10/09/2019

Dupla: Alexandre Mendonça Lara
Edenilson J. dos Passos

Torre de hanoi

PROJETO E ANÁLISE DE ALGORITMOS

Tamanho do Problema	Quantidade de Passos (Solução)	
1	1	Sabe-se que $T(1) = 1$
2	$2+1$ (3) -2	Sabe-se que o problema atual é descrito pelo dobro da totalidade dos passos anteriores (+1)
3	$6+1$ (7) -4	
4	$14+1$ (15) -8	
5	$30+1$ (31) -16	
6	$62+1$ (63) -32	

Logo:

$$T(6) = 2T(5) + 1$$
$$T(5) = 2T(4) + 1$$
$$T(4) = 2T(3) + 1$$
$$T(3) = 2T(2) + 1$$
$$T(2) = 2T(1) + 1$$
$$T(1) = 1$$

$$T(n) = 2T(n-1) + 1$$

ou seja:

$$T(3) = 2(2T(1)+1)+1 = 4T(1)+3$$
$$T(4) = 2(4T(1)+3)+1 = 8T(1)+7$$
$$T(5) = 2(8T(1)+7)+1 = 16T(1)+15$$
$$\vdots$$
$$T(n) = 2^{n-1}\overbrace{T(1)}^{1} + 2^{n-1} - 1$$
$$T(n) = 2^{n-1} + 2^{n-1} - 1$$
$$T(n) = 2(2^{n-1}) - 1$$
$$T(n) = 2(2^{n} \cdot 2^{-1}) - 1$$
$$T(n) = \cancel{2}\left(\frac{2^{n}}{\cancel{2}}\right) - 1$$
$$T(n) = 2^{n} - 1$$

*Essa relação pode ser descrita pelo somatório:

$$\sum_{i=0}^{n-1} 2^{i}$$

Técnica da Perturbação

inserindo

$$\sum_{i=0}^{n-1} 2^i = \underbrace{2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^{n-1}}_{\text{I}} + 2^n$$

$$\left(\sum_{i=0}^{n-1} 2^i\right) + 2^n = 2^0 + \sum_{i=0}^{n-1} 2^{i+1}$$

$$\left(\sum_{i=0}^{n-1} 2^i\right) + 2^n = 1 + \left(\sum_{i=0}^{n-1} 2^i \cdot 2\right)$$

$$\left(\sum_{i=0}^{n-1} 2^i\right) + 2^n = 1 + \left(2 \cdot \sum_{i=0}^{n-1} 2^i\right)$$

$$2^n - 1 = \left(2 \sum_{i=0}^{n-1} 2^i\right) - \left(\sum_{i=0}^{n-1} 2^i\right)$$

$$2^n - 1 = \sum_{i=0}^{n-1} 2^i$$