

Восстановление человеком исходной позы после толчка Reversion of initial posture by a person after a push

Романов Андрей Владимирович

МГУ им. М.В. Ломоносова
Механико-математический факультет
Кафедра прикладной механики и управления
Научный руководитель: Кручинин П.А.

23 марта 2023 г.

Описание задачи



Рис.: Схематическое изображение толкателя и положения испытуемого на стабиллоплатформе

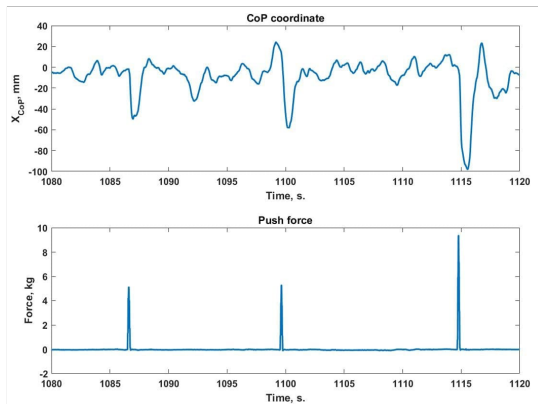


Рис.: Отклонение сагиттальной координаты при различных по силе толчках (данные предоставлены сотрудниками ИМБП РАН)

Задача быстрогодействия

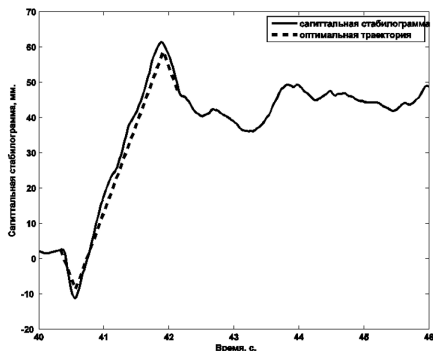
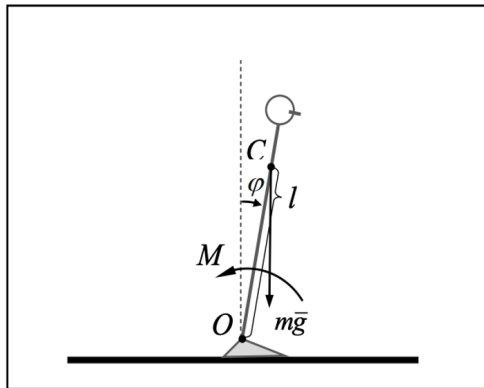


Рис.: Характерный вид сагиттальной стабиллограммы при наклоне при выполнении теста со ступенчатым воздействием[1]

В работе рассматриваются возможные алгоритмы управления изменением позы человека, основанные на решении задачи оптимального быстрогодействия, которые можно было бы использовать для возвращения человека в исходную вертикальную позу. В качестве математической модели используется модель «перевернутого маятника». Это решение предлагается использовать для оценки эффективности управления человеком при возвращении в вертикальную позу, путем сравнения времени реального процесса с полученным эталонным решением оптимальной задачи.

Математическая модель



$$J\ddot{\varphi} = m_T g l \varphi + M$$

$$\varphi(0) = \varphi_0, \dot{\varphi}(0) = \omega_0$$

$$\varphi(t) = \varphi_k, \dot{\varphi}(t_k) = 0$$

$$M(0) = M(t_k) = -m_T g l \varphi_k$$

$$U^- \leq \dot{M} \leq U^+$$

Рис.: Модель перевернутого маятника

Решение задачи быстрогодействия

В прошлом году решалась задача быстрогодействия

Система разбивается на 3 этапа, на каждом из которых управление меняет знак

В результате получилось численно-аналитическое решение, которое сводится к отысканию корней полинома для нахождения времени возвращения в вертикальную позицию.

θ — угол отклонения от вертикали

ω — угловая скорость тела

m — момент, возникающий в голеностопном суставе

$$\begin{cases} \theta' = \omega, \\ \omega' = \theta + m, \\ m' = u. \end{cases} \quad (1) \quad u = \begin{cases} -u_{max} \\ +u_{max} \end{cases}$$

Решение задачи быстрогодействия

Требуется отобрать наименьший корень уравнений больший 1. При различных по знаку u_* .

$$\begin{cases} u_* z^2 + \Omega_0 - 1 - u_* = 0, \\ (-u_* \Omega_0 + u_*^2 - u_*) z^4 - 4u_*^2 z^3 + (2u_* \Omega_0 + 6u_*^2 - \Omega_0^2 + 1) z^2 - \\ - 4u_*^2 z + -u_* \Omega_0 + u_*^2 + u_* = 0 \end{cases} \quad (2)$$

$\tau_f = \ln(z)$

Определение начальных условий для задачи быстрогодействия

Для корректного решения задачи быстрогодействия необходимо правильно определить начальные условия после толчка.

Для этого необходимо построить оценку $\tilde{\eta}$ траектории центра масс системы, зная траекторию центра давления, и взять значение $\tilde{\eta}_0$ и $\dot{\tilde{\eta}}_0$ в момент времени завершения толчка

Связь центра масс и центра давления[2]

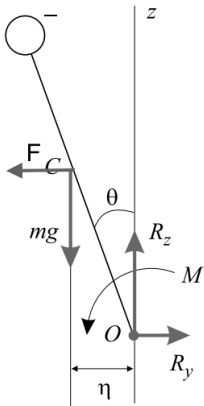


Рис.: Силы действующие на модель стержня, имитирующего тело человека

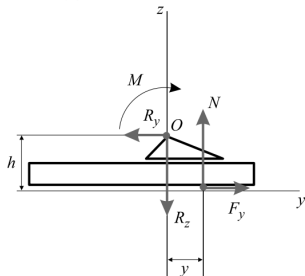


Рис.: Силы действующие на систему «стопы ног – платформа стабилоанализатора»

Связь центра масс и центра давления

$$\begin{cases} ml\ddot{\theta} = -R_y - F, \\ 0 = R_z - mg, \\ J\ddot{\theta} = mlg\theta - Fl + M_x. \end{cases} \quad (3)$$

$$\begin{cases} M_x = Ny + F_y h, \\ F_y = R_y, \\ N \approx mg. \end{cases} \quad (4)$$

$$M_x = mgy - h(F + ml\ddot{\theta})$$

$$(J + mlh)\ddot{\theta} = mgl\theta + mgy - Fl - Fh$$

$$\frac{(J + mlh)l\ddot{\theta}}{mgl} = l\theta + y - \frac{F}{mg}(l + h); \quad \text{Замена: } \eta = -l\theta; \quad T^2 = \frac{J + mlh}{mgl};$$

$$T^2\ddot{\eta} = \eta - y + \frac{F}{mg}(l + h) \quad (5)$$

Связь центра масс и центра давления

Соотношение (5) предлагается использовать для определения начальных условий движения сразу после толчка

Далее необходимо построить оценку $\tilde{\eta}$ движения центра масс различными способами, описанными в работах, выполненных под руководством П.А. Кручинина

Моделирование движения человека

Модель движения человека, где $M = -C\theta - P\dot{\theta}$ - момент в голеностопе

$$J\ddot{\theta} = mgl\theta + M - F$$

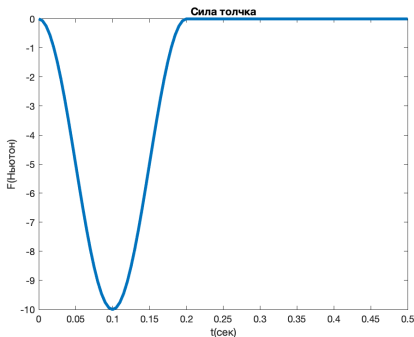


Рис.: Модель силы толчка

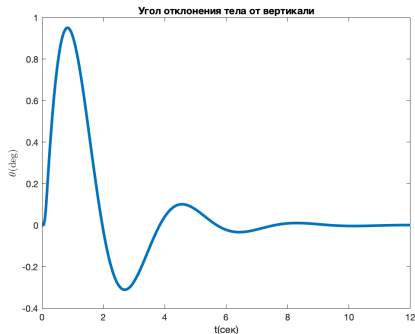


Рис.: Модель изменения угла отклонения

Уравнение фильтра (композиция двух фильтров)

Передаточная функция системы (5) имеет вид

$$G(s) = -\frac{1}{T^2 s^2 - 1}$$

Ее можно представить в виде композиции двух фильтров

$$G(s) = G_1(s) \cdot G_2(s)$$

$$G_1(s) = \frac{1}{Ts - 1}, G_2(s) = \frac{1}{Ts + 1}$$

Оценка координаты центра масс может быть найдена, путем последовательного применения двух фильтров [3]

$$T\dot{x} + x = -y \text{ в прямом времени}$$

$$T\dot{\eta} - \eta = x \text{ в обратном времени}$$

Уравнение фильтра (преобразование Фурье)

$Y(\omega), N(\omega)$ – Фурье образы $y(t)$ и $\eta(t)$

$$N(\omega) = G(i\omega) \cdot Y(\omega)$$

Представим $y(t) = a(t - t_0) + b + \delta(t)$

$a = \frac{y(t_f) - y(t_0)}{t_f - t_0}$, $b = y(t_0)$, тогда оценка координаты центра масс может быть найдена из

$\eta(t) = a(t - t_0) + b + \chi(t)$, где $\chi(t)$ - Фурье праобраз $N(\omega)$

Моделирование движения человека

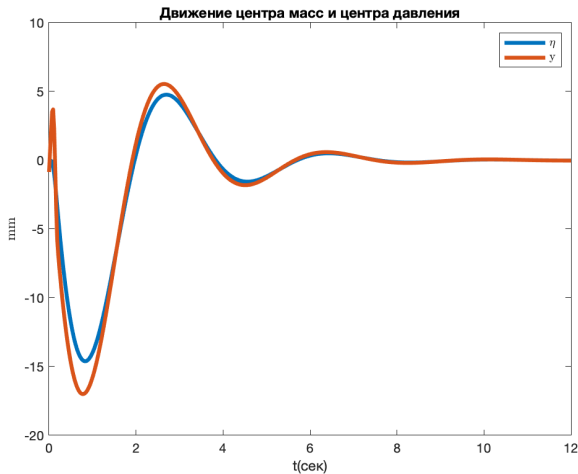


Рис.: Модель изменения саггитальной координаты центра масс и центра давления

Модельная оценка центра масс с использованием FFT

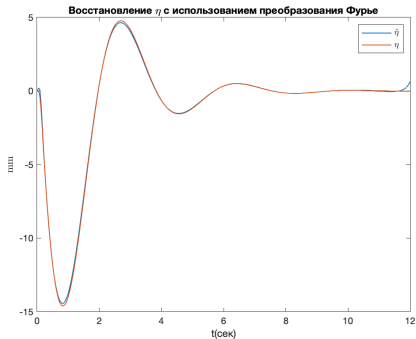


Рис.: Реальное и восстановленное значение η

RMSE=0.1mm

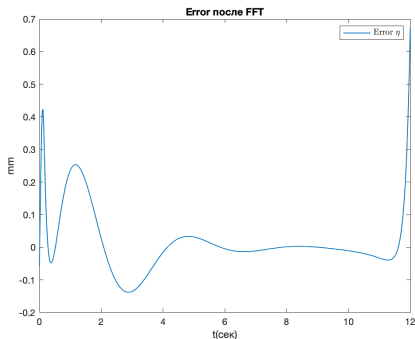


Рис.: Ошибка оценивания

Модельная оценка центра масс с использованием двойной фильтрации

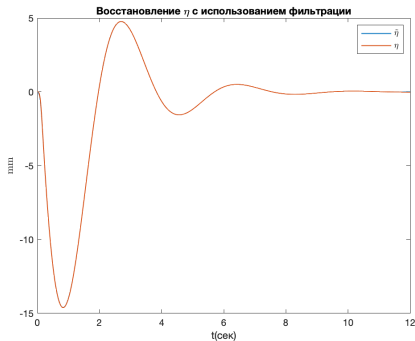


Рис.: Реальное и восстановленное значение η

RMSE=0.008mm

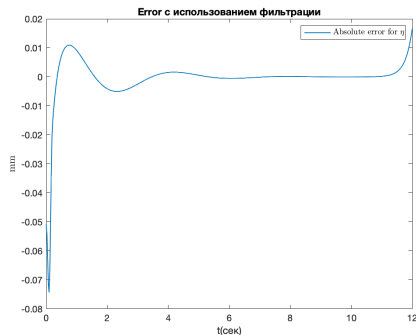





Рис.: Ошибка оценивания

Дальнейшие шаги

- 1 Применить алгоритм двойной фильтрации и фильтрации через FFT для реальных показаний со стабиланализатора
- 2 Получить оценку ц.м. и оценку скорости изменения ц.м.
- 3 Получить оценку возникшего момента в голеностопном суставе из формулы $\Delta u = \frac{\Delta M}{P}$, где P - вес человека в момент завершения толчка
- 4 Подставить найденные η , $\dot{\eta}$, M в решение задачи быстрогодействия
- 5 Сравнить реальное время возвращения в вертикальную позу с полученными при решении задачи быстрогодействия
- 6 Построить траекторию центра масс при управлении, полученном при решении задачи быстрогодействия

Список основной используемой литературы

-  П.А. Кручинин Анализ результатов стабилметрических тестов со ступенчатым воздействием с точки зрения механики управляемых систем // Биофизика. – 2019. – Т. 64, №5. – С. 1–11.
-  П.А. Кручинин Механические модели в стабилметрии // Российский журнал биомеханики. – 2014. – Т. 18, №2. – С. 184–193.
-  П.А. Кручинин, М.А. Подоприхин, И.Д. Бекеров Сравнительный анализ алгоритмов оценки движения центра масс по результатам стабилметрических измерений // Биофизика – 2021. – Т. 66, №5. – С. 997–1004.