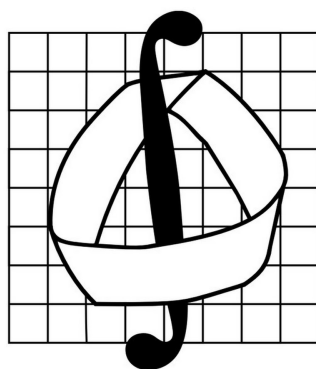


ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ М.В.
ЛОМОНОСОВА

МЕХАНИКО - МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ
КАФЕДРА ПРИКЛАДНОЙ МЕХАНИКИ И УПРАВЛЕНИЯ



Домашняя работа №3

Инерциальные навигационные системы

Выполнил: студент группы М – 1
Романов Андрей Владимирович

Преподаватель: д.ф.-м.н.,
Голован Андрей Андреевич

Москва, 2022

Содержание

1	Задача 1	3
---	----------	---

1 Задача 1

Задание:

Штатная ориентация приборного трехгранника Ms БИНС при установке на полу объекта такова:

- ось Mx направлена по правому крылу;
- My - продольная ось;
- ось Mz - направлена вверх.

Исходный файл - IMU_4_8.txt , содержит колонки:

- t - время [сек], шкала времени - 400 гц;
- Ax, Ay, Az - показания акселерометров $[m/s^2]$;
- Wx, Wy, Wz - показания ДУС $[rad/s]$.

Корпус БИНС может быть перевернут! Поэтому для решения задачи выставки потребуется перенумерация осей и смена знака так, что оставался правый приборный трехгранник.

Координаты опорной точки:

$$\varphi = 55^\circ : 50' : 30.21'', \quad h = 164.78 [m], \quad g^{ref} = 9.8150996 [m/s^2] .$$

Задание:

- определить интервал неподвижности.
- на этом интервале неподвижности определить акселерометр, ось чувствительности которого направлена вверх или вниз.
- при необходимости перенумеровать оси со сменой знака. Объяснить перенумерацию.
- определить углы курса, крена, тангажа и географической широты.
- представить графики накапливающихся математических ожиданий и СКО для каждого показания акселерометров и ДУС.
- оценить значения северного и вертикального дрейфов ДУС.

Решение:

Графики исходных данных

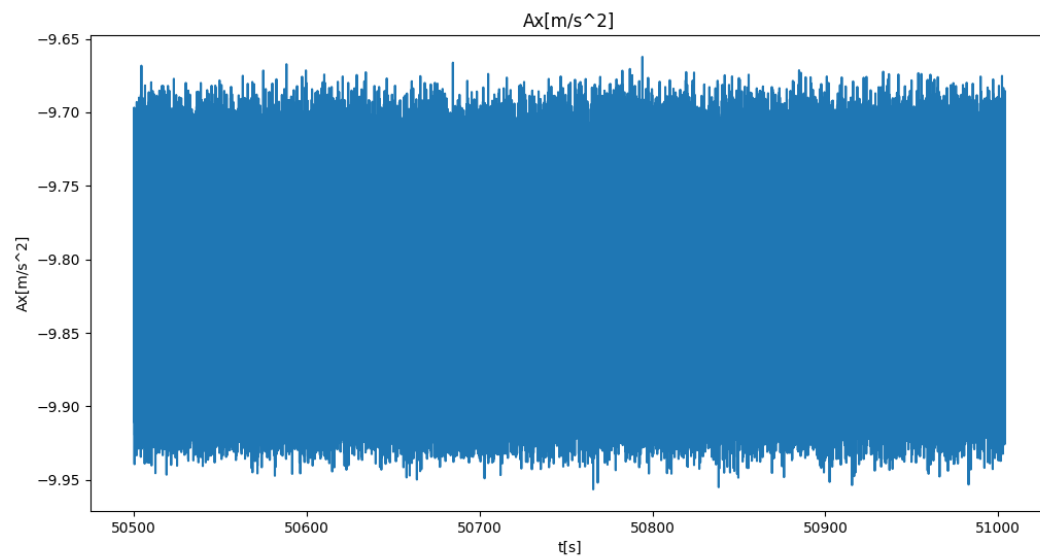


Рис. 1: Показания $A_x(m/s^2)$

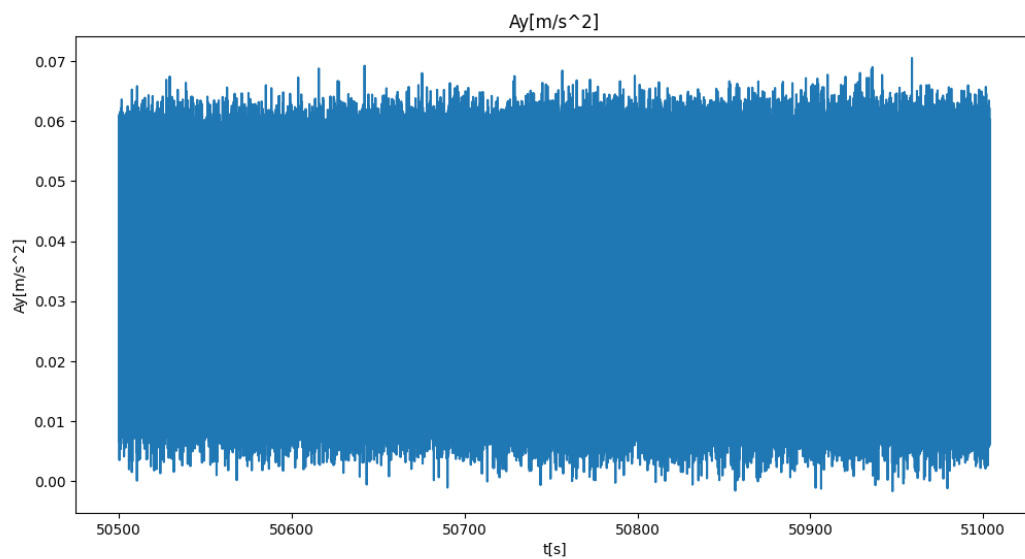


Рис. 2: Показания $A_y(m/s^2)$

Из графиков на рисунках (1)-(6) видно, что нет выбросов в данных, поэтому все время наблюдения это интервал неподвижности. Первый акселерометр A_x перевернут относительно стандартной ориентации. Для того,

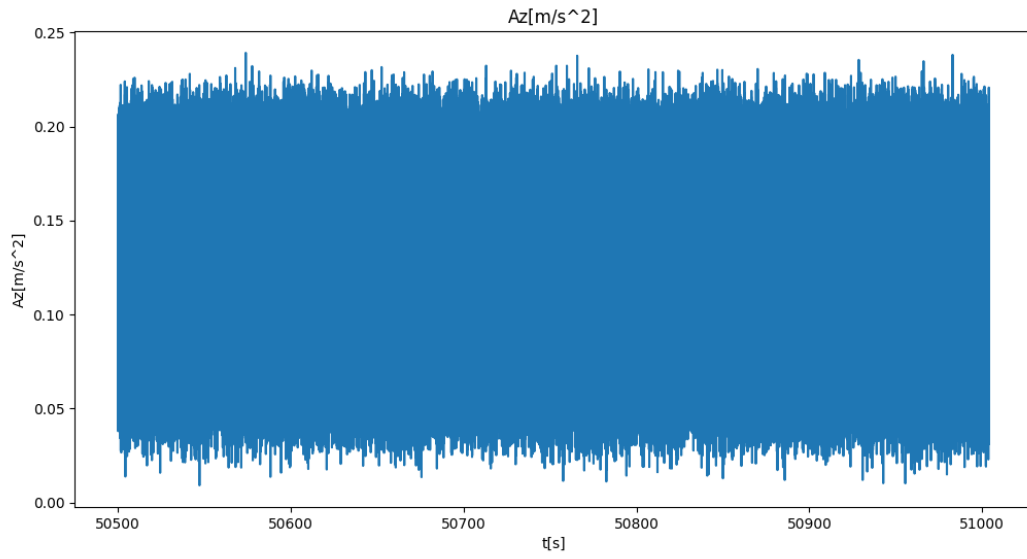


Рис. 3: Показания $Az(m/s^2)$

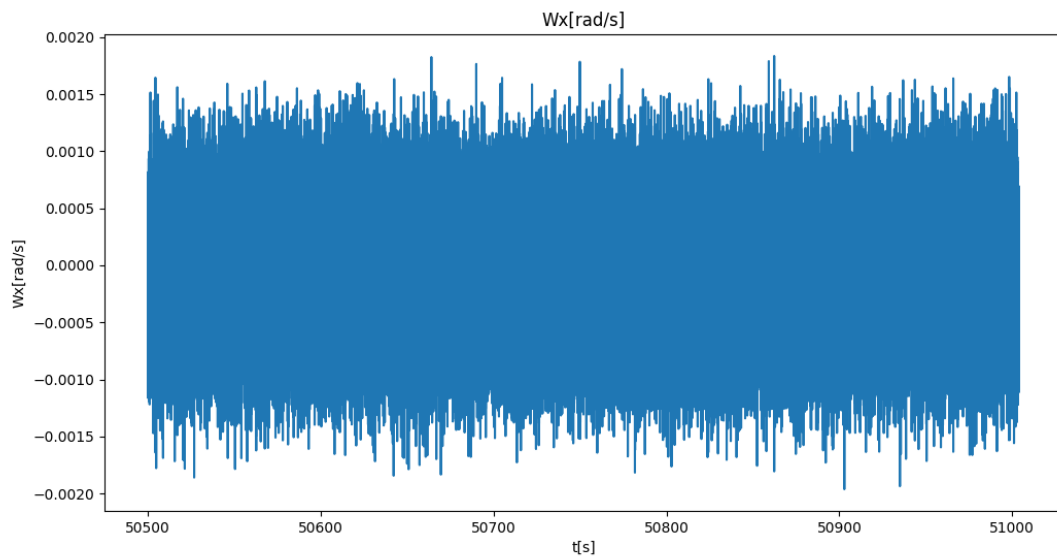


Рис. 4: Показания $Wx(rad/s)$

чтобы получить измерения в стандартной ориентации перенумеруем оси

$$\begin{cases} A_1 = -A_2, \\ A_2 = A_3, \\ A_3 = -A_1. \end{cases} \quad (1)$$

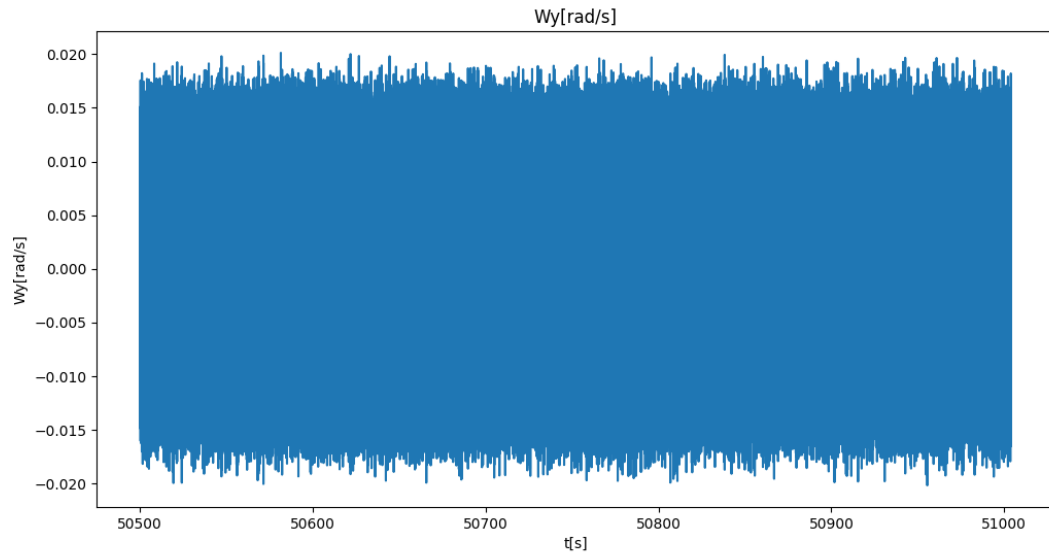


Рис. 5: Показания $Wy(rad/s)$

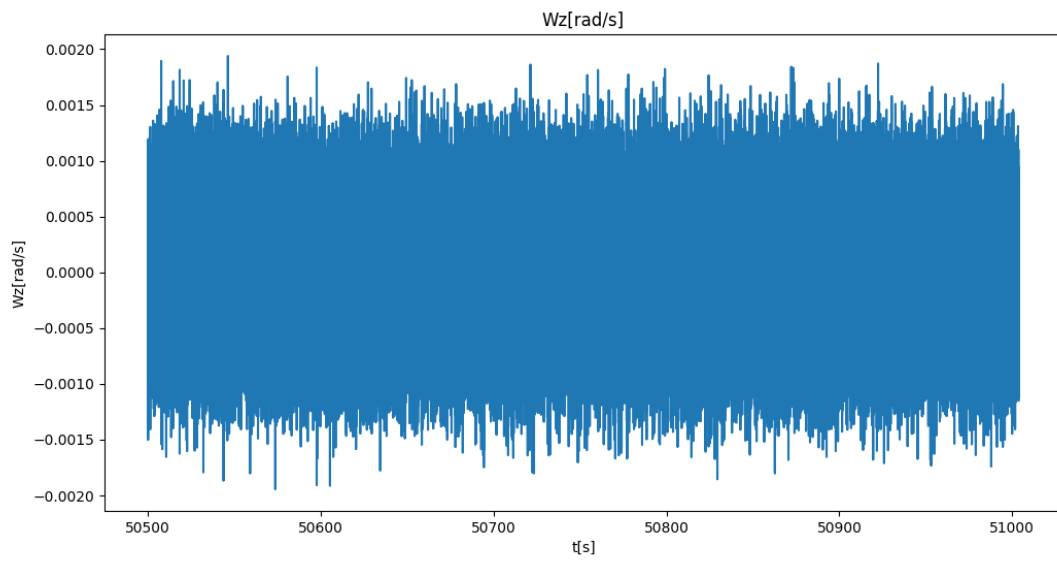


Рис. 6: Показания $Wz(rad/s)$

$$\begin{cases} W_1 = -W_2, \\ W_2 = W_3, \\ W_3 = -W_1. \end{cases} \quad (2)$$

В географических осях вектор нормальной удельной силы тяжести:

$$g_{x^0} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -g \end{pmatrix}$$

Матрица перехода от географического трехгранника к приборному

$$A_{sx^0} = \begin{pmatrix} \cos \psi \cos \gamma + \sin \psi \sin \vartheta \sin \gamma & -\sin \psi \cos \gamma + \cos \psi \sin \vartheta \sin \gamma & -\cos \vartheta \sin \gamma \\ \sin \psi \cos \vartheta & \cos \psi \cos \vartheta & \sin \vartheta \\ \cos \psi \sin \gamma - \sin \psi \sin \vartheta \cos \gamma & -\sin \psi \sin \gamma - \cos \psi \sin \vartheta \cos \gamma & \cos \vartheta \cos \gamma \end{pmatrix}$$

Сила тяжести в Ms равна

$$g_s = g \begin{pmatrix} \cos \vartheta \sin \gamma \\ -\sin \vartheta \\ -\cos \vartheta \cos \gamma \end{pmatrix}$$

оценку показаний акселерометров найдем как среднее арифметическое всех показаний

$$\tilde{f} = \frac{\sum_{k=1}^N f'(k)}{N} = \begin{pmatrix} -0.033938193479 \\ 0.123968901066 \\ 9.814114996043 \end{pmatrix}, \quad \tilde{f} = \begin{pmatrix} \tilde{f}_1 \\ \tilde{f}_2 \\ \tilde{f}_3 \end{pmatrix} = g \begin{pmatrix} -\cos \vartheta \sin \gamma \\ \sin \vartheta \\ \cos \vartheta \cos \gamma \end{pmatrix}$$

Теперь можем вычислить углы крена и тангажа

$$\tilde{\vartheta} = \text{atan} 2 \left(\tilde{f}_2, \sqrt{\tilde{f}_1^2 + \tilde{f}_3^2} \right) = 0.012630947075 = 0^\circ 43' 25.32''$$

$$\tilde{\gamma} = -\text{atan} 2 \left(\tilde{f}_1, \tilde{f}_3 \right) = 0.003458086461 = 0^\circ 11' 53.28''$$

Далее рассмотрим трёхгранник x определённый как:

$$Mx^0 \xrightarrow[3]{-\psi} Mx \xrightarrow[1]{\vartheta} \xrightarrow[2]{\gamma} Ms$$

$$\begin{aligned}
A_{xs} &= A_{xs}^{(1)}(-\vartheta)A_{xs}^{(2)}(-\gamma) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(-\vartheta) & \sin(-\vartheta) \\ 0 & -\sin(-\vartheta) & \cos(-\vartheta) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos(-\gamma) & 0 & -\sin(-\gamma) \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin(-\gamma) & 0 & \cos(-\gamma) \end{pmatrix} = \\
&= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \vartheta & -\sin \vartheta \\ 0 & \sin \vartheta & \cos \vartheta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \gamma & 0 & \sin \gamma \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \gamma & 0 & \cos \gamma \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \gamma & 0 & \sin \gamma \\ \sin \vartheta \sin \gamma & \cos \gamma & -\sin \vartheta \cos \gamma \\ -\cos \vartheta \sin \gamma & \sin \vartheta & \cos \vartheta \cos \gamma \end{pmatrix}
\end{aligned}$$

$$A_{xs} = \begin{pmatrix} 0.9999940208 & 0.0000000000 & 0.0034580796 \\ 0.0000436777 & 0.9999940208 & -0.0126305357 \\ -0.0034578037 & 0.0126306112 & 0.9999142520 \end{pmatrix}$$

$$\tilde{\omega} = \frac{\sum_{k=1}^N \omega'(k)}{N}, \quad \tilde{\omega}_x = A_{xs}(\tilde{\vartheta}, \tilde{\gamma})\tilde{\omega} = A_{xs}(\tilde{\vartheta}, \tilde{\gamma}) \begin{pmatrix} \tilde{\omega}_1 \\ \tilde{\omega}_2 \\ \tilde{\omega}_3 \end{pmatrix}$$

$$\tilde{\omega}_x = \begin{pmatrix} 0.0000394278 \\ 0.0000109639 \\ 0.0000603351 \end{pmatrix}$$

Угловая скорость Земли в географических осях:

$$u_{x^0} = \begin{pmatrix} 0 \\ u \cos \varphi \\ u \sin \varphi \end{pmatrix}$$

$$A_{xx_0} = \begin{pmatrix} \cos(-\psi) & \sin(-\psi) & 0 \\ -\sin(-\psi) & \cos(-\psi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \psi & -\sin \psi & 0 \\ \sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

в осях Mx :

$$u_x = A_{xx_0}(\varphi, \psi)u_{x^0} = \begin{pmatrix} -u \cos \varphi \sin \psi \\ u \cos \varphi \cos \psi \\ u \sin \varphi \end{pmatrix}$$

Приравняем угловую скорость земли и усреднённые показатели ДУС в трёхграннике Mx , получим $\tilde{\varphi}$ и $\tilde{\psi}$:

$$\tilde{\varphi} = \operatorname{atan} 2 \left(\tilde{\omega}_3, \sqrt{\tilde{\omega}_1^2 + \tilde{\omega}_2^2} \right) = 0.974800431338 = 55^\circ : 51' : 7.022'',$$

$$\tilde{\psi} = -\arctan 2(\tilde{\omega}_1, \tilde{\omega}_2) = -1.299573206866 = -74^\circ : 27' : 36.216''$$

Теперь построим графики среднего значения и квадрата СКО с небольшим отступом от начального времени в соответствии с формулами :

$$\begin{aligned}\tilde{\mu}_{n+1} &= \frac{n\tilde{\mu}_n + x_{n+1}}{n+1}, \quad \tilde{\mu}_1 = x_1, \\ \tilde{\sigma}_{n+1}^2 &= \left(1 - \frac{1}{n}\right) \tilde{\sigma}_n^2 + \left(\frac{x_{n+1} - \tilde{\mu}_{n+1}}{n}\right)^2, \quad \tilde{\sigma}_1^2 = 0,\end{aligned}$$

Как видно из Рис.8-11 качество входных измерений достаточно хорошее: присутствующие шумы ведут себя очень похоже на математический белый шум, за счёт этого средние значения показания акселерометров и ДУС быстро стабилизируются. Также можно сделать вывод, что для решения задачи выставки нам бы хватило и например одной пятой интервала измерений.

Осталась оценить значения северного ($\tilde{\nu}_N$) и вертикального дрейфа ($\tilde{\nu}_{UP}$) ДУС как:

$$\begin{pmatrix} 0 \\ \tilde{\nu}_N \\ \tilde{\nu}_{UP} \end{pmatrix} = \omega_{x^0} - \tilde{\omega}_{x^0} = \omega_{x^0} - A_{x^0s}(\tilde{\psi}, \tilde{\vartheta}, \tilde{\gamma})\tilde{\omega}$$

где ω_{x^0} определяется из формулы (11), а матрица ориентации географического трёхгранника относительно приборного:

$$A_{x^0s} = \begin{pmatrix} \cos \psi \cos \gamma + \sin \psi \sin \vartheta \sin \gamma & \sin \psi \cos \vartheta & \cos \psi \sin \gamma - \sin \psi \sin \vartheta \cos \gamma \\ -\sin \psi \cos \gamma + \cos \psi \sin \vartheta \sin \gamma & \cos \psi \cos \vartheta & -\sin \psi \sin \gamma - \cos \psi \sin \vartheta \cos \gamma \\ -\cos \vartheta \sin \gamma & \sin \vartheta & \cos \vartheta \cos \gamma \end{pmatrix}$$

Промежуточно вычислим:

$$\tilde{\omega}_{x^0} = A_{x^0s}(\tilde{\psi}, \tilde{\vartheta}, \tilde{\gamma})\tilde{\omega}_s = \begin{pmatrix} 0 \\ 0.0000409236 \\ 0.0000603351 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ \tilde{u}_N \\ \tilde{u}_{UP} \end{pmatrix}$$

$$\tilde{\nu}_N = u \cos \tilde{\varphi} - \tilde{u}_N = 0.000000009507 = 0^\circ : 0' : 0.00196096'' \left(\frac{1}{\text{час}} \right)$$

$$\tilde{\nu}_{UP} = u \sin \tilde{\varphi} - \tilde{u}_{UP} = 0.000000013675 = 0^\circ : 0' : 0.00282067'' \left(\frac{1}{\text{час}} \right)$$

.

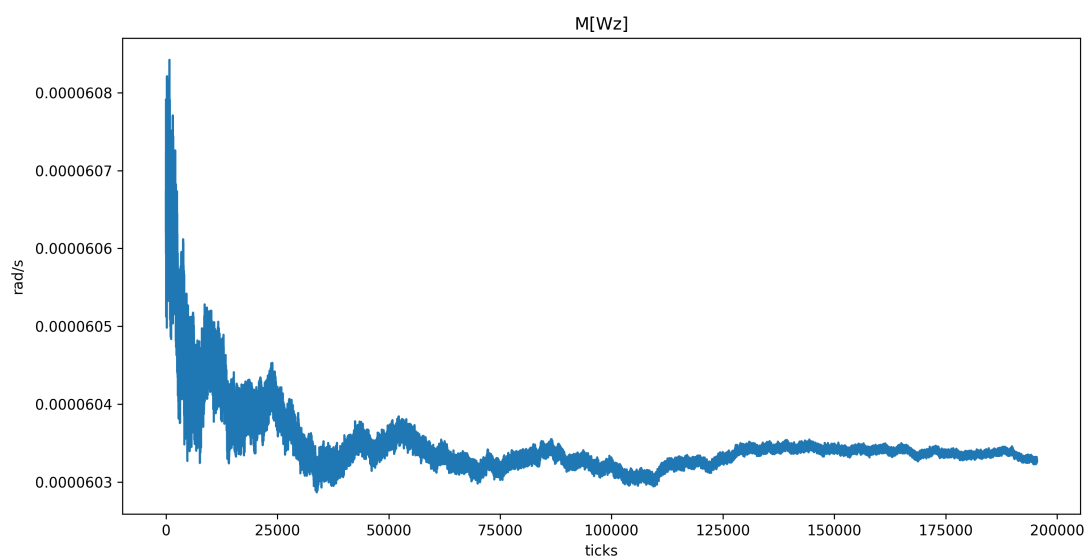
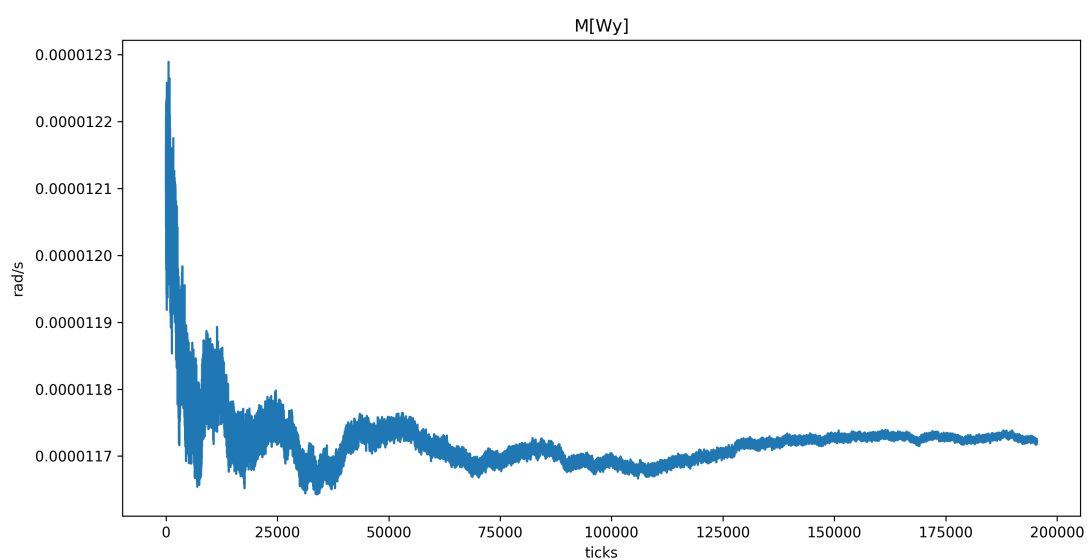
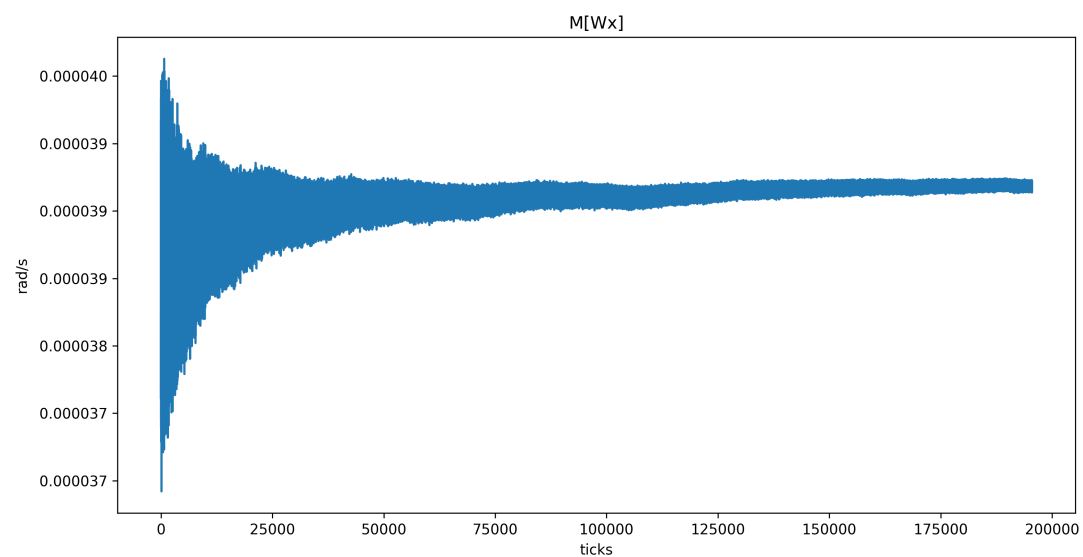


Рис. 7: Γ^1 График \tilde{f}

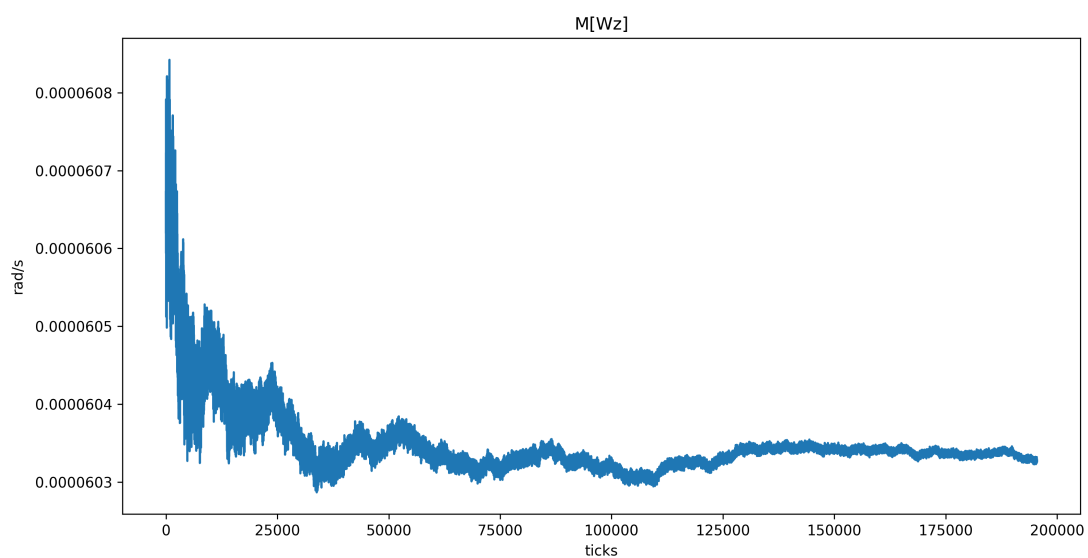
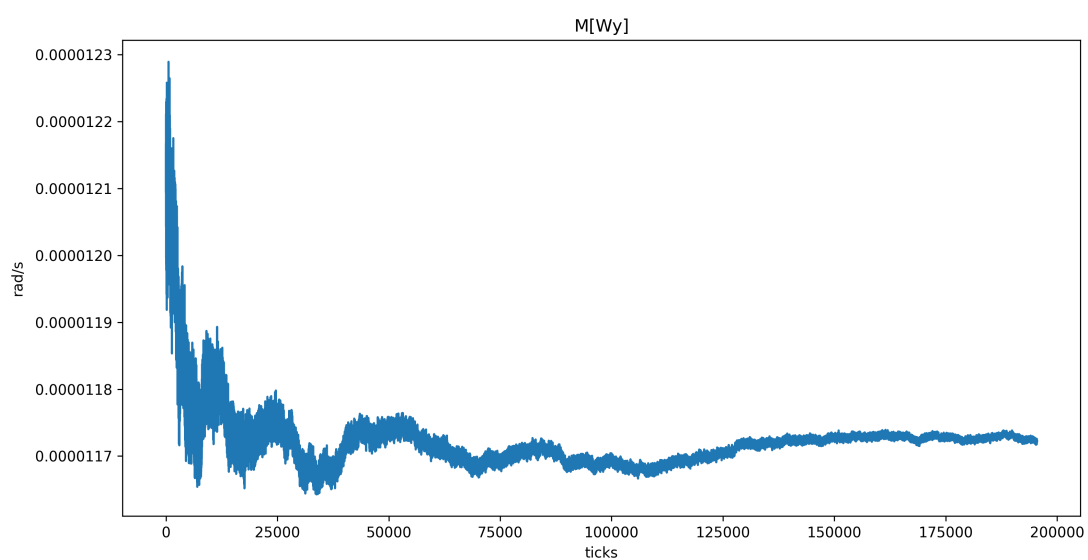
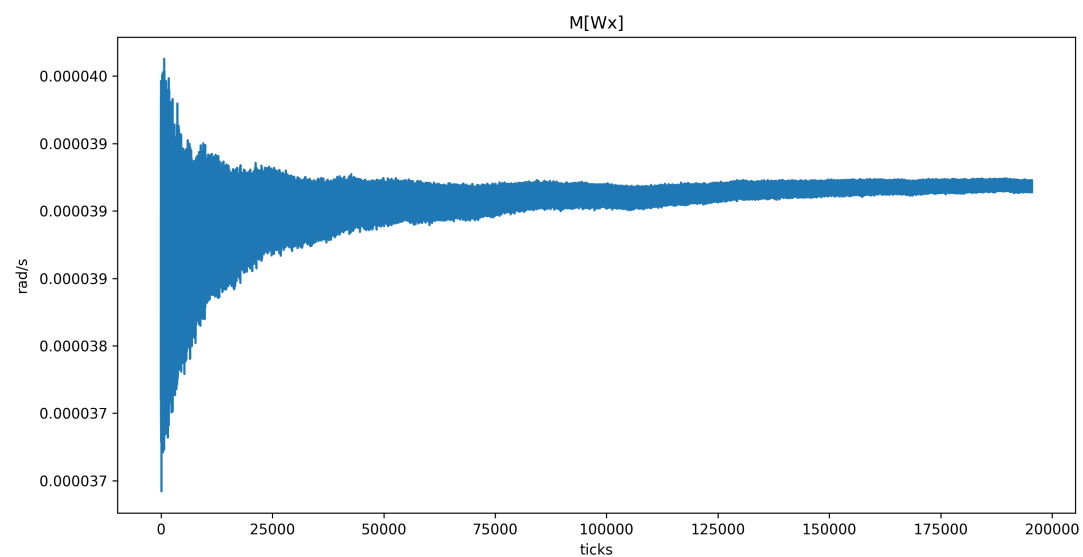


Рис. 8: Γ график \tilde{w}