Chapitre

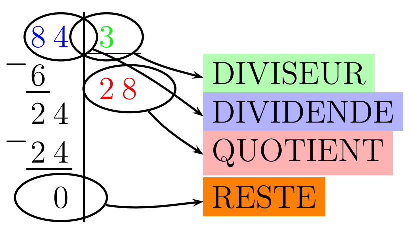
-Arithmétique -
Division Euclidienne
Diviseurs et multiples

Version initiale le 19 mai 2020. Dernière mise à jour le 3 juin 2020

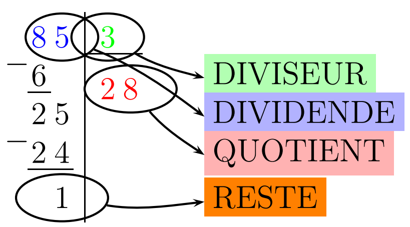
Division Euclidienne

- ⇝ Un QUOTIENT c'est le résultat d'une division.
- ⇝ Un DIVISEUR c'est un nombre par lequel on divise.
- ⇝ Un DIVIDENDE c'est un nombre que l'on divise.
- ⇝ Un RESTE c'est ce qu'il reste après partage !
- ⇝ Une DIVISION EUCLIDIENNE c'est une division où le quotient, le diviseur, le dividende et le reste sont des nombres entiers.

Exemples :



Chaque personne aura 28 €
et il ne reste rien.



Chaque personne reçoit 28 €
et il reste 1 €.

Division Euclidienne

Dans une division euclidienne, **Si** on multiplie le diviseur par le quotient et qu'on ajoute le reste **alors** on retrouve le dividende

Exemples :

$3 \times 28 + 0 = 84$ ‖ $3 \times 28 + 1 = 85$

Division Euclidienne

La division euclidienne d'un nombre entier a par un nombre entier b non nul permet d'obtenir le couple (q ; r) de nombres entiers tels que

$$a = b \times q + r \qquad \text{avec } r < b$$

Exemples :

$417 = 19 \times 21 + 18$

Diviseurs, multiples

Soient a et b deux nombres entiers positifs non nuls. On dira que :

- ⇝ a est un **diviseur** de b
- ⇝ ou encore que a **divise** de b
- ⇝ ou que b est **divisible** par a
- ⇝ ou encore que b est un **multiple** de a

s'il existe un nombre entier k tel que $b = k \times a$
Cela revient à dire que le reste de la division euclidienne de b par a vaut 0 !

Exemples :

⇝ 15 est un multiple de 3 (car $15 = 5 \times 3$)
⇝ 42 est divisible par 7
⇝ 325 est un multiple de 25 car $325 = 25 \times 13$ (325 est aussi un multiple de 13).
⇝ 399 est divisible par 19 car $399 = 19 \times 21$ (19 et 21 sont des diviseurs de 399).

Critères de divisibilité

⇝ Un nombre est **divisible par 2** s'il se termine par 2, 4, 6, 8 ou 0.
⇝ Un nombre est **divisible par 3** si la somme de ses chiffres est un multiple de 3.
⇝ Un nombre est **divisible par 4** si ses deux derniers chiffres forment un multiple de 4.
⇝ Un nombre est **divisible par 5** s'il se termine par 0 ou 5.
⇝ Un nombre est **divisible par 7** si la somme de son nombre de dizaines et de cinq fois son chiffre des unités l'est.
⇝ Un nombre est **divisible par 9** si la somme de ses chiffres est un multiple de 9.
⇝ Un nombre est **divisible par 11** si la différence entre la somme de ses chiffres de rangs pairs et la somme de ses chiffres de rangs impairs est nulle ou égale à une multiple de 11.

Exemples :

180 est divisible par 2, 3, 4, 5 et 9

- ⇝ 180 se termine par 0 donc il est multiple de 2 et 5.
- ⇝ Les deux derniers chiffres de 180 sont 80 qui est un multiple de 4 donc 180 aussi.

⇝ La somme des chiffres de 180, vaut 1+8+0 = 9 qui est multiple de 3 et de 9 donc 180 est aussi un multiple de 3 et de 9.

Exemples :

105 est divisible par 3 et 5

⇝ 105 se termine par 5 donc 5 divise 105.

⇝ 1+0+5 = 6 est multiple de 3 donc 105 est divisible par 3.

3 682 est divisible par 7

⇝ Le nombre de dizaines de 3 682 est 368, cinq fois le chiffres des unités vaut 5×2=10, 368+10=378 !

⇝ on recommence avec 378, 37 + 5×8 = 37 + 40 = 77 qui est un multiple de 7

⇝ donc 378 aussi donc 3 682 aussi.

726 est divisible par 11

⇝ Somme des chiffres de rang pair : 2

⇝ Somme des chiffres de rang impair : 7+3=13

⇝ la différence entre les deux somme vaut 13-2=11 qui est un multiple de 11 donc 726 aussi.

Méthode 0: Trouver tous les diviseurs d'un entier

Pour trouver la liste de tous les diviseurs d'un nombre entier N, on peut par exemple chercher tous les produits de deux facteurs qui donnent ce nombre entier N.
Pour cela on teste sa divisibilité par tous les nombres successivement, par exemple à la calculatrice.
Notez qu'il est suffisant de tester la divisibilité jusqu'à la partie entière de $\sqrt{N}$

Exemples :

⇝ **Liste des diviseurs de 180**
$\sqrt{180} \simeq 13,41$ donc l'algorithme se termine au plus tard avec le test de divisibilité par 13 qui est premier.
$1 \times 180 = 180$ donc 1 et 180 sont deux diviseurs de 180
$2 \times 90 = 180$ donc 2 et 90 sont deux diviseurs de 180