{ then } matched_stmt \text{ else } matched_stmt \mid i:=E$$
$$unmatched_stmt \rightarrow \text{if } expr \text{ then } stmt \mid$$
$$\text{if } expr \text{ then } matched_stmt \text{ else } unmatched_stmt$$
$$expr \rightarrow 0 \mid 1$$



2.4 文法的实用限制——二义性

排除文法二义性通常有两种方法：运算符的优先级和结合性

- (1) 设定消除二义性规则：在语义上加些限制。
- (2) 重写文法：重新构造一个等价的无二义性文法。

【例】 $G[E]: E \rightarrow E+E \mid E-E \mid E * E \mid E/E \mid (E) \mid i$

等价的无二义性文法 $G'[E]$:

$$\begin{aligned} E &\rightarrow E+T \mid E-T \mid T \\ T &\rightarrow T * F \mid T/F \mid F \\ F &\rightarrow (E) \mid i \end{aligned}$$



2.4 文法的实用限制

在实际使用文法时，经常会对文法有所限制，使之满足某种具体的编译方法的要求。

- 消除文法的二义性
- 文法的压缩（化简）
- 消除单规则
- 消除空产生式
- 消除左递归



2.4 文法的实用限制——文法的压缩

1. 文法不能含有多余产生式:

无法推导出终结符号串的产生式。

从开始符号出发的所有推导都不会用到的产生式。

【例】文法G[S]:

$$\begin{aligned} S &\rightarrow Ab \\ A &\rightarrow f \mid Db \\ B &\rightarrow f \end{aligned}$$



2.4 文法的实用限制——文法的压缩

2. 文法不能含有有害产生式: $U \rightarrow U$

【例】 $G[S] = (\{S, A\}, \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}, P, S)$

P: $S \rightarrow SA \mid A \mid S$

$A \rightarrow 0 \mid 1 \mid 2 \mid 3 \mid 4 \mid 5 \mid 6 \mid 7 \mid 8 \mid 9$



2.4 文法的实用限制——文法的压缩

【定义】若文法 $G[S]$ 的所有产生式都满足下列实用限制条件：

1. 没有多余产生式
2. 没有有害产生式

则称文法 $G[S]$ 是压缩或化简的。



文法压缩举例

【例】化简（压缩）下面的文法

$G_1[S]: S \rightarrow Aa|cc$

$A \rightarrow Ae|Ca|a|A$

$C \rightarrow Cb$

$D \rightarrow b|Db$



化简后的文法

$G_2[S]: S \rightarrow Aa|cc$

$A \rightarrow Ae|a$



2.4 文法的实用限制

在实际使用文法时，经常会对文法有所限制，使之满足某种具体的编译方法的要求。

- 消除文法的二义性
- 文法的压缩（化简）
- 消除单规则
- 消除空产生式
- 消除左递归

2.4 文法的实用限制——删除单规则

删除单规则（单产生式）： $A \rightarrow B$

【例】 $G_1[E]$: $E \rightarrow E+T \mid T$

$T \rightarrow T * F \mid F$

$F \rightarrow (E) \mid i$



删除单产生式后的等价文法

$G_2[E]$: $E \rightarrow E+T \mid T * F \mid (E) \mid i$

$T \rightarrow T * F \mid (E) \mid i$

$F \rightarrow (E) \mid i$



2.4 文法的实用限制

在实际使用文法时，经常会对文法有所限制，使之满足某种具体的编译方法的要求。

- 消除文法的二义性
- 文法的压缩（化简）
- 消除单规则
- 消除空产生式
- 消除左递归

2.4 文法的实用限制——删除空产生式

删除空产生式 (ϵ 规则) : $U \rightarrow \epsilon$

【例】 $G_1[S]$: $A \rightarrow aBbD$

$B \rightarrow DD$

$D \rightarrow b \mid \epsilon$



删除空产生式后的等价文法

$G_2[S]$: $A \rightarrow aBbD \mid aBb \mid abD \mid ab$

$B \rightarrow DD \mid D$

$D \rightarrow b$



2.4 文法的实用限制

在实际使用文法时，经常会对文法有所限制，使之满足某种具体的编译方法的要求。

- 消除文法的二义性
- 文法的压缩（化简）
- 消除单规则
- 消除空产生式
- 消除左递归

2.4 文法的实用限制——消除直接左递归

消除直接左递归 $U \rightarrow Uy$

- 采用EBNF表示

$[x]$ —— x 可以出现零次或一次

$\{x\}$ —— x 可以出现零次到多次

$x(y|z)$ ——等价于 xy 或 xz

(1) 提取公因子

$$A \rightarrow ux|uy|\dots|uz \quad \Rightarrow \quad A \rightarrow u(x|y|\dots|z)$$

(2) 消除直接左递归

$$A \rightarrow x|y|\dots|z|Au \quad \Rightarrow \quad A \rightarrow (x|y|\dots|z)\{u\}$$

2.4 文法的实用限制——消除直接左递归

消除直接左递归 $U \rightarrow Uy$

- 直接改写法

引进新的非终结符号，将左递归改写为右递归。

设有产生式 $U \rightarrow Ux_1 | Ux_2 | \dots | Ux_m | y_1 | y_2 | \dots | y_n$

其中， y_1, \dots, y_n 均不以符号 U 为首， x_1, \dots, x_m 均不为 ε ，

增加新非终结符号 U' ，将上述产生式变换为

$$U \rightarrow y_1 U' | y_2 U' | \dots | y_n U'$$

$$U' \rightarrow x_1 U' | x_2 U' | \dots | x_m U' | \varepsilon$$

2.4 文法的实用限制——消除直接左递归

消除直接左递归

【例】 $G_1[S]: S \rightarrow Sa|b|c$



EBNF:

$G_2[S]: S \rightarrow (b|c)\{a\}$

直接改写法:

$G_3[S]: S \rightarrow bS'|cS'$

$S' \rightarrow aS' | \epsilon$

2.4 文法的实用限制——消除直接左递归

消除直接左递归

【例】 $G_1[E]: E \rightarrow E+T \mid T$

$T \rightarrow T * F \mid F$

$F \rightarrow (E) \mid i$



EBNF:

$G_2[E]: E \rightarrow T \{+T\}$

$T \rightarrow F \{ * F \}$

$F \rightarrow (E) \mid i$

直接改写法:

$G_3[E]: E \rightarrow TE'$

$E' \rightarrow +TE' \mid \epsilon$

$T \rightarrow FT'$

$T' \rightarrow *FT' \mid \epsilon$

$F \rightarrow (E) \mid i$



2.5 分析方法简介

文法 (生成)		自动机 (识别)	语言
0型文法	PSG	TM	PL的语法规则
1型文法	CSG	LBA	
2型文法	CFG	PDA	
3型文法	RG	FSA	PL的词法规则



2.5 分析方法简介

1. 自上而下分析方法

2. 自下而上分析方法

CFG



2.5 分析方法简介

1. 自上而下分析方法的基本思想

- 构造语法树角度:

从S出发,利用文法产生式向下构造语法树,使得叶子结点从左至右的排列恰好与给定的待检查串匹配。

- 推导角度:

从S出发,利用文法产生式,为串寻找一个最左推导序列。

【例】 $G_{16}[S]: S \rightarrow aAbc|aB, A \rightarrow ba, B \rightarrow beB|d$

待检查串 abed



2.5 分析方法简介

问题：当 $A \rightarrow \alpha_1 | \alpha_2 | \dots | \alpha_n$ 时，A 具有多个候选式，如何恰好选择其中一个使得分析工作能够继续？

- 带回溯的自上而下分析方法（不确定的自上而下分析方法）

- 确定的自上而下分析方法

限制文法：若某非终结符有多个候选式，当候选式首符号是终结符时，应保证它们互不相同。

【例】 $G_{17}[S]: S \rightarrow aBc | bCd, B \rightarrow eB | f, C \rightarrow dC | c$
待检查串 **aefc**



2.5 分析方法简介

2. 自下而上分析方法的基本思想

- 构造语法树角度:

从待检查串出发, 利用产生式向上构造语法树, 直至到达S。

- 推导角度:

从待检查串出发, 寻找一个最左归约, 直至到达S。

【例】 $G[S]: S \rightarrow SA|A, A \rightarrow 0|1|2|3|4|5|6|7|8|9$

待检查串 365

问题1: 如何选择合适的产生式?

问题2: 将它应用到构造好的语法树的哪个部分?

(去替换符号串的哪个子串?)



第2章内容小结

- 文法的形式定义
- 语言的形式定义
- 为语言构造文法
- 与语法分析有关的概念
- 文法的实用限制



下章内容简介——第3章

- DFA、NFA
- NFA到DFA的转换
- 正规文法与FA
- 正规表达式与FA