

# Matheurísticas em modelos estendidos\*

Faculdade de Computação

Universidade Federal do Mato Grosso do Sul

Orientador(a): Edna Ayako Hoshino

Francisco Ferreira Lima Neto

## Abstract

In this work, we study matheuristic approaches to find good feasible solutions for two variants of the profitable vehicle routing problem, namely the capacitated profitable tour problem and the vehicle routing problem with private fleet and common carrier. We propose an extended model and a branch-and-price algorithm, with heuristics applied in the column generation phase. We propose the use of a Relax-and-Fix and a Large Neighborhood Search as matheuristics to find valid primal bounds by solving a column selection problem that can be reduced to the disjunctively constrained knapsack problem. The results indicate that heuristic of pricing and the use of the matheuristics within selected nodes of the branch-and-price tree can obtain promising results.

## Resumo

Neste trabalho, foram estudadas abordagens matheurísticas como forma de encontrar boas soluções para duas variantes de problemas de roteamento de veículos com prêmios, o problema da rota lucrativa capacitada e o problema de roteamento de veículos com rota privativa e terceirizada. Foi proposto um modelo estendido e um algoritmo de branch-and-price com heurísticas utilizadas na fase de geração de colunas. Propôs-se o uso das matheurísticas Relax-and-Fix e Large Neighborhood Search para encontrar limitantes primais válidos ao resolver um problema de seleção de rotas que pode ser reduzido ao problema da mochila com conflitos. Os resultados obtidos indicam que o uso de pricing heurístico e o uso das matheurísticas em nós seletos da árvore de enumeração do branch-and-price podem obter resultados promissores.

Este documento apresenta as ideias principais da pesquisa que resultou no artigo intitulado “Aplicação de matheurísticas em modelos estendidos” (Lima Neto, Edna A Hoshino e Pedrotti 2023), que foi apresentado e publicado nos anais do evento com qualificação Capes “LV Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional”.

Este trabalho teve, como objeto de estudo, duas variantes do problema de roteamento de veículos com prêmios (PVRP), o problema da rota lucrativa capacitada (CPTP) e o problema de roteamento de veículos com rota privativa a terceirizada, os quais são NP-difíceis. Os problemas foram modelados por meio de um modelo estendido, no qual as variáveis de decisão estão associadas a rotas. Como não é viável enumerar todas as rotas possíveis, foi utilizada a técnica de geração de colunas por meio de um algoritmo de *branch-and-price* (BP), em que as rotas são iterativamente geradas por meio da resolução de um segundo problema de otimização, chamado de problema de *pricing* (PP). As colunas geradas são adicionadas ao problema original, inicialmente contendo apenas um subconjunto pequeno de rotas, o qual resolve o problema original, também chamado de problema mestre (PM) quando não existem novas colunas que podem ser adicionadas. O PP consiste no problema do caminho mínimo elementar com restrição de recursos (ESPPRC), o qual também é NP-difícil, de modo que foi aplicada a relaxação ng-route como forma de reduzir o tempo de resolução deste. A relaxação ng-route expande o espaço de soluções do PP ao permitir certas repetições de vértices, porém permite que o PP seja resolvido em tempo pseudopolinomial sem afetar consideravelmente os limitantes do PM.

Matheurísticas consistem em heurísticas baseadas em programação matemática. Como forma de encontrar soluções válidas para os problemas, foram utilizadas matheurísticas que resolviam um problema de seleção de rotas equivalente ao problema mestre utilizando as colunas elementares presentes

---

\*Este documento apresenta os resultados da pesquisa realizada durante o Trabalho de Conclusão de Curso de Engenharia de Computação e é um dos requisitos para a obtenção do título de bacharel em Engenharia de Computação.

neste. Esse problema pode ser resolvido por meio da interpretação do mesmo como o problema da mochila com conflitos (DCKP), tal que as rotas passam a ser tratadas como itens e são conflitantes se visitarem algum cliente em comum. Foram utilizadas duas matheurísticas para resolver o DCKP, a matheurística construtiva baseada em relaxação *Relax-and-Fix* (RF) e a matheurística de melhoria *Large Neighborhood Search* (LNS).

Mesmo com o uso da relaxação ng-route, a resolução do PP é uma etapa custosa do algoritmo. Como forma de reduzir o custo computacional da geração de colunas, foi avaliado o uso de heurísticas para a geração de rotas, baseadas na relaxação de regras de dominância do método exato baseado em programação dinâmica. Com o uso da heurística, a solução do problema mestre deixa de ser exata, porém o tempo gasto pela geração de colunas diminui consideravelmente, o que permite que mais nós da árvore de enumeração sejam explorados. Outrossim, como as rotas geradas pelo PP podem ter repetições de vértices, o que impossibilita sua utilização para construir soluções válidas para os problemas, foi avaliado o uso de rotinas de conversão de rotas não elementares em rotas elementares por meio da remoção de vértices das rotas.

A parametrização das matheurísticas foi baseada nos resultados de Alves e Edna Ayako Hoshino (2022) e Neto, Pedrotti e Edna A Hoshino (2023). Os resultados computacionais indicaram que o uso das rotinas de conversão de rotas, da heurística de *pricing* e das matheurísticas em um número restrito de nós da árvore de enumeração do BP obteve os melhores resultados entre as abordagens avaliadas.

A pesquisa realizada durante este trabalho foi estendida e deu origem a outras publicações:

- Proposição de um algoritmo branch-and-price para uma nova variante do PVRP, o problema de orientação de times com conjuntos (STOP) (Lima Neto, Zanelato et al. 2024);
- estudo de técnicas de aceleração e heurísticas de pricing para o STOP (Zanelato et al. 2024);
- avaliação da matheurística LNS para um nova variante do problema da mochila, o problema da mochila com conjuntos de penalidade (KPPS) (Silva et al. 2024).

O Trabalho de Conclusão de Curso consiste no artigo Lima Neto, Edna A Hoshino e Pedrotti (2023), o qual pode ser obtido no link <https://proceedings.science/sbpo/sbpo-2023/trabalhos/aplicacao-de-matheuristicas-em-modelos-estendidos>. Este documento não substitui o referido artigo e tem por objetivo disponibilizar o link de acesso ao artigo e fornecer alguns dados adicionais.

## Referências

- Alves, Adriano Rodrigues e Edna Ayako Hoshino (2022). "Matheurísticas para o problema da mochila com restrição de conflitos". Em: *Anais do Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional*. Galoá. URL: <https://proceedings.science/sbpo/sbpo-2022/trabalhos/matheuristicas-para-o-problema-da-mochila-com-restricao-de-conflitos?lang=pt-br>.
- Lima Neto, Francisco Ferreira, Edna A Hoshino e Vagner Pedrotti (2023). "Aplicação de matheurísticas em modelos estendidos". Em: *Anais do Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional*. Galoá. URL: <https://proceedings.science/sbpo/sbpo-2023/trabalhos/aplicacao-de-matheuristicas-em-modelos-estendidos>.
- Neto, Francisco FL, Vagner Pedrotti e Edna A Hoshino (2023). "Matheurísticas para o problema de roteamento de veículos com prêmios". Em: *Encontro de Teoria da Computação (ETC)*. SBC, pp. 185–189. URL: <https://sol.sbc.org.br/index.php/etc/article/view/24767>.
- Lima Neto, Francisco Ferreira, Pedro dos Santos Zanelato, Pedro Paulo A Silva e Edna A Hoshino (2024). "Um algoritmo branch-and-price para o problema de orientação de times com conjuntos". Em: *Encontro de Teoria da Computação (ETC)*. SBC, pp. 43–47. URL: <https://sol.sbc.org.br/index.php/etc/article/view/29302>.
- Silva, Pedro Paulo Araújo de Paula, Pedro dos Santos Zanelato, Francisco Ferreira Lima Neto e Edna A Hoshino (2024). "Uma matheurística de melhoria para o problema da mochila com conjuntos de penalidades". Em: *Anais do Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional*. Galoá. URL: <https://proceedings.science/sbpo/sbpo-2024/trabalhos/uma-matheuristicade-melhoria-para-o-problema-da-mochila-com-conjuntos-de-penali?lang=pt-br>.

Zanelato, Pedro dos Santos, Francisco Ferreira Lima Neto, Pedro Paulo Araújo de Paula Silva e Edna A Hoshino (2024). "Estratégias de pricing para o problema de orientação de times com conjuntos". Em: *Anais do Simpósio Brasileiro de Pesquisa Operacional*. Galoá. URL: <https://proceedings.science/sbpo/sbpo-2024/trabalhos/estrategias-de-pricing-para-o-problema-de-orientacao-de-times-com-conjuntos?lang=pt-br>.