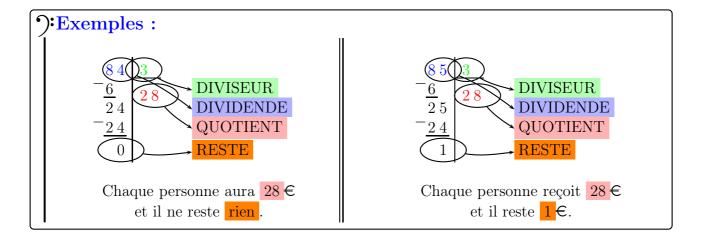
Collège Jean Lurçat – FROUARD – Sébastien LOZANO – http://lozano.maths.free.fr

-ARITHMÉTIQUE DIVISION EUCLIDIENNE DIVISEURS ET MULTIPLES

Version initiale le 19 mai 2020. Dernière mise à jour le 22 mai 2020

Division Euclidienne

- → Un QUOTIENT c'est le résultat d'une division.
- → Un DIVISEUR c'est un nombre par lequel on divise.
- → Un DIVIDENDE c'est un nombre que l'on divise.
- → Un RESTE c'est ce qu'il reste après partage!
- → Une DIVISION EUCLIDIENNE c'est une division où le quotient, le diviseur, le dividende et le reste sont des nombres entiers.



Division Euclidienne

Dans une division euclidienne, **Si** on multiplie le diviseur par le quotient et qu'on ajoute le reste alors on retrouve le dividende

Division Euclidienne

La division euclidienne d'un nombre entier a par un nombre entier b non nul permet d'obtenir le couple (q; r) de nombres entiers tels que

$$\mathbf{a} = \mathbf{b} \times \mathbf{q} + \mathbf{r}$$
 avec $r < b$

Exemples:

 $417 = 19 \times 21 + 18$

Diviseurs, multiples

Soient a et b deux nombres entiers positifs non nuls. On dira que :

- $\rightsquigarrow a$ est un **diviseur** de b
- \leadsto ou encore que a divise de b
- \rightarrow ou que b est **divisible** par a
- \rightarrow ou encore que b est un **multiple** de a

s'il existe un nombre entier k tel que $b = k \times a$

Cela revient à dire que le reste de la division euclidienne de b par a vaut 0!

Exemples:

- \rightsquigarrow 15 est un multiple de 3 (car 15 = 5 × 3)
- $\leadsto 42$ est divisible par 7
- \rightarrow 325 est un multiple de 25 car 325 = 25 \times 13 (325 est aussi un multiple de 13).
- \rightarrow 399 est divisible par 19 car 399 = 19 × 21 (19 et 21 sont des diviseurs de 399).

Critères de divisibilité

- → Un nombre est divisible par 2 s'il se termine par 2, 4, 6, 8 ou 0.
- → Un nombre est divisible par 3 si la somme de ses chiffres est un multiple de 3.
- → Un nombre est divisible par 4 si ses deux derniers chiffres forment un multiple de 4.
- → Un nombre est divisible par 5 s'il se termine par 0 ou 5.
- → Un nombre est divisible par 9 si la somme de ses chiffres est un multiple de 9.
- → Un nombre est divisible par 11 si la différence entre la somme de ses chiffres de rangs pairs et la somme de ses chiffres de rangs impairs est nulle ou égale à une multiple de 11.

Exemples:

- \rightarrow 180 est divisible par 2, 3, 4, 5 et 9
- \rightsquigarrow 105 est divisible par 3 et 5

Méthode 0: Trouver tous les diviseurs d'un entier

Pour trouver la liste de tous les diviseurs d'un nombre entier N, on peut par exemple chercher tous les produits de deux facteurs qui donnent ce nombre entier N.

Pour cela on teste sa divisibilité par tous les nombres successivement, par exemple à la calculatrice.

Notez qu'il est suffisant de tester la divisibilité par les nombres premiers dès lors qu'on sait ce que c'est!

Notez aussi que l'algorithme se termine au plus tard lorsqu'on a testé la divisibilité par la partie entière de \sqrt{N}