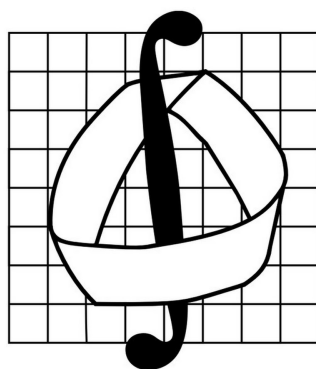


ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ М.В.  
ЛОМОНОСОВА

МЕХАНИКО - МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ  
КАФЕДРА ПРИКЛАДНОЙ МЕХАНИКИ И УПРАВЛЕНИЯ



## Домашняя работа №3

Инерциальные навигационные системы

Выполнил: студент группы М – 1  
Романов Андрей Владимирович

Преподаватель: д.ф.-м.н.,  
Голован Андрей Андреевич

Москва, 2022

# Содержание

1	Задача 1	3
2	Приложение 1	7

# 1 Задача 1

## Задание:

Штатная ориентация приборного трехгранника  $Ms$  БИНС при установке на полу объекта такова:

- ось  $Mx$  направлена по правому крылу;
- $My$  - продольная ось;
- ось  $Mz$  - направлена вверх.

Исходный файл - IMU\_4\_8.txt , содержит колонки:

- $t$  - время [сек], шкала времени - 400 гц;
- $Ax, Ay, Az$  - показания акселерометров  $[m/s^2]$ ;
- $Wx, Wy, Wz$  - показания ДУС  $[rad/s]$ .

Корпус БИНС может быть перевернут! Поэтому для решения задачи выставки потребуется перенумерация осей и смена знака так, что оставался правый приборный трехгранник.

Координаты опорной точки:

$$\varphi = 55^\circ : 50' : 30.21'', \quad h = 164.78 [m], \quad g^{ref} = 9.8150996 [m/s^2] .$$

## Задание:

- определить интервал неподвижности.
- на этом интервале неподвижности определить акселерометр, ось чувствительности которого направлена вверх или вниз.
- при необходимости перенумеровать оси со сменой знака. Объяснить перенумерацию.
- определить углы курса, крена, тангажа и географической широты.
- представить графики накапливающихся математических ожиданий и СКО для каждого показания акселерометров и ДУС.
- оценить значения северного и вертикального дрейфов ДУС.

### Решение:

Из графиков на рисунках (2)-(7) видно, что нет выбросов в данных, поэтому все время наблюдения это интервал неподвижности. Первый акселерометр  $Ax$  коллинеарен вертикальной оси, но перевернут относительно стандартной ориентации. Для того, чтобы получить измерения в стандартной ориентации перенумеруем оси

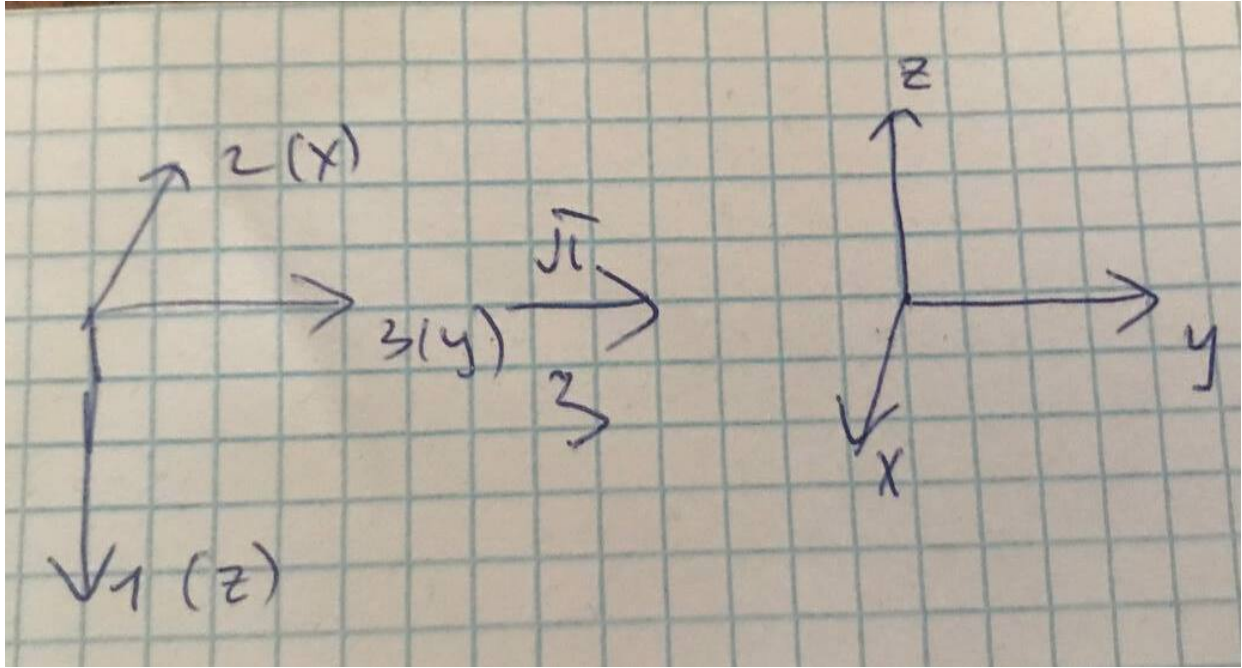


Рис. 1: Перенумерация осей

$$\begin{cases} A_1 = -A_2, \\ A_2 = A_3, \\ A_3 = -A_1. \end{cases} \quad (1)$$

$$\begin{cases} W_1 = -W_2, \\ W_2 = W_3, \\ W_3 = -W_1. \end{cases} \quad (2)$$

В географических осях вектор нормальной удельной силы тяжести:

$$g_{x^0} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -g \end{pmatrix}$$

Сила тяжести в  $Ms$  равна

$$g_s = g \begin{pmatrix} \cos \vartheta \sin \gamma \\ -\sin \vartheta \\ -\cos \vartheta \cos \gamma \end{pmatrix}$$

оценку показаний акселерометров найдем как среднее арифметическое всех показаний

$$\tilde{f} = \frac{\sum_{k=1}^N f'(k)}{N} = \begin{pmatrix} -0.033938193479 \\ 0.123968901066 \\ 9.814114996043 \end{pmatrix}, \quad \tilde{f} = \begin{pmatrix} \tilde{f}_1 \\ \tilde{f}_2 \\ \tilde{f}_3 \end{pmatrix} = g \begin{pmatrix} -\cos \vartheta \sin \gamma \\ \sin \vartheta \\ \cos \vartheta \cos \gamma \end{pmatrix}$$

Теперь можем вычислить углы крена и тангажа

$$\tilde{\vartheta} = \text{atan2} \left( \tilde{f}_2, \sqrt{\tilde{f}_1^2 + \tilde{f}_3^2} \right) = 0.012630947075 = 0^\circ 43' 25.32''$$

$$\tilde{\gamma} = -\text{atan2} \left( \tilde{f}_1, \tilde{f}_3 \right) = 0.003458086461 = 0^\circ 11' 53.28''$$

Далее рассмотрим трёхгранник  $Mx$  определённый как:

$$Mx^0 \xrightarrow[3]{-\psi} Mx \xrightarrow[1]{\vartheta} \xrightarrow[2]{\gamma} Ms$$

$$\begin{aligned} A_{xs} &= A_{xs}^{(1)}(-\vartheta) A_{xs}^{(2)}(-\gamma) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(-\vartheta) & \sin(-\vartheta) \\ 0 & -\sin(-\vartheta) & \cos(-\vartheta) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos(-\gamma) & 0 & -\sin(-\gamma) \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin(-\gamma) & 0 & \cos(-\gamma) \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \vartheta & -\sin \vartheta \\ 0 & \sin \vartheta & \cos \vartheta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \gamma & 0 & \sin \gamma \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \gamma & 0 & \cos \gamma \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \gamma & 0 & \sin \gamma \\ \sin \vartheta \sin \gamma & \cos \gamma & -\sin \vartheta \cos \gamma \\ -\cos \vartheta \sin \gamma & \sin \vartheta & \cos \vartheta \cos \gamma \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

$$A_{xs} = \begin{pmatrix} 0.9999940208 & 0.0000000000 & 0.0034580796 \\ 0.0000436777 & 0.9999940208 & -0.0126305357 \\ -0.0034578037 & 0.0126306112 & 0.9999142520 \end{pmatrix}$$

$$\tilde{\omega} = \frac{\sum_{k=1}^N \omega'(k)}{N}, \quad \tilde{\omega}_x = A_{xs}(\tilde{\vartheta}, \tilde{\gamma}) \tilde{\omega} = A_{xs}(\tilde{\vartheta}, \tilde{\gamma}) \begin{pmatrix} \tilde{\omega}_1 \\ \tilde{\omega}_2 \\ \tilde{\omega}_3 \end{pmatrix}$$

$$\tilde{\omega}_x = \begin{pmatrix} 0.0000394278 \\ 0.0000109639 \\ 0.0000603351 \end{pmatrix}$$

Угловая скорость Земли в географических осях:

$$u_{x^0} = w_{x^0} = \begin{pmatrix} 0 \\ u \cos \varphi \\ u \sin \varphi \end{pmatrix}$$

$$A_{xx_0} = \begin{pmatrix} \cos(-\psi) & \sin(-\psi) & 0 \\ -\sin(-\psi) & \cos(-\psi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \psi & -\sin \psi & 0 \\ \sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

в осях  $Mx$  :

$$u_x = A_{xx_0}(\varphi, \psi)u_{x^0} = \begin{pmatrix} -u \cos \varphi \sin \psi \\ u \cos \varphi \cos \psi \\ u \sin \varphi \end{pmatrix}$$

Приравняем угловую скорость земли и усреднённые показатели ДУС в трёхграннике  $Mx$ , получим  $\tilde{\varphi}$  и  $\tilde{\psi}$  :

$$\tilde{\varphi} = \text{atan } 2 \left( \tilde{\omega}_3, \sqrt{\tilde{\omega}_1^2 + \tilde{\omega}_2^2} \right) = 0.974800431338 = 55^\circ : 51' : 7.022'',$$

$$\tilde{\psi} = -\text{atan } 2 (\tilde{\omega}_1, \tilde{\omega}_2) = -1.299573206866 = -74^\circ : 27' : 36.216''$$

Теперь построим графики среднего значения и СКО с небольшим отступом от начального времени наблюдения по формулам. См. рисунки (8)-(11):

$$\begin{aligned} \tilde{\mu}_{n+1} &= \frac{n\tilde{\mu}_n + x_{n+1}}{n+1}, \quad \tilde{\mu}_1 = x_1, \\ \tilde{\sigma}_{n+1}^2 &= \left(1 - \frac{1}{n}\right) \tilde{\sigma}_n^2 + \left(\frac{x_{n+1} - \tilde{\mu}_{n+1}}{n}\right)^2, \quad \tilde{\sigma}_1^2 = 0, \end{aligned}$$

Оценим значения северного ( $\tilde{\nu}_N$ ) и вертикального дрейфа ( $\tilde{\nu}_{UP}$ ) ДУС как:

$$\begin{pmatrix} 0 \\ \tilde{\nu}_N \\ \tilde{\nu}_{UP} \end{pmatrix} = \omega_{x^0} - \tilde{\omega}_{x^0} = \omega_{x^0} - A_{x^0s}(\tilde{\psi}, \tilde{\vartheta}, \tilde{\gamma})\tilde{\omega}$$

матрица ориентации географического трёхгранника относительно прибор-

ного:

$$A_{x^0_s} = \begin{pmatrix} \cos \psi \cos \gamma + \sin \psi \sin \vartheta \sin \gamma & \sin \psi \cos \vartheta & \cos \psi \sin \gamma - \sin \psi \sin \vartheta \cos \gamma \\ -\sin \psi \cos \gamma + \cos \psi \sin \vartheta \sin \gamma & \cos \psi \cos \vartheta & -\sin \psi \sin \gamma - \cos \psi \sin \vartheta \cos \gamma \\ -\cos \vartheta \sin \gamma & \sin \vartheta & \cos \vartheta \cos \gamma \end{pmatrix}$$

Вычислим:

$$\tilde{\omega}_{x^0} = A_{x^0_s}(\tilde{\psi}, \tilde{\vartheta}, \tilde{\gamma})\tilde{\omega}_s = \begin{pmatrix} 0 \\ 0.0000409236 \\ 0.0000603351 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ \tilde{u}_N \\ \tilde{u}_{UP} \end{pmatrix}$$

$$\tilde{\nu}_N = u \cos \tilde{\varphi} - \tilde{u}_N = 0.000000009507 = 0^\circ : 0' : 7.059382'' \left( \frac{1}{\text{час}} \right)$$

$$\tilde{\nu}_{UP} = u \sin \tilde{\varphi} - \tilde{u}_{UP} = 0.000000013675 = 0^\circ : 0' : 10.154110'' \left( \frac{1}{\text{час}} \right)$$

## 2 Приложение 1

Графики исходных данных

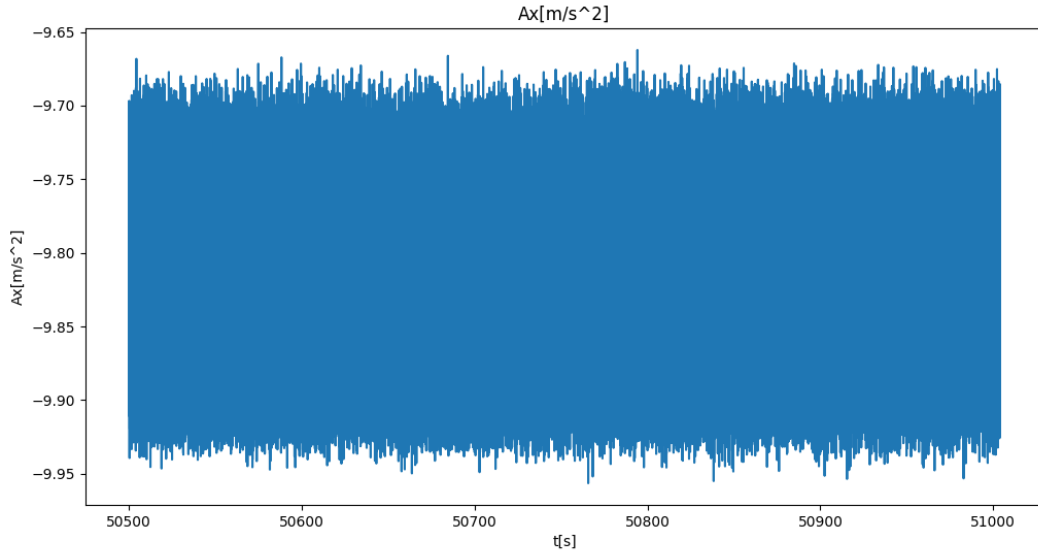


Рис. 2: Показания  $Ax(m/s^2)$

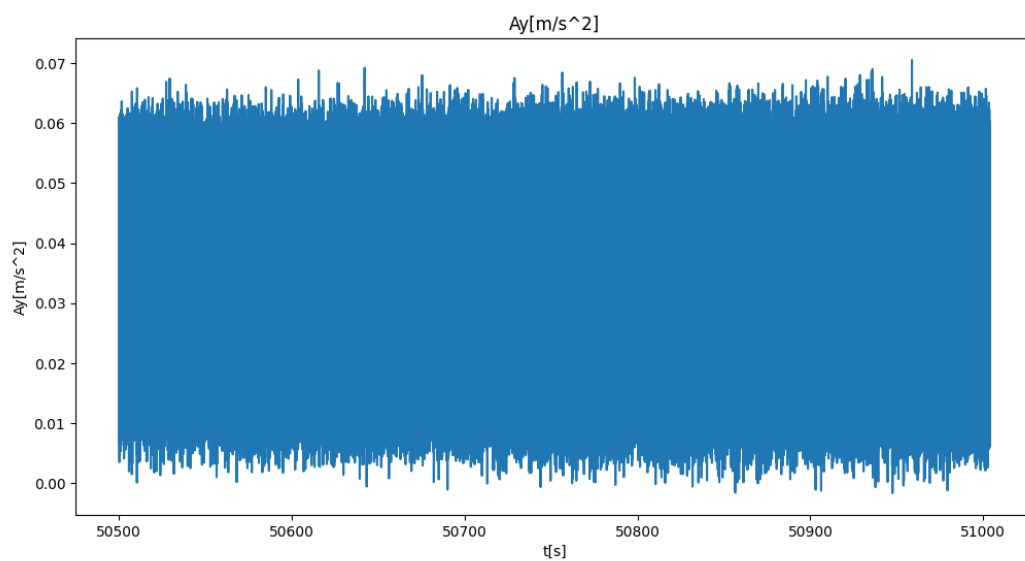


Рис. 3: Показания  $A_y(m/s^2)$

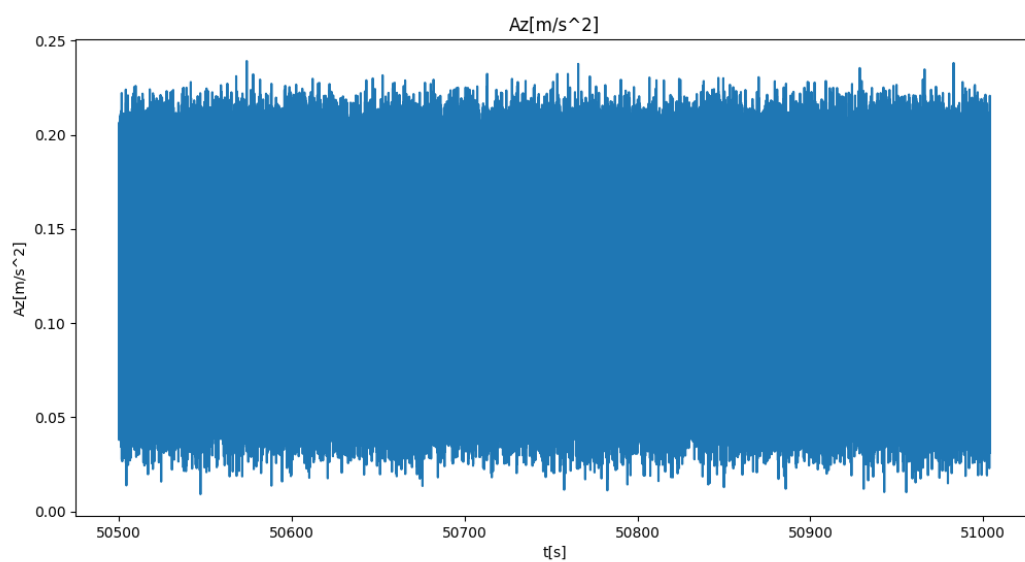


Рис. 4: Показания  $A_z(m/s^2)$



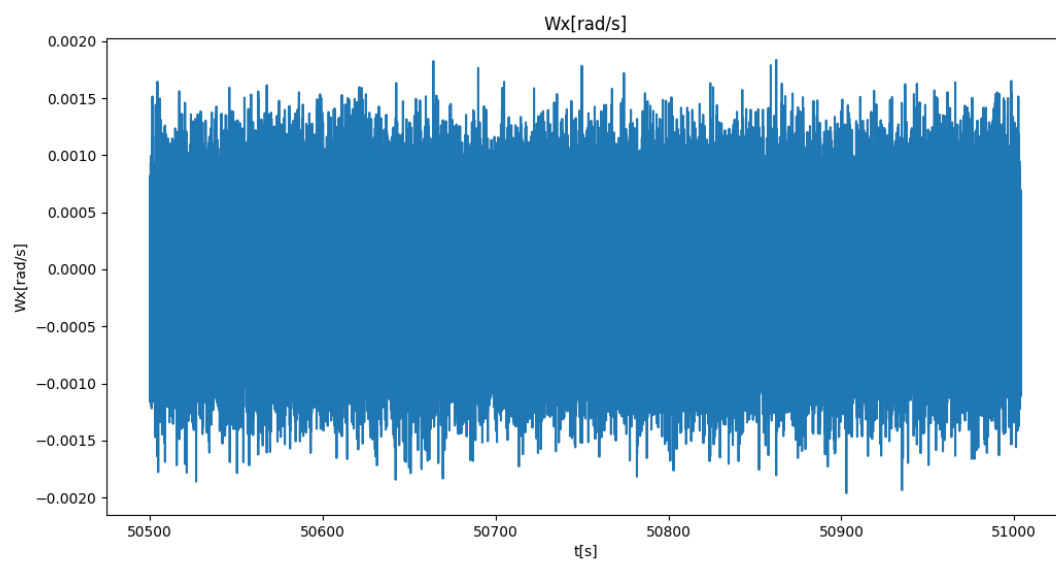


Рис. 5: Показания  $W_x(rad/s)$

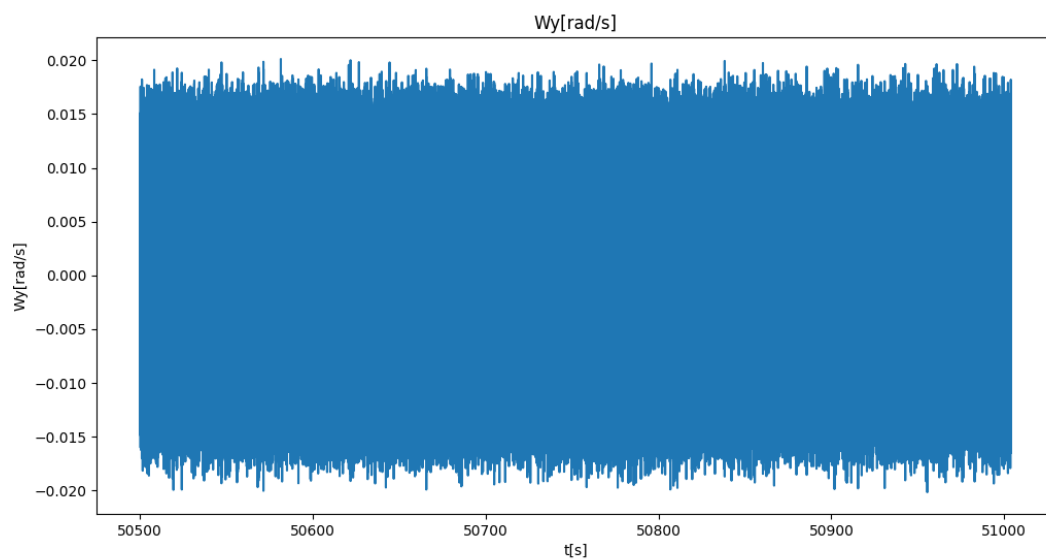


Рис. 6: Показания  $W_y(rad/s)$

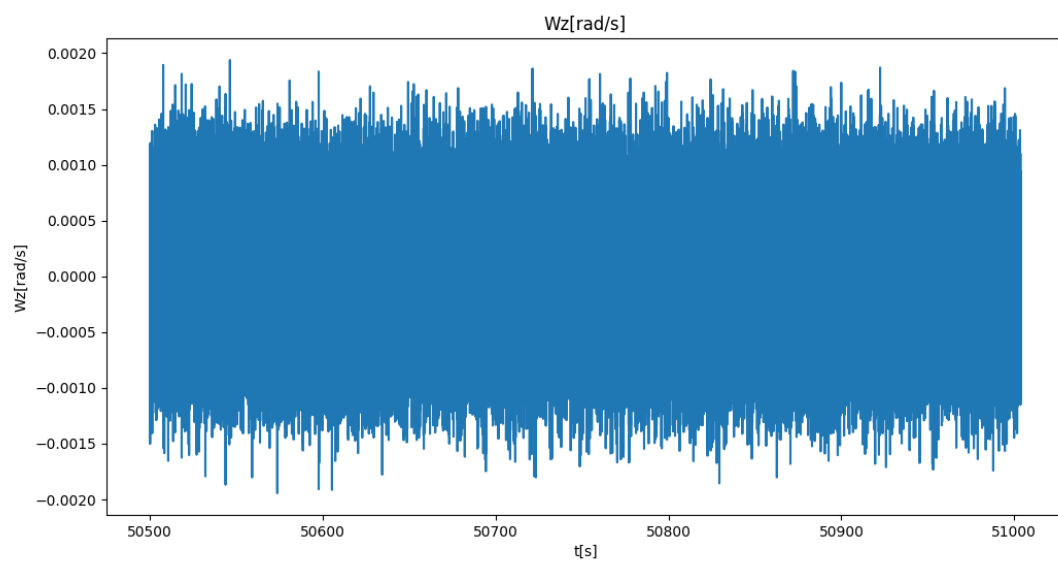


Рис. 7: Показания  $Wz(rad/s)$

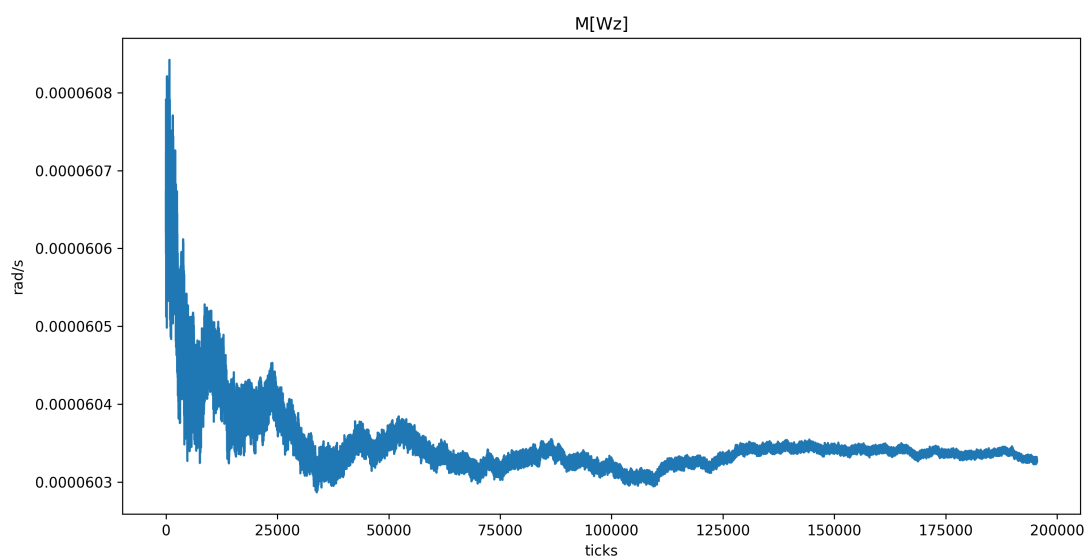
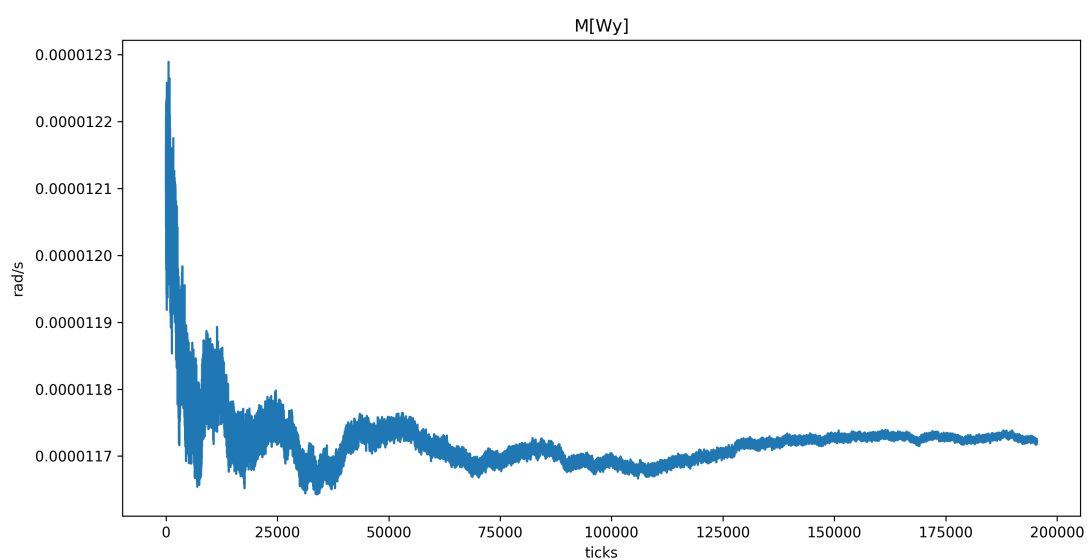
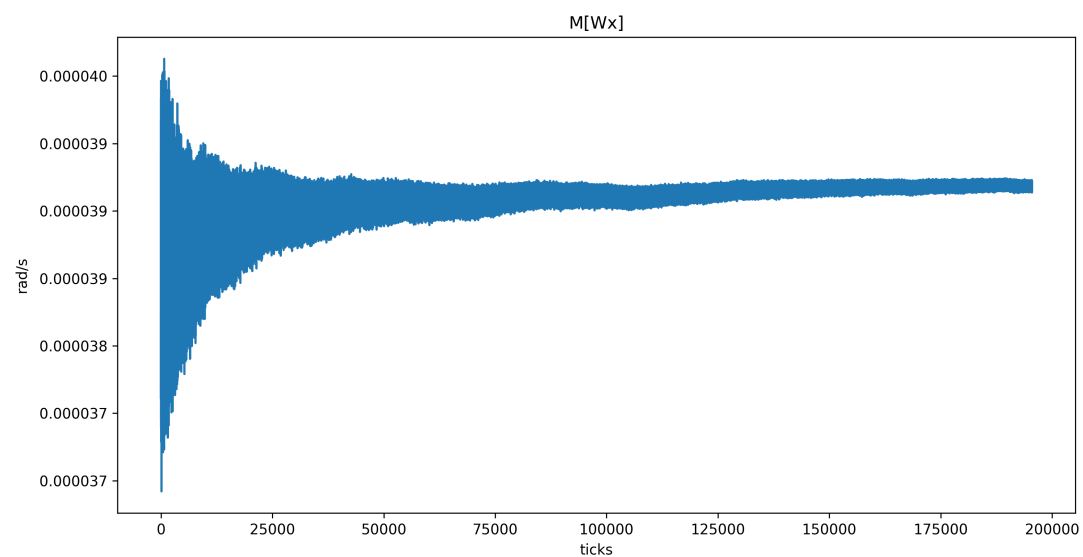


Рис. 8:  $\Gamma^1$  График  $\tilde{f}$

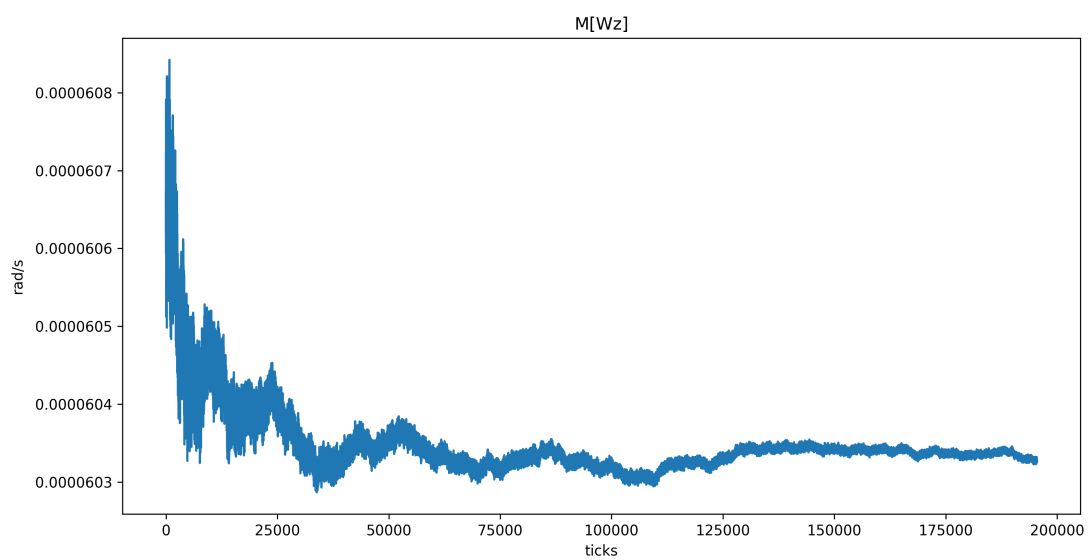
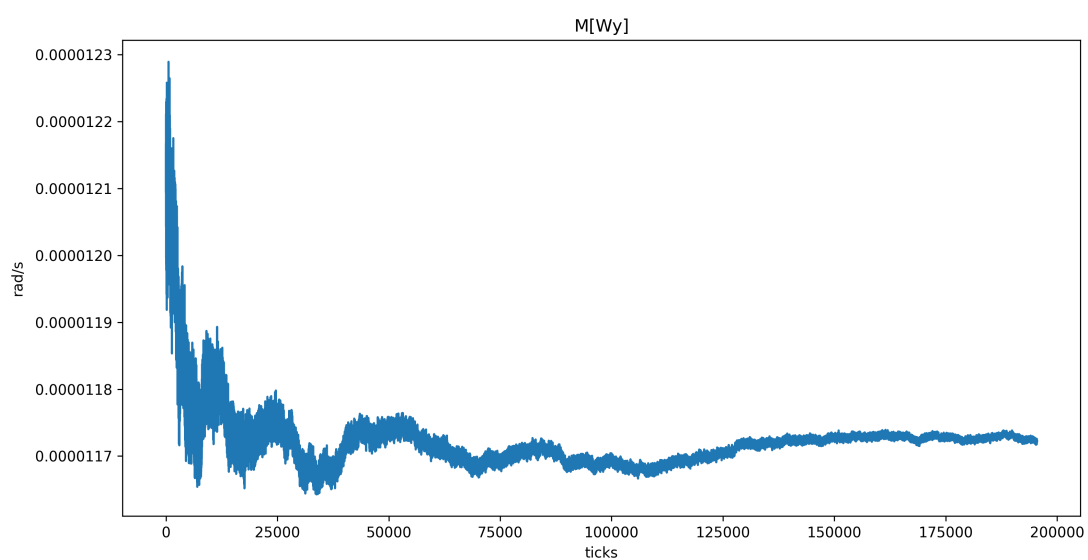
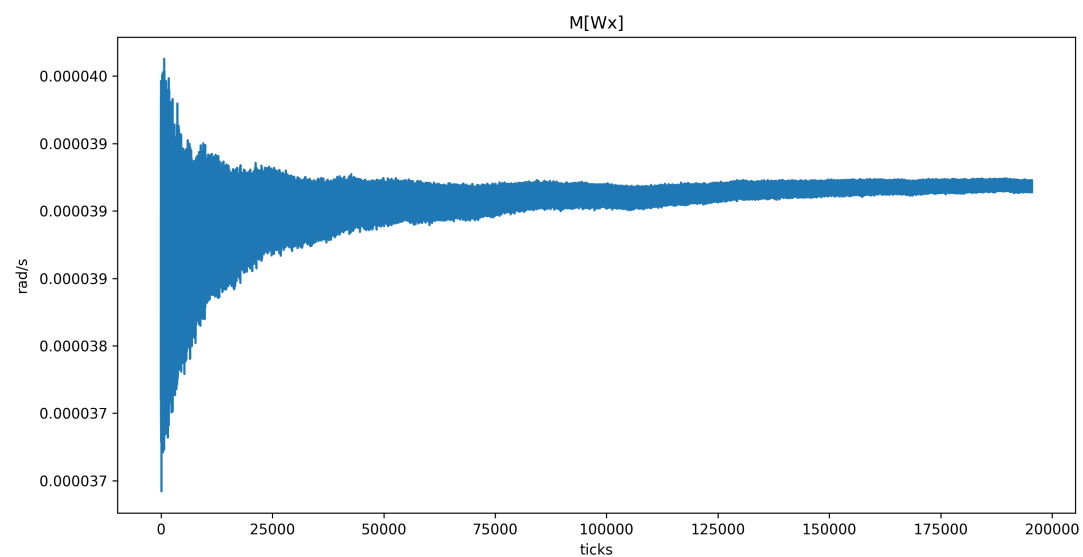


Рис. 9:  $\Gamma$  график  $\tilde{w}$

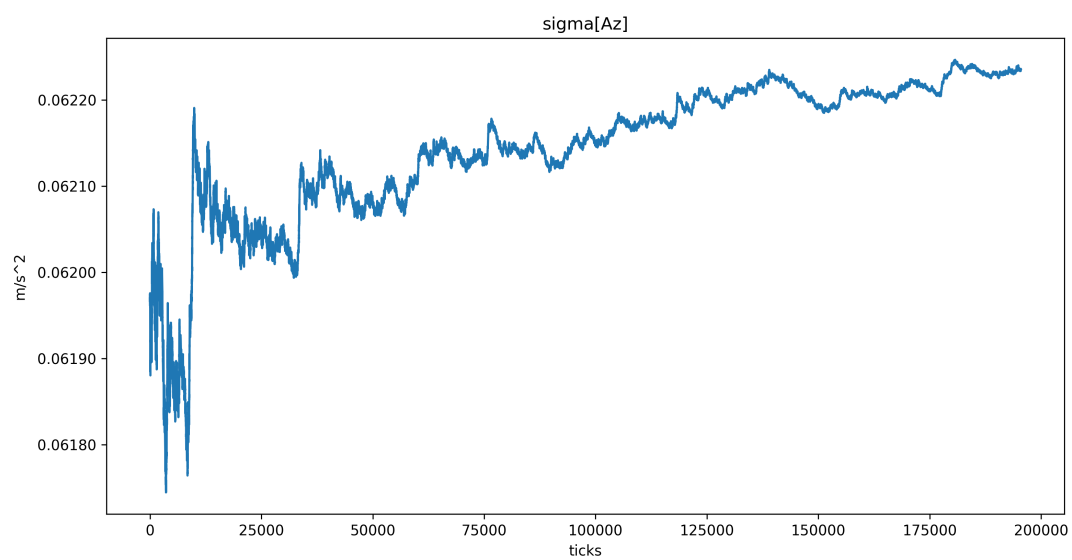
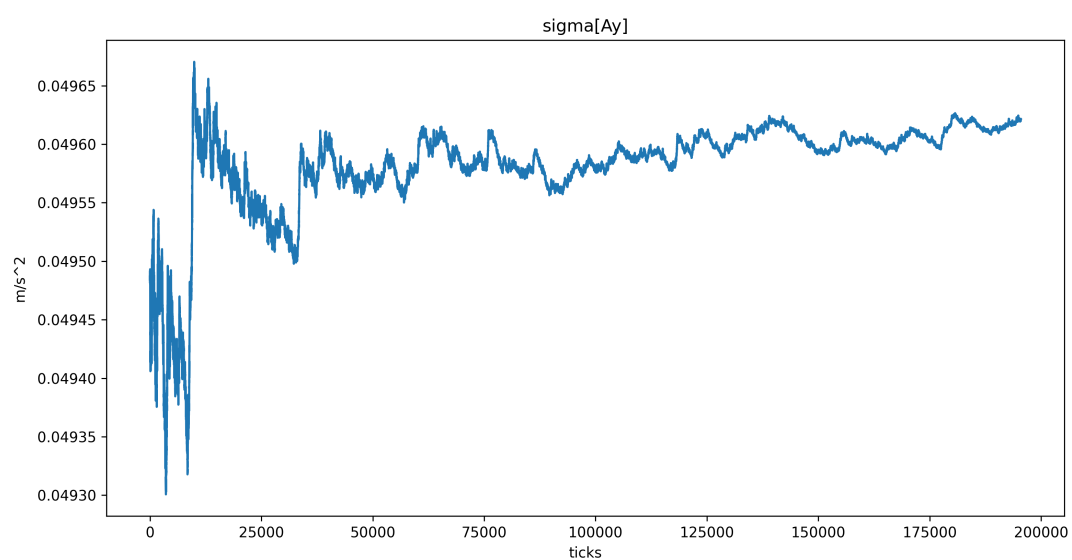
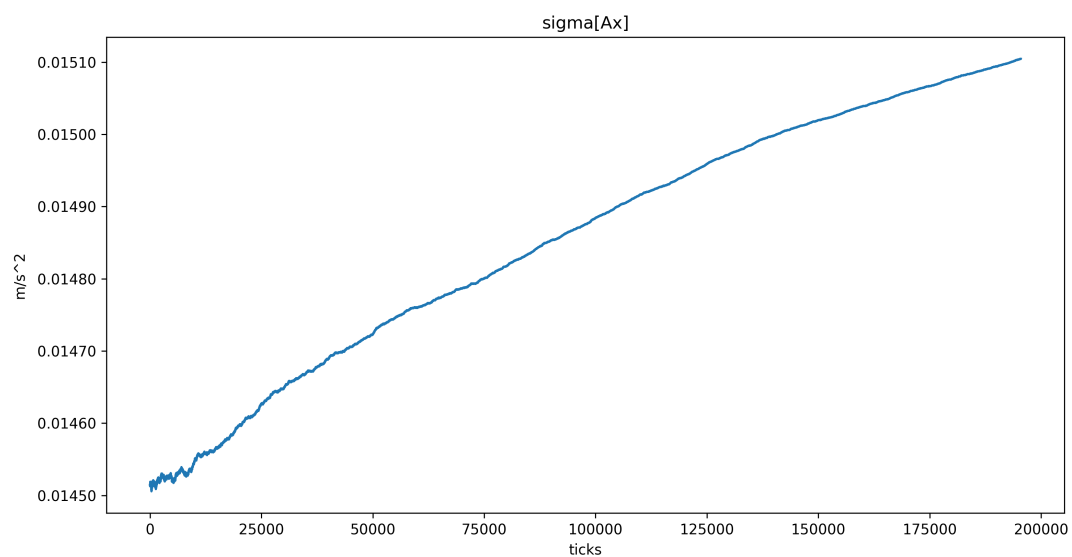


Рис. 10:  $\Gamma^3$  График  $\widetilde{\sigma}_f$

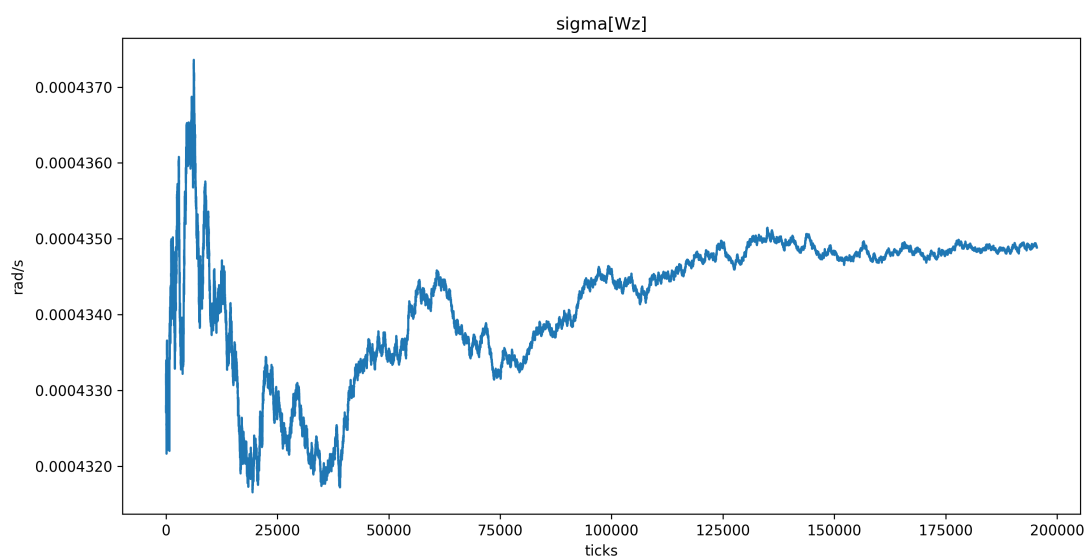
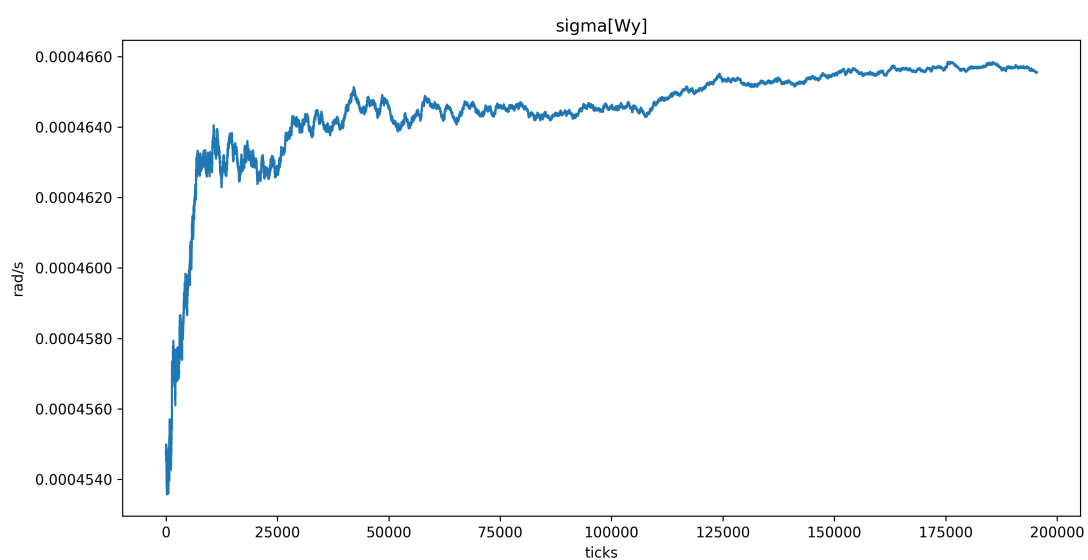
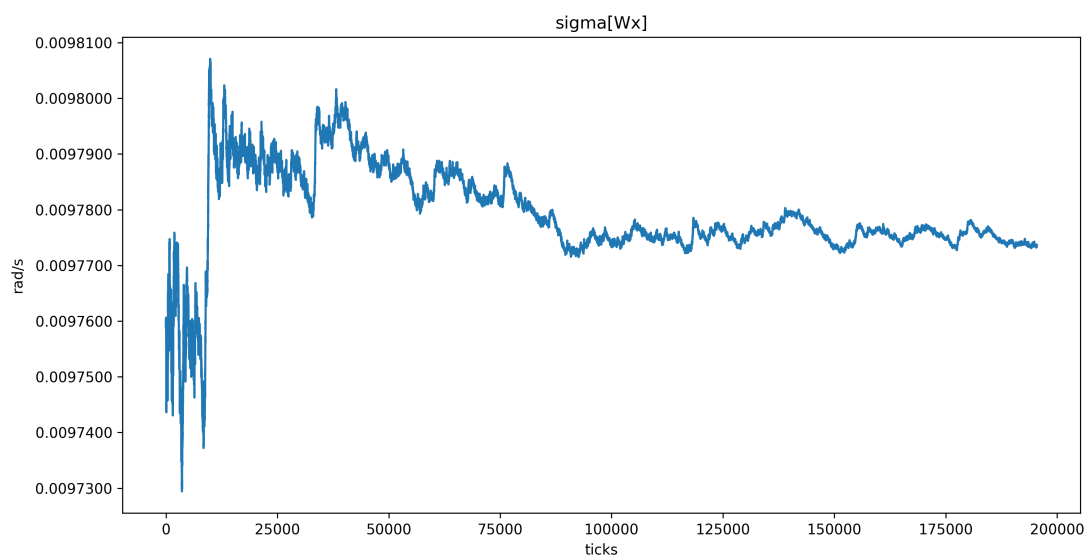


Рис. 11: <sup>14</sup>График  $\widetilde{\sigma}_w$