



武汉大学
Wuhan University

第五章 图像复原与重建

涂卫平

武汉大学计算机学院

2018年秋季学期



主要内容

Main Content

图像的退化

噪声模型

噪声滤除

逆滤波



图像的退化

图像的退化: 是指图像在形成、存储和传输过程中, 由于成像系统、传输介质和设备的不完善, 使图像的质量变坏。

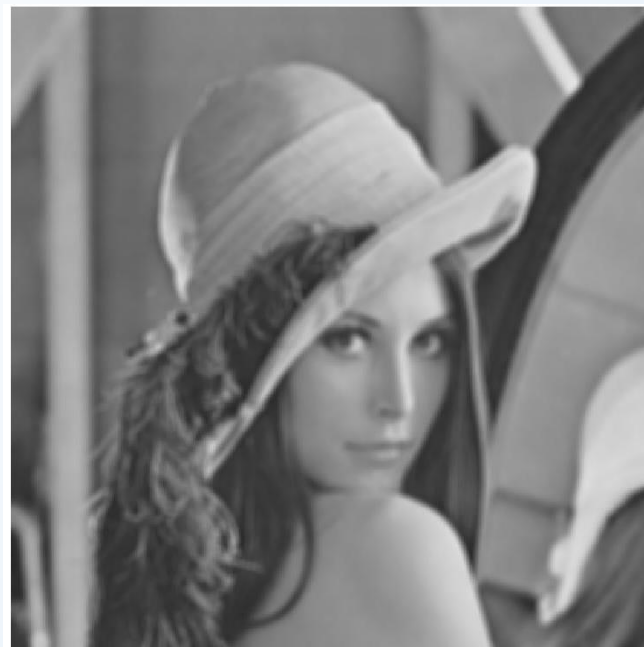
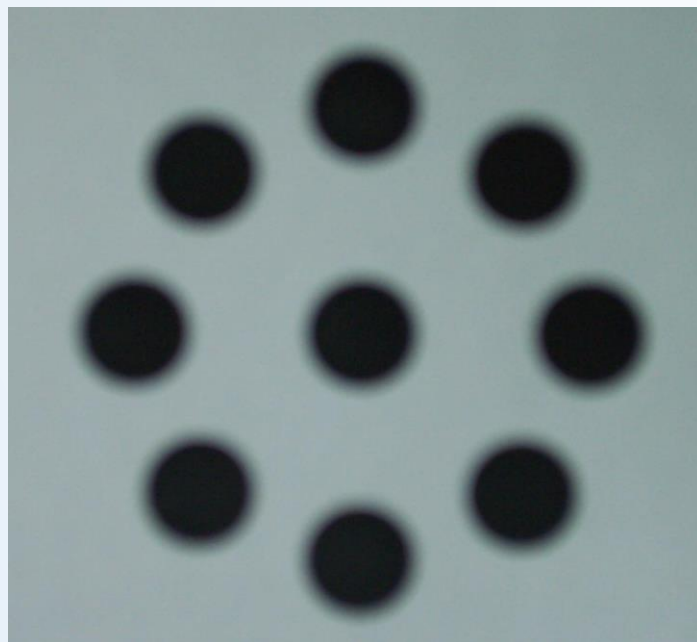
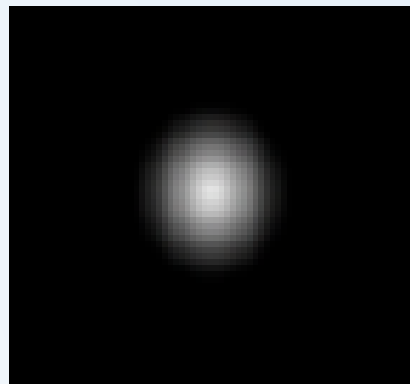
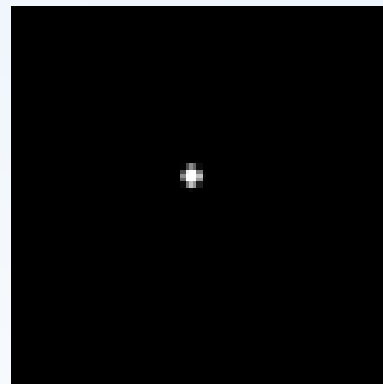
退化包括:

- ◆ 由于射线辐射、大气湍流等造成的照片畸变
- ◆ A/D过程会损失部分细节, 造成图像质量下降
- ◆ 镜头聚焦不准产生的散焦模糊
- ◆ 成像系统中始终存在的噪声干扰
- ◆ 相机与景物之间的相对运动产生的运动模糊
- ◆ 底片感光、图像显示时会造成记录显示失真
- ◆ 成像系统的像差、非线性畸变、有限带宽
- ◆ 携带遥感仪器的飞机或卫星运动的不稳定, 以及地球自转等因素引起的照片几何失真



图像退化的实例

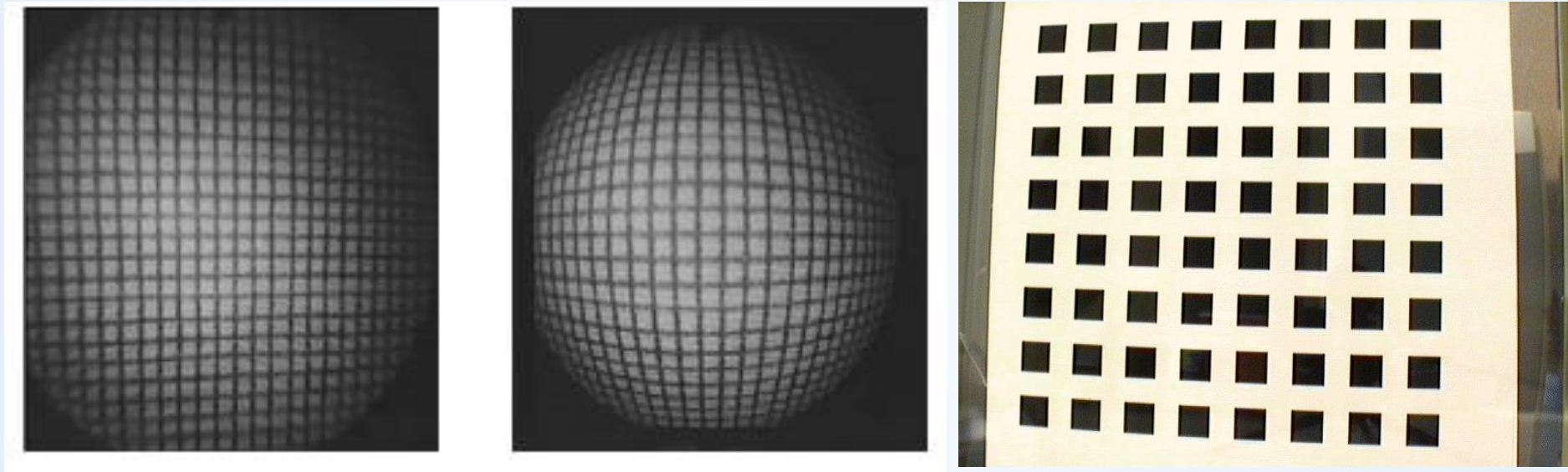
镜头聚焦不良引起的模糊 (离焦模糊)





图像退化的实例

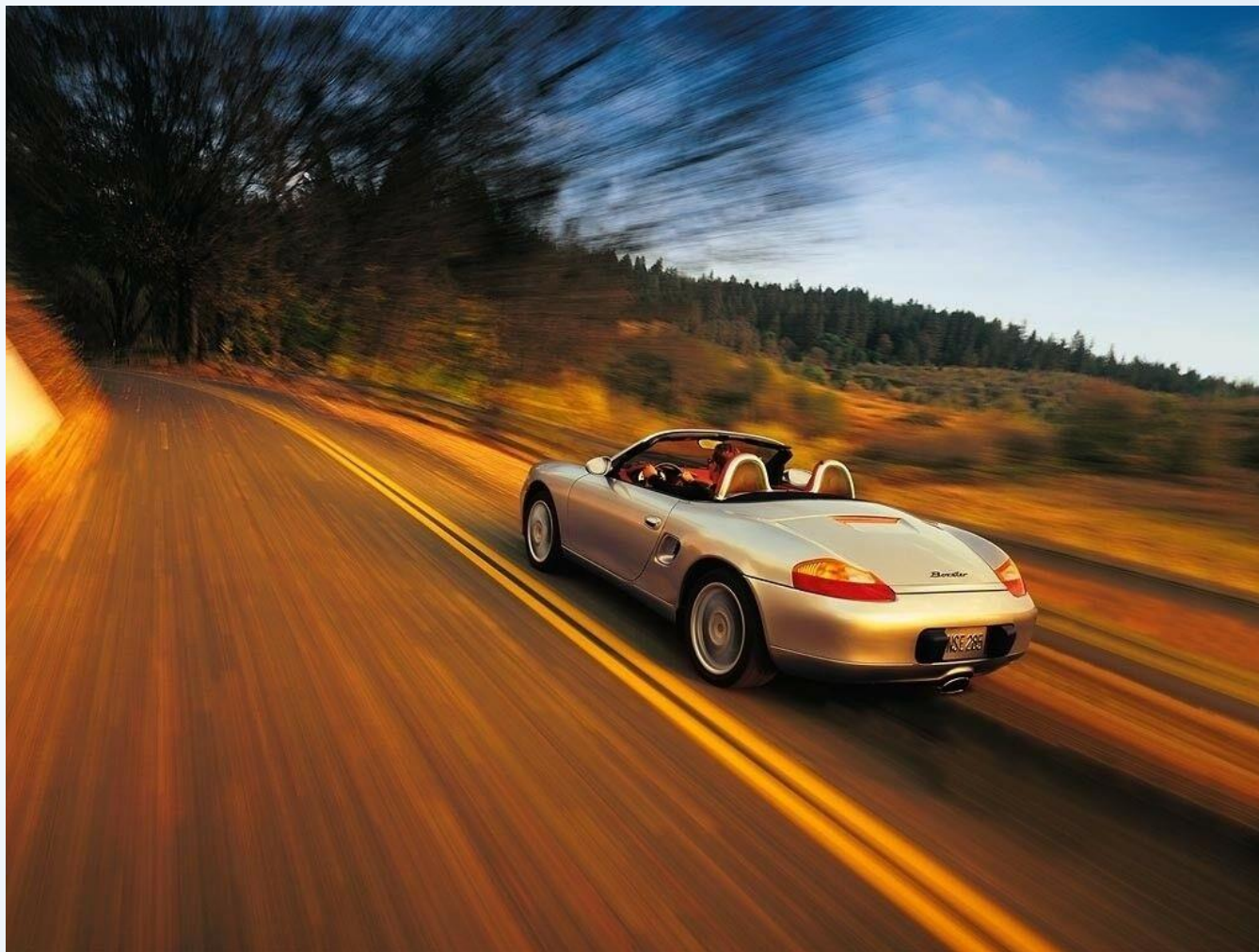
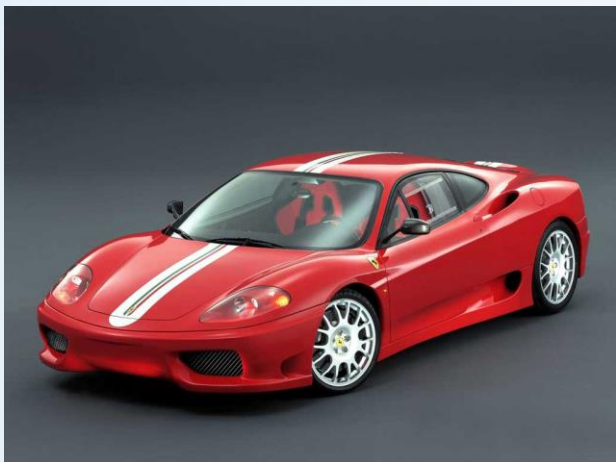
由于镜头畸变引起图像的
几何失真





图像退化的实例

由于运动产生的模糊





图像退化的实例

由于噪声产生的模糊





图像复原

图像复原：在研究图像退化原因的基础上，以退化图像为依据，根据一定的**先验知识**建立一个退化模型，然后做相反的运算以恢复原始景物图像。

思路：找出退化的原因，分析引起退化的环境因素，建立相应的数学模型，并沿着图像降质的逆过程恢复图像。

过程：找退化原因→建立退化模型→反向推演→恢复图像

图像复原主要取决于对图像退化过程的**先验知识**所掌握的精确程度，体现在建立的退化模型是否合适。



图像复原

◆ 图像复原要明确规定**质量准则**

衡量接近**原始**景物图像的程度

◆ 图像复原的关键-----**复原模型**

➤ 图像复原必须根据导致图像退化的**数学模型**来对退化图像进行处理



图像复原与图像增强的对比

◆ 联系

- 都可以改善输入图像的视觉质量

◆ 区别

- **图像增强（主观）**：不考虑图像是如何退化的，而是试图采用各种技术来增强图像的**视觉效果**。因此，图像增强可以不顾增强后的图像是否失真，只要看得舒服就行。
- **图像复原（客观）**：图像复原需要知道图像**退化的机制和过程**等先验知识，据此找出一种相应的**逆处理**方法，从而得到复原的图像。



图像复原方法分类

◆按照退化模型

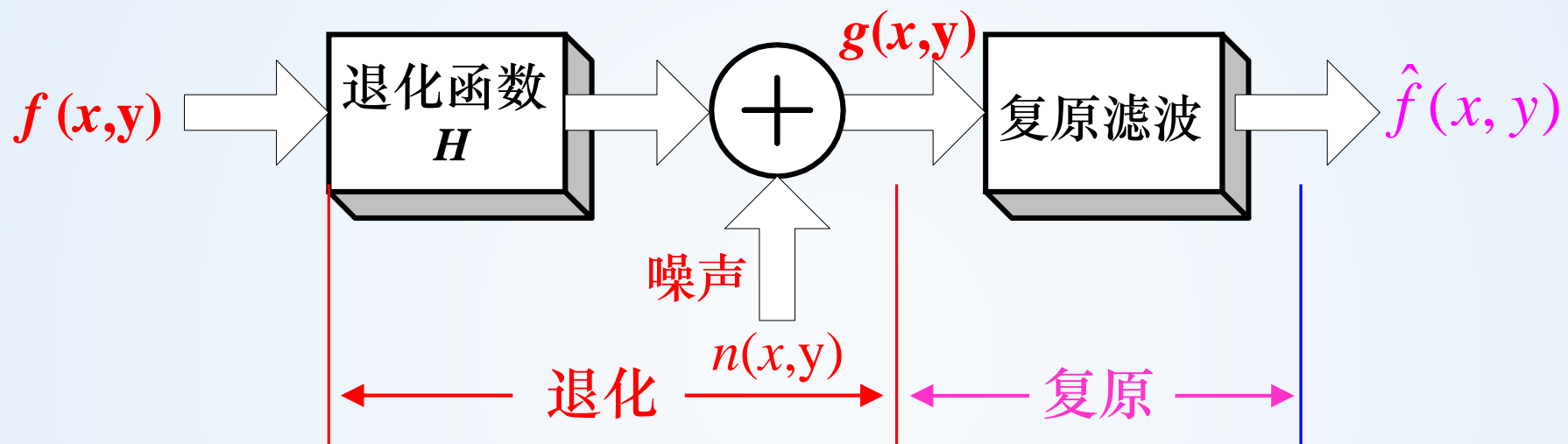
- 无约束：仅将图像看做一个数字矩阵，从数学角度处理
- 有约束：考虑图像的物理约束

◆按照处理所在的域

- 空间域恢复
- 频率域恢复

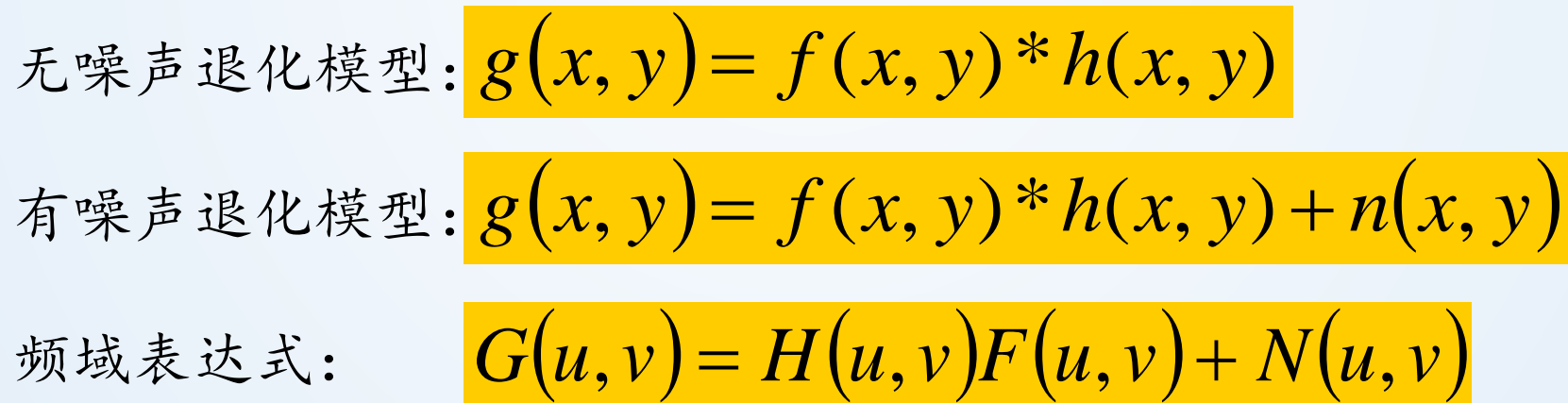


图像退化/复原过程模型



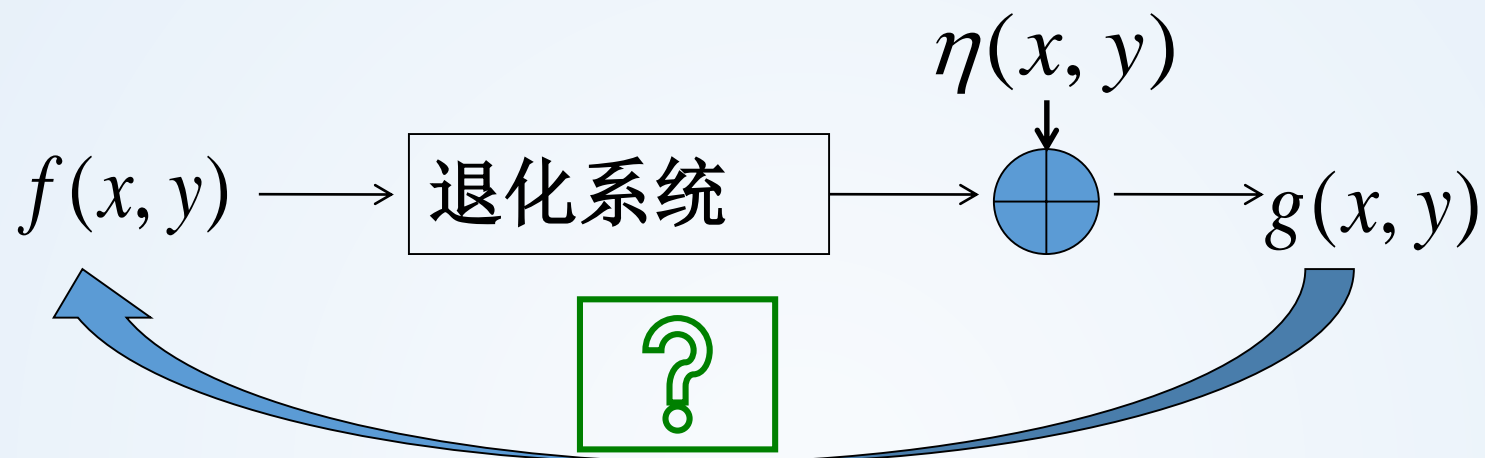
$f(x, y)$ ——原始图像	$H(x, y)$ ——退化函数
$n(x, y)$ ——外加噪声	$g(x, y)$ ——退化图像

退化的图像是由成像系统的退化加上额外的噪声形成的





图像的复原



图像复原的目的是利用逆求解方法恢复退化的图像：

根据 $g(x, y)$ ，获得关于原始图像 $f(x, y)$ 的最佳估计 $\hat{f}(x, y)$

原始图像 \neq 看起来很好

图像恢复需要利用已知或可以估计出的退化模型：先验知识

对退化函数 H 和噪声 n 的信息知道得越多，
就越有可能准确地估计原始输入图像

主要内容

Main Content

图像的退化

噪声模型

噪声滤除

滤波



噪声模型

噪声：妨碍人类感觉器官对所接收的信源信息进行理解的因素，是不可预测、只能用概率统计方法认识的**随机误差**。

图像的噪声分类：

- 按产生的原因分类：外部噪声和内部噪声
- 按统计特征分类：**平稳**噪声和**非平稳**噪声

平稳噪声

按直方图形状划分

高斯噪声
瑞利噪声
伽马噪声
指数分布噪声
均匀分布噪声
脉冲噪声（椒盐噪声）

统计特性是否
随时间变化

均值：表示数据集的平均大小

方差：表示数据集中数据点的离散程度

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \cdots + x_n}{n}$$

$$\bar{x} = \sum_{i=1}^n x_i p(x_i)$$

$$s_N^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2$$



噪声模型

噪声的描述： 概率密度函数 Probability density functions (PDF)

- ◆ 连续型随机变量的**概率密度函数**描述这个随机变量的输出值落在某个确定的取值点附近的**可能性**。
- ◆ 随机变量的取值落在某个区域之内的**概率**为概率密度函数在这个区域上的**积分**。



噪声模型

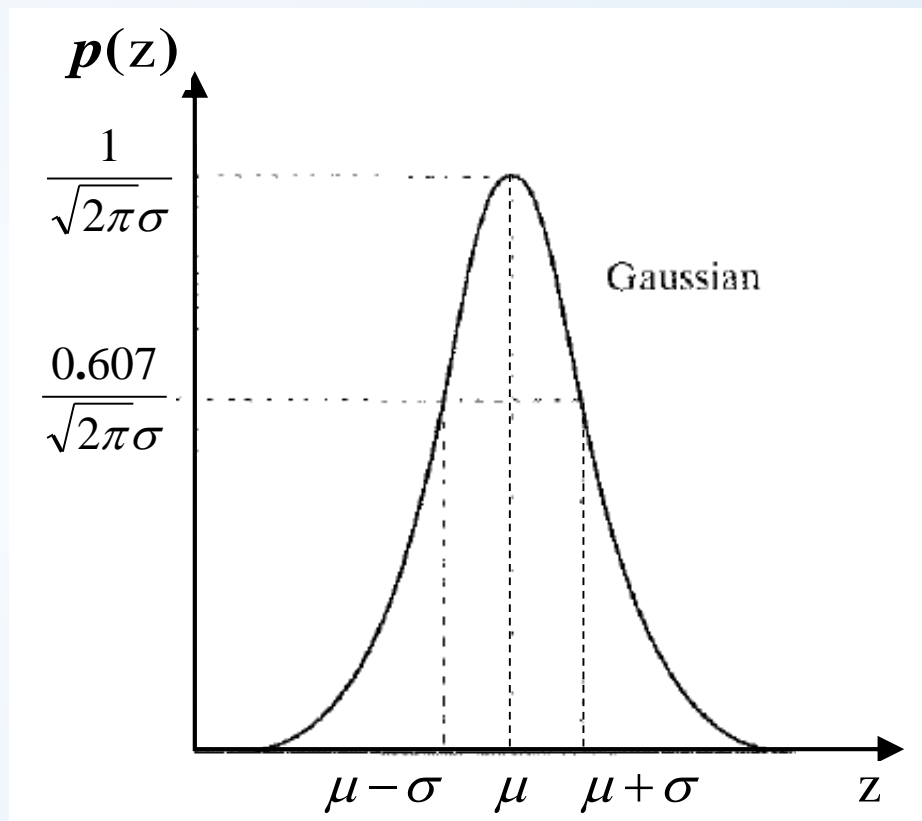
高斯噪声 (Gaussian Noise)

$$p(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(z-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

z 表示灰度值， μ 表示 z 的平均值或期望值， σ 表示标准差， σ^2 为方差。

- 其值有70%落在范围 $[(\mu-\sigma),(\mu+\sigma)]$ 之内，且有95%落在范围落在 $[(\mu-2\sigma),(\mu+2\sigma)]$ 内。

高斯噪声的概率密度函数



- 高斯噪声的产生源于电子电路噪声和由低照明度或高温带来的传感器噪声。高斯噪声数学上易于处理，实践中经常使用。

噪声模型

瑞利噪声

$$p(z) = \begin{cases} \frac{2}{b}(z-a)e^{-\frac{(z-a)^2}{b}} & z \geq a \\ 0 & z < a \end{cases}$$

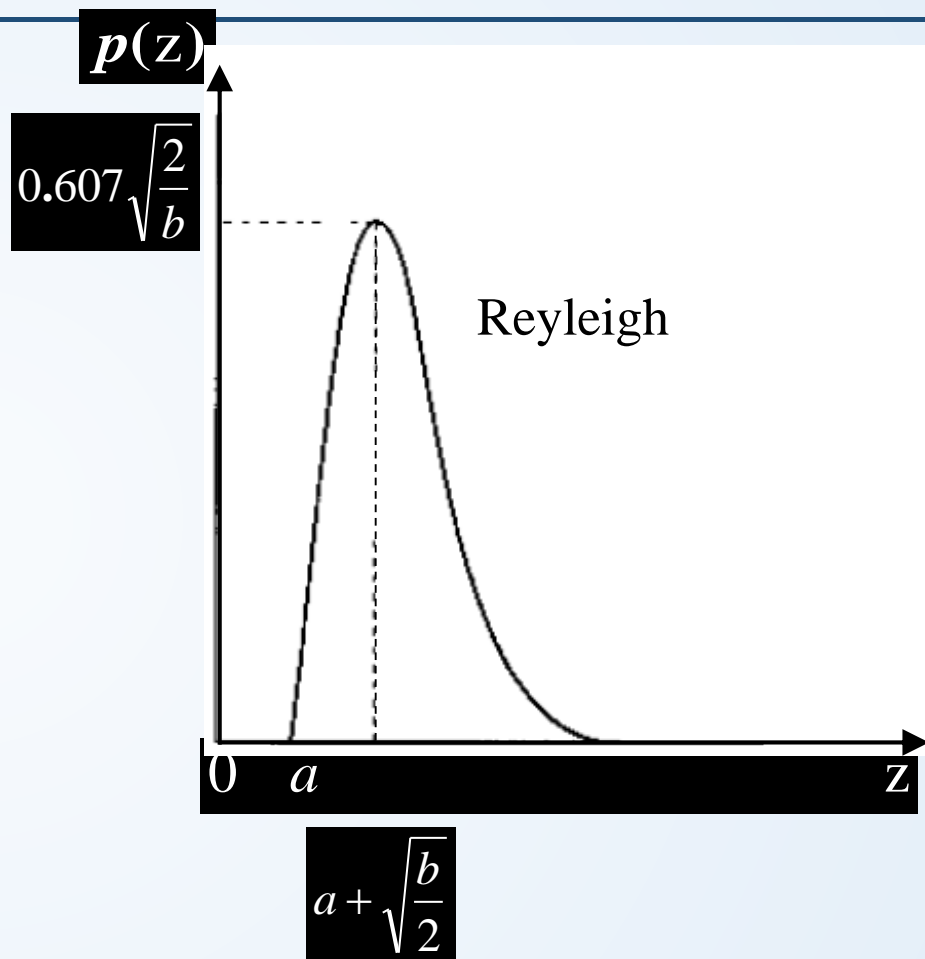
- 概率密度的均值 μ :

$$\mu = a + \sqrt{\pi b / 4}$$

- 概率密度的方差:

$$\sigma^2 = b(4 - \pi) / 4$$

- 距原点的位移和其密度图形的基本形状向右变形。
- 瑞利分布密度对于近似偏移的直方图十分适用。



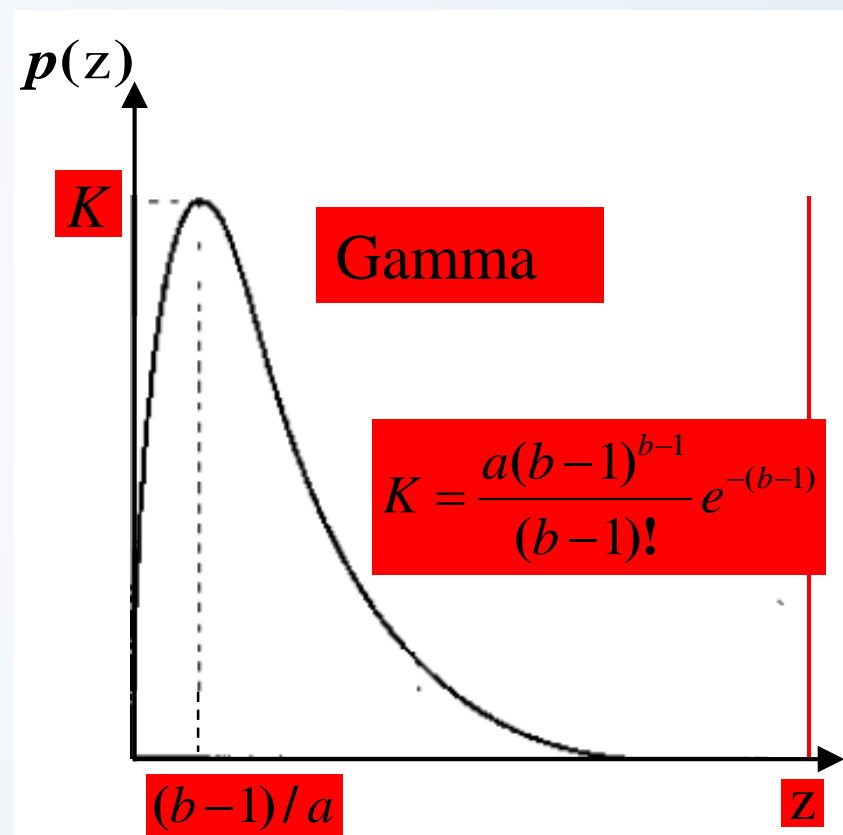


噪声模型

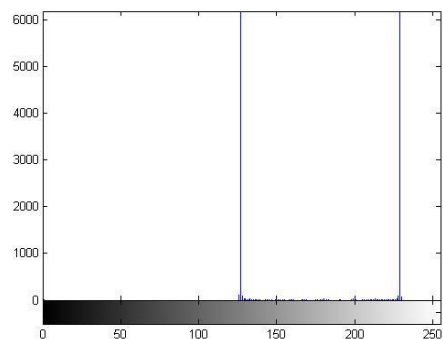
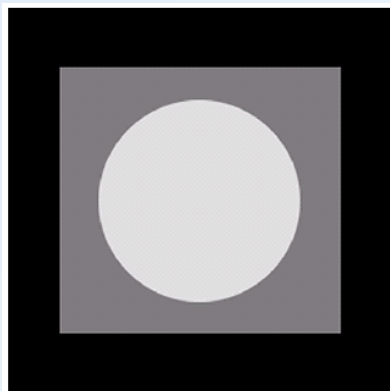
伽马噪声

$$p(z) = \begin{cases} \frac{a^b z^{b-1}}{(b-1)!} e^{-az} & z \geq 0 \\ 0 & z < 0 \end{cases}$$

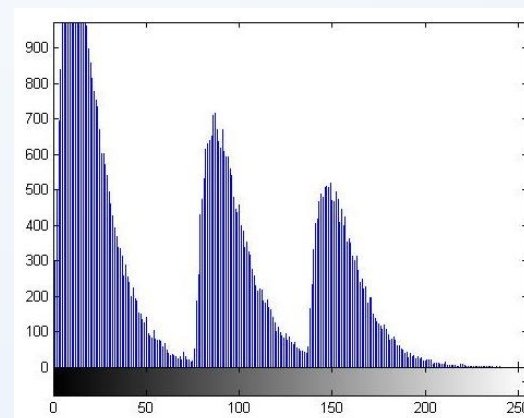
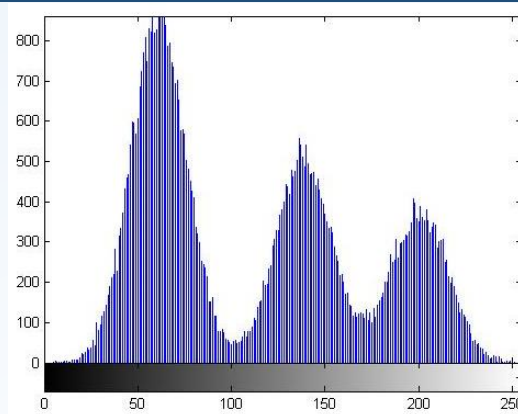
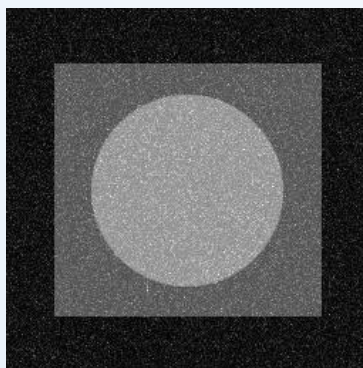
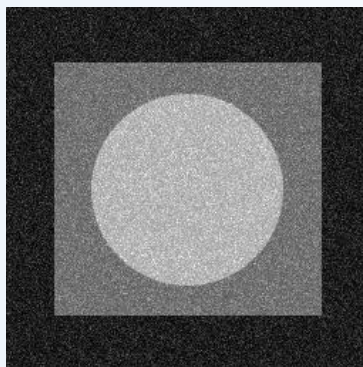
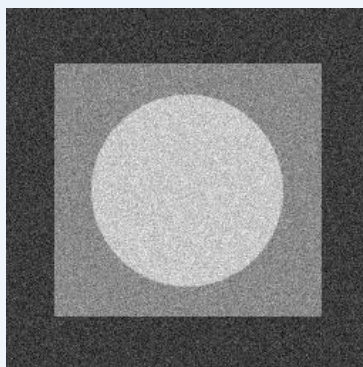
- 其中 $a > 0$, b 为正整数
- 概率密度的均值: $\mu = b / a$
- 概率密度的方差: $\sigma^2 = b / a^2$



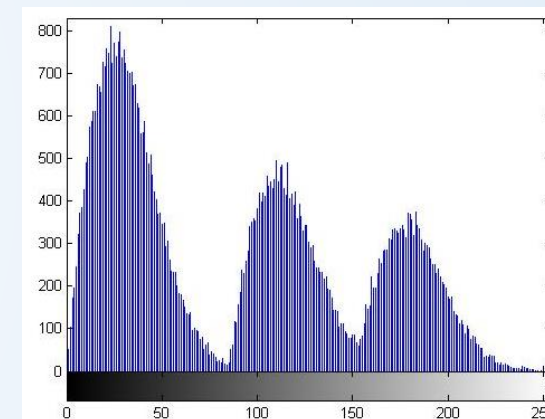
当 $b=1$ 时，叫指数噪声。伽马噪声在激光成像中有一些应用。



高斯噪声



噪声图像及其直方图



噪声图像的直方图和它们的概率密度函数曲线对应相似。



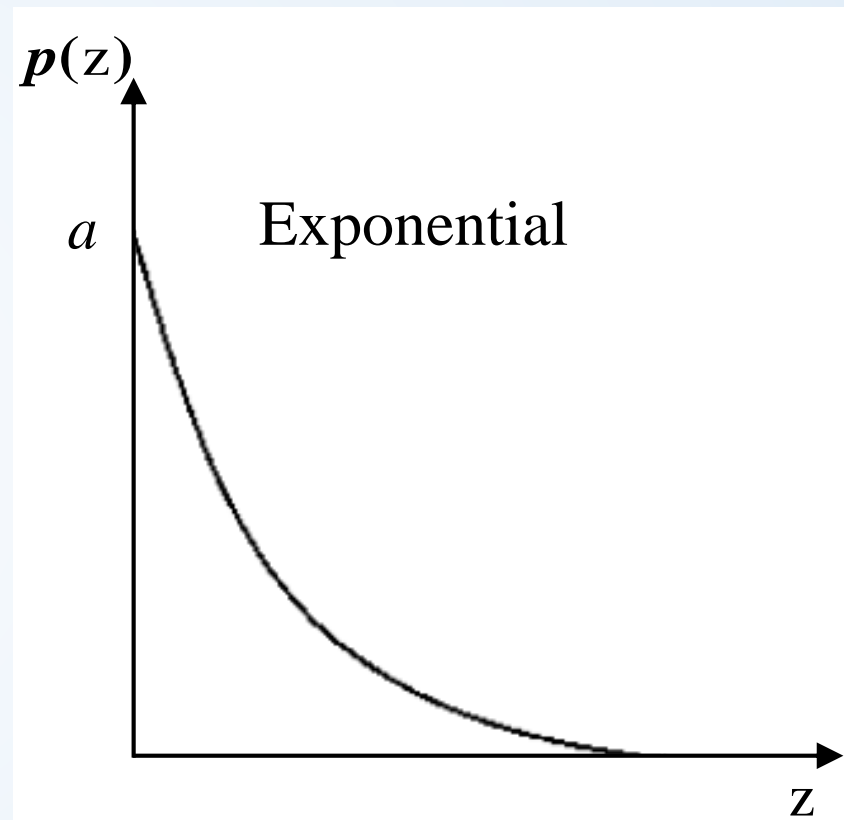
噪声模型

指数分布噪声

$$p(z) = \begin{cases} ae^{-az} & z \geq 0 \\ 0 & z < 0 \end{cases}$$

- 其中 $a > 0$
- 概率密度的均值: $\mu = 1 / a$
- 概率密度的方差: $\sigma^2 = 1 / a^2$
- 它是当 $b=1$ 时的伽马(爱尔兰)概率密度分布的特殊情况。

$$p(z) = \begin{cases} \frac{a^b z^{b-1}}{(b-1)!} e^{-az} & z \geq 0 \\ 0 & z < 0 \end{cases}$$



指数分布噪声在激光成像中有一些应用



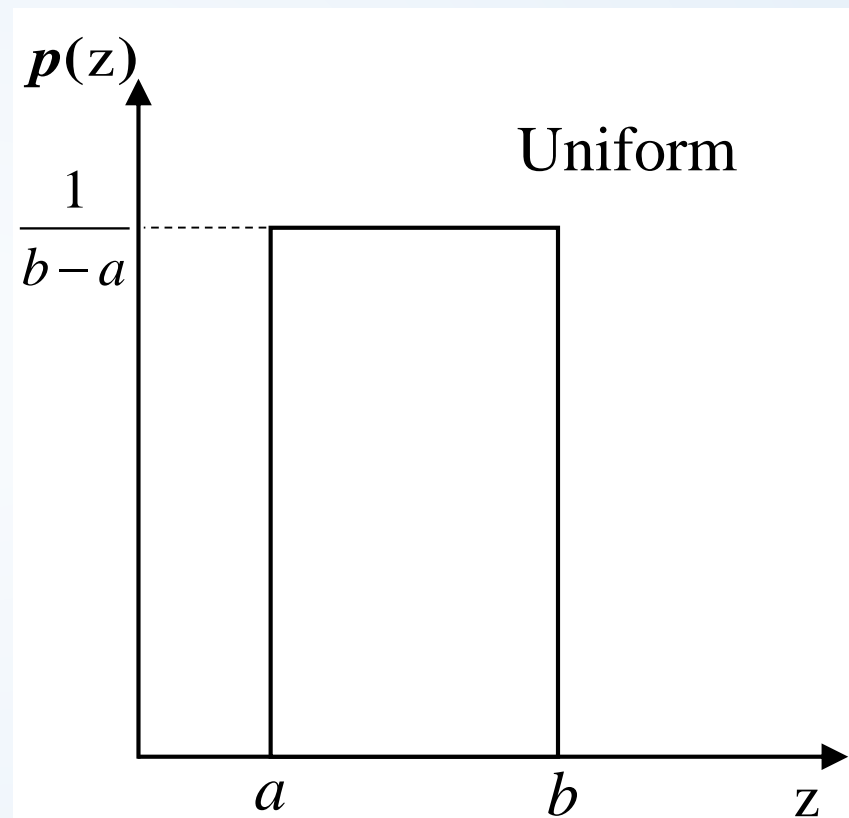
噪声模型

均匀分布噪声

$$p(z) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & \text{if } a \leq z \leq b \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

- 概率密度的均值: $\mu = (a+b) / 2$
- 概率密度的方差:

$$\sigma^2 = (b-a)^2 / 12$$



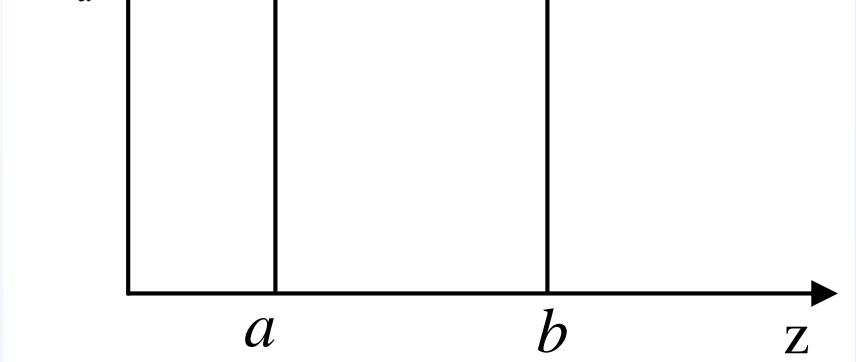
均匀分布噪声在实践中描述较少，但均匀密度分布作为模拟随机数产生器的基础非常有用。

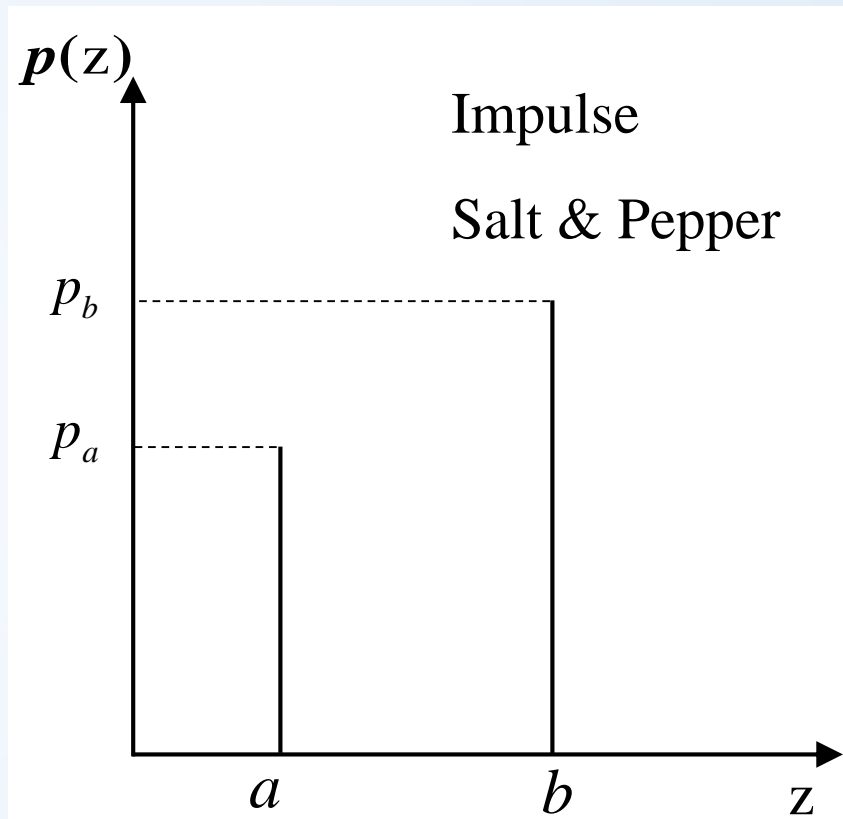


脉冲噪声 (椒盐噪声)

脉冲的值一般比图像中信号的强度大，使得有噪声像素的灰度值与无噪声像素的灰度值出现明显不同。脉冲噪声一般量化成图像中的极限灰度（显示为白或黑）

$$p(z) = \begin{cases} p_a & \text{for } z = a \\ p_b & \text{for } z = b \\ 0 & \text{others} \end{cases}$$

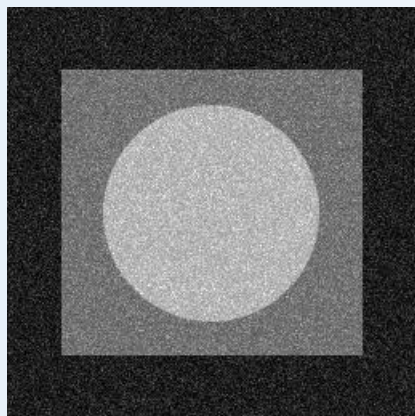
- 如果 $b > a$, 则灰度值 b 在图像中将显示为一个孤立的亮点, a 则显示为一个孤立的暗点。
 - 若 P_a 或 P_b 为零, 则称为单极脉冲。
 - 若 P_a 或 P_b 均不为零, 且它们近似相等时, 脉冲噪声值类似于随机分布在图像上的胡椒 (黑点) 和盐 (白点) 颗粒, 故称为椒盐噪声。
 - **脉冲噪声表现在成像中的短暂停留, 例如, 错误的开关操作。**
- 





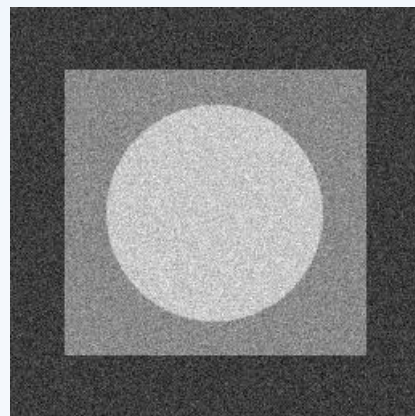
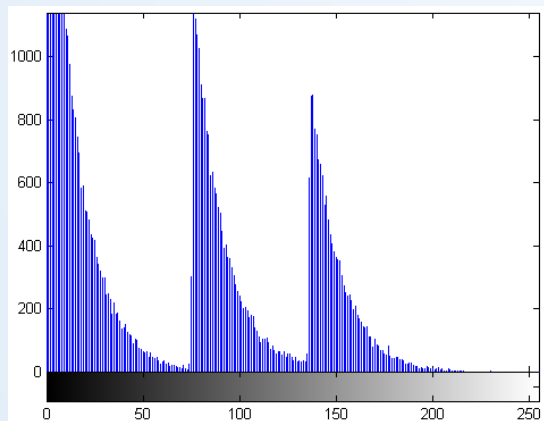
噪声模型

噪声图像及其直方图



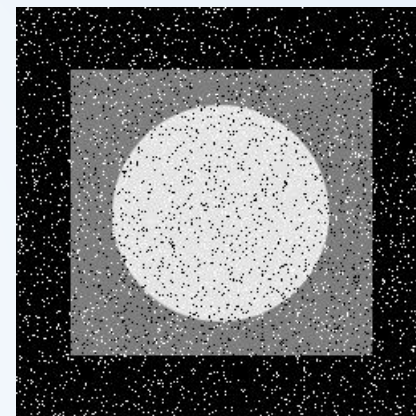
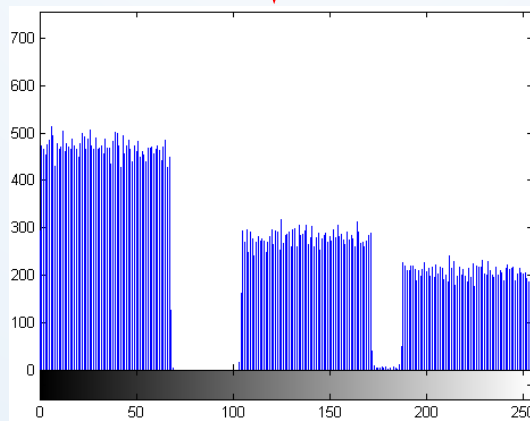
指数

直方图



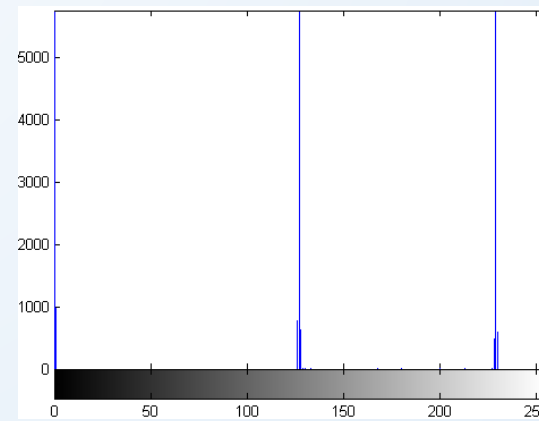
均匀

直方图



椒盐

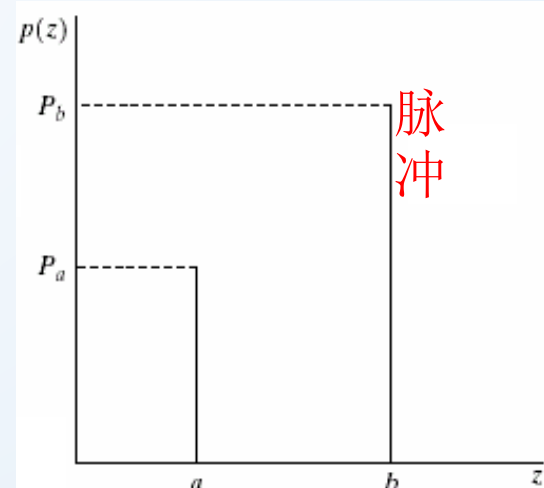
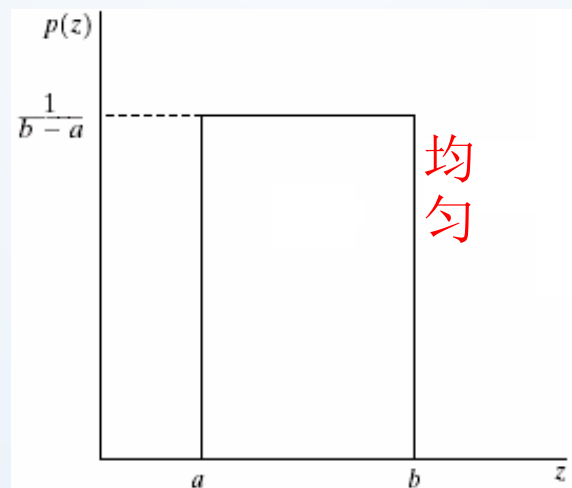
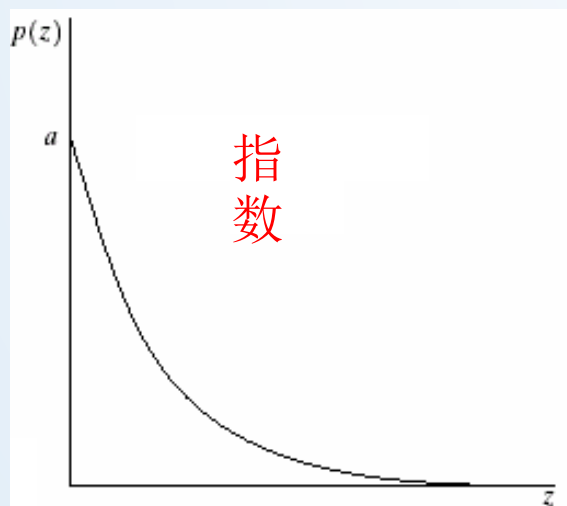
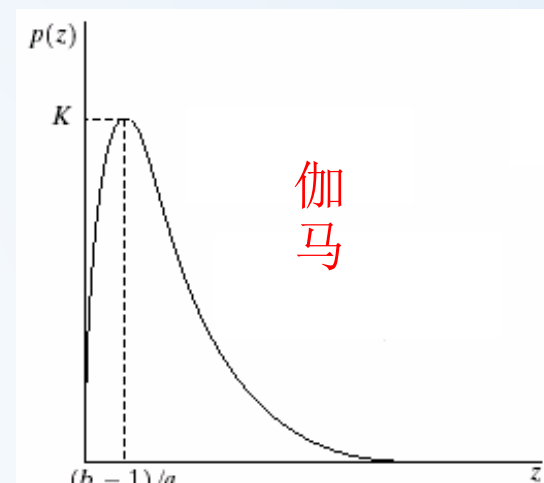
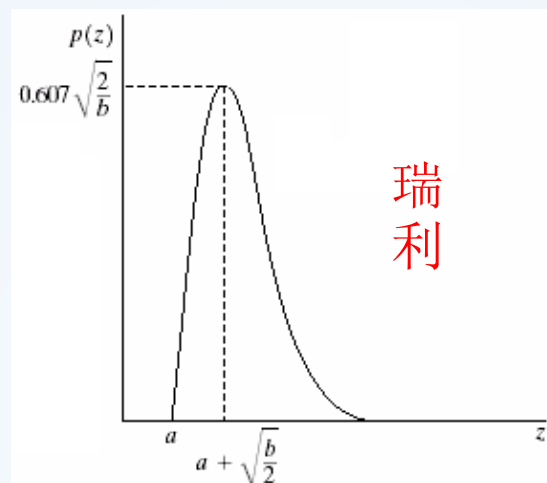
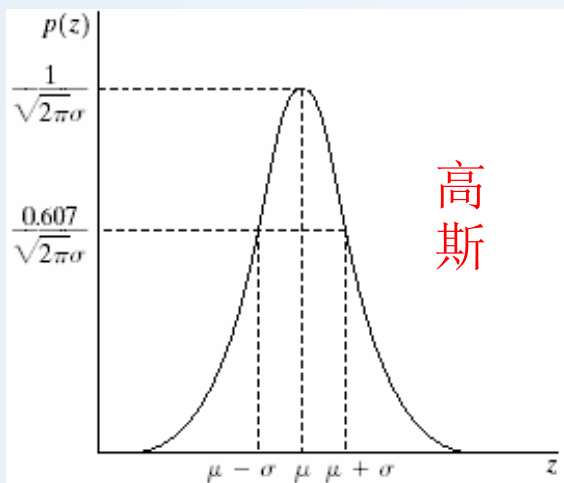
直方图





噪声模型

几种典型概率密度函数示意图对比

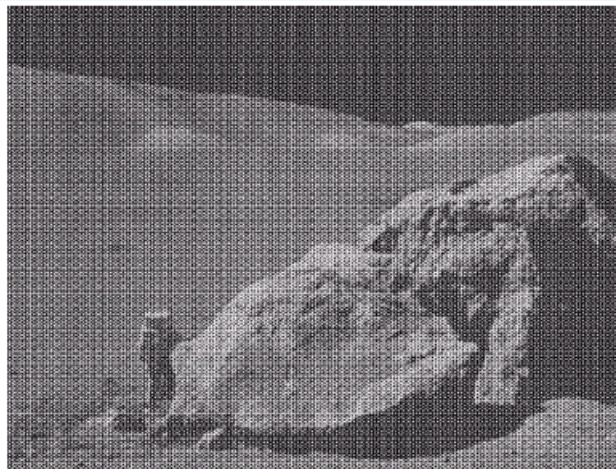




噪声模型

周期噪声

- 在图像获取过程中从电力或机电干扰中产生
- 周期噪声中每个正弦波的频谱是一对共轭脉冲，噪声频谱脉冲以一个近似的圆出现



被不同频率的正弦噪声干扰了的图像



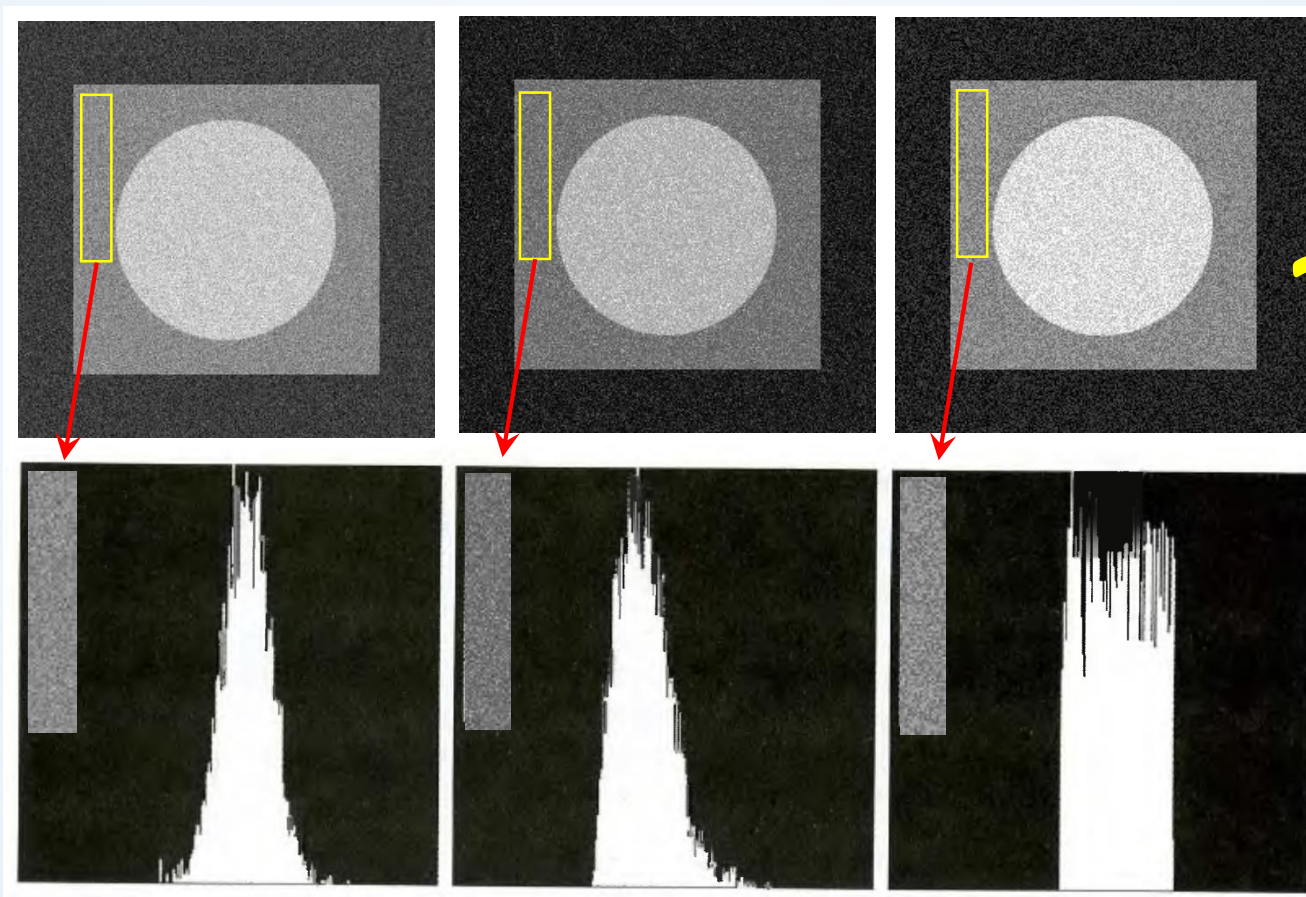
呈圆形分布的亮点为噪声频谱



噪声概率密度函数(PDF)的估计

- 1、当仅有通过传感器产生的图像可以利用时，常常可以从合理的**恒定灰度值**的一小部分估计PDF参数 (小条带，见下图)。

一般可以从传感器的技术说明中得知，但对于特殊的成像装置，常常有必要估计这些参数。



噪声种类

高斯噪声

瑞利噪声

均匀噪声



直方图的形状可以指出最接近的PDF匹配



噪声概率密度函数(PDF)的估计

- 2、确定PDF对应的噪声种类后，计算灰度值的**均值**和**方差**
对所取的小条带S（子图像）

均值: $\mu = \sum_{z_i \in S} z_i p(z_i)$

方差: $\sigma^2 = \sum_{z_i \in S} (z_i - \mu)^2 p(z_i)$

(z_i 值是S中像素的灰度, $p(z_i)$ 是相应的**归一化直方图值**)

- 3、均值和方差求得后，就可以得到PDF中的参数**a**和**b**
- 4、参数**期望值**、**方差**及**a**、**b**确定后，噪声的概率密度函数则唯一确定。

$$p(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma} e^{-\frac{(z-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

高斯噪声

$$p(z) = \begin{cases} \frac{1}{b-a} & \text{if } a \leq z \leq b \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

均匀噪声

主要内容

Main Content

图像的退化

噪声模型

噪声滤除

逆滤波



噪声滤除

◆空域滤波器

- 均值滤波器
- 统计排序滤波器
- 自适应滤波器

◆频域滤波器

带通、带阻、陷波滤波器



空域滤波

- 当一幅图像中唯一存在的退化是噪声时，退化模型变为：

$$g(x, y) = f(x, y) + \eta(x, y)$$

- 频域表示：

$$G(u, v) = F(u, v) + N(u, v)$$

噪声是不可知的，
从信号中直接减去
噪声是不现实的

- 当仅存在加性噪声时，可以选择**空间滤波**方法。在这一特殊情况下，图像的增强和复原几乎没有区别。可选用**均值滤波**方法减少噪声进行图像复原。

算术均值滤波器、几何均值滤波器、
谐波均值滤波器、逆谐波均值滤波器



空域滤波-均值滤波器

- 算术均值滤波器

$$\hat{f}(x, y) = \frac{1}{mn} \sum_{(s,t) \in S_{xy}} g(s, t)$$

S_{xy} 表示中心在 (x, y) 、尺寸为 $m \times n$ 的矩形子图像窗口的坐标组。

算术均值滤波平滑一幅图像中的局部变化，虽然模糊了结果，但是降低了噪声。

- 几何均值滤波器

$$\hat{f}(x, y) = \left[\prod_{(s,t) \in S_{xy}} g(s, t) \right]^{\frac{1}{mn}}$$

几何均值滤波相对于算术均值滤波平滑度差不多，但图像的细节丢失更少。

算术均值滤波器和几何均值滤波器适于处理高斯或均匀分布噪声。



空域滤波-均值滤波器

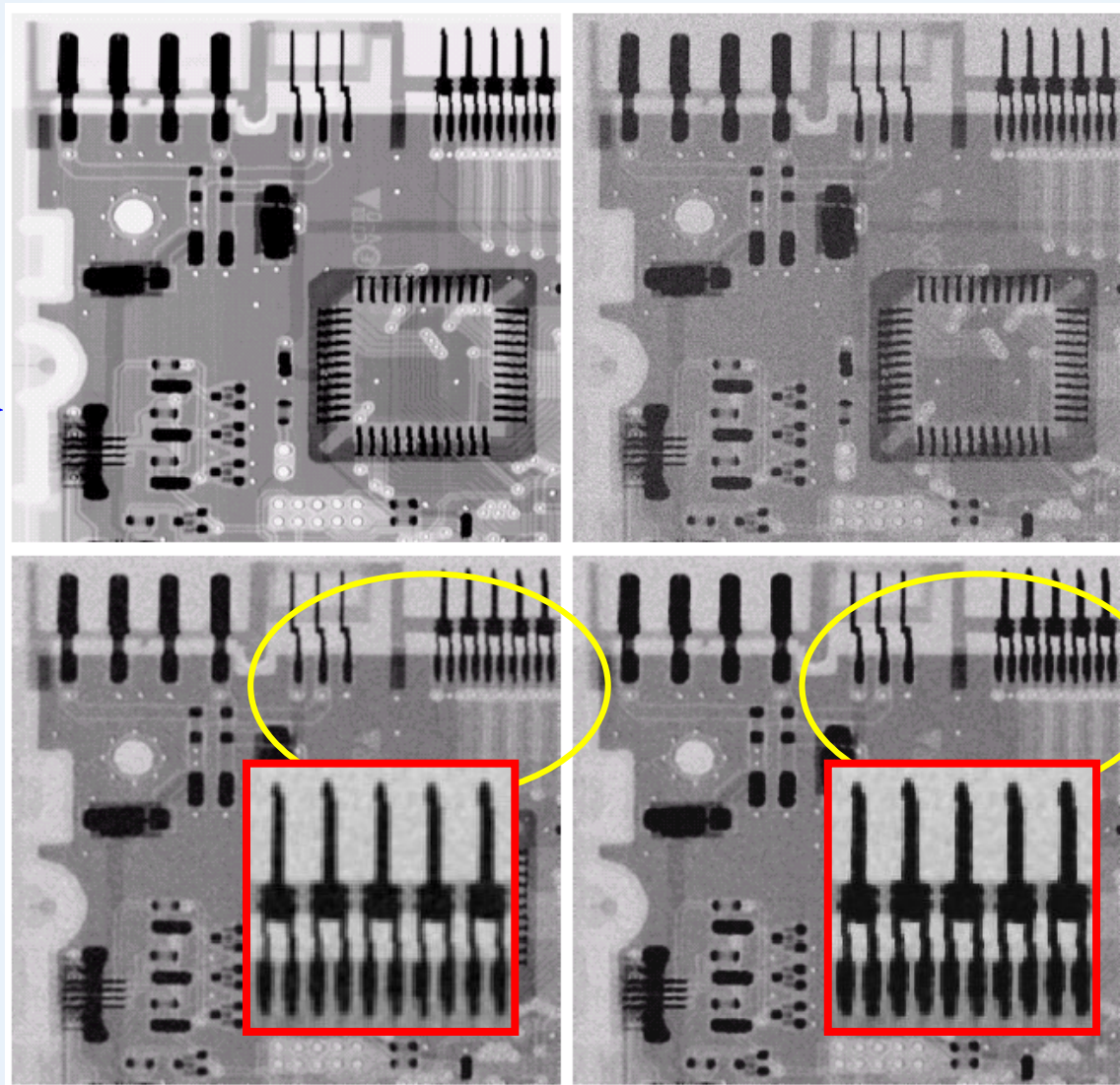
滤波效果对比

电路板的
X射线图像

高斯噪声
污染图像
($\mu=0, \sigma^2=400$)

3×3
算术均值
滤波

3×3
几何均值
滤波



图像变模糊

图像更清晰



空域滤波-均值滤波器

- 谐波均值滤波器

$$\hat{f}(x, y) = \frac{mn}{\sum_{(s,t) \in S_{xy}} \frac{1}{g(s,t)}}$$

效果：适合处理高斯和均匀噪声；

谐波均值滤波器对于“盐”噪声效果好，但不适用于“胡椒”噪声。

- 逆谐波均值滤波器

$$\hat{f}(x, y) = \frac{\sum_{(s,t) \in S_{xy}} g(s,t)^{Q+1}}{\sum_{(s,t) \in S_{xy}} g(s,t)^Q}$$

其中 Q 称为滤波器的阶数。当 Q 是正数时，滤波器用于消除“椒”噪声；当 Q 是负数时，滤波器用于消除“盐”噪声。但它不能同时消除这两种噪声。

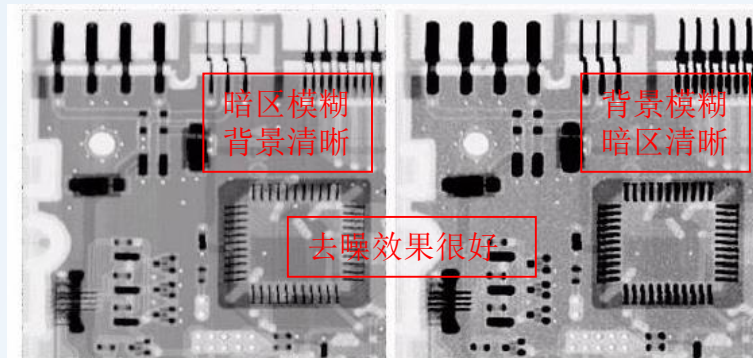
当 $Q = 0$ ，逆谐波均值滤波器转变为算术均值滤波器；

当 $Q = -1$ ，逆谐波均值滤波器转变为谐波均值滤波器。



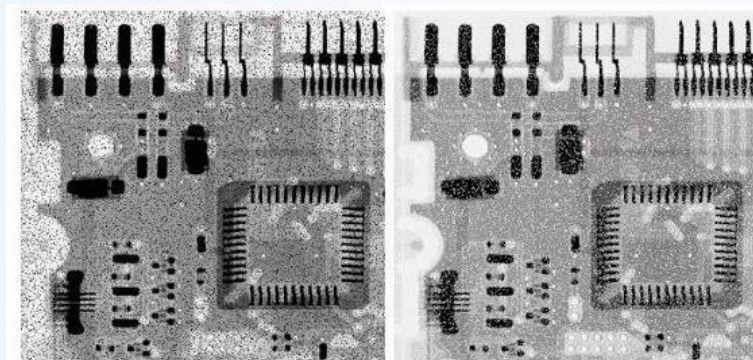
空域滤波-均值滤波器

3×3 逆谐波
均值滤波的
结果 ($Q=1.5$)



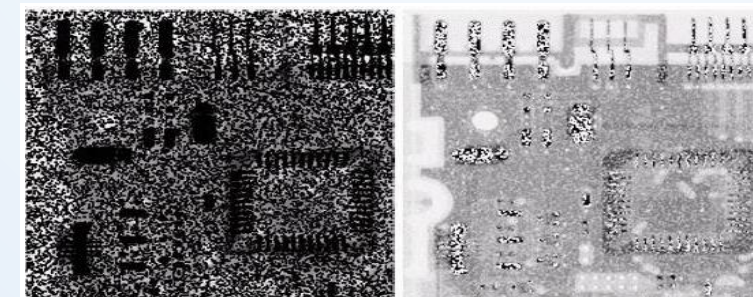
3×3 逆谐波
均值滤波的
结果 ($Q=-1.5$)

“椒”噪声
干扰的图像



“盐”噪声
干扰的图像

3×3 逆谐波
均值滤波的
结果 ($Q=-1.5$)



3×3 逆谐波
均值滤波的
结果 ($Q=1.5$)

使用逆谐波均值
滤波器时，选择
不当的 Q 值会带
来严重的问题！



空域滤波-均值滤波器

均值滤波器总结：

算术均值和几何均值滤波器适合于处理高斯或均匀等随机噪声；谐波均值滤波器适合于处理脉冲噪声。

缺点：必须事先知道噪声是暗噪声还是亮噪声，以便于对 Q 选择合适的符号。



空域滤波-统计排序滤波器

统计排序滤波器

统计排序滤波器是空间域滤波器，其响应基于滤波器包围的图像区域中**像素点的排序**。滤波器在任何点的响应由排序结果决定。

- 中值滤波器
- 最大值滤波器
- 最小值滤波器
- 中点滤波器



空域滤波-统计排序滤波器

- 中值滤波器

用该像素相邻像素的灰度中值来代替该像素的值。

$$\hat{f}(x, y) = \underset{(s,t) \in S_{xy}}{median}\{g(s, t)\}$$

特点：

- 在相同尺寸下，比起均值滤波器引起的模糊少；
- 对单极或双极脉冲（椒盐）噪声非常有效。
- 适于处理椒盐噪声，通过多次使用小模板，可以获得很好的去噪效果，但多次应用中值滤波器会使图像模糊。



空域滤波-统计排序滤波器

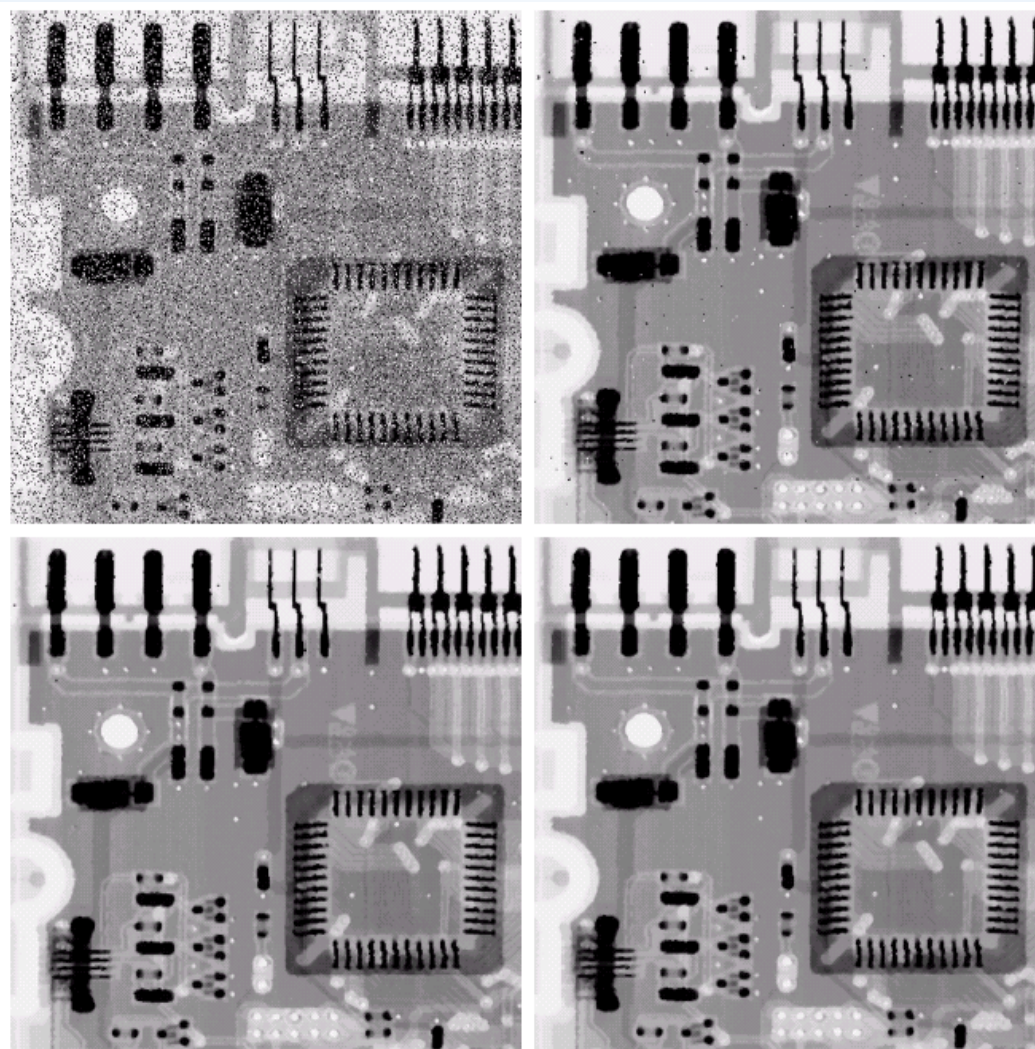
中值滤波结果

椒盐噪声
声干扰
图像

过度重复使用中
值滤波可能会对
图像造成模糊

2 遍
 3×3
中值滤波

概率密度为 $P_a = P_b = 0.1$



1 遍
 3×3
中值滤波

3 遍
 3×3
中值滤波



空域滤波-统计排序滤波器

- 最大值滤波器:

$$\hat{f}(x, y) = \max_{(s, t) \in S_{xy}} \{g(s, t)\}$$

- 对图像中的亮点敏感;
- 最大值滤波器对于“椒”噪声具有良好消除效果。
- 最大值滤波器可以去除“胡椒”噪声,但会从黑色物体边缘移走一些黑色像素。

- 最小值滤波器

$$\hat{f}(x, y) = \min_{(s, t) \in S_{xy}} \{g(s, t)\}$$

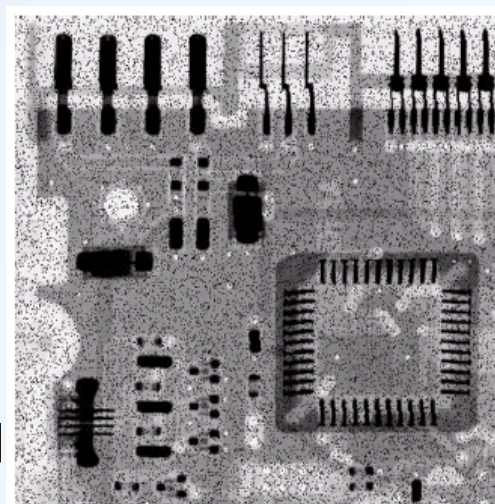
- 对图像中的暗点敏感;
- 最小值滤波器对于“盐”噪声具有良好消除效果。
- 最小值滤波器可以去除“盐”噪声,但会从亮色物体边缘移走一些白色像素。



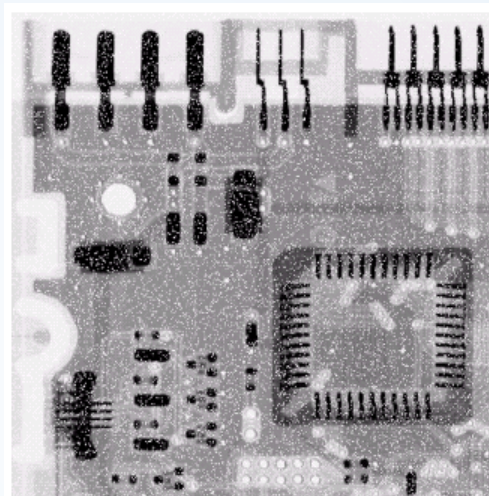
空域滤波-统计排序滤波器

概率密度为 $P_a = P_b = 0.1$

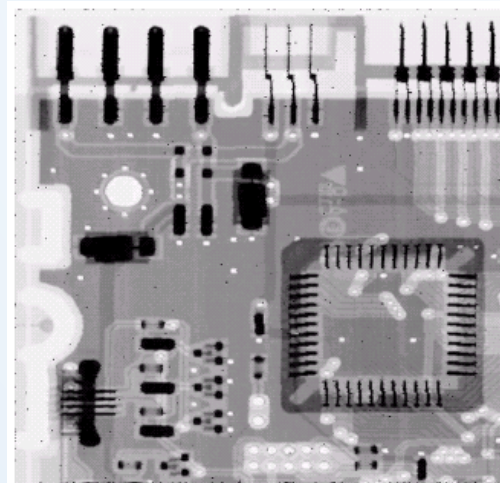
“椒”噪
声干扰
图像



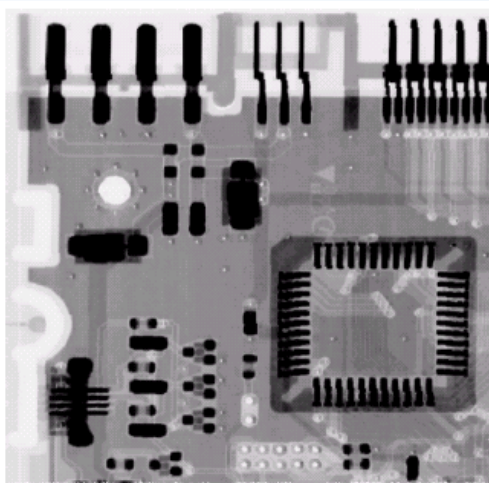
“盐”噪
声干扰
图像



3×3
最大值
滤波图像



3×3
最小值
滤波图像





仅有噪声的复原-空间滤波

- 中点滤波器

在范围内计算最大值和最小值之间的算数平均值，即取中点值。

$$\hat{f}(x, y) = \frac{1}{2} \left[\max_{(s,t) \in S_{xy}} \{g(s,t)\} + \min_{(s,t) \in S_{xy}} \{g(s,t)\} \right]$$

特点：结合了统计排序和求平均（均匀），对于**高斯**和**均匀**随机分布噪声有**最好的效果**。



空域滤波-自适应滤波器

自适应滤波器

- ◆ 当图像中的噪声分布呈现**区域性**特征时，对整幅图像采用统一的滤波器，效果肯定不好。
- ◆ **自适应**滤波器是**基于** $m*n$ 矩形窗区域图像的**统计特性而变化**的，其性能优于前面所讨论的任何一种滤波器，但滤波器的复杂度增加了。

自适应滤波器分类：

- 自适应局部滤波器
- 自适应中值滤波器



空域滤波-自适应滤波器

自适应局部噪声消除滤波器

随机变量最简单的统计量是**均值**和**方差**，这些适当的参数是自适应局部滤波器的基础。**均值**给出了计算均值的区域中**灰度平均值**的度量，而**方差**给出了这个区域的**平均对比度**的度量。

滤波器作用于局部区域 S_{xy} ，滤波器在中心化区域中任何点 (x, y) 上的滤波器响应基于以下4个量：

- (a) $g(x, y)$ 表示噪声图像在点 (x, y) 上的值；
- (b) σ_η^2 ，干扰 $f(x, y)$ 以形成 $g(x, y)$ 的噪声方差；
- (c) m_L ，在 S_{xy} 上像素点的局部均值；
- (d) σ_L^2 ，在 S_{xy} 上像素点的局部方差。

$$\hat{f}(x, y) = g(x, y) - \frac{\sigma_\eta^2}{\sigma_L^2} [g(x, y) - m_L]$$

需要估计

一般假设 $\sigma_\eta^2 \leq \sigma_L^2$

唯一需要知道或估计的未知量是噪声方差；其它参数可以从 S_{xy} 的像素计算出来。



空域滤波-自适应滤波器

自适应局部滤波器举例

处理结果比较:

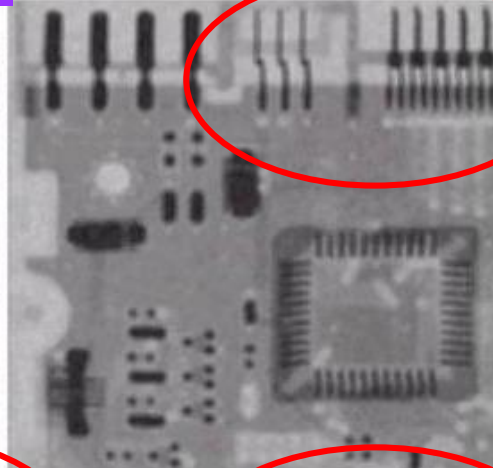
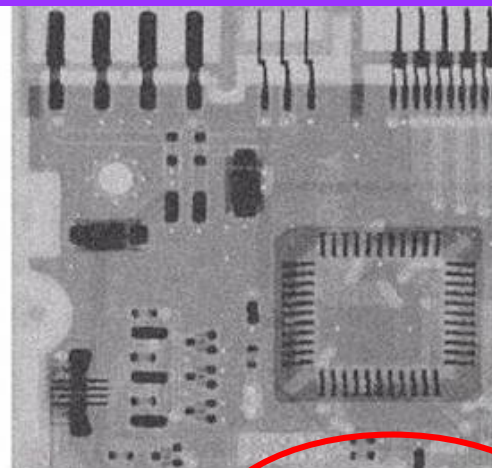
(b)算术均值滤波噪声被平滑掉,但图像严重模糊;

(c)几何均值滤波也使图像模糊;

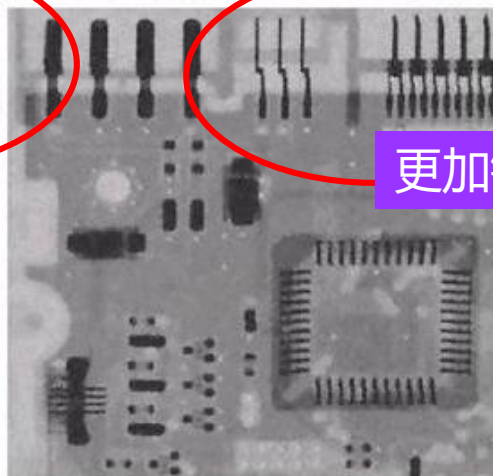
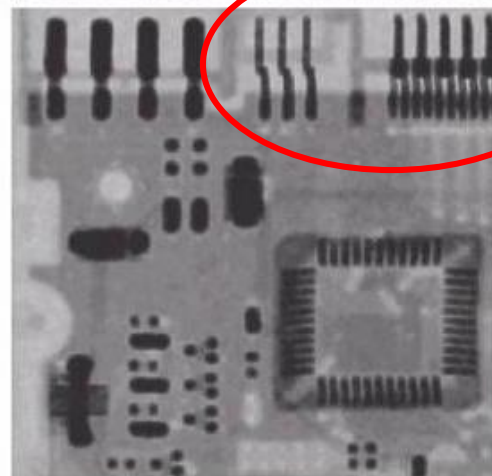
(d)自适应滤波改进很多,消除了噪声,但图像更尖锐,更清晰。

高斯噪声污染图像
(均值为0, 方差为1000)

7×7的算术均值滤波



图像
严重
模糊



更加锐化

模糊
程度
稍低

$$\sigma_{\eta}^2 = 1000$$

7×7的几何均值滤波

7×7的自适应滤波



空域滤波-自适应滤波器

自适应中值滤波器

- ◆当图像上叠加的脉冲噪声密度不是太大（根据经验， P_a 和 P_b 小于0.2），中值滤波即可取得很好效果。当脉冲密度变大，需要使用具有自适应能力的中值滤波器。
- ◆自适应中值滤波器平滑非脉冲噪声时会试图**保留细节**。
- ◆自适应中值滤波器的“**自适应**”，体现在滤波器的**模板尺寸可根据图像特征进行调节（增大）**。

滤除脉冲噪声；平滑非脉冲噪声；减少对目标边界过度细化或粗化产生的失真



空域滤波-自适应滤波器

自适应中值滤波器

z_{min} : 窗口区域 S_{xy} 中的灰度级最小值

z_{max} : 窗口区域 S_{xy} 中的灰度级最大值

z_{med} : 窗口区域 S_{xy} 中的灰度级中值

z_{xy} : 窗口区域 S_{xy} 中心处的灰度级

S_{max} : 窗口区域 S_{xy} 允许的最大尺寸

窗口区域 S_{xy}

50	49	49
49	255	47
48	47	46

z_{xy}

255	50	49	49	49	48	47	47	46
z_{max}				z_{med}				z_{min}



空域滤波-自适应滤波器

自适应中值滤波器算法工作在两个层次，定义为A层和B层

A层次（判断 Z_{med} 是否为脉冲）

$$A1 = Z_{med} - Z_{min}$$

$$A2 = Z_{med} - Z_{max}$$

如果 $A1 > 0$ 且 $A2 < 0$ ，转到B

否则，增大窗口尺寸

如果窗口尺寸 $\leq S_{max}$ ，重复A

否则输出 Z_{med}

$Z_{max} > Z_{med} > Z_{min}$
说明 Z_{med} 不是脉冲

A 层次的作用是确定标准中值滤波器的输出是否为脉冲噪声。如果该输出等于模板区域内的最大或最小值，则有可能是脉冲噪声，就增大模板尺寸再试。

50	48	49
49	2	2
2	2	2

$Z_{med} = Z_{min}$

50	255	255
255	255	255
48	49	48

$Z_{med} = Z_{max}$



空域滤波-自适应滤波器

自适应中值滤波器算法工作在两个层次，定义为A层和B层

B层次（判断 Z_{xy} 本身是否为脉冲）

$$B1 = Z_{xy} - Z_{min}$$

$$B2 = Z_{xy} - Z_{max}$$

如果 $B1 > 0$ 且 $B2 < 0$ ，输出 Z_{xy}

否则输出 Z_{med}

A层已确定 Z_{med}

不是脉冲噪声

$Z_{max} > Z_{xy} > Z_{min}$
说明 Z_{xy} 不是脉冲

在 Z_{xy} 不是脉冲的情况下，滤波器输出图像本身的像素值，而不是模板中值，达到保护图像细节的目的。

50	49	49
49	255	47
48	47	46

Z_{xy} 本身为脉冲
输出 Z_{med}

255	255	255
48	49	47
47	48	46

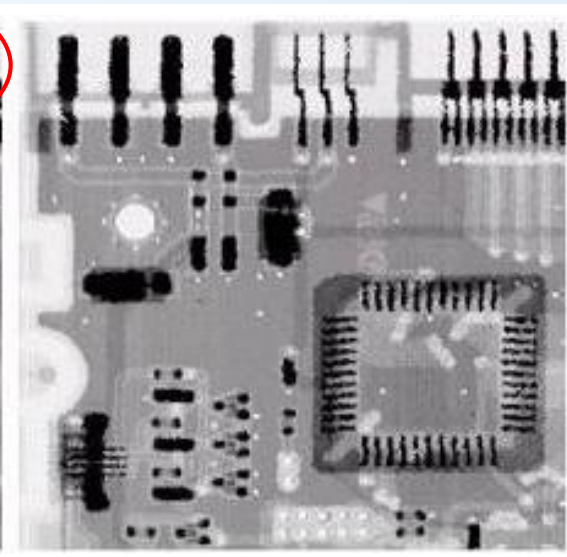
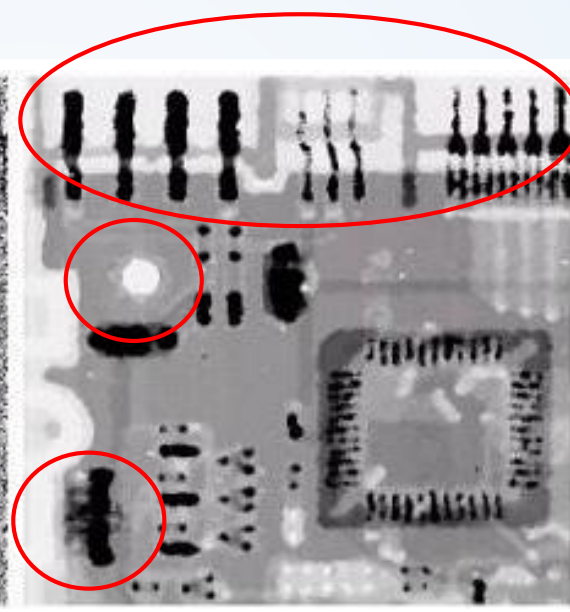
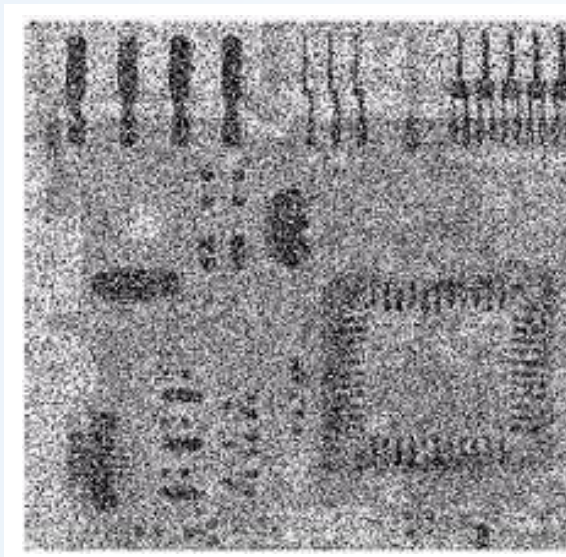
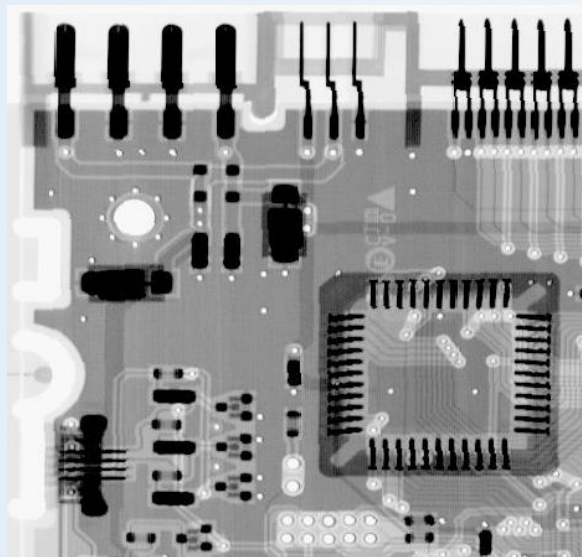
输出 Z_{xy}



空域滤波-自适应滤波器

噪声被有效去除,
但细节损失严重

保持了点的尖锐性,
细节清楚



原始图像

椒盐噪声干扰图像
(概率 $P_a = P_b = 0.25$)

7×7 中值滤波器

自适应中值滤波
($S_{max} = 7$)



频域滤波

- 周期噪声的模型是二维正弦波，通过**带阻**、**带通**和**陷波滤波器**可以有效去除。

带阻滤波器

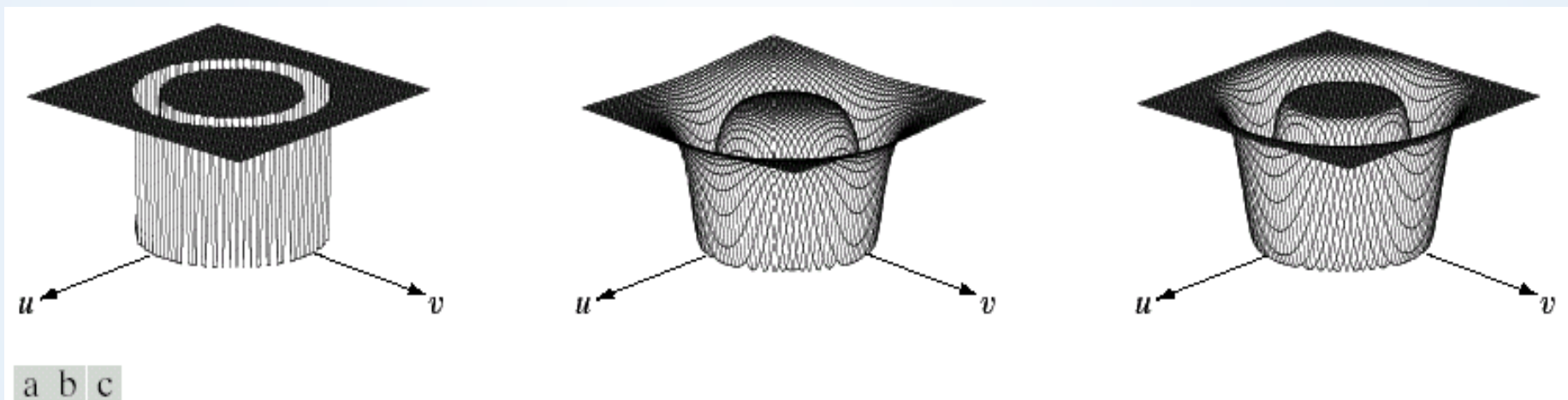


FIGURE 5.15 From left to right, perspective plots of ideal, Butterworth (of order 1), and Gaussian bandreject filters.

(a) 理想带阻滤波器

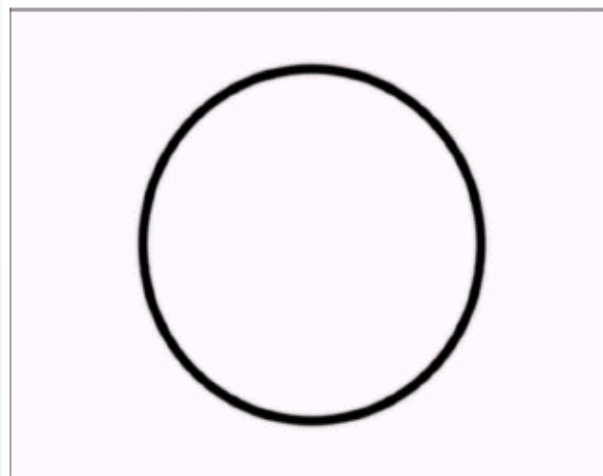
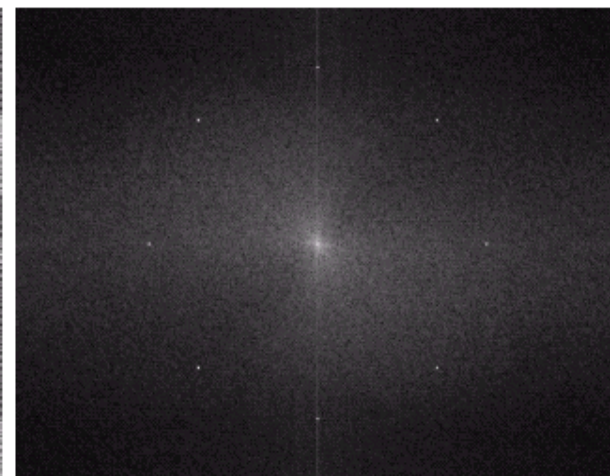
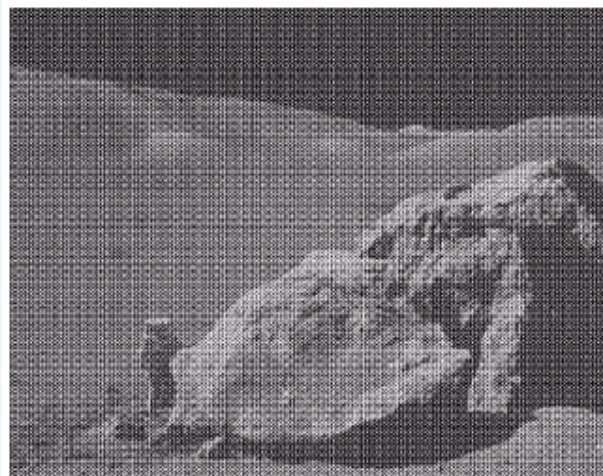
(b) 巴特沃思带阻滤波器

(c) 高斯带阻滤波器



频域滤波

- (a) 被正弦噪声污染的图像
- (b) 图(a)的频谱
- (c) 巴特沃思带阻滤波器
- (d) 滤波效果图



a	b
c	d

FIGURE 5.16

(a) Image corrupted by sinusoidal noise. (b) Spectrum of (a). (c) Butterworth bandreject filter (white represents 1). (d) Result of filtering. (Original image courtesy of NASA.)

主要内容

Main Content

图像的退化

噪声模型

噪声滤除

频域复原

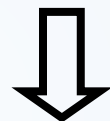


频域复原-逆滤波

逆滤波的基本思想

退化模型: $g(x, y) = h(x, y) * f(x, y) + n(x, y)$

转换至频域: $G(u, v) = H(u, v)F(u, v) + N(u, v)$



$$F(u, v) = \frac{G(u, v)}{H(u, v)} - \frac{N(u, v)}{H(u, v)}$$

原图像的近似估计: $\hat{F}(u, v) = \frac{G(u, v)}{H(u, v)}$

逆滤波: 退化的逆过程



运动模糊

$$h(i, j) = \begin{cases} 1 & ai + bj = 0 \\ 0 & otherwise. \end{cases}$$

□ 空气扰动模糊

穿过大气层，长时间曝光

$$h(i, j) = K \cdot \exp\left(-\frac{i^2 + j^2}{2\sigma^2}\right)$$

□ 焦点失调模糊:

$$h(i, j) = \begin{cases} \frac{1}{\pi R^2} & i^2 + j^2 \leq R^2 \\ 0 & otherwise. \end{cases}$$

□ 均匀二维模糊

$$h(i, j) = \begin{cases} \frac{1}{L^2} & -L/2 \leq i, j \leq L/2 \\ 0 & \text{otherwise.} \end{cases}$$



频域复原-逆滤波

$$G(u, v) = H(u, v)F(u, v) + N(u, v)$$

$$\hat{F}(u, v) = \frac{G(u, v)}{H(u, v)} - \frac{N(u, v)}{H(u, v)} = F(u, v) - \frac{N(u, v)}{H(u, v)}$$

- 1) 即使知道退化函数，也不能准确复原图像，因为噪声函数 $N(u, v)$ 是一个随机函数，其傅里叶变换未知。
- 2) 如果退化是零或非常小的值，即使噪声数值很小，但 $N(u, v)/H(u, v)$ ，也不容易确定 $\hat{F}(u, v)$ 的估计值。



频域复原-逆滤波

优点

- 形式简单，适于极高信噪比条件下的图像复原问题

缺点

- 计算量较大
- 对 $\hat{F}(u, v) = \frac{G(u, v)}{H(u, v)}$ ，若 $H(u, v)$ 在 uv 平面上取零或很小，复原后的图像将无意义，需要人为校正
- 噪声的去除可能会产生更严重的问题

当退化图像的噪声较小、退化模型较为简单，且没有零点时，可以采用逆滤波进行恢复

解决退化是零或非常小的值的途径：

在频率平面离原点较远的地方， $H(u, v)$ 数值较小或为零。因此图像复原在**原点周围**的**有限区域内**进行，减少遇到零值的几率。



频域复原-逆滤波

逆滤波举例

大气湍流模型模拟退化模糊的一幅图像

$$H(u, v) = e^{-k[(u-M/2)^2 + (v-N/2)^2]^{5/6}}$$



可忽略的湍流



剧烈湍流($k=0.0025$)



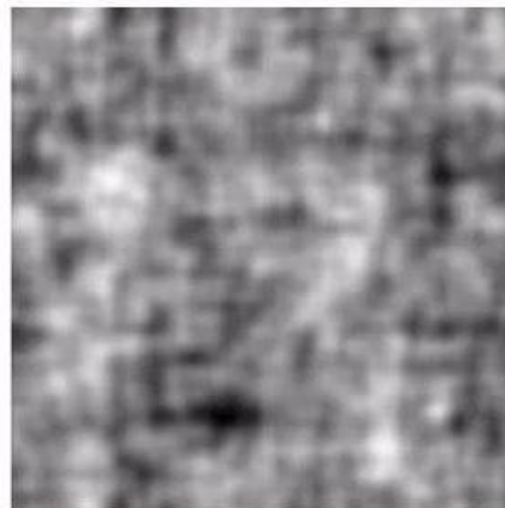
频域复原-逆滤波

逆
滤
波
举
例



剧烈湍流图
($k=0.0025$)

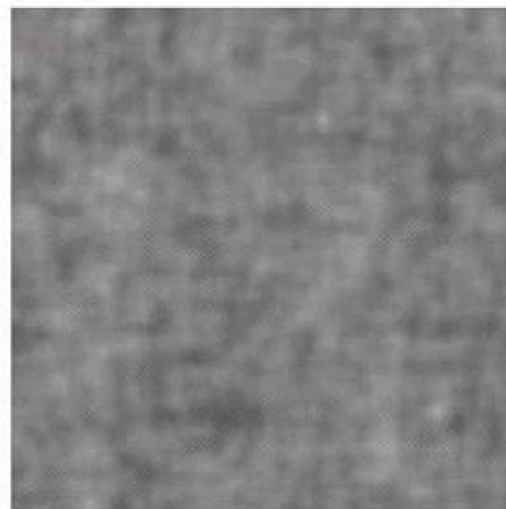
全频直接逆滤波复原



半径为40时截止 H



半径为70时截止 H



半径为85时截止 H



频域复原-维纳滤波

最小均方误差复原法 ----Wiener滤波复原

- 逆滤波假设退化图像中不存在噪声，不适用于处理有噪声的退化图像
- Wiener滤波综合考虑退化函数和噪声统计特征，按照复原图像与原图像的均方差最小原则来恢复图像：

误差度量： $e^2 = E\{(f - \hat{f})^2\}$ $E\{\cdot\}$ 表示数学期望值。

目标：

寻找一个滤波器，使得复原后图像 $\hat{f}(x, y)$ 与原始图像 $f(x, y)$ 的均方误差最小。

$$E\{[\hat{f}(x, y) - f(x, y)]^2\} = \min$$

因此维纳滤波复原又称为最小均方误差复原。



频域复原-维纳滤波

最小均方误差复原法 ----Wiener滤波复原

误差函数的最小值在频域里的表达式：

维纳滤波器

$$\hat{F}(u, v) = \left[\frac{1}{H(u, v)} \frac{|H(u, v)|^2}{|H(u, v)|^2 + S_n(u, v) / S_f(u, v)} \right] G(u, v)$$

其中： $H(u, v)$ 为退化函数的傅里叶变换

$G(u, v)$ 为退化图像的傅里叶变换

$\hat{F}(u, v)$ 为复原近似图像的傅里叶变换

$S_n(u, v) = |N(u, v)|^2$ 为噪声的功率谱

$S_f(u, v) = |F(u, v)|^2$ 为未退化图像的功率谱



频域复原-维纳滤波

最小均方误差复原法 ----Wiener滤波复原

$$H_w(u, v) = \frac{1}{H(u, v)} \frac{|H(u, v)|^2}{|H(u, v)|^2 + S_\eta(u, v) / S_f(u, v)}$$

讨论:

- (1) 如果噪声为 0，其功率谱消失，维纳滤波就退化为逆滤波。
- (2) 未退化图像的功率谱难以知道，可用下式近似表示：

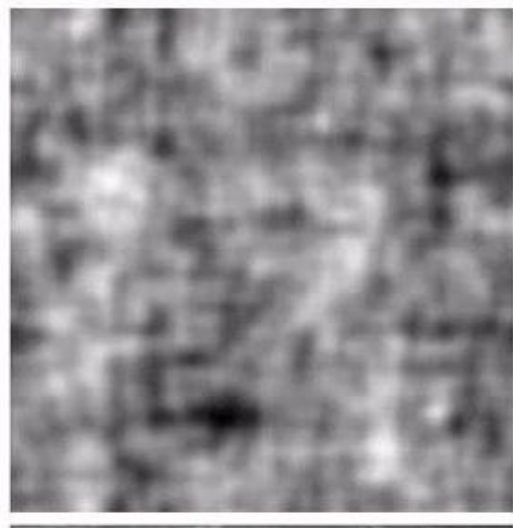
$$H_w(u, v) = \frac{1}{H(u, v)} \frac{|H(u, v)|^2}{|H(u, v)|^2 + K}$$

式中 K 是根据信噪比的某种先验知识确定的常数。



频域复原-维纳滤波

维纳滤波复原与逆滤波复原的比较



全频逆滤波



半径受限逆滤波



维纳滤波复原
(交互选择K)

维纳滤波的缺点:

- 未退化图像和噪声的功率谱必须是已知的
- 功率比(信噪比)常数K 的估计一般还是没有合适的解



武汉大学
Wuhan University

谢谢!

2018.10.24.

