



IEL 2021/2022 - Semestrální projekt

Maksim Kalutski

xkalut00

19. prosince 2021

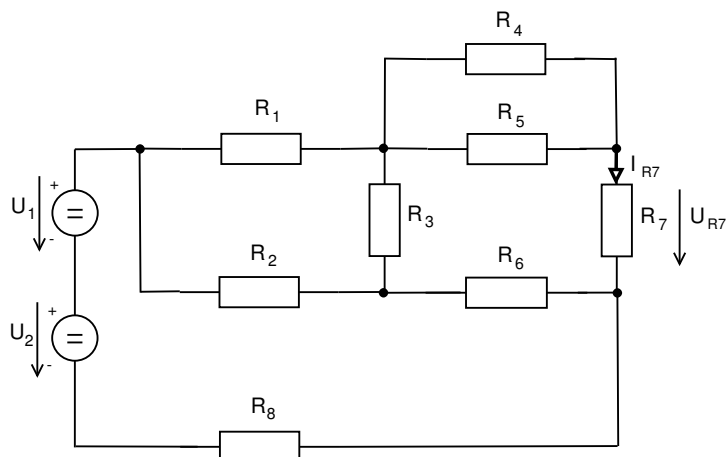
Obsah

1	Příklad 1	2
2	Příklad 2	5
3	Příklad 3	7
4	Příklad 4	9
5	Příklad 5	11
6	Shrnutí výsledků	13

Příklad 1

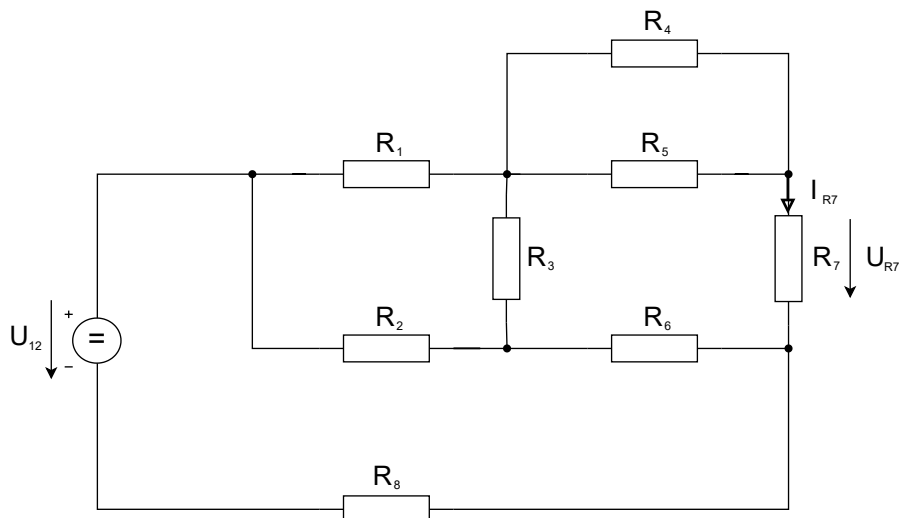
Stanovte napětí U_{R7} a proud I_{R7} . Použijte metodu postupného zjednodušování obvodu.

sk.	U_1 [V]	U_2 [V]	R_1 [Ω]	R_2 [Ω]	R_3 [Ω]	R_4 [Ω]	R_5 [Ω]	R_6 [Ω]	R_7 [Ω]	R_8 [Ω]
F	125	65	510	500	550	250	300	800	330	250



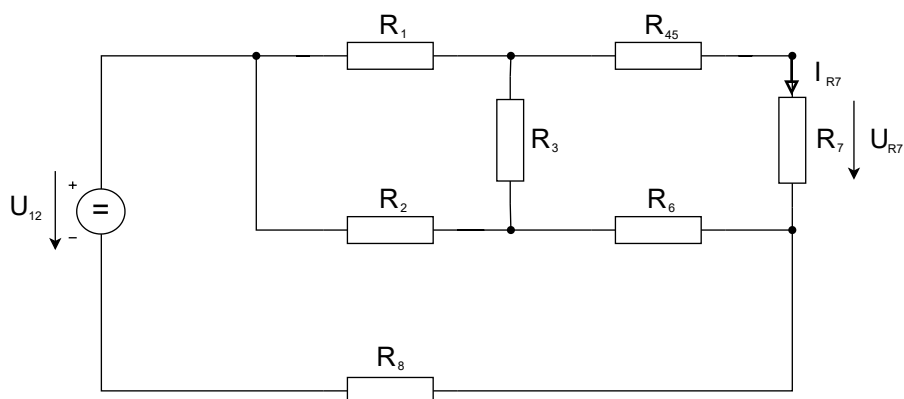
1. Seriové zapojení zdroju U_1, U_2 :

$$U_{12} = U_1 + U_2 = 125V + 65V = 190V$$



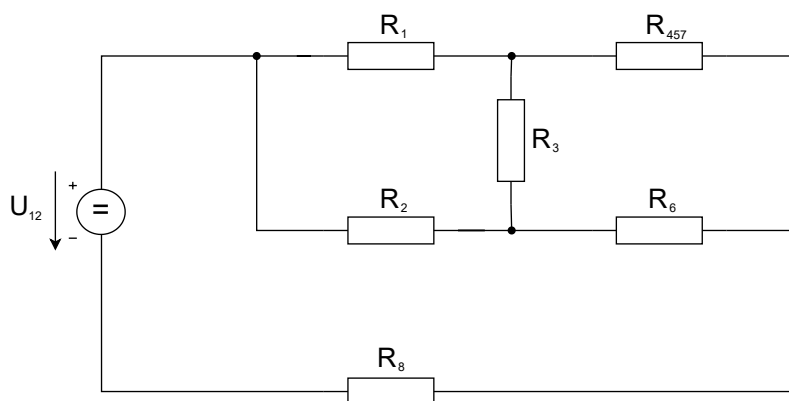
2. Paralelní zapojení rezistorů R_4, R_5 :

$$R_{45} = \frac{R_4 * R_5}{R_4 + R_5} = \frac{250\Omega * 300\Omega}{250\Omega + 300\Omega} = \frac{75000\Omega}{550\Omega} = 136,3636\Omega$$



3. Seriové zapojení rezistorů R_{45} , R_7 :

$$R_{457} = R_{45} + R_7 = 136,3636\Omega + 330\Omega = 466,3636\Omega$$

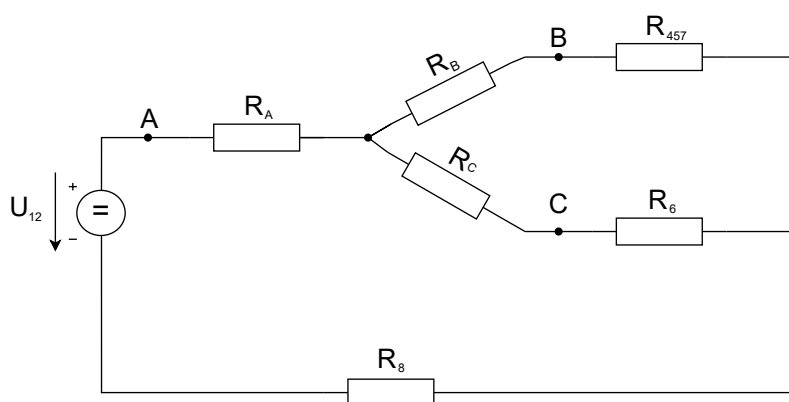


4. Trojúhelník - Hvězda:

$$R_A = \frac{R_1 * R_2}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{510\Omega * 500\Omega}{510\Omega + 500\Omega + 550\Omega} = \frac{255000\Omega}{1560\Omega} = 163,4615\Omega$$

$$R_B = \frac{R_1 * R_3}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{510\Omega * 550\Omega}{510\Omega + 500\Omega + 550\Omega} = \frac{280500\Omega}{1560\Omega} = 179,8007\Omega$$

$$R_C = \frac{R_2 * R_3}{R_1 + R_2 + R_3} = \frac{500\Omega * 550\Omega}{510\Omega + 500\Omega + 550\Omega} = \frac{275000\Omega}{1560\Omega} = 176,2820\Omega$$

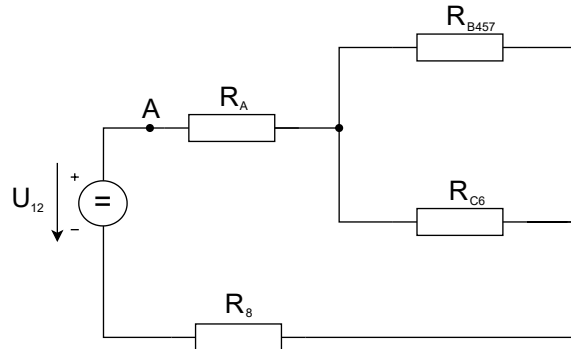


5. Seriové zapojení rezistorů R_B , R_{457} :

$$R_{B457} = R_B + R_{457} = 179,8077\Omega + 466,3636\Omega = 646,1643\Omega$$

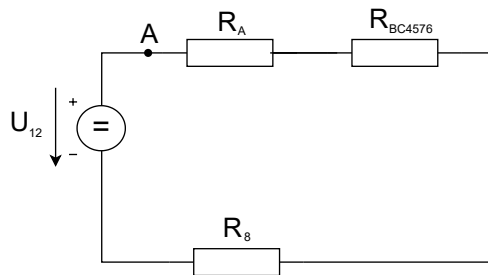
6. **Seriové zapojení rezistorů R_C , R_6 :**

$$R_{C6} = R_C + R_6 = 176,2820\Omega + 800\Omega = 976,2820\Omega$$



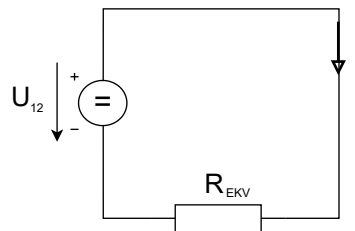
7. **Paralelní zapojení rezistorů R_{B457} , R_{C6} :**

$$R_{BC4567} = \frac{R_{B457} \cdot R_{C6}}{R_{B457} + R_{C6}} = \frac{646,1643\Omega \cdot 976,2820\Omega}{646,1643\Omega + 976,2820\Omega} = \frac{630838,5751\Omega}{1622,4463\Omega} = 388,8194\Omega$$



8. **Seriové zapojení rezistorů R_A , R_{BC4567} , R_8 :**

$$R_{EKV} = R_A + R_{BC4567} + R_8 = 163,4615\Omega + 388,8194\Omega + 250\Omega = 802,2809\Omega$$



9. **Proud obvodu:**

$$I = \frac{U_{12}}{R_{EKV}} = \frac{190V}{802,2809\Omega} = 0,2368A$$

10. **Napětí R_{BC4567} :**

$$U_{RBC4567} = I \cdot R_{BC4567} = 0,2368A \cdot 388,8194\Omega = 92,0724V$$

11. **Proud I_{R7} :**

$$I_{R7} = I_{RB457} = \frac{U_{RBC4567}}{R_{B457}} = \frac{92,0724V}{646,1643\Omega} = 0,1425A$$

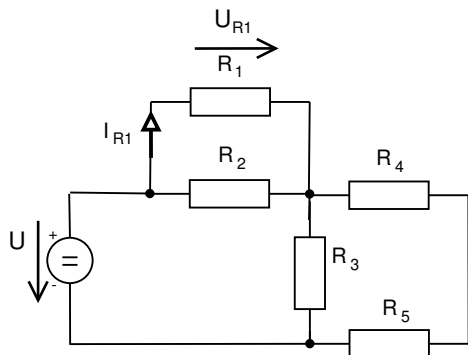
12. **Napětí U_{R7} :**

$$U_{R7} = I_{R7} \cdot R_7 = 0,1425A \cdot 330\Omega = 47,025V$$

Příklad 2

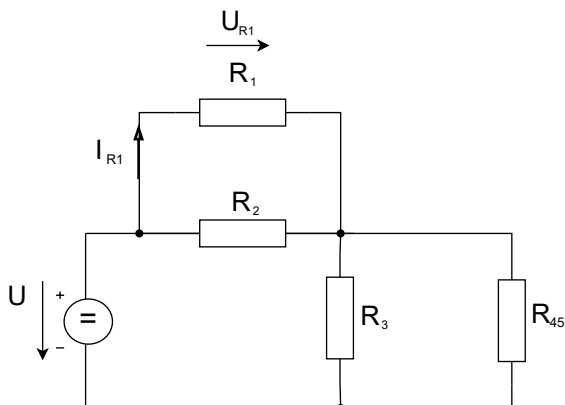
Stanovte napětí U_{R1} a proud I_{R1} . Použijte metodu Théveninovy věty.

sk.	U [V]	R_1 [Ω]	R_2 [Ω]	R_3 [Ω]	R_4 [Ω]	R_5 [Ω]
H	220	190	360	580	205	560



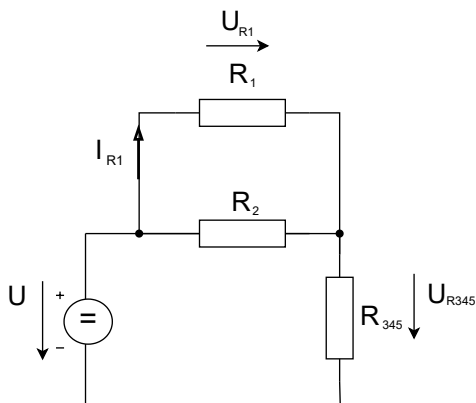
1. **Seriové zapojení rezistorů R_4 , R_5 :**

$$R_{45} = R_4 + R_5 = 205\Omega + 560\Omega = 765\Omega$$



2. **Paralelní zapojení rezistorů R_3 , R_{45} :**

$$R_{345} = \frac{R_3 * R_{45}}{R_3 + R_{45}} = \frac{580\Omega * 765\Omega}{580\Omega + 765\Omega} = \frac{443700\Omega}{1345\Omega} = 329,8885\Omega$$



3. **Použijeme Théveninůvu větu na R_1 :**

$$I_0 = \frac{U}{R_2 + R_{345}} = \frac{220V}{360\Omega + 329,8885\Omega} = \frac{220V}{689,8885\Omega} = 0,3189A$$

4. **Zjistíme odpor R_i bez R_1 :**

$$R_i = \frac{R_2 * R_{345}}{R_2 + R_{345}} = \frac{360\Omega * 329,8885\Omega}{360\Omega + 329,8885\Omega} = \frac{118759,86\Omega}{689,8885\Omega} = 172,1436\Omega$$

5. **Zjistíme napětí U_{345} :**

$$U_{345} = I_0 * R_{345} = 0,3189A * 329,8885\Omega = 105,2014V$$

6. **Zjistíme napětí zdroje bez R_1 :**

$$U_{AB} = U - U_{345} = 220V - 105,2014V = 114,7986V$$

7. **Zjistíme I_{R1} :**

$$I_{R1} = \frac{U_{AB}}{R_i + R_1} = \frac{114,7986V}{172,1436\Omega + 190\Omega} = \frac{114,7986V}{362,7436\Omega} = 0,3165A$$

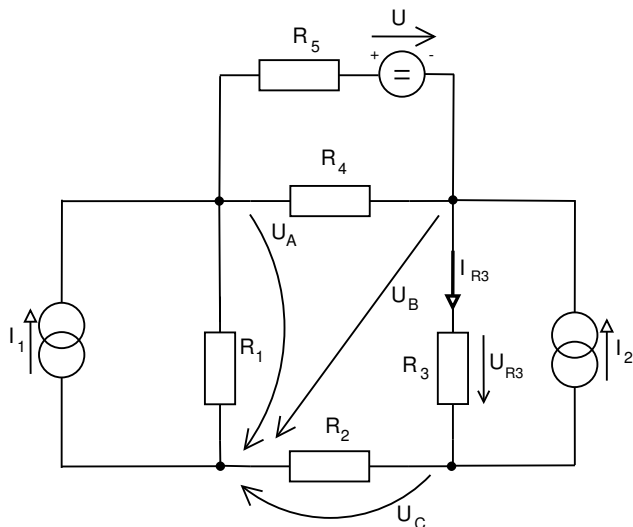
8. **Zjistíme napětí U_{R1} :**

$$U_{R1} = I_{R1} * R_1 = 0,3165A * 190\Omega = 60,135V$$

Příklad 3

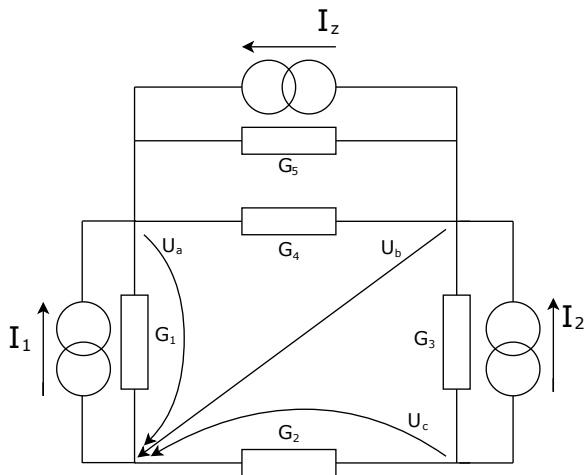
Stanovte napětí U_{R3} a proud I_{R3} . Použijte metodu uzlových napětí (U_A, U_B, U_C).

sk.	U [V]	I_1 [A]	I_2 [A]	R_1 [Ω]	R_2 [Ω]	R_3 [Ω]	R_4 [Ω]	R_5 [Ω]
E	135	0.55	0.65	52	42	52	42	21



1. Nahrazení napěťového zdroje

Nejprve si nahradíme napěťový zdroj za proudový pro jednodušší počítání vodivostí do následného dosazení do matice. Pro náhradu napěťového zdroje platí: $I_z = \frac{U}{R_5}$



2. Najdeme základní proud:

$$I_z = \frac{U}{R_5} = \frac{135V}{21\Omega} = 6,4286A$$

3. Sestavíme matici:

$$\begin{pmatrix} G_1 + G_4 + G_5 & -G_4 - G_5 & 0 \\ -G_4 - G_5 & G_3 + G_4 + G_5 & -G_3 \\ 0 & -G_3 & G_2 + G_3 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} U_A \\ U_B \\ U_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I_z + I_1 \\ I_2 - I_z \\ -I_2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 0,0192 + 0,0238 + 0,0476 & -0,0238 - 0,0476 & 0 \\ -0,0238 - 0,0476 & 0,0192 + 0,0238 + 0,0476 & -0,0192 \\ 0 & -0,0192 & 0,0238 + 0,0192 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} U_A \\ U_B \\ U_C \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 6,4286 + 0,55 \\ 0,65 - 6,4286 \\ -0,65 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 6,9786 \\ -5,7786 \\ -0,65 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,0906 & -0,0714 & 0 \\ -0,0714 & 0,0906 & -0,0192 \\ 0 & -0,0192 & 0,0046 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} U_A \\ U_B \\ U_C \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 6,9786 \\ -0,2789 \\ -0,65 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,0906 & -0,0714 & 0 \\ 0 & 0,0343 & -0,0192 \\ 0 & -0,0192 & 0,0046 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} U_A \\ U_B \\ U_C \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 6,9786 \\ -0,2789 \\ -0,8060 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,0906 & -0,0714 & 0 \\ 0 & 0,0343 & -0,0192 \\ 0 & 0 & 0,0061 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} U_A \\ U_B \\ U_C \end{pmatrix}$$

4. **Z matice můžeme najít U_c**

$$U_c * 0,0061 = -0,8060$$

$$U_c = \frac{-0,8060}{0,0061} = -132,1311$$

5. **Když máme U_c tak najdeme U_b :**

$$U_b * 0,0343 - (0,0192 * (-132,1311)) = -0,2789$$

$$U_b = \frac{-0,2789 + (0,0192 * (-132,1311))}{0,0343} = 20,6282$$

6. **Najdeme napětí na rezistoru R_3 :**

$$U_{R3} = U_b - U_c$$

$$U_{R3} = 20,6282 - (-132,1311) = 152,7593V$$

7. **Najdeme proud na rezistoru R_3 : $I_{R3} = \frac{U_{R3}}{R_3}$**

$$I_{R3} = \frac{152,7593V}{52\Omega} = 2,9377A$$

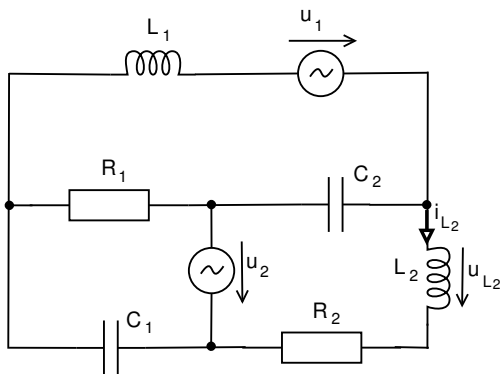
Příklad 4

Pro napájecí napětí platí: $u_1 = U_1 \cdot \sin(2\pi ft)$, $u_2 = U_2 \cdot \sin(2\pi ft)$.

Ve vztahu pro napětí $u_{L_2} = U_{L_2} \cdot \sin(2\pi ft + \varphi_{L_2})$ určete $|U_{L_2}|$ a φ_{L_2} . Použijte metodu smyčkových proudů.

Pozn: Pomocné směry šipek napájecích zdrojů platí pro speciální časový okamžik ($t = \frac{\pi}{2\omega}$).

sk.	U_1 [V]	U_2 [V]	R_1 [Ω]	R_2 [Ω]	L_1 [mH]	L_2 [mH]	C_1 [μ F]	C_2 [μ F]	f [Hz]
F	2	3	12	10	170	80	150	90	65



1. Vypočítáme si úhlovou rychlost a impedance na jednotlivých cívkách a kondenzátorech

$$\omega = 2\pi f = 2\pi 60 = 120\pi$$

$$Z_L = j\omega L$$

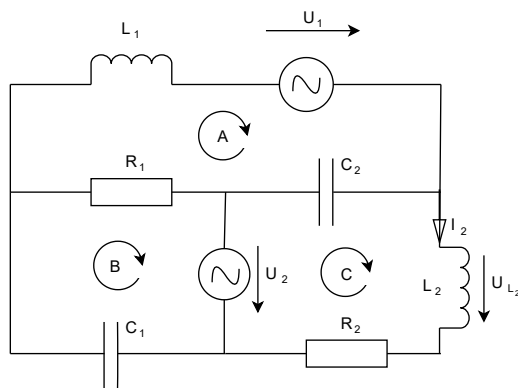
$$Z_{L1} = j \times 120\pi \times 0,17H = j64,0885$$

$$Z_{L2} = j \times 120\pi \times 0,06H = j30,1593$$

$$Z_C = \frac{1}{j\omega C}$$

$$Z_{C1} = \frac{1}{j \times 120\pi \times 0,00015F} = -j17,6839$$

$$Z_{C2} = \frac{1}{j \times 120\pi \times 0,00009F} = -j29,4731$$



$$\begin{aligned}
I_A &= I_A(Z_{L1} + Z_{C2} + R_1) + I_B \times (-R_1) + I_C(-Z_{C2}) = -2 \\
I_B &= I_A \times (-R_1) + I_B(Z_{C1} + R_1) + I_C(0) = -2 \\
I_C &= I_A(-Z_{C2}) + I_B(0) + I_C(Z_{L2} + Z_{C2} + R_2) = 3
\end{aligned}$$

2. Vytvoříme matice

$$\begin{pmatrix} Z_{L1} + Z_{C2} + R_1 & -R_1 & -Z_{C2} \\ -R_1 & Z_{C1} + R_1 & 0 \\ -Z_{C2} & 0 & Z_{L2} + Z_{C2} + R_2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} j64,0885 - j29,4731 + 12 & -12 & j29,4731 \\ -12 & -j17,6839 + 12 & 0 \\ j29,4731 & 0 & j30,1593 - j29,4731 + 10 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} j34,6154 + 12 & -12 & j29,4731 \\ -12 & -j17,6839 + 12 & 0 \\ j29,4731 & 0 & j0,6862 + 10 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

3. Vypočítáme proud I_A, I_B, I_C

$$\begin{aligned}
I_A &= -0,0637 - 0,0832j \\
I_B &= -0,0340 - 0,1333j \\
I_C &= 0,0545 + 0,1534j
\end{aligned}$$

4. Vypočítáme proud a napětí cívky L_2

$$I_{L2} = I_C = 0,0545 + 0,1534j$$

$$U_{L2} = I_{L2} \times Z_{L2} = (0,0545 + 0,1534j) \times j30,1593 = -4,6264 + 1,6437j$$

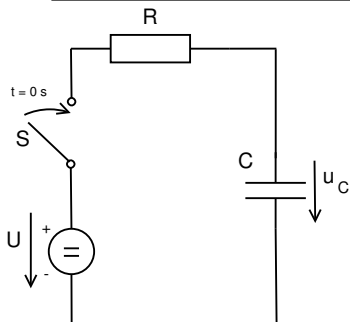
$$|U_{L2}| = \sqrt{(-4,6264)^2 + (1,6137j)^2} = \sqrt{21,4036 - 2,7017} = 4,9097V$$

$$\varphi = \arctg \frac{I_m(U_{L2})}{R_e(U_{L2})} = \arctg \frac{-4,6264}{1,6437} = 1,2294rad = 70^\circ$$

Příklad 5

V obvodu na obrázku níže v čase $t = 0$ [s] sepne spínač S . Sestavte diferenciální rovnici popisující chování obvodu na obrázku, dále ji upravte dosazením hodnot parametrů. Vypočítejte analytické řešení $u_C = f(t)$. Provedte kontrolu výpočtu dosazením do sestavené diferenciální rovnice.

sk.	U [V]	R [Ω]	C [F]	$u_C(0)$ [V]
H	8	50	40	4



1. Vytvoříme rovnice podle II. Kirchhoffového zákona a vyjádříme proud:

$$U_R + U_C - U = 0$$

$$R * I + U_C - U = 0$$

$$I = \frac{U - U_C}{R}$$

2. Sestavíme si rovnici pro U'_C a vytvoříme diferenciální rovnici:

$$U'_C = \frac{1}{C} * I$$

$$U'_C = \frac{U - U_C}{R * C} = \frac{8V - U_C}{50\Omega * 40F}$$

$$U'_C + U_C * \frac{1}{2000} = \frac{1}{250}$$

3. Vypočítáme λ z charakteristické rovnice:

$$\lambda + \frac{1}{R * C} = 0$$

$$\lambda + \frac{1}{2000} = 0$$

$$\lambda = -\frac{1}{2000}$$

4. Tvar rovnice:

$$U_C(t) = k(t)e^{\lambda * t}$$

$$U_C(t) = k(t)e^{-\frac{t}{2000}}$$

5. Dosadíme do obecné rovnice a zderivujeme:

$$U'_C(t) = k'(t)e^{-\frac{t}{2000}} + k(t)\left(-\frac{1}{2000}\right)e^{-\frac{t}{2000}}$$

6. Dosadíme do rovnice, kterou jsme si definovali:

$$U'_C + U_C * \frac{1}{2000} = \frac{1}{250}$$

$$k'(t)e^{-\frac{t}{2000}} + k(t)\left(-\frac{1}{2000}\right)e^{-\frac{t}{2000}} + k(t)\left(\frac{1}{2000}\right)e^{-\frac{t}{2000}} = \frac{1}{250}$$

$$k'(t)e^{-\frac{t}{2000}} = \frac{1}{250}$$

7. Zbavíme se derivace a vyjádříme $k(t)$:

$$k'(t) = \frac{1}{250} e^{\frac{t}{2000}}$$

$$\int k'(t) = \int \frac{1}{250} e^{\frac{t}{2000}} dt$$

$$k(t) = \frac{1}{250} \int e^{\frac{t}{2000}} dt$$

$$k(t) = \frac{1}{250} * \frac{1}{\frac{1}{2000}} e^{\frac{t}{2000}} + K$$

$$k(t) = 8e^{\frac{t}{2000}} + K$$

8. Dosadíme $k(t)$ do očekávané rovnice:

$$U_C(t) = (8e^{\frac{t}{2000}} + K) * e^{-\frac{t}{2000}}$$

$$U_C(t) = 8 + Ke^{-\frac{t}{2000}}$$

9. Vypočítáme K podle podmínky $U_C(t) = 4V, t = 0$:

$$U_C(0) = 8 + Ke^0$$

$$4 = 8 + K$$

$$K = -4$$

10. Kontrola:

$$U'_C + U_C * \frac{1}{2000} = \frac{1}{250}$$

$$U_C(t) = 8 - 4e^{-\frac{t}{2000}}$$

$$U'_C + \frac{1}{125} - \frac{4e^{-\frac{t}{2000}}}{2000} = \frac{1}{125}$$

$$U'_C = \frac{4e^{-\frac{t}{2000}}}{2000}$$

11. Dosadíme do diferenciální rovnice a vypočítáme s hodnotami $K = -4$ a $t = 0$:

$$U'_C + U_C * \frac{1}{2000} = \frac{8}{2000}$$

$$\frac{4e^{-\frac{t}{2000}}}{2000} + \frac{8-4e^{-\frac{t}{2000}}}{2000} = \frac{1}{250}$$

$$\frac{4e^0}{2000} + \frac{8-4e^0}{2000} = \frac{1}{250}$$

$$\frac{8}{2000} = \frac{1}{250}$$

$$0 = 0$$

Shrnutí výsledků

Příklad	Skupina	Výsledky
1	F	$U_{R7} = 47,025V$ $I_{R7} = 0,1425A$
2	H	$U_{R1} = 60,135V$ $I_{R1} = 0,3165A$
3	E	$U_{R3} = 152,7593V$ $I_{R3} = 2,9377A$
4	F	$ U_{L2} = 4,9097V$ $\varphi_{L2} = 70^\circ$
5	H	$u_C = 8 - 4e^{-\frac{t}{2000}}$