

# - ARITHMÉTIQUE -

## DIVISION EUCLIDIENNE

### DIVISEURS ET MULTIPLES

Version initiale le 19 mai 2020. Dernière mise à jour le 22 mai 2020

#### Division Euclidienne

- ↪ Un **QUOTIENT** c'est le résultat d'une division.
- ↪ Un **DIVISEUR** c'est un nombre par lequel on divise.
- ↪ Un **DIVIDENDE** c'est un nombre que l'on divise.
- ↪ Un **RESTE** c'est ce qu'il reste après partage !
- ↪ Une DIVISION EUCLIDIENNE c'est une division où le quotient, le diviseur, le dividende et le reste sont des nombres entiers.

#### Exemples :

$$\begin{array}{r}
 84 \overline{) 28} \\
 \underline{24} \phantom{0} \\
 0
 \end{array}$$

Diagramme illustrant la division euclidienne de 28 par 3. Le dividende 28 est divisé par le diviseur 3, donnant un quotient de 9 et un reste de 1. Les étiquettes indiquent : DIVISEUR (3), DIVIDENDE (28), QUOTIENT (9), et RESTE (1).

Chaque personne aura 28 €  
et il ne reste rien.

$$\begin{array}{r}
 85 \overline{) 28} \\
 \underline{24} \phantom{0} \\
 1
 \end{array}$$

Diagramme illustrant la division euclidienne de 28 par 3. Le dividende 28 est divisé par le diviseur 3, donnant un quotient de 9 et un reste de 1. Les étiquettes indiquent : DIVISEUR (3), DIVIDENDE (28), QUOTIENT (9), et RESTE (1).

Chaque personne reçoit 28 €  
et il reste 1 €.

#### Division Euclidienne

Dans une division euclidienne, Si on multiplie le **diviseur** par le **quotient** et qu'on ajoute le **reste** alors on retrouve le **dividende**

#### Exemples :

$$3 \times 28 + 0 = 84$$

||

$$3 \times 28 + 1 = 85$$



## Division Euclidienne

La division euclidienne d'un nombre entier  $a$  par un nombre entier  $b$  non nul permet d'obtenir le couple  $(q; r)$  de nombres entiers tels que

$$a = b \times q + r \quad \text{avec } r < b$$



### Exemples :

$$417 = 19 \times 21 + 18$$



## Diviseurs, multiples

Soient  $a$  et  $b$  deux nombres entiers positifs non nuls. On dira que :

- ↪  $a$  est un **diviseur** de  $b$
- ↪ ou encore que  $a$  **divise** de  $b$
- ↪ ou que  $b$  est **divisible** par  $a$
- ↪ ou encore que  $b$  est un **multiple** de  $a$

s'il existe un nombre entier  $k$  tel que  $b = k \times a$

Cela revient à dire que le reste de la division euclidienne de  $b$  par  $a$  vaut 0!



### Exemples :

- ↪ 15 est un multiple de 3 (car  $15 = 5 \times 3$ )
- ↪ 42 est divisible par 7
- ↪ 325 est un multiple de 25 car  $325 = 25 \times 13$  (325 est aussi un multiple de 13).
- ↪ 399 est divisible par 19 car  $399 = 19 \times 21$  (19 et 21 sont des diviseurs de 399).



## Critères de divisibilité

- ↪ Un nombre est **divisible par 2** s'il se termine par 2, 4, 6, 8 ou 0.
- ↪ Un nombre est **divisible par 3** si la somme de ses chiffres est un multiple de 3.
- ↪ Un nombre est **divisible par 4** si ses deux derniers chiffres forment un multiple de 4.
- ↪ Un nombre est **divisible par 5** s'il se termine par 0 ou 5.
- ↪ Un nombre est **divisible par 9** si la somme de ses chiffres est un multiple de 9.
- ↪ Un nombre est **divisible par 11** si la différence entre la somme de ses chiffres de rangs pairs et la somme de ses chiffres de rangs impairs est nulle ou égale à un multiple de 11.



### Exemples :

- ↪ 180 est divisible par 2, 3, 4, 5 et 9
- ↪ 105 est divisible par 3 et 5

### ⌋ Méthode 0: Trouver tous les diviseurs d'un entier

Pour trouver la liste de tous les diviseurs d'un nombre entier  $N$ , on peut par exemple chercher tous les produits de deux facteurs qui donnent ce nombre entier  $N$ .

Pour cela on teste sa divisibilité par tous les nombres successivement, par exemple à la calculatrice.

Notez qu'il est suffisant de tester la divisibilité par les nombres premiers dès lors qu'on sait ce que c'est !

Notez aussi que l'algorithme se termine au plus tard lorsqu'on a testé la divisibilité par la partie entière de  $\sqrt{N}$