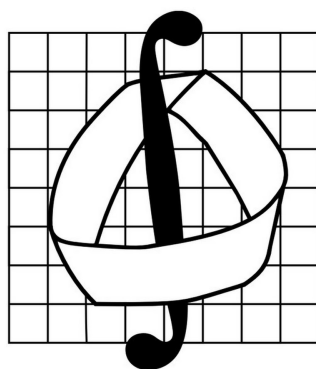


ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ М.В.  
ЛОМОНОСОВА

МЕХАНИКО - МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ  
КАФЕДРА ПРИКЛАДНОЙ МЕХАНИКИ И УПРАВЛЕНИЯ



## Домашняя работа

Инерциальные навигационные системы

Выполнил: студент группы М – 1  
Романов Андрей Владимирович

Преподаватель: д.ф.-м.н.,  
Голован Андрей Андреевич

Москва, 2022

# Содержание

1	Задача 1	3
2	Задача 2	4

# 1    Задача 1

## **Задание:**

Введем «замороженный» относительно инерциального пространства трехгранник  $M_0x_0^0$ , совпадающий с географическим трехгранником  $M_0x^0$  БИНС в начальный момент времени  $t_0$ . Выведите динамические уравнения движения в абсолютных пере

## **Решение:**

## 2 Задача 2

### Задание:

Пусть баровысотомер доставляет точную информацию о текущей высоте. Выведите уравнения ошибок демпфируемого вертикального канала. Подберите подходящие коэффициенты демпфирования.

### Решение:

Модельные уравнения демпфируемого вертикального канала

$$\begin{aligned}\dot{h}' &= V_3' - \underline{K_{v_1} (h' - h^b)}, \\ \dot{V}_3' &= (\Omega_2' + 2u_2')V_1' - (\Omega_1' + 2u_1')V_2' - g' + f_3' - \underline{K_{v_2} (h' - h^b) - \Delta \tilde{f}_3^0}, \\ \Delta \tilde{f}_3^0 &= \underline{K_{v_3} (h' - h^b)}.\end{aligned}$$

Пусть доступно измерение баровысотомера

$$h^b = h + \Delta h^b,$$

так как по условию задачи баровысотомер доставляет точные показания, то  $h^b = h$

$f_3'$  – показания "вертикального" акселерометра;

$\Delta \tilde{f}_3^0$  – оценка нуля "вертикального" акселерометра;

$K_{v_1}, K_{v_2}, K_{v_3}$  – постоянные коэффициенты алгоритма демпфирования.

$$f_3' = f_3 + \Delta f_3^0 + \Delta f_3^s,$$

где  $f_3$  – истинное значение,  $\Delta f_3^0$  – постоянное смещение нуля ( $(\Delta \dot{f}_3^0 = 0)$ ) "вертикального" акселерометра,  $\Delta f_3^s$  – шумовая составляющая погрешности измерения. Идеальные уравнения вертикального канала

$$\begin{aligned}\dot{h} &= V_3, \\ \dot{V}_3 &= (\Omega_2 + 2u_2)V_1 - (\Omega_1 + 2u_1)V_2 - g + f_3.\end{aligned}$$

Введем

$$\Delta h = h' - h, \quad \Delta V_3 = V_3' - V_3, \quad \delta f_3^0 = \Delta f_3^0 - \Delta \tilde{f}_3^0,$$

где  $\delta f_3^0$  имеет смысл ошибки оценивания смещения нуля вертикального акселерометра.

Вычитаем из модельных уравнений идеальные уравнения, в линейном приближении получим (не учитываем вариацию поправки Этвеша)

$$\begin{aligned}\Delta \dot{h} &= \Delta V_3 - K_{v_1} \Delta h + K_{v_1} \Delta h^b, \\ \Delta \dot{V}_3 &= 2\omega_0^2 \Delta h - K_{v_2} \Delta h + K_{v_2} \Delta h^b + \delta f_3^0 + \Delta f_3^s, \\ \delta \dot{f}_3^0 &= K_{v_3} \Delta h - K_{v_3} \Delta h^b.\end{aligned}$$

Уравнения ошибок примут вид:

$$\underbrace{\begin{pmatrix} \Delta \dot{h} \\ \Delta \dot{V}_3 \\ \delta \dot{f}_3^0 \end{pmatrix}}_x = \underbrace{\begin{pmatrix} -K_{v_1} & 1 & 0 \\ 2\omega_0^2 - K_{v_2} & 0 & 1 \\ K_{v_3} & 0 & 0 \end{pmatrix}}_A \underbrace{\begin{pmatrix} \Delta h \\ \Delta V_3 \\ \delta f_3^0 \end{pmatrix}}_x + \underbrace{\begin{pmatrix} K_{v_1} \Delta h^b \\ K_{v_2} \Delta h^b + \Delta f_3^s \\ -K_{v_3} \Delta h^b \end{pmatrix}}_q.$$

Характеристическое уравнение

$$|\lambda E - A| = 0 \implies \begin{vmatrix} \lambda + K_{v_1} & -1 & 0 \\ -2\omega_0^2 + K_{v_2} & \lambda & -1 \\ -K_{v_3} & 0 & \lambda \end{vmatrix} = 0.$$

Коэффициенты характеристического уравнения зависят от свободных параметров  $K_{v_1}$ ,  $K_{v_2}$ ,  $K_{v_3}$ .

Раскроем определитель и получим  $\lambda^3 + K_{v_1} \lambda^2 + \lambda(-2\omega_0^2 + K_{v_2}) - K_{v_3} = 0$ . Подберем коэффициенты обратной связи таким образом, чтобы характеристическое уравнение имело кратные корни

$$(\lambda - \lambda_0)^3 = 0, \quad \lambda_0 < 0.$$

$$\lambda^3 - 3\lambda^2\lambda_0 + 3\lambda\lambda_0^2 - \lambda_0^3 = 0$$

Приравняем коэффициенты при соответствующих степенях

$$K_{v_1} = -3\lambda_0; -2\omega_0^2 + K_{v_2} = 3\lambda_0^2; K_{v_3} = \lambda_0^3$$

$$K_{v_1} = -3\lambda_0; K_{v_2} = 3\lambda_0^2 + 2\omega_0^2; K_{v_3} = \lambda_0^3$$

Для примера возьмем запас устойчивости  $\lambda_0 = -1$

$\omega_0^2 \simeq 1.543 \cdot 10^{-6}$  – квадрат частоты Шулера.

$$K_{v_1} = 3; K_{v_2} = 3 + 2\omega_0^2 = 3.000003; K_{v_3} = -1$$

**Ответ:**  $K_{v_1} = 3; K_{v_2} = 3.000003; K_{v_3} = -1.$