1º) a) Vou usar o teorema mestre.

$$T(n) = aT\left(\frac{n}{b}\right) + f(n)$$

, onde a = 4, b = 2 e f(n) = n.
Daí a gente calcula:

$$n^{\log_b a} = n^{\log_2 4} = n^2$$

Cai no caso 1 do teorema mestre, pois:

$$f(n) = O\left(n^{\log_b a - \varepsilon}\right)$$

para algum epsilon > 0. Portanto:

$$T(n) = O\left(n^{\log_b a}\right) = O(n^2)$$

b)

$$T(n) = aT\left(\frac{n}{b}\right) + f(n)$$

$$a = 2 \quad b = 3 \quad f(n) = n^2$$

$$\Downarrow$$

$$n^{\log_3 2} < 2$$

Cai no caso 3 do teorema.

$$T(n) = O(f(n)) = O(n^2)$$

2º) $T(n) = T(n-a) + bn$

Iterações:

1º $T(n) = T(n-a) + bn$

2º $T(n) = T(n-2a) + bn + b(n-a)$

3º) $T(n) = T(n-3a) + bn + b(n-a) + b(n-2a)$

Soma:

$$T(n) = b \cdot \frac{k(2n-(k-1)a)}{2}$$

3º)

Primeira iteração:

$$T = 2T\left(\frac{n}{3}\right) + n$$

Segunda iteração (dividindo pela metade
pra cada subproblema da primeira iteração)

$$T\left(\frac{n}{3}\right) = 3T\left(\frac{n}{6}\right) + n/3$$

Multiplico por , pois tenho 2 subproblemas
de tamanho n/3

$$2T\left(\frac{n}{3}\right) = 6T\left(\frac{n}{6}\right) + 2\frac{n}{3}$$

Combinando as duas iterações:

$$T(n) = 6T\left(\frac{n}{6}\right) + \frac{4n}{3} + n$$