

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Самарский национальный исследовательский университет
имени академика С.П. Королева»
(Самарский университет)

Институт информатики, математики и электроники
Факультет информатики
Кафедра технической кибернетики

РУКОВОДСТВО ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ №1

Расчет оптических характеристик объектива методом трассировки лучей

(подпись)

составитель,

к.ф.-м.н. _____

С.А. Дегтярев

(подпись)

(подпись)

Самара 2019

Тема работы: **Расчет оптических характеристик объектива методом трассировки лучей**

Исходные данные: средство программирования (выбрать самостоятельно исходя из задания), описание алгоритма трассировки лучей, оптическая схема однолинзового объектива.

Структурные части работы: реализация алгоритма трассировки лучей через преломляющую и отражающую поверхность, расчет хода лучей через линзу в двумерном и трехмерном случаях, построение диаграммы рассеяния, вычисление фокусного расстояния, характерного радиуса фокального пятна, оптимизация параметров эллиптичности поверхности линзы.

1. Теоретическое введение

Трассировка лучей — один из методов геометрической оптики — исследование оптических систем путём отслеживания взаимодействия отдельных лучей с поверхностями системы.

В данной работе будет исследование взаимодействие отдельных лучей с такими поверхностями, как плоскость и эллипсоид.

Рассмотрим описание луча в изотропной среде. Луч задан параметрически в виде:

$$\vec{r} = \vec{\rho}_0 + \vec{e}t, \quad (1)$$

где $\vec{\rho}_0$ -радиус-вектор точки начала луча;

\vec{e} - вектор направления луча;

t — параметр, определяющий длину луча.

Далее найдем точку пересечения луча с плоскостью. Уравнение плоскости имеет вид:

$$\left(\vec{n}, (\vec{r} - \vec{r}_0) \right) = 0, \quad (2)$$

где \vec{n} -вектор нормали в точке поверхности;

\vec{r}_0 - радиус-вектор, через который проходит плоскость.

Для нахождения точки пересечения луча и плоскости можно воспользоваться формулой длины луча от точки начала луча $\vec{\rho}_0$ до точки пересечения луча и плоскости

$$t = \frac{(\vec{n}, (\vec{r}_0 - \vec{\rho}_0))}{(\vec{n}, \vec{e})}. \quad (3)$$

В том случае, если радиус-вектор начала луча имеет вид $\vec{\rho}_0 = [0,0,0]$ то будет справедлива формула

$$t = \frac{(\vec{n}, \vec{r})}{(\vec{n}, \vec{e})}. \quad (4)$$

Далее найдем точки пересечения луча с эллипсоидом. Эллипс задается уравнением:

$$\frac{(x-\rho_x)^2}{a^2} + \frac{(y-\rho_y)^2}{b^2} + \frac{(z-\rho_z)^2}{c^2} = 1, \quad (5)$$

где ρ_x, ρ_y, ρ_z — смещение по осям Ox, Oy, Oz соответственно;

a, b, c — полуоси эллипсоида.

Для нахождения точки пересечения падающего луча и эллипсоида введем матрицу диагональную M_{abc} следующего вида:

$$M_{abc} = \begin{bmatrix} bc & 0 & 0 \\ 0 & ac & 0 \\ 0 & 0 & ab \end{bmatrix}.$$

Используя данную матрицу, запишем формулы для вычисления длин падающих лучей:

$$t_{1,2} = \frac{-\left(M_{abc} \vec{e}^T; M_{abc}(\vec{r} - \vec{\rho}_0)^T\right)}{\left(M_{abc} \vec{e}^T; M_{abc} \vec{e}^T\right)} \pm \frac{\sqrt{\left(M_{abc} \vec{e}^T; M_{abc}(\vec{r} - \vec{\rho}_0)^T\right)^2 - \left(M_{abc} \vec{e}^T; M_{abc} \vec{e}^T\right) \left((M_{abc}(\vec{r} - \vec{\rho}_0)^T; M_{abc}(\vec{r} - \vec{\rho}_0)^T) - (abc)^2\right)}}{\left(M_{abc} \vec{e}^T; M_{abc} \vec{e}^T\right)}, \quad (6)$$

где $\vec{\rho}_0$ — радиус-вектор точки начала луча;

\vec{e} — вектор направления луча.

Могут возникнуть 3 случая:

1. Нет корней, что значит, что точек пересечения нет, то есть луч проходит мимо эллипса.
2. Один корень, тогда луч касается эллипса.
3. Два корня – луч прокалывает эллипс. При этом, если имеется отрицательный корень, то точка прокола лежит сзади точки начала луча.

Если луч упал на поверхность, то он изменит направление своего распространения. Требуется рассчитать новый направляющий вектор. Направляющий вектор отраженного луча рассчитывается по формуле:

$$\vec{e}' = \vec{e} - 2(\vec{e}, \vec{n}) \vec{n}. \quad (7)$$

Направляющий вектор преломляющего луча рассчитывается по формуле:

$$n_2 \vec{e}' = n_1 \vec{e} - (\vec{e}, \vec{n}) \vec{n} n_1 \left(1 - \sqrt{\frac{n_2^2 - n_1^2}{(\vec{e}, \vec{n})^2 n_1^2} + 1} \right). \quad (8)$$

2. Алгоритм трассировки луча упавшего на отражающую или преломляющую поверхность

Алгоритм трассировки лучей через какую-либо поверхность предполагает выполнение следующих шагов.

Шаг 1. Найти точки пересечения для падающих на поверхность лучей, отсеять те лучи, которые ее не пересекают.

Шаг 2. Определить геометрические и физические (например, нормаль и коэффициент преломления) свойства поверхности в точках, где ее пересекают лучи.

Шаг 3. Создать новые лучи, количество которых равно количеству той части исходных лучей, которые пересекли поверхность.

Шаг 4. Рассчитать направляющие векторы новых лучей по формулам (6) и (7).

Шаг 5. Установить для каждого луча в качестве координаты r_0 точки пересечения с поверхностью.

3. Трассировка лучей через линзу

В данной лабораторной работе требуется рассчитать ход массива лучей через линзу. Будем рассматривать случай, когда линза изображает бесконечно удаленную точку, лежащую на оптической оси линзы. Тогда массив лучей, идущий от бесконечно удаленной точки, будет параллелен оптической оси. Общий вид схемы представлен на рисунке 1.

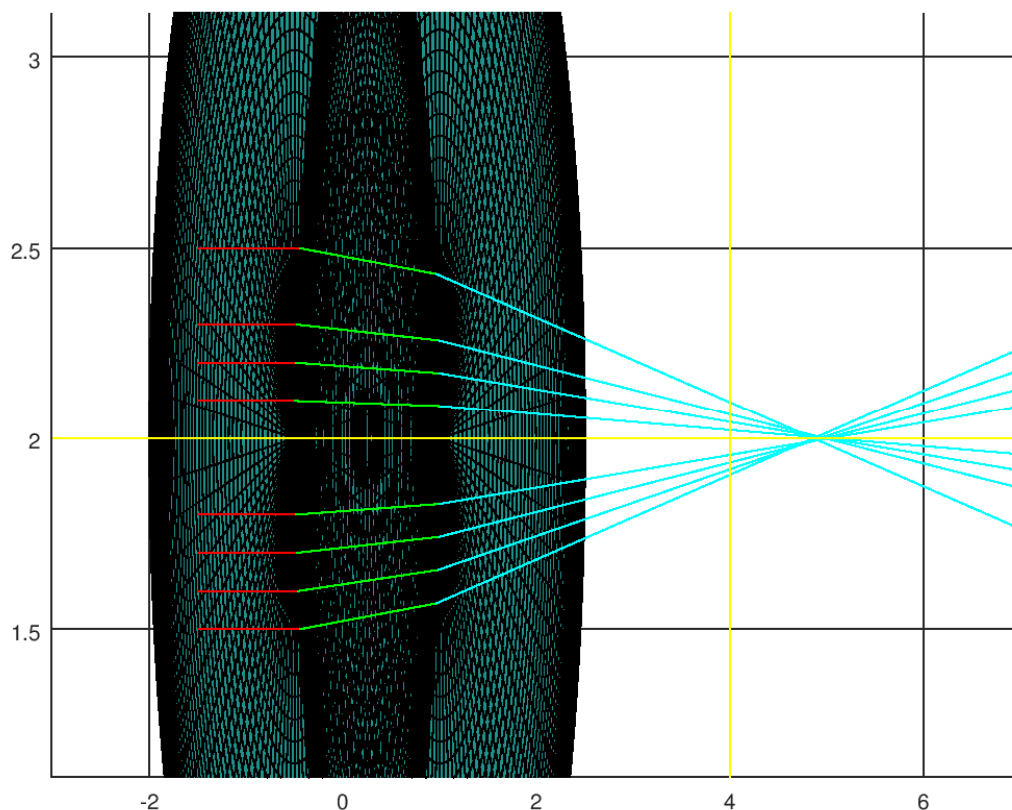


Рисунок 1 – Ход массива лучей через линзу при изображении бесконечно удаленной точки, лежащей на оптической оси; красным цветом обозначены падающие лучи, зеленым – преломленные в линзе, голубым – преломленные после линзы

Рассмотрим плоскость, перпендикулярную оптической оси линзы, расположенную за линзой. Пусть заданный массив лучей прокалывает эту плоскость. При этом в плоскости формируется набор точек, в которых лучи пересекают плоскость. Данный набор точек представляет собой диаграмму рассеяния.

Рассмотрим радиально симметричный случай (рисунок 2).

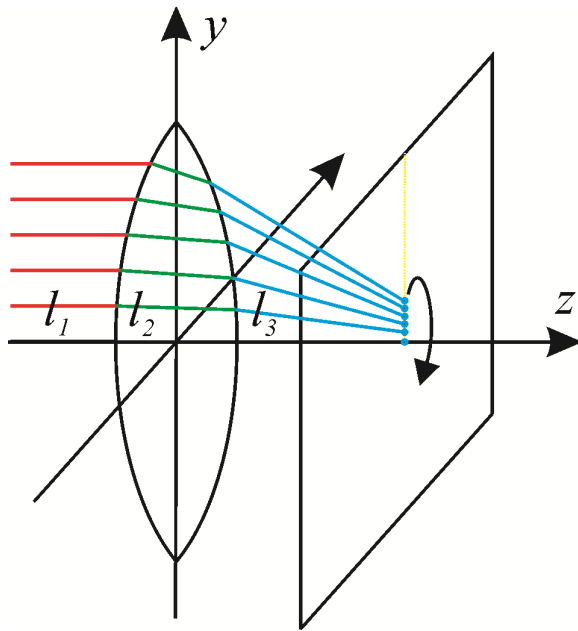


Рисунок 2 – Формирование диаграммы рассеяния в трехмерном радиально симметричном случае

Для построения диаграммы рассеяния бесконечно удаленной точки в необходимо выполнить следующие шаги:

1. Задать координату на оптической оси (обычно ось Oz) исследуемой плоскости, в которой будет строиться диаграмма рассеяния.
2. Найти координаты пересечения преломленных лучей и исследуемой плоскости.
3. Повернуть вычисленные точки пересечения на заданные углы вокруг оси Z. Для поворота точек необходимо умножить их координаты на матрицу поворота:

$$M_z(\alpha) = \begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha & 0 \\ \sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (9)$$

Диаграмма рассеяния бесконечно удаленной точки изображена на рисунке 3.

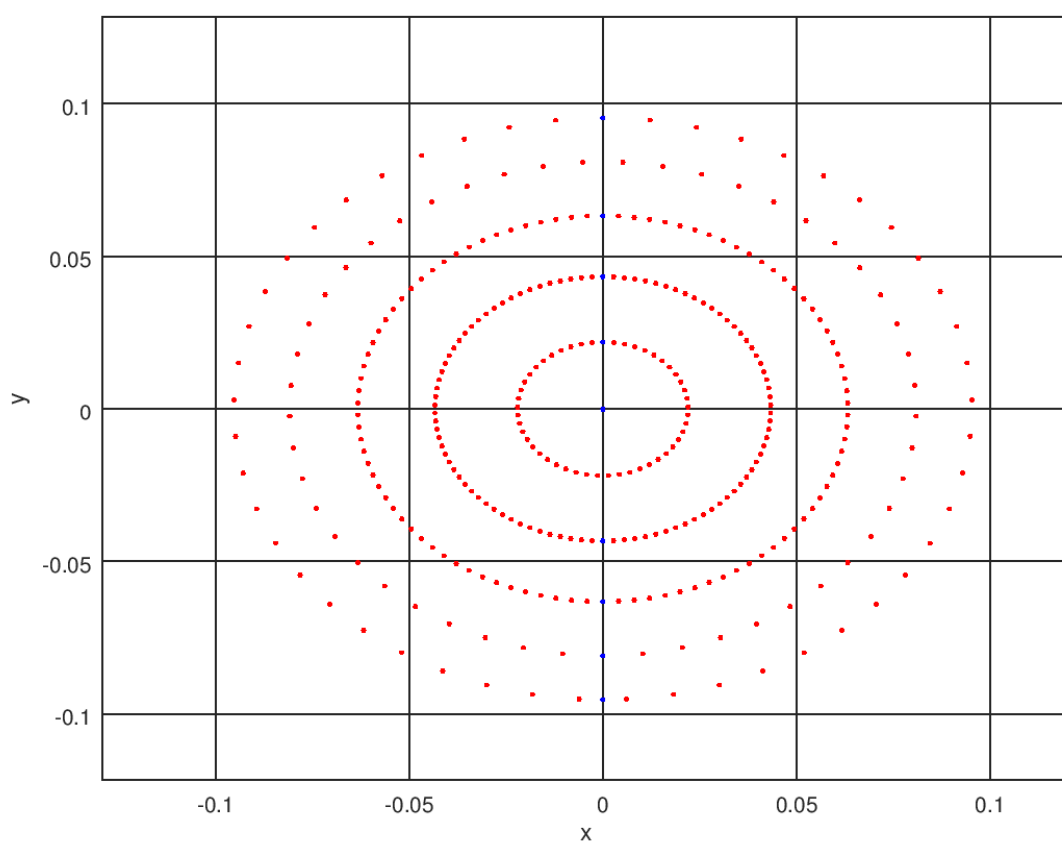


Рисунок 3- Диаграмма рассеяния

Синим цветом обозначены точки пересечения лучей и плоскости, красным- точки, получившиеся в результате вращения

3 Расчет положения фокуса путем минимизации среднеквадратичного отклонения точки положения луча от центра

Для нахождения среднеквадратичного отклонения точки положения луча от центра нужно воспользоваться формулой:

$$sco = \sqrt{\frac{(x_i - x_0)^2 + (y_i - y_0)^2}{n}}, \quad (10)$$

где x_i, y_i -координаты точки, x_0, y_0 -координаты начала новой системы координат.

Проварьировав координату z исследуемой плоскости, находим минимум СКО, рассчитанного по формуле (10). Это и будет положение фокуса линзы.

5 Расчет положения фокуса путем минимизации ско оптического пути и отклонения луча от центра

Оптический путь i -го луча до плоскости j вычисляется по формуле:

$$L_{ij} = \sum_{k=1}^3 l_k n_k, \quad (11)$$

где l_k -длина луча;

n_k - показатель преломления среды.

Тогда среднее значение оптического пути получим:

$$L_{cp} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N L_{ij}, \quad (12)$$

где N -количество лучей.

Используя выше приведенные формулы, запишем новую формулу для вычисления среднеквадратичного отклонения:

$$sco_j = \sum_{i=1}^N \sqrt{\frac{(x_i - x_0)^2 + (y_i - y_0)^2 + (L_{cp} - L_{ij})^2}{2N}}. \quad (13)$$

где x_i, y_i -координаты точки;

x_0, y_0 -координаты начала новой системы координат.

Графический результат нахождения фокуса приведен на рисунке 4:

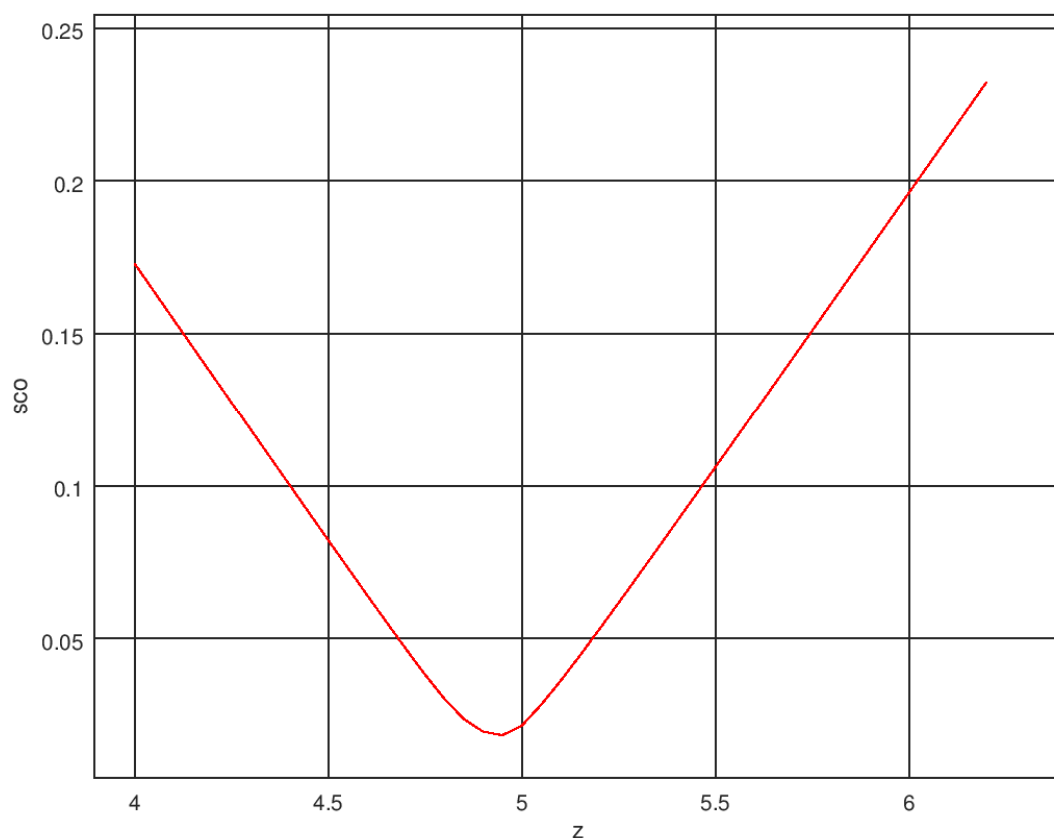


Рисунок 4 – Пример график зависимости СКО

Минимальное значение СКО находится в точке с координатой 4,95, значит можно сказать, что эта точка является фокусом линзы.

5. Расчет положения фокуса путем минимизации СКО оптического пути луча от среднего значения

Полный оптический путь i -го луча вычисляется по формуле:

$$L_i = n_1 l_1^i + l_2^i n_2 + l_3^i n_3 \quad (14)$$

где l_1^i, l_2^i, l_3^i - длины отрезков лучей i -го луча до линзы, в линзе и после линзы соответственно; n_1, n_2, n_3 - показатели преломления сред до линзы, в линзе и после линзы соответственно.

Пусть все лучи выходят из плоскости, перпендикулярной оптической оси, расположенной перед линзой. Пусть все лучи проходят некоторое фиксированное значение оптического пути $L_i = h_j$. Найдём точки на лучах, до которых каждый луч прошел оптический путь h_j . Из (14) следует, что

$$l_3^{i,j} n_3 = h_j - l_1^i n_1 - l_2^i n_2,$$

следовательно

$$l_3^{i,j} = \frac{h_j - l_1^i n_1 - l_2^i n_2}{n_3}. \quad (15)$$

Длины отрезков l_1^i, l_2^i определяются исходя из геометрии схемы. Вычислив по формуле (15) l_3^i , можно найти координаты точки луча $\vec{r}_{3,i}(h_j)$, до которой i -й луч проходит оптический путь h_j :

$$\vec{r}_{3,i}(h_j) = \vec{r}_{2,i} + l_3^{i,j} \vec{e}_{3,i}, \quad (16)$$

где $\vec{r}_{2,i}$ - точка выхода i -го луча из линзы, $\vec{e}_{3,i}$ - направляющий вектор третьего участка луча, вышедшего из линзы.

Таким образом, мы получили рой точек $\vec{r}_{3,i}(h_j)$, который в случае идеальной оптической системы должен сойтись в одну точку для некоторого значения оптического пути h_j . Однако на практике схождения не происходит. С распространением лучей точки сближаются друг с другом, затем начинают удаляться друг от друга. Определим понятие фокуса, как

точку максимального сближения точек лучей, прошедших одинаковый оптический путь.

Определим центр тяжести роя точек с помощью следующей формулы:

$$\vec{r}_0(h_j) = \frac{\sum_{i=1}^N \vec{r}_{3,i}(h_j)}{N} \quad (17)$$

Для данного критерия значение среднеквадратичного отклонения будем вычислять по формуле:

$$sco_j(h_j) = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (\vec{r}_0(h_j) - \vec{r}_{3,i}(h_j))^2}{N}}, \quad (18)$$

Минимизируем sco_j , находим значение h_j^{\min} и определяем точку фокуса по формуле:

$$\vec{r}_0(h_j^{\min}) = \frac{\sum_{i=1}^N \vec{r}_{3,i}(h_j^{\min})}{N}. \quad (19)$$

График зависимости $sco_j(h_j)$ будет аналогичен показанному на рисунке 4.

5 Задание. Поиск оптимального значения параметров кривизны поверхности линзы

Для нахождения оптимальных значений параметров необходимо задать ограничивающие условия. В настоящей лабораторной работе предлагается реализовать поиск фокусного расстояния линзы с заданными геометрическими параметрами и поиск геометрических параметров линзы с заданным фокусным расстоянием.

Пусть оптическая ось линзы совпадает с осью линзы. Рассматриваем трехмерный радиально симметричный случай, то есть имеется 2 координаты: r и z .

Для примера рассмотреть следующие радиусы кривизн эллиптических поверхностей линзы: $a_1 = 0,8; b_1 = 3; a_2 = 1; b_2 = 3$. Пусть центры эллиптических поверхностей лежат на расстоянии 0,5.

1. Обеспечить интерфейс ввода эллиптических радиусов линзы.
2. Найти положение фокуса, используя три перечисленных критерия.
3. Пусть фокусное расстояние вводится с интерфейса пользователя.
Применить метод перебора для нахождения оптимальных параметров линзы.
4. Создать метод графического отображения хода лучей через линзу ().
- 5*. Не обязательно. На автомат. Реализовать вышеперечисленные случаи в общем трехмерном случае без радиальной симметрии с отображением.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

- 1 Дубовик, А.С. Прикладная оптика [Текст] / М.И. Апенко, Г.В. Дурейко, А.М. Жилкин. – М.: Недра, 1982. – 612 с.
- 2 Трассировка лучей в играх [Электронный ресурс] // Блог компании Bytex. [Сайт]. [2018] – URL: <https://bytextest.ru/2018/05/17/chto-takoe-trassirovka-luchej-v-igrah/> (дата обращения 11.07.2018).

3 Трассировка лучей [Электронный ресурс] // Википедия: свободная энцикл. – Электрон. дан. – URL: https://ru.wikipedia.org/wiki/Трассировка_лучей (дата обращения 11.07.2018).

4 Брундасов, С.М. Компьютерная графика [Текст]: учебник для вузов / А.Г. Подвесовский. – Брянск: БГТУ, 2004. – 241 с.

5 Борн, М. Основы оптики [Текст] / Э. Вольф. – М.: Наука, 1973. – 720 с.

6 Дьяконов, В.П. MATLAB. Полный самоучитель [Текст] / В.В. Абраменкова. – М.: ДМК Пресс, 2012. – 768 с.

7 Паасонен, В.И. Инструмент научных исследований MATLAB [Текст]: учеб. пособие. – Новосибирск: Новосиб. ун-т., 2000. – 61 с.