

Projeto e Análise de Algoritmos - PAA

Cristiano Vasconcellos

06/08/2019

Apresentação de ~~contexto histórico~~ ^{limite da computação}

↳ Solução: Completa $\frac{1}{2}$ Consistente $\frac{1}{2}$ Decidível
Teorema da Incompletude de Gödel

Formalização de Algoritmos: $\left\{ \begin{array}{l} * \text{ Cálculo } \lambda \\ * \text{ Máquina de Turing} \\ * \text{ Funções Recursivas Parciais} \end{array} \right.$
existem problemas indecidíveis computacionalmente

PROBLEMA INDECIDÍVEL: Problema da Parada (HALT)

Emenda: Aprender como analisar um Algoritmo
Aprender as classes de Problemas

08/08/2019

Transparência: PAA1.pdf ^{de 0} (até o ¹⁴ número) Senha Moodle: PAA2019

Bibliografia: Algoritmos de Thomas Cormen
ou
Sanjay Dasgupta

PROVA (25%) PROVA (25%) TRABALHO (25%) PROJETO (25%)

Comparações por: ~~TEMPO~~ ^{complexidade} (MELHOR, MÉDIO, PIOR)



RUIM PC
NORMAL PC
BOM PC

mitigado
logo: digite
que a complexidade
é linear

mitigado anistia
ignora as constantes
alim. digite $O(n^2)$ ou $O(n \log n)$

$O(n^2)$ ou $O(n \log n)$

nunca use constantes
tes somando ou
multiplicando

* é simples
preferir a
nota



13/08/2019

$0 < \frac{1}{4} < c$

$$1 < \log \log n < \log n < n^{\frac{1}{4}} < n^{\frac{1}{e}} < n^{\log n} < c^n < n^n < c^{c^n}$$

problemas
considerados
Intratáveis

Transparência: PAA1.pdf (de 14 até 16)

Ordenação por Inversão

- * melhor caso: ele não faz nem deslocamentos $O(n)$
- * pior caso: ele faz todos os deslocamentos $O(\frac{n(n-1)}{2})$

a linguagem C tem
controle total do Heap *aloc*

função de dominância
asintótica: $O(n^2)$

Ordenação Bolha (Bubble Sort)

- * melhor caso: não entra sempre no if $O(n^2)$
- * pior caso: entra sempre no if $O(n^2)$

com alterações no código (flag) pode ser $O(n)$ *valmeor*

meta: por mais que a complexidade seja igual é importante deixar claro que durante a execução no pior e no melhor caso, existem diferenças no tempo de execução. (melhor executa mais rápido)

mais recursão do que

Fatorial *(recursivo)*

Tempo $O(n)$

Espaço $O(n)$

Recursão tem
custo de
memória

- multiplicações tem tempo constante
- não existe "melhor" ou "pior" caso

Fatorial *(iterativo)*

Tempo $O(n)$

Espaço $O(1)$

* pilha de
chamada

* pilha de
controle

(slide 16)
fim

15/08/2019

Transparência: PAAL.pdf (de 16 até 21)

Recursivo

Perquirir linear * cada vez que o valor dobra, a quantidade de chamadas

complexidade de tempo de execução

reduzir metade do problema

quantidade de chamadas aumenta em 1

$$T(n) < T(n/2) + O(1)$$

parte recursiva

parte não-recursiva

$$T(1) = O(1)$$

para 1 elemento

Forma genérica:

$$\begin{aligned} T(8) &= T(4) + 1 & T(8) &= 4 \\ T(4) &= T(2) + 1 & T(4) &= 3 \\ T(2) &= T(1) + 1 & T(2) &= 2 \\ & & 1 & \end{aligned} \quad \left\{ \begin{aligned} T(n) &= T(n/2) + 1 & (n/2) \\ T(n/2) &= T(n/4) + 1 & (n/2^2) \\ T(n/4) &= T(n/8) + 1 & (n/2^3) \end{aligned} \right.$$

$$T(n/2^{x-1}) = T(n/2^x) + 1$$

$$\begin{aligned} T(8) &= \log_2 8 + 1 \\ T(2) &= 3 + 1 \\ T(1) &= 4 \end{aligned}$$



$$\begin{cases} n/2^x = 1 \\ n = 2^x \\ x = \log_2 n \end{cases}$$

tempo de execução = $O(\log n)$
 notação assintótica ignore as constantes

espaço durante a execução do problema e não os dados de entrada carregados

Iterativo

Perquirir linear

tempo $O(\log n)$

espaço $O(1)$

$$\begin{aligned} \log_4 16 &= \frac{\log_2 16}{\log_2 4} \\ \log_2 n &= \frac{\log_2 n}{\log_2 2} \end{aligned}$$

20/08/2019

Transparência: PAA1.pdf (de 21 de 23)

algoritmo de divisão e conquista

Merg. Sort

↳ recursivo: $O(\log n)$ pilha

↳ iterativo: $O(n)$ merges merges tamanho vetor

$T(1) = 1$

$O(n)$

$T(8) = 2T(4) + 8$

$2T(4) = 2 \cdot 2T(2) + 2 \cdot 4$

$2^2 T(2) = 2^2 \cdot 2T(1) + 2^2 \cdot 2$

forma genérica

$T(n) = 2 \cdot T(n/2) + n$

$2T(n/2) = 2 \cdot 2T(n/2^2) + 2 \cdot \frac{n}{2}$

$2^2 T(n/2^2) = 2^3 T(n/2^3) + 2^2 \cdot \frac{n}{2^2}$

\vdots
 $2^{x-1} T(n/2^{x-1}) = 2^x T(n/2^x) + 2^{x-1} \cdot \frac{n}{2^{x-1}}$

formalização

$n/2^x = 1$

$n = 2^x$

$x = \log_2 n$

Teorema Mestre

$T(n) = n \cdot 1 + \frac{1}{n} (\log_2 n)$

$T(n) = n + n \log_2 n$

alguns casos

$O(n \log n)$

↳ melhor e pior caso

$T(n) = 2^x T(1) + n + \dots + n + n + n + n$

$T(n) = 2^{\log_2 n} + x \cdot n$

$T(n) = n + n \log_2 n$

03/09/2019

Transparência: PAA pdf (de 23 de 27)

traco m^o próprio
retor (sem
Quick Sort

parte m^o recursiva: $O(n)$

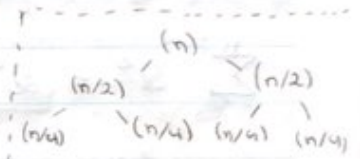
* relações de recorrência
 $T(n) = T(n/2) + T(n/2) + O(n)$

$T(n) = 2T(n/2) + O(n) =$ merge sort

$T(8) = 8 + 8 + 8 + 8 = 32$

$T(16) = 80$

$T(16) = 16 + 16 \log_2 16$



$O(n \log n)$

complexidade de tempo

MELHOR CASO

$O(\log n)$
espaço

* $T(8) = T(7) + 8$
 $T(7) = T(6) + 7$
 $T(6) = T(5) + 6$
 $T(5) = T(4) + 5$
 $T(4) = T(3) + 4$
 $T(3) = T(2) + 3$
 $T(2) = T(1) + 2$

forma genérica
 $T(n) = T(n-1) + n$
 $T(n-1) = T(n-2) + n-1$
 $T(n-2) = T(n-3) + n-2$
 \vdots
 $T(n-(x-1)) = T(n-x) + n-(x-1)$

$T(n) = n + (n-1) + (n-2) + (n-3) + \dots + 2 + 1$

$T(n) = \frac{n(n+1)}{2}$

$T(n) = \frac{n^2 + n}{2}$

$O(n^2)$ PIOR CASO
TEMPO

$O(n)$ ESPAÇO

relações a direita da árvore é n

06/09/2019

Transparência: PAA1.pdf (do 20 de 33)

Somatório:

- * Distributiva $c \cdot \sum_{i=0}^n i = \sum_{i=0}^n ci$
- * Associativa
- * Comutativa

Técnica da perturbação

$$\sum_{i=0}^n 2^i = 2^0 + 2^1 + 2^2 + \dots + 2^{n-1} + 2^n + 2^{n+1}$$

$$\sum_{i=0}^n 2^i + 2^{n+1} = 2^0 + \sum_{i=0}^n 2^{i+1}$$

$$\sum_{i=0}^n 2^i + 2^{n+1} = 1 + \sum_{i=0}^n 2 \cdot 2^i$$

$$\sum_{i=0}^n 2^i + 2^{n+1} = 1 + 2 \sum_{i=0}^n 2^i$$

$$2^{n+1} - 1 = 2 \sum_{i=0}^n 2^i - \sum_{i=0}^n 2^i$$

fórmula fechada

$$\boxed{2^{n+1} - 1} = \sum_{i=0}^n 2^i$$

FIM

Exercício $\sum_{i=0}^n i 2^i = 0 \cdot 2^0 + 1 \cdot 2^1 + 2 \cdot 2^2 + \dots + n \cdot 2^n + (n+1) 2^{n+1}$

$$\sum_{i=0}^n i 2^i + (n+1) 2^{n+1} = 0 \cdot 2^0 + \sum_{i=0}^n (i+1) 2^{i+1} = \sum_{i=0}^n i 2^{i+1} + \sum_{i=0}^n 2^{i+1}$$

$$\sum_{i=0}^n i 2^i + (n+1) 2^{n+1} = \sum_{i=0}^n i 2^{i+1} + 2^{n+1} = \sum_{i=0}^n i 2^i + 2^{n+1} + \sum_{i=0}^n 2^{i+1}$$

$$\sum_{i=0}^n i 2^i + (n+1) 2^{n+1} = \sum_{i=0}^n i 2^i + 2^{n+1} + \sum_{i=0}^n 2^{i+1}$$

Solução $\sum_{i=0}^n i 2^i$

$$0 \cdot 2^0 + \sum_{i=0}^n (i+1) 2^{i+1} = \sum_{i=0}^n i 2^{i+1} + (n+1) 2^{n+1}$$

$$\sum_{i=0}^n (i 2^{i+1} + 2^{i+1}) = \sum_{i=0}^n i 2^{i+1} + n 2^{n+1} + 2^{n+1}$$

$$\sum_{i=0}^n i 2^{i+1} + \sum_{i=0}^n 2^{i+1} = \sum_{i=0}^n i 2^{i+1} + n 2^{n+1} + 2^{n+1}$$

$$\sum_{i=0}^n 2i 2^i + \sum_{i=0}^n 2 2^i = \sum_{i=0}^n i 2^{i+1} + n 2^{n+1} + 2^{n+1}$$

$$2 \sum_{i=0}^n i 2^i + 2 \sum_{i=0}^n 2^i = \sum_{i=0}^n i 2^{i+1} + n 2^{n+1} + 2^{n+1}$$

$$2 \sum_{i=0}^n i 2^i + 2(2^{n+1} - 1) = \sum_{i=0}^n i 2^{i+1} + n 2^{n+1} + 2^{n+1}$$

$$2 \sum_{i=0}^n i 2^i - \sum_{i=0}^n i 2^i = n 2^{n+1} + 2^{n+1} - (2(2^{n+1} - 1))$$

$$\sum_{i=0}^n i 2^i = n 2^{n+1} + 2^{n+1} - (2 \cdot 2^{n+1} - 2)$$

$$\sum_{i=0}^n i 2^i = n 2^{n+1} - 2^{n+1} + 2$$

12/09/2019

Solução da Torre de Hanoi

$$T(n) = 2T(n-1) + 1$$

$$\begin{aligned} T(n) &= 2T(n-1) + 1 \\ 2T(n-1) &= 2^2T(n-2) + 2 \\ 2^2T(n-2) &= 2^3T(n-3) + 2^2 \\ 2^3T(n-3) &= 2^4T(n-4) + 2^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2^{x-1}T(n-x+1) &= 2^xT(n-x) + 2^{x-1} \\ T(n) &= 1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{n-1} \\ T(n) &= \sum_{i=0}^{n-1} 2^i \end{aligned}$$

Exercício Anterior

$$\sum_{i=0}^n 2^i = 2^{n+1} - 1 \rightarrow \sum_{i=0}^{n-1} 2^i = 2^n - 1$$

Complexidade
Tempo de

$$O(2^n)$$

Exercício 1

a) $T(n/2) + n$

$$\begin{aligned} T(n) &= T(n/2) + n \\ T(n/2) &= T(n/2^2) + n/2 \\ T(n/2^2) &= T(n/2^3) + n/2^2 \\ &\vdots \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{n}{2^2} &= 1 \\ n &= 2^2 \\ x &= \log_2 n \end{aligned}$$

$$T(n/2^{x-1}) = T(n/2^x) + n/2^{x-1}$$

$$T(n) = \frac{n}{2^0} + \frac{n}{2^1} + \frac{n}{2^2} + \dots + \frac{n}{2^{x-1}}$$

$$\sum_{i=0}^x n/2^i = n \left(\sum_{i=0}^x 1/2^i \right) = 1/2^0 + 1/2^1 + 1/2^2 + \dots + 1/2^x + 1/2^{x+1}$$

$$1/2^0 + \sum_{j=0}^x 1/2^{j+1} = \sum_{i=0}^x 1/2^i + 1/2^{x+1}$$

$$n \left(2 - \frac{1}{2^x} \right) = \sum_{i=0}^x \frac{1}{2^i}$$

$$n(2 - 1/2^x)$$

$$2n - n/2^x$$

Portanto

24/09/2019

Transparência: PAF.pdf (p. 33)

Heap Binário

* a raiz deve sempre ser maior que suas folhas
Heapify + percorrer o heap

Transparência: PAF.pdf (p. 33)
a árvore esquerda = pior caso
porém 2/3 dos elementos

$$T(n) = T(2n/3) + O(1)$$

$$T(1) = O(1)$$

26/09/2019

$$\sum_{i=0}^h (h-i) \cdot 2^i$$

$$h = \lfloor \log_2 n \rfloor$$

$$\sum_{i=0}^h (h \cdot 2^i - i \cdot 2^i)$$

$$\sum_{i=0}^h h \cdot 2^i - \sum_{i=0}^h i \cdot 2^i$$

$$h \sum_{i=0}^h 2^i - \sum_{i=0}^h i \cdot 2^i$$

$$2 \cdot 2^h \cdot h - h - 2 \cdot 2^h \cdot h + 2 \cdot 2^h - 2$$

$$2 \cdot 2^h - h - 2$$

$$2 \cdot 2^{\log_2 n} - \log_2 n - 2$$

$$2n - \log_2 n - 2$$

$$O(n)$$

Melhor Ω

Médio \ominus

Pior \bigcirc

26/09/2019

Transparência: PAF pdf (de 36 até 40)

Insertion

Melhor caso: $O(n)$

Pior caso: $O(n^2)$

merge

Melhor caso: $O(n \log n)$

Pior caso: $O(n \log n)$

PYTHON
tem inteiros
mas tem
inteiros de
forma arbitrária

Algoritmos com Inteiros (Multiplicação)

→ x e y vai de $2^n - 1$

bits do processador

01/10/2019

Transparência: PAF pdf (de 40 até 45)

"Algoritmos com Inteiros" (Multiplicação)

$$T(n) = T(n-1) + O(n)$$

$$T(1) = O(1)$$

Sem recursividade $O(n) + O(n) + O(n) = O(n^2)$
com recursividade $T(n-1)$

JÁ RESOLVEMOS
 $O(n^2)$

$(n)O$

08/10/2019

Transparência: PAFV.pdf (de 40 até 52)

Tema do trabalho:

Criptografia RSA

07/11/2019

ENTREGA

$$C = M^e \bmod n$$

potência modular

(Biblioteca)

após ver

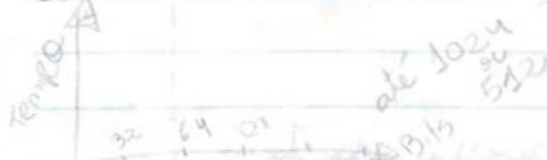
pq

desenvolver
primes

desenvolver
implementar

Tomos que gerar um número randômico e devemos garantir que seja primo. Não podemos usar bibliotecas prontas para gerar um número primo

* Para facilitar cada caractere pode ser convertido do ASCII



Gravar gráficos de tempo que for necessário e necessário

- + tempo de implementação
- + tempo de geração da chave (pq)
- + fazer o gráfico de força bruta (daí) (bruto de 30 min)

Primos relativos
são números que
se possuem o mínimo
1 como divisor em
comum

- * Teste de primaridade
- * Relação de convergência
- * Inverso multiplicativo modular
- * Chave pública
- * Chave privada
- * Algoritmo de Euclides extendido

Artigo (RS - BC)

Compartilhado

Criptografia

+

Descriptografia

+

gerar chave pública

gerar chave privada

+

Algoritmo de Euclides

extendido

+

criar um algoritmo de força bruta

+ método de força bruta

10/10/2019

Transparência: PAA1.pdf (ds 52 até 60)

Gráfico ponderado
= (ou ponderado)
valor nas arestas

Gráfico completo
= todos conectados

Multigráfico
= várias conexões

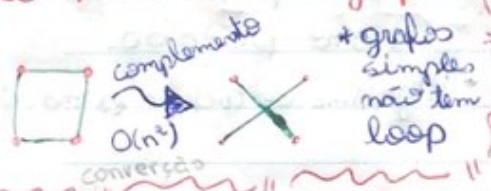
(gráfico simples)
sem loop
diagonal zerada

Problema das PONTES

$$G = (V, A)$$

→ arestas
→ vértices

Complemento de um gráfico



Complexidade para ver arestas
Complexidade n^2 para espaço

Matriz de Adjacência
Lista de Adjacência

Complexidade $O(n)$ para ver as arestas (pior caso)

Complexidade n^2 no pior caso de espaço

todos grau par com exceção do início e fim

Caminho Euleriano: passar em todas as arestas uma vez.

Ciclo Euleriano: passar uma vez e voltar a posição de início.

todos os vértices devem ter grau par

Exercício

Dado um gráfico → dizer se ele tem

ciclo euleriano → Se sim

"Dizer o ciclo"

15/10/2019

Transparência: PAA1.pdf (de 60 até 63)

é um grafo particular (sem ciclos)

Caracis na ante
Gráfico ponderado

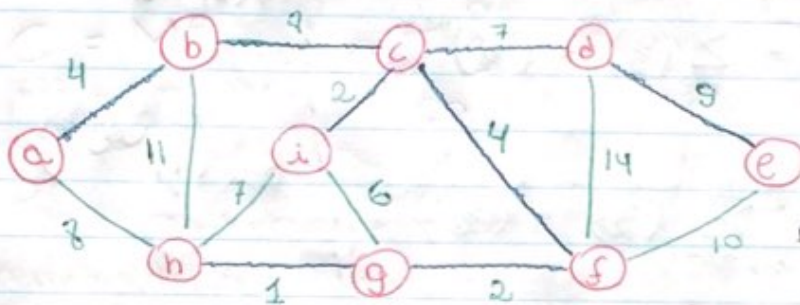
Força bruta $(n-1)!$

Árvore Geradora Mínima

conectar todos os vértices com custo mínimo

melhor solução local

+ análise um a um pelo menor caminho



⇒ MST-PRIM

$Q = \{a, b, c, d, e, f, g, h, i\}$

Marcar todos os vértices como infinitos inicialmente e depois ir substituindo pelos menores custos e sua origem

Custo = $4 + 8 + 7 + 9 + 4 + 2 + 2 + 1 = 37$

$O(|V| \log |V|)$

$O(|A| \log |V|)$

DOMINIA ALGORITMOS

17/10/2019

$$\sum_{i=0}^n \left(\frac{3}{2}\right)^i = \left(\frac{3}{2}\right)^0 + \left(\frac{3}{2}\right)^1 + \left(\frac{3}{2}\right)^2 + \dots + \left(\frac{3}{2}\right)^n + \left(\frac{3}{2}\right)^{n+1}$$

Add

Revisão
Prova

$$\left(\frac{3}{2}\right)^0 + \sum_{i=0}^n \left(\frac{3}{2}\right)^{i+1} = \sum_{i=0}^n \left(\frac{3}{2}\right)^i + \left(\frac{3}{2}\right)^{n+1}$$

$$1 + \sum_{i=0}^n \frac{3}{2} \left(\frac{3}{2}\right)^i = \sum_{i=0}^n \left(\frac{3}{2}\right)^i + \left(\frac{3}{2}\right)^{n+1}$$

$$T(n) = 3T(n/2) + n$$

$$T(1) = 1$$

$$O(n^{\log_2 3})$$

$$1 + \frac{3}{2} \sum_{i=0}^n \left(\frac{3}{2}\right)^i = \sum_{i=0}^n \left(\frac{3}{2}\right)^i + \left(\frac{3}{2}\right)^{n+1}$$

$$\frac{3}{2} \sum_{i=0}^n \left(\frac{3}{2}\right)^i - \frac{1}{2} \sum_{i=0}^n \left(\frac{3}{2}\right)^i = \left(\frac{3}{2}\right)^{n+1} - 1$$

$$\frac{1}{2} \sum_{i=0}^n \left(\frac{3}{2}\right)^i = \left(\frac{3}{2}\right)^{n+1} - 1$$

$$\sum_{i=0}^n \left(\frac{3}{2}\right)^i = 2 \left(\frac{3}{2}\right)^{n+1} - 2$$

PODE CAIR
BIG INT

PROVA

Saber grafos e Dijkstra e PRIM

Relações de recorrência caem na prova

A prova vai ter uma solução de implementação.

Fazer um algoritmo simples e dar a complexidade

Podem ter soluções de verdadeiras ou falsas justificativa

Algoritmos de ordenação caem na prova (saber complexidade)

17/10/2019

$$T(n) = T\left(\frac{n}{2}\right) + \log_2 n$$

$$T(1) = 1$$

Revisão
Prova

$$T(n) = T\left(\frac{n}{2}\right) + \log_2 n$$

$$T\left(\frac{n}{2}\right) = T\left(\frac{n}{2^2}\right) + \log_2 \frac{n}{2}$$

$$T\left(\frac{n}{2^2}\right) = T\left(\frac{n}{2^3}\right) + \log_2 \frac{n}{2^2}$$

$$T\left(\frac{n}{2^3}\right) = T\left(\frac{n}{2^4}\right) + \log_2 \frac{n}{2^3}$$

$$T\left(\frac{n}{2^{l-1}}\right) = T\left(\frac{n}{2^l}\right) + \log_2 \frac{n}{2^{l-1}}$$

$$\frac{n}{2^l} = 1$$

$$n = 2^l$$

$$l = \log_2 n$$

$$T(n) = \log_2 n + \log_2 \frac{n}{2} + \log_2 \frac{n}{2^2} + \dots + \log_2 \frac{n}{2^{l-1}} + 1$$

$$T(n) = \log_2 n + (\log_2 n - \log_2 2) + (\log_2 n - \log_2 2^2) + \dots + (\log_2 n - \log_2 2^{l-1}) + 1$$

$$T(n) = \log_2 n + (\log_2 n - 1) + (\log_2 n - 2) + \dots + (\log_2 n - (l-1)) + 1$$

$$T(n) = \log_2^2 n - 1 - 2 - \dots - (l-1) + 1$$

log ao quadrado

$$T(n) = \log_2^2 n - \sum_{i=1}^{l-1} i + 1$$

$$T(n) = \log_2^2 n - \left(\frac{\log_2^2 n - \log_2 n}{2} \right) + 1$$

$$T(n) = \log_2^2 n - \frac{\log_2^2 n}{2} + \frac{\log_2 n}{2} + 1$$

$$T(n) = \frac{\log_2^2 n + \log_2 n + 1}{2}$$

$O(\log^2 n)$

1/1

24/10/2019

Transparência: PAA2.pdf (do 07)

Problemas

tratáveis x INTRATÁVEIS

normalmente se tem de soluções de força bruta

Decisão \rightarrow sim
 \rightarrow não

Otimização \rightarrow várias respostas (ou apenas uma)
 \rightarrow melhores respostas

Classe

NP: está definido somente em problemas de decisão

Satisfazibilidade de Fórmulas Booleanas

\rightarrow significa se existe uma atribuição de valores booleanos para as variáveis que ocorrem na fórmula, de tal maneira que o resultado seja verdadeiro.

Exemplo:

NÃO É SATISFATÓRIA

$$x_1 \wedge (x_2 \vee \sim x_1) \wedge (\sim x_2 \vee \sim x_3) \wedge (\sim x_1 \vee \sim x_2 \vee x_3)$$

29/10/2019

Transparência: PAA2.pdf (de 8 de 14)

P vs NP

Redução de Problemas
→ Transforma a entrada de problema A em uma entrada para o problema B

Gracias ao SAT foi possível definir NP-completo

Teorema de Cook-Levi: SAT está em P se e somente se $P = NP$

Um problema X é NP-Completo se:

1. $X \in NP$
2. $X \leq_p X'$ para todo $X' \in NP$

A complexidade de decisão de um problema é a quantidade de passos necessários para resolvê-lo. Um problema é NP-completo se for um problema de decisão que não pode ser resolvido em tempo polinomial a menos que $P = NP$.

problema que não pode ser resolvido em tempo polinomial e achar uma solução que seja satisfatória

Ex: colorir o mapa de uma cidade

325 de dogmas = Trabalho
25 de matemática = Prova

31/10/2019

Transparência: PAA2.pdf (da 14 de 21)

3 - CNF - SAT

3-CNF-SAT \in NP

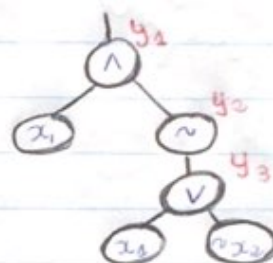
A verificação da resposta é linear ao número de operadores da expressão

$SAT' \leq_p 3\text{-CNF-SAT}$ Sim
Não

Dada uma fórmula

$$\phi = x_1 \wedge \sim(x_1 \vee x_2)$$

árvore sintática abstrata



$$\phi' = y_1 \wedge (y_1 \leftrightarrow (x_1 \wedge y_2)) \wedge (y_2 \leftrightarrow \sim y_3) \wedge (y_3 \leftrightarrow (x_1 \vee \sim x_2))$$

$$\rightarrow (y_1 \wedge x_1 \wedge \sim y_2) \vee (y_1 \wedge \sim x_1 \wedge y_2) \vee (y_1 \wedge \sim x_1 \wedge \sim y_2) \vee (\sim y_1 \wedge x_1 \wedge y_2)$$

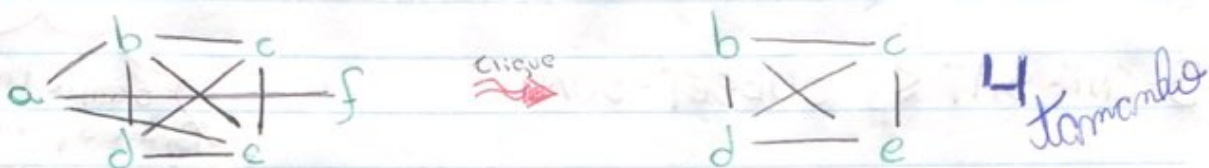
$$\rightarrow (y_1 \vee p \vee q) \wedge (y_1 \vee \sim p \vee \sim q) \wedge (y_1 \vee \sim p \vee q) \wedge (y_1 \vee p \vee \sim q)$$

... incompleto

05/11/2019

Transparência: PAA2.pdf (da 22 da 23)

Clique



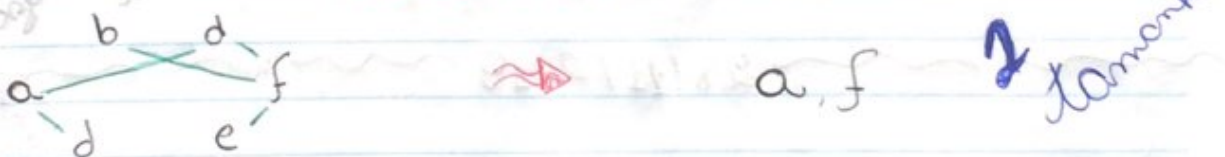
$$\text{SAT} \leq_p \text{3-CNF-SAT} \leq_p \text{CLIQUE}$$

Seja $\phi = (x_1 \vee \sim x_2 \vee \sim x_3) \wedge (\sim x_1 \vee x_2 \vee x_3) \wedge (x_1 \vee x_2 \vee x_3)$ fórmula qualquer.

07/11/2019

Transparência: PAA2.pdf (da 26 da 29)

Cobertura de Vértices



$$\text{SAT} \leq_p \text{3-CNF-SAT} \leq_p \text{CLIQUE} \leq_p^{\text{trivial}} \text{COBERTURA VERTICES}$$

Otimização = NP-Hard

Decisão = NP

19/11/2019

Transparência: PAA2.pdf (de 30 até 32)

SUBSET-SUM

3-CNF-SAT \leq_p SUBSET-SUM

Sempre transforme o problema em um problema de decisão

26/11/2019

Transparência: PAA2.pdf (de 33 até 44)

$$T(n) = T(n-1) + O(1) \\ T(1) = 1$$

Programação Dinâmica

↳ resolve problemas combinando as soluções de subproblemas

28/11/2019

Transparência: PAA2.pdf (de 43 até 46)

$$\begin{array}{l} O(1) \\ O(t) \\ + O(n \cdot t) \end{array}$$

$$O(n \cdot t)$$

tempo
espaço
 $O(t)$

↳ a soma desejada (cresce exponencialmente)
↳ número de elementos do conjunto

* Pseudo-Polinomial

Fim