TP MPI N°3 : Tri parallèle – Communication locale et collective

Un calcul parallèle est souvent composé d'un certain nombre d'étapes et un échange de données entre les processus est généralement nécessaire au début et/ou à la fin de chaque étape. Cette pratique sera exercée à travers l'algorithme parallèle « tri à bulle – pair/impair ».

1. Tri à bulle séquentiel

Le tri à bulles est un algorithme de tri d'un tableau qui consiste à faire remonter progressivement les plus petits éléments d'un tableau, comme les bulles d'air qui remontent à la surface d'un liquide.

L'algorithme parcourt le tableau, et compare les couples d'éléments successifs. Lorsque deux éléments successifs ne sont pas dans l'ordre croissant, ils sont échangés. Après chaque parcours complet du tableau, l'algorithme recommence l'opération. Lorsqu'aucun échange n'a lieu pendant un parcours, cela signifie que le tableau est trié. On arrête alors l'algorithme.

```
Procédure Tri_a_bulle(T, n):
Entrées:
    T : tableau de n éléments non trié
    n : taille du tableau
Sortie :
    T : tableau de n éléments trié

for i=n-1 to 1 step -1
    for j=0 to i-1 step 1
        compare-exchange(T[j], T[j+1])
```

2. Tri parallèle pair/impair

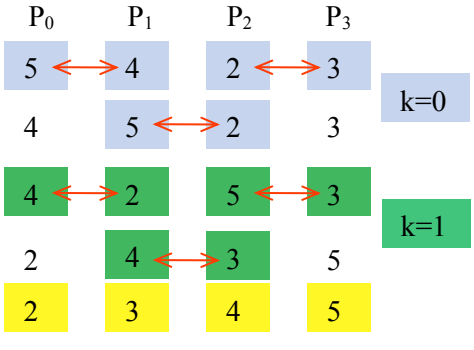
Le tri parallèle pair/impair consiste à réaliser le tri d'un tableau de `n` éléments par `p` processus via un processus semblable au tri à bulles. Pour ce faire, les éléments du tableau sont d'abord distribués aux `p` processus à partir du processus `root`, puis l'algorithme parallèle échange les éléments entre les processus voisins, les trie, fait en sorte que les plus petits éléments remontent vers les processus du rang inférieur. A la fin de cet algorithme, tous les processus remontent ses éléments vers le processus `root` et forme une liste triée.

a. Tri pair/impair d'un tableau de p éléments sur p processus

Nous allons commencer par le cas où `n=p`, i.e. chaque processus a un élément du tableau à trier en mémoire après l'étape de distribution. La partie tri de l'algorithme parallèle est décrit comme suit :

```
Procédure Tri_pair_impair(T, n):
Entrées:
    T : tableau de n éléments non trié
    n : taille du tableau
Sortie :
    T : tableau de n éléments trié

for k=0 to n/2-1 (if n even) step 1
   P_i de i pair compare-exchange avec P_i+1
   P_i de i impair compare-exchange avec P_i+1
```



Une trace de cet algorithme avec n=p=4 est illustré ci-dessus. On remarque qu'une itération de k est composée de 2 phases. Dans la 1ère phase, chaque processus ayant un rang pair communique avec son voisin de rang+1 : ex. P_0 communique avec P_1 et P_2 communique avec P_3 ; dans la 2ème phase, chaque processus ayant un rang impair communique avec son voisin de rang+1 : ex. P_1 communique avec P_2. A la fin des `n/2-1` itérations, le plus petit élément du tableau se trouve dans le processus P_0, le 2ème plus petit élément est dans le P_1, …, et le plus grand élément est dans P_{p-1}.

Implémenter l'algorithme précédent, tester et valider votre programme.

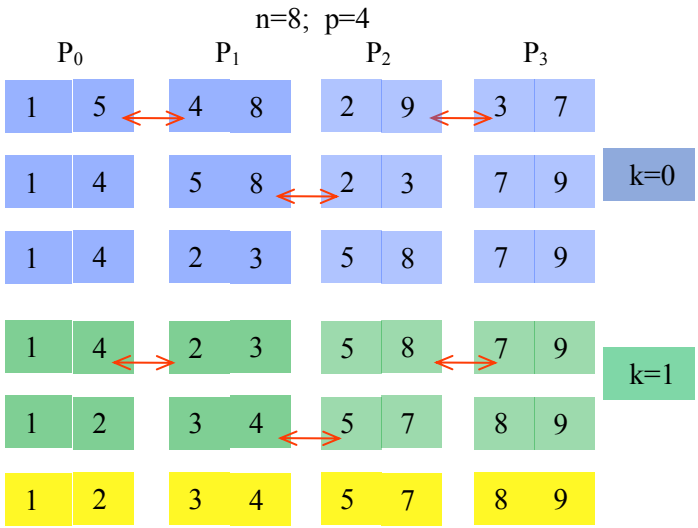
Attention : la numérotation de tableau et de processus a été adaptée pour C et MPI, et commence à partir de 0.

*b. Tri pair/impair d'un tableau de n éléments p processus, avec n = m*p*

Dans le cas où `n=m*p`, chaque processus a `m` éléments en mémoire après l'étape de distribution. La partie tri de l'algorithme parallèle pair/impair est le suivant :

```
Procédure Tri_pair_impair:
Entrée : une liste d'éléments non triés
         Le nombre du processes
Sortie : une liste d'éléments tries

chaque processus trie ses éléments
for k=0 to p/2-1 step 1
   P_i de i pair travaille avec P_i+1 :
      - échange de leur sous-listes
      - tri-fusion des 2 sous-listes
      - P_i garde la 1ère moitié de la liste
      - P_i+1 garde la 2ème moitié de la liste
   P_i, de i impair travaille avec P_i+1
      échange de leur sous-listes
      - tri-fusion des 2 sous-listes
      - P_i garde la 1ère moitié de la liste
      - P_i+1 garde la 2ème moitié de la liste
```



On demande de programmer cet algorithme en C/MPI. Tester et valider votre programme avec plusieurs jeux de tests générés de manière aléatoire et en faisant varier les valeurs de `n` et de `p`.