

- ARITHMÉTIQUE -

DIVISION EUCLIDIENNE

DIVISEURS ET MULTIPLES

Version initiale le 19 mai 2020. Dernière mise à jour le 22 mai 2020

Division Euclidienne

- ↪ Un **QUOTIENT** c'est le résultat d'une division.
- ↪ Un **DIVISEUR** c'est un nombre par lequel on divise.
- ↪ Un **DIVIDENDE** c'est un nombre que l'on divise.
- ↪ Un **RESTE** c'est ce qu'il reste après partage !
- ↪ Une DIVISION EUCLIDIENNE c'est une division où le quotient, le diviseur, le dividende et le reste sont des nombres entiers.

Exemples :

$$\begin{array}{r}
 84 \overline{) 28} \\
 \underline{24} \\
 0
 \end{array}$$

Diagramme illustrant la division euclidienne de 28 par 3. Le dividende 28 est divisé par le diviseur 3. Le quotient est 8 et le reste est 0.

Chaque personne aura 28 €
et il ne reste rien.

$$\begin{array}{r}
 85 \overline{) 28} \\
 \underline{24} \\
 1
 \end{array}$$

Diagramme illustrant la division euclidienne de 28 par 3. Le dividende 28 est divisé par le diviseur 3. Le quotient est 8 et le reste est 1.

Chaque personne reçoit 28 €
et il reste 1 €.

Division Euclidienne

Dans une division euclidienne, Si on multiplie le **diviseur** par le **quotient** et qu'on ajoute le **reste** alors on retrouve le **dividende**

Exemples :

$$3 \times 28 + 0 = 84$$

||

$$3 \times 28 + 1 = 85$$



Division Euclidienne

La division euclidienne d'un nombre entier a par un nombre entier b non nul permet d'obtenir le couple $(q; r)$ de nombres entiers tels que

$$a = b \times q + r \quad \text{avec } r < b$$



Exemples :

$$417 = 19 \times 21 + 18$$



Diviseurs, multiples

Soient a et b deux nombres entiers positifs non nuls. On dira que :

- ↪ a est un **diviseur** de b
- ↪ ou encore que a **divise** de b
- ↪ ou que b est **divisible** par a
- ↪ ou encore que b est un **multiple** de a

s'il existe un nombre entier k tel que $b = k \times a$

Cela revient à dire que le reste de la division euclidienne de b par a vaut 0!



Exemples :

- ↪ 15 est un multiple de 3 (car $15 = 5 \times 3$)
- ↪ 42 est divisible par 7
- ↪ 325 est un multiple de 25 car $325 = 25 \times 13$ (325 est aussi un multiple de 13).
- ↪ 399 est divisible par 19 car $399 = 19 \times 21$ (19 et 21 sont des diviseurs de 399).



Critères de divisibilité

- ↪ Un nombre est **divisible par 2** s'il se termine par 2, 4, 6, 8 ou 0.
- ↪ Un nombre est **divisible par 3** si la somme de ses chiffres est un multiple de 3.
- ↪ Un nombre est **divisible par 4** si ses deux derniers chiffres forment un multiple de 4.
- ↪ Un nombre est **divisible par 5** s'il se termine par 0 ou 5.
- ↪ Un nombre est **divisible par 9** si la somme de ses chiffres est un multiple de 9.
- ↪ Un nombre est **divisible par 11** si la différence entre la somme de ses chiffres de rangs pairs et la somme de ses chiffres de rangs impairs est nulle ou égale à un multiple de 11.



Exemples :

- ↪ 180 est divisible par 2, 3, 4, 5 et 9
- ↪ 105 est divisible par 3 et 5

⌋:Méthode 0: Trouver tous les diviseurs d'un entier

Pour trouver la liste de tous les diviseurs d'un nombre entier N , on peut par exemple chercher tous les produits de deux facteurs qui donnent ce nombre entier N .

Pour cela on teste sa divisibilité par tous les nombres successivement, par exemple à la calculatrice.

Notez qu'il est suffisant de tester la divisibilité jusqu'à la partie entière de \sqrt{N}

⌋:Exemples :

↪ **Liste des diviseurs de 180**

$\sqrt{180} \simeq 13,41$ donc l'algorithme se termine au plus tard avec le test de divisibilité par 13 qui est premier.

$1 \times 180 = 180$ donc 1 et 180 sont deux diviseurs de 180

$2 \times 90 = 180$ donc 2 et 90 sont deux diviseurs de 180