

- ARITHMÉTIQUE -

PGCD, PPCM, ENGRENAGES

Version initiale le 19 mai 2020. Dernière mise à jour le 21 mai 2020



Plus Grand Commun Diviseur (PGCD) → HORS PROGRAMME

Si a et b sont deux nombres entiers positifs, on note $\text{PGCD}(a;b)$ le **plus grand diviseur** qui soit commun à a et à b .



Exemples : Déterminer le PGCD de deux nombres en écrivant la liste de leurs diviseurs

On cherche $\text{PGCD}(72;40)$. On écrit la liste complète des diviseurs de ces deux nombres :
Les diviseurs de 40 sont 1, 2, 4, 5, 8, 10, 20 et 40. Ceux de 72 sont 1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 18, 24, 36 et 72. On en déduit que $\text{PGCD}(72;40)=8$



Exemples : Déterminer le PGCD de deux nombres par soustractions successives

On cherche $\text{PGCD}(72;40)$.
 $72 - 40 = 32$; $40 - 32 = 8$; $32 - 8 = 24$; $24 - 8 = 16$; $16 - 8 = 8$; $8 - 8 = 0$;
 On a donc $\text{PGCD}(72;40)=8$



Exemples : Déterminer le PGCD par l'algorithme d'Euclide

Dividende	Diviseur	Quotient	Reste
72	40	1	32
40	32	1	8
32	8	4	0

On cherche $\text{PGCD}(72;40)$.
 Le PGCD est le dernier reste non nul, c'est-à-dire $\text{PGCD}(72;40)=8$.



Nombres premiers entre eux et fractions irréductibles

Deux nombres a et b sont dits **premiers entre eux** si $\text{PGCD}(a;b)=1$.
 Si a et b sont premiers entre eux, alors la fraction $\frac{a}{b}$ est **irréductible**.



Exemples : Simplifier une fraction pour la rendre irréductible

Si on simplifie une fraction $\frac{a}{b}$ par le PGCD de a et de b , alors on obtient une fraction irréductible.

Par exemple : $\text{PGCD}(72;40)=8$ nous permet de rendre irréductible $\frac{40}{72} = \frac{40 \div 8}{72 \div 8} = \frac{5}{9}$

