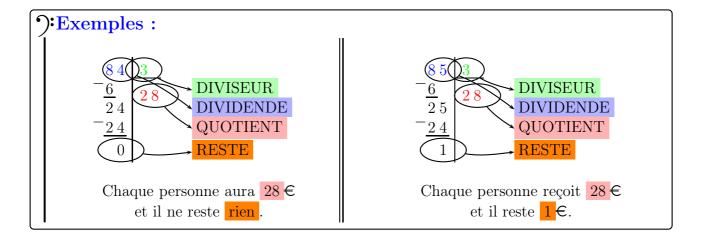
# Collège Jean Lurçat – FROUARD – Sébastien LOZANO – http://lozano.maths.free.fr

# -ARITHMÉTIQUE DIVISION EUCLIDIENNE DIVISEURS ET MULTIPLES

Version initiale le 19 mai 2020. Dernière mise à jour le 22 mai 2020

### Division Euclidienne

- → Un QUOTIENT c'est le résultat d'une division.
- → Un DIVISEUR c'est un nombre par lequel on divise.
- → Un DIVIDENDE c'est un nombre que l'on divise.
- → Un RESTE c'est ce qu'il reste après partage!
- → Une DIVISION EUCLIDIENNE c'est une division où le quotient, le diviseur, le dividende et le reste sont des nombres entiers.



### Division Euclidienne

Dans une division euclidienne, **Si** on multiplie le diviseur par le quotient et qu'on ajoute le reste alors on retrouve le dividende

### Division Euclidienne

La division euclidienne d'un nombre entier a par un nombre entier b non nul permet d'obtenir le couple (q; r) de nombres entiers tels que

$$\mathbf{a} = \mathbf{b} \times \mathbf{q} + \mathbf{r}$$
 avec  $r < b$ 

# **Exemples**:

 $417 = 19 \times 21 + 18$ 

# Diviseurs, multiples

Soient a et b deux nombres entiers positifs non nuls. On dira que :

- $\rightsquigarrow a$  est un **diviseur** de b
- $\leadsto$  ou encore que a divise de b
- $\rightarrow$  ou que b est **divisible** par a
- $\rightarrow$  ou encore que b est un **multiple** de a

s'il existe un nombre entier k tel que  $b = k \times a$ 

Cela revient à dire que le reste de la division euclidienne de b par a vaut 0!

# **Exemples**:

- $\rightsquigarrow$  15 est un multiple de 3 (car 15 = 5 × 3)
- $\leadsto 42$ est divisible par 7
- $\rightarrow$  325 est un multiple de 25 car 325 = 25  $\times$  13 (325 est aussi un multiple de 13).
- $\rightarrow$  399 est divisible par 19 car 399 = 19 × 21 (19 et 21 sont des diviseurs de 399).

## Critères de divisibilité

- → Un nombre est divisible par 2 s'il se termine par 2, 4, 6, 8 ou 0.
- → Un nombre est divisible par 3 si la somme de ses chiffres est un multiple de 3.
- → Un nombre est divisible par 4 si ses deux derniers chiffres forment un multiple de 4.
- → Un nombre est divisible par 5 s'il se termine par 0 ou 5.
- → Un nombre est divisible par 9 si la somme de ses chiffres est un multiple de 9.
- → Un nombre est divisible par 11 si la différence entre la somme de ses chiffres de rangs pairs et la somme de ses chiffres de rangs impairs est nulle ou égale à une multiple de 11.

# **Exemples**:

- $\rightarrow$  180 est divisible par 2, 3, 4, 5 et 9
- $\rightsquigarrow 105$  est divisible par 3 et 5

### "Méthode 0: Trouver tous les diviseurs d'un entier

Pour trouver la liste de tous les diviseurs d'un nombre entier N, on peut par exemple chercher tous les produits de deux facteurs qui donnent ce nombre entier N.

Pour cela on teste sa divisibilité par tous les nombres successivement, par exemple à la calculatrice.

Notez qu'il est suffisant de tester la divisibilité jusqu'à la partie entière de  $\sqrt{N}$ 

# **Exemples**:

### → Liste des diviseurs de 180

 $\sqrt{180} \simeq 13,41$  donc l'algorithme se termine au plus tard avec le test de divisibilité par 13 qui est premier.

 $1\times180=180$ donc 1 et 180 sont deux diviseurs de 180

 $2\times 90=180$ donc2et 90 sont deux diviseurs de 180