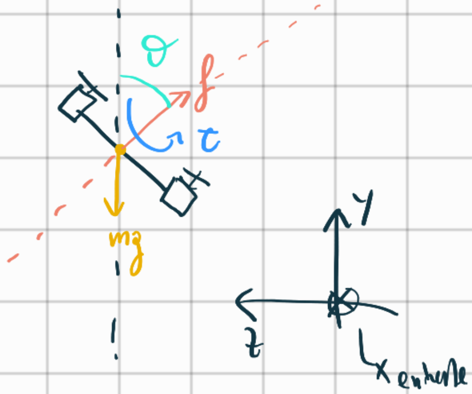
DRONE 2D



Eq del sistema

$$\dot v_y = -\frac{f}{m}\sin\theta$$

$$\dot v_z = -g + \frac{f}{m}\cos\theta$$

$$\dot\omega = \frac{\tau}{I_{xx}}$$

Definiamo: • $\dot p = v = \begin{bmatrix} v_y \\ v_z \end{bmatrix}$ → vel lineare • $\dot v = \begin{bmatrix} \dot v_y \\ \dot v_z \end{bmatrix}$ → acc. lineare

- m : massa del veicolo

INGRESSI DI CONTROLLO ← [
- f : forza di spinta delle eliche
- τ : momento risultante delle eliche
- θ : angolo di ROLLIO
- $\dot\theta = \omega$ = ROLL-RATE
- $\dot\omega$ = acc angolare di rollio = $\ddot\theta$
- I_{xx} : momento di inerzia del sistema

FORMA DI STATO

Definisco il vettore di stato:

$$\underline{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y \\ z \\ \theta \\ \dot y \\ \dot z \\ \dot\theta \end{bmatrix}$$

derivando $\underline{x}$ posso scrivere

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_4 \\ \dot{x}_2 = x_5 \\ \dot{x}_3 = x_6 \\ \dot{x}_4 = -\frac{f}{m}\sin(x_3) \\ \dot{x}_5 = -g + \frac{f}{m}\cos(x_3) \\ \dot{x}_6 = \frac{\tau}{I_{xx}} \end{cases}$$

PUNTI DI EQUILIBRIO

Impongo $\dot{\underline{x}} = \underline{0}$ e trovo

$$0 = x_4$$
$$0 = x_5$$
$$0 = x_6$$
$$0 = -\frac{f}{m}\sin(x_3) \Rightarrow x_3 = k\pi \quad k = 0, 1, 2$$
$$0 = -g + \frac{f}{m}\cos(x_3) \Rightarrow f = mg$$
$$0 = \frac{\tau}{I_{xx}} \Rightarrow \tau = \emptyset \qquad \text{e } x_1, x_2 \text{ qualsiasi}$$

Quindi il sistema è in eq quando il drone è orizzontale, in un punto qualsiasi del piano, la forza di SPINTA bilancia il PESO e il momento risultante è nullo

$$\underline{x}_{eq} = [\, y_{eq} \quad z_{eq} \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \,]^T \qquad y_{eq}, z_{eq} \in \mathbb{R}$$

$$u_{eq} = [\, mg \quad 0 \,]^T = [\, F \quad \tau \,]$$

STUDIO DEL SISTEMA LINEARIZZATO

Scegliamo $\underline{x}_{eq} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ e $u = \begin{bmatrix} mg \\ 0 \end{bmatrix}$ come visto in precedenza

$$A = \left.\frac{\partial f(x)}{\partial x}\right|_{\substack{x = x_{eq} \\ u = u_{eq}}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -g & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \left.\frac{\partial f(x)}{\partial u}\right|_{\substack{x = x_{eq} \\ u = u_{eq}}} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{1}{m} & 0 \\ 0 & 1/I_{xx} \end{bmatrix}$$

STABILITÀ

$$eig(A) = [0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0] \rightarrow \text{POLINOMIALMENTE DIVERGENTE}$$

Per Lyapunov INDIRETTO anche il sistema non-lineare sarà INSTABILE

CONTROLLABILITÀ

se $\text{Rank}(R) = n = 6$ allora il sistema è controllabile

$$R = [B \;\; AB \;\; A^2B \;\; A^3B \;\; A^4B \;\; A^5B]$$

$$R = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -g/I_{xx} & \\ 0 & 0 & 1/m & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \\ 0 & 0 & 0 & 1/I_{xx} & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -g/I_{xx} & 0 & 0 & \\ \frac{1}{m} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \\ 0 & \frac{1}{I_{xx}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \end{bmatrix}$$

Già si vede che $\text{Rank}(R) = 6$, quindi il linearizzato è COMPLETAMENTE CONTROLLABILE e ciò implica la controllabilità del sistema originale (TEO. 5 PAG 149)

Theorem 5 (Sufficient Conditions for Small-Time Local Controllability). *Consider a system $\dot{x} = f(x,u)$, $x \in \mathbb{R}^n$, $u \in \mathbb{R}^m$, at equilibrium in the origin (i.e. $f(0,0) = 0$). If the linear approximation $\dot{x} = Ax + Bu$ is completely controllable, then the system is small-time locally controllable, i.e. $\forall x_f \in B_\epsilon(0)$ and $\forall T$, $\exists u(t), t \in [0,T]$ such that $x(0, u(\cdot), T) = x_f$.*

OSSERVABILITÀ

$$O = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \\ CA^3 \\ CA^4 \\ CA^5 \end{bmatrix}$$

se $C = I_{6\times6}$ il sistema è COMPLETAMENTE OSSERVABILE

C'è un Teo simile a quello della CONTROLLABILITÀ, forse il TEO 7

STABILIZZABILITÀ : il sistema è completamente CONTROLLABILE quindi anche STABILIZZABILE

ACCESSIBILITÀ : banalmente la controllabilità implica l'accessibilità, ma non viceversa!

(test di Chow:

Se $\dim(<\Delta|\Delta_0>) = n$ in x_0 allora il sistema è localmente accessibile in small time

STUDIO SISTEMA NON LINEARE

FORMA AFFINE NEL CONTROLLO

Voglio portare il mio sistema nella forma:

$$\dot{x} = f(x) + g_1(x)u_1 + g_2(x)u_2 \qquad \text{dove} \qquad u_1 = F \quad u_2 = \tau$$

avremo

$$f = \begin{bmatrix} x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ 0 \\ -g \\ 0 \end{bmatrix} \qquad g_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -\frac{\sin(x_3)}{m} \\ \frac{\cos(x_3)}{m} \\ 0 \end{bmatrix} \qquad g_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1/I_{zz} \end{bmatrix}$$

Adesso si può procedere con la FILTRAZIONE DI ACCESSIBILITÀ PER RICAVARE LA DISTRIBUZIONE DI ACCESSIBILITÀ