

# Homework2

PB19111675 德斯别尔

## 4.1

跟踪A\*搜索算法用直线距离启发式求解从Lugoj到Bucharest问题的过程。按顺序列出算法扩展的节点和每个节点的 f,g,h值。

L[0+244=244]

M[70+241=311], T[111+329=440]

L[140+244=384], D[145+242=387], T[111+329=440]

D[145+242=387], T[111+329=440], M[210+241=451], T[251+329=580]

C[265+160=425], T[111+329=440], M[210+241=451], M[220+241=461], T[251+329=580]

T[111+329=440], M[210+241=451], M[220+241=461], P[403+100=503], T[251+329=580], R[411+193=604], D[385+242=627]

M[210+241=451], M[220+241=461], L[222+244=466], P[403+100=503], T[251+329=580], A[229+366=595], R[411+193=604], D[385+242=627]

M[220+241=461], L[222+244=466], P[403+100=503], L[280+244=524], D[285+242=527], T[251+329=580], A[229+366=595], R[411+193=604], D[385+242=627], L[222+244=466], P[403+100=503], L[280+244=524], D[285+242=527], L[290+244=534], D[295+242=537], T[251+329=580], A[229+366=595], R[411+193=604], D[385+242=627]

P[403+100=503], L[280+244=524], D[285+242=527], M[292+241=533], L[290+244=534], D[295+242=537], T[251+329=580], A[229+366=595], R[411+193=604], D[385+242=627], T[333+329=662]

B[504+0=504], L[280+244=524], D[285+242=527], M[292+241=533], L[290+244=534], D[295+242=537], T[251+329=580], A[229+366=595], R[411+193=604], D[385+242=627], T[333+329=662], R[500+193=693], C[541+160=701]

## 4.2

启发式路径算法是一个最佳优先搜索，它的目标函数是  $f(n) = (2-w)g(n) + wh(n)$ 。算法中  $w$  取什么值能保证算法是最优的？当  $w=0$  时，这个算法是什么搜索？ $w=1$  呢？ $w=2$  呢？

- (1).  $\because f(n) = (2-w)[g(n) + w/(2-w)h(n)]$ ，系数  $(2-w)$  不影响扩展节点扩展的顺序。  $\therefore$  要保证算法最优，也就是保证  $w/(2-w) h(n)$  不会高估耗散 即  $w/(2-w) h(n) \leq h(n) \therefore w \leq 1$
- (2). 当  $w=0$ ,  $f(n)=2g(n)$ , 此时扩展的是路径耗散最低的节点  $\therefore$  为代价一致搜索。
- (3). 当  $w=1$ ,  $f(n)=g(n)+h(n)$ ,  $\therefore$  为A\*搜索算法
- (4). 当  $w=2$ ,  $f(n)=2h(n)$ ,  $f(n)$  由估计值决定  $\therefore$  为贪婪最佳优先搜索。

## 4.6

设计一个启发函数，使它在八数码游戏中有时会估计过高，并说明它在什么样的特殊问题下会导致非最优解。(可以借助计算机的帮助。)证明：如果被高估的部分从来不超过  $c$ ， $A^*$  算法返回的解的耗散比最优解的耗散多出的部分也不超过  $c$ 。

- 启发式函数：  $g(n) = 3 * \sum_{i=5}^8 d_{\text{Manhattan}}(i)$
- 特殊问题： 
$$\begin{pmatrix} 7 & 6 & 3 \\ 8 & & 1 \\ 5 & 4 & 2 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 8 & 7 & 6 \\ 5 & 4 & 3 \\ 2 & 1 & \end{pmatrix}$$

## 4.7

证明如果一个启发式是一致的，它肯定是可采纳的。构造一个非一致的可采纳启发式。

- 一致启发式：  $h(n) \leq c(n, a, n') + h(n')$
- 证明：归纳法 令  $n$  到任意节点的最短路径上的节点个数为  $k$

$k=1$  时，  $h(n) \leq c(n, a, n')$

设  $n'$  在  $n$  与目标节点间有  $k$  个节点的路径上，则有  $h(n) \leq c(n, a, n') + h(n') \leq c(n, a, n') + h(n'') = h(n)$

$\therefore h(n)$  在  $n$  与目标节点间有  $k+1$  个节点的路径上也是被允许的。