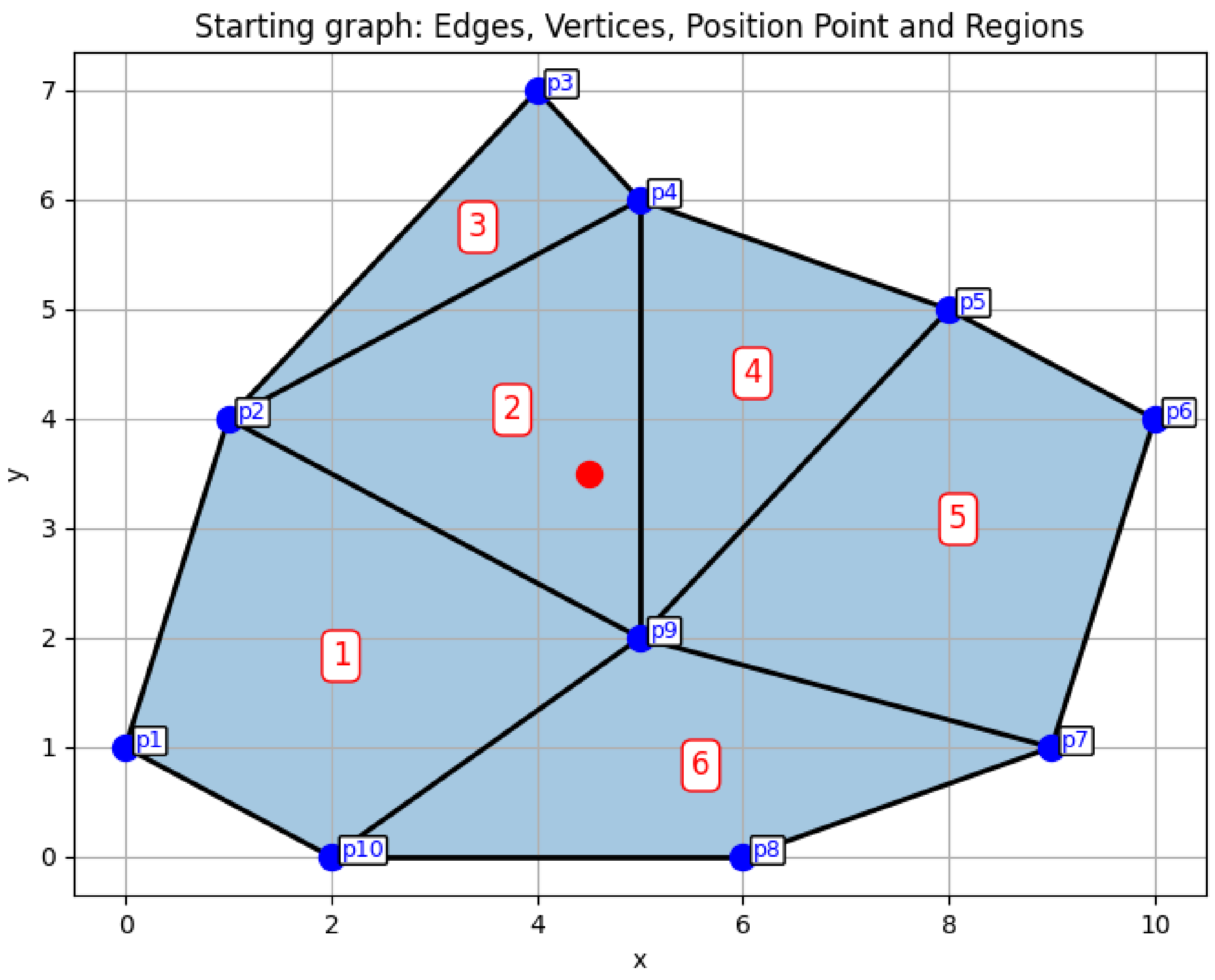
6. Point Location
Knowing Where You Are

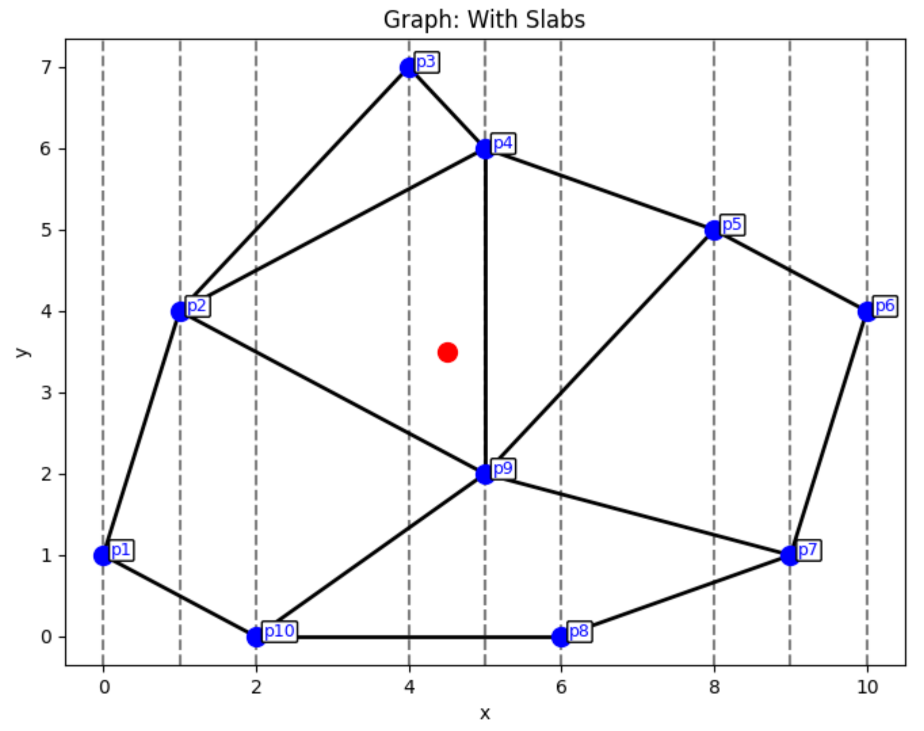
Deivis Zolba

2024-10-21

Pradiniai duomenys



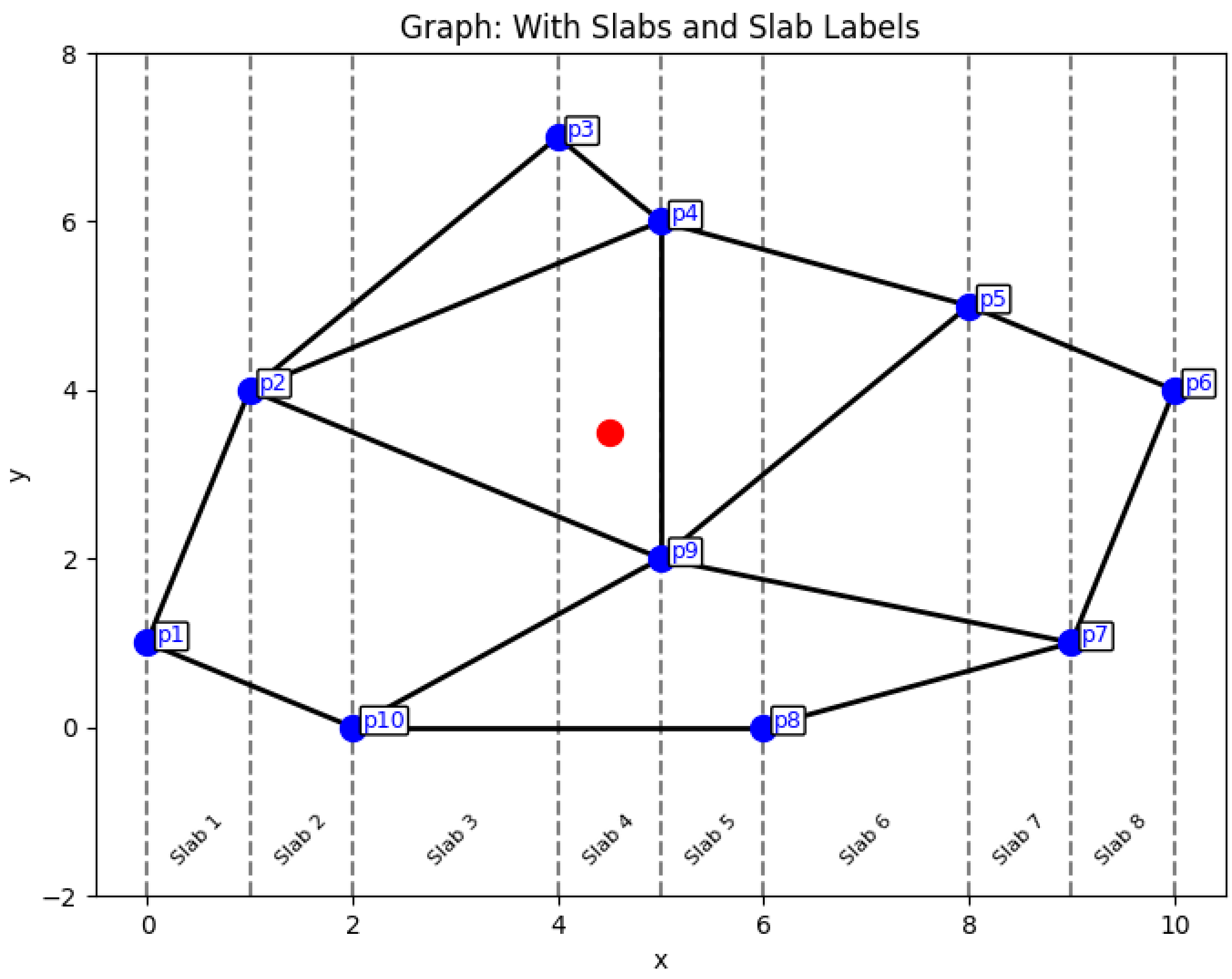
Nubraižome vertikalias linijas kiekvienai viršūnei, grafas pasidalina į „Slabs“ - plokštės

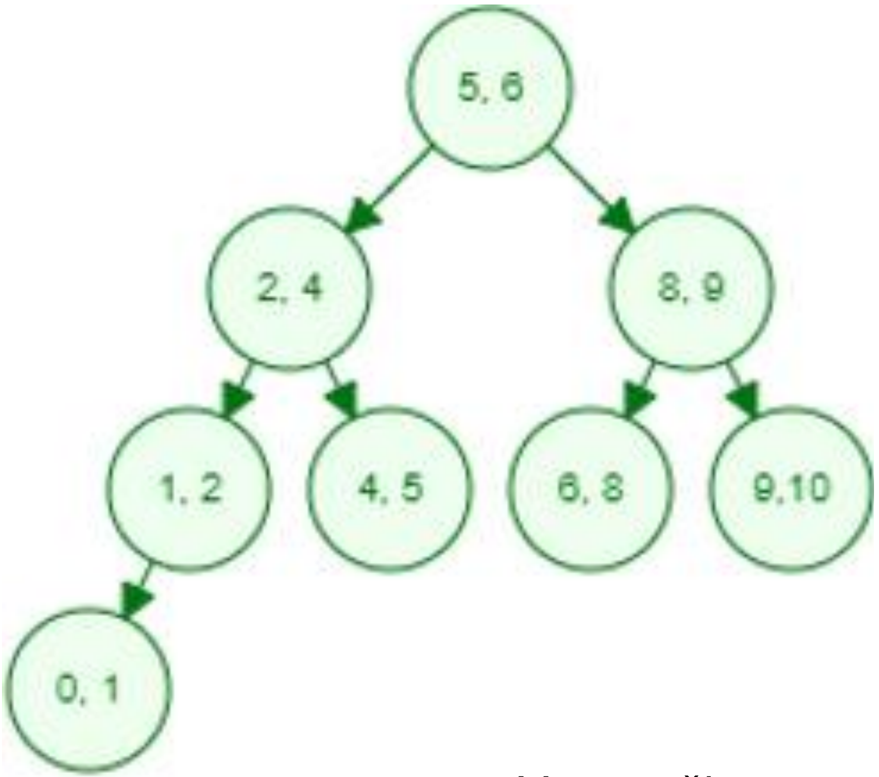


Kiekvienos plokštės viduje padalijimo kraštinės elgiasi ypatingai: kadangi padalijimo viršūnės plokštėje neegzistuoja (tik tarp plokščių), kraštai arba visiškai kerta plokštę, arba neegzistuoja joje.

Taip sudarytų plokščių kraštai bus išdėstyti iš viršaus į apačią, nes jie nekerta vienas kito. Tai leidžia laikyti kraštus, kertančius kiekvieną plokštę, surūšiuota tvarka.

Slab 1: From x = 0 to x = 1
Slab 2: From x = 1 to x = 2
Slab 3: From x = 2 to x = 4
Slab 4: From x = 4 to x = 5
Slab 5: From x = 5 to x = 6
Slab 6: From x = 6 to x = 8
Slab 7: From x = 8 to x = 9
Slab 8: From x = 9 to x = 10



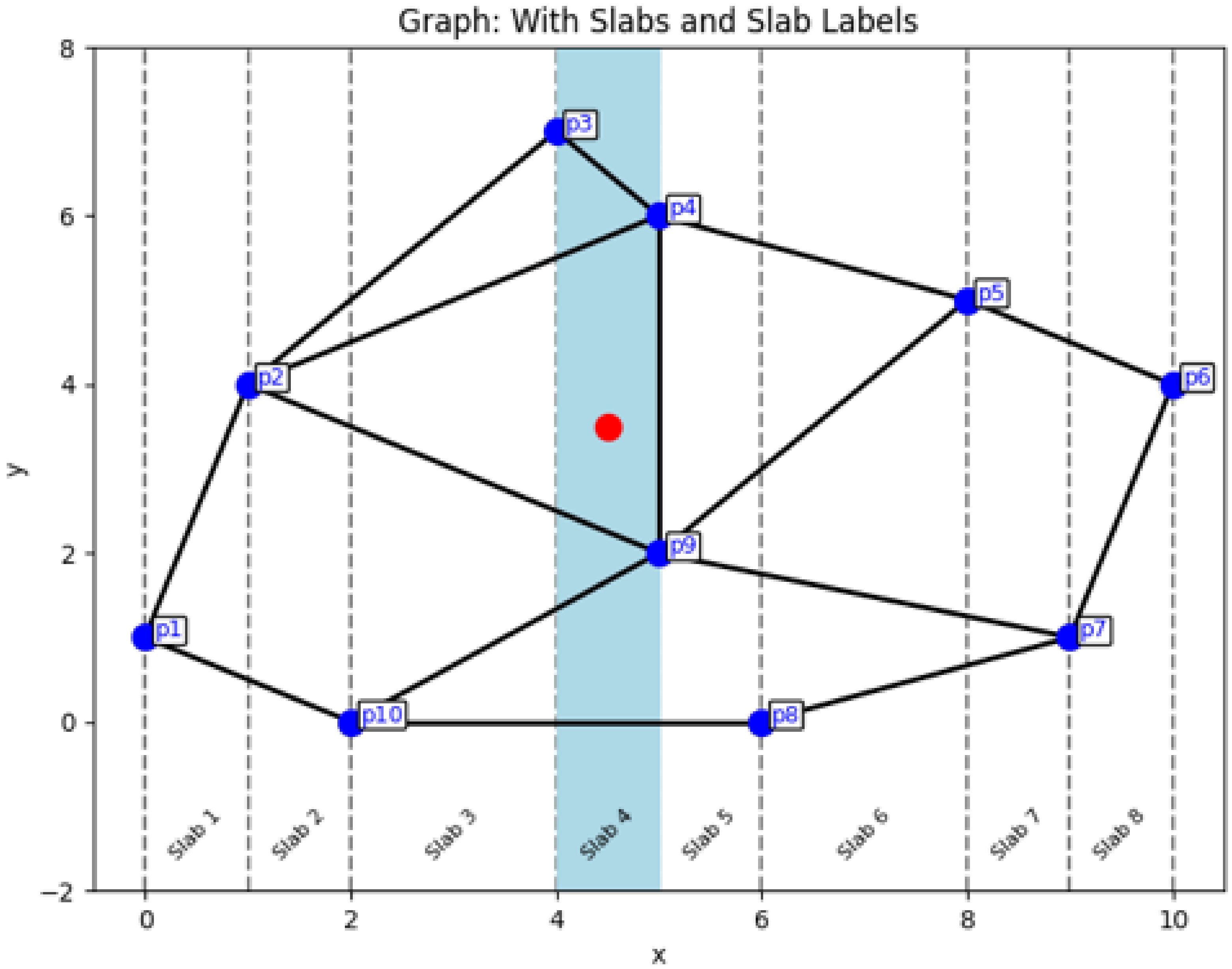


Mūsų taškas
X, Y - (4.5, 3.5)

X-X
Slab 1: 0, 1
Slab 2: 1, 2
Slab 3: 2, 4
Slab 4: 4, 5
Slab 5: 5, 6
Slab 6: 6, 8
Slab 7: 8, 9
Slab 8: 9, 10

4.5
[5; 6] > 4.5
[2; 4] < 4.5
[4; 5] ϵ 4.5 – Slab 4

O(log n)



Identifikave kurioje plokštėje esame galime sudaryti binary search tree pagal y ašį, su regionais. Atlikę paiešką pagal y sužinosime kuriame regione esame.

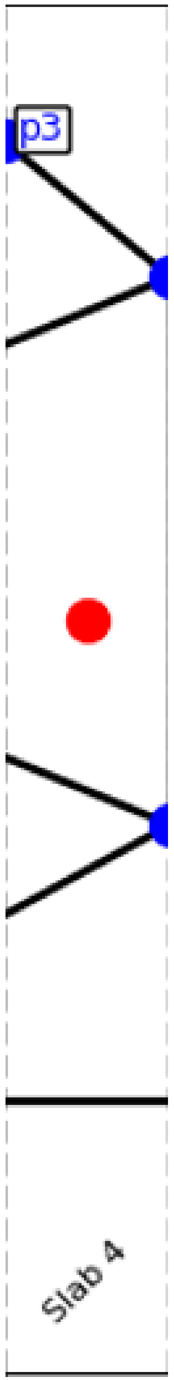
Paieška pagal x surasti plokštę “Slab“ - **O(log n)**

Paieška pagal y surasti regioną - **O(log n)**

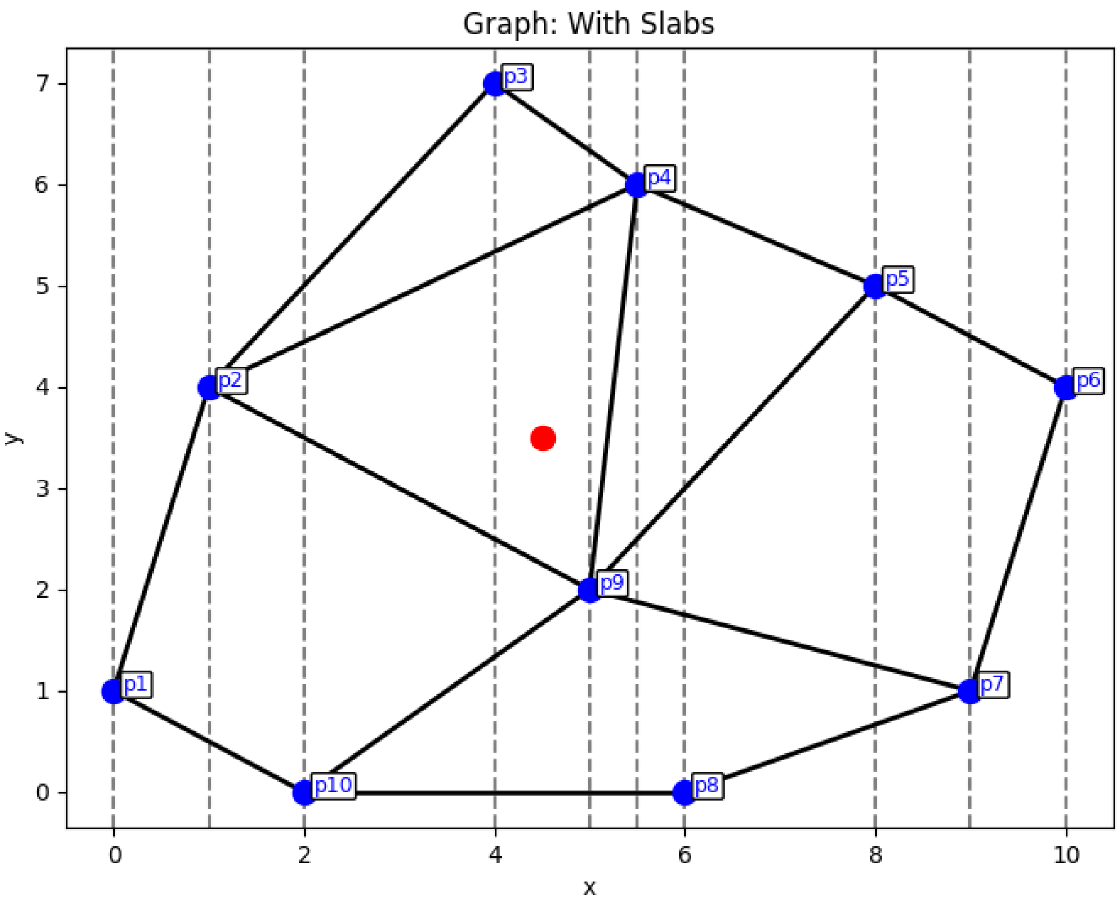
Tokio algoritmo sudėtingumas **O(log n)**

Bet sudaryti tokius binary search trees užtruktų $\boldsymbol{O(n^2 \log n)}$

Bei duomenų struktūra užimtų $\Theta(\boldsymbol{n}^2)$



Pastebėjimas kiekviena plokštės dalis yra trapecija.



Galime supaprastinti struktūrą. Vertikalias linijas braižant iki pirmos kraštinės arba išorinio stačiakampio R.

Gautos trapecijos visada turės:

Viršaus kratšinę – top(Δ)

Apačios kraštinę - bottom(Δ)

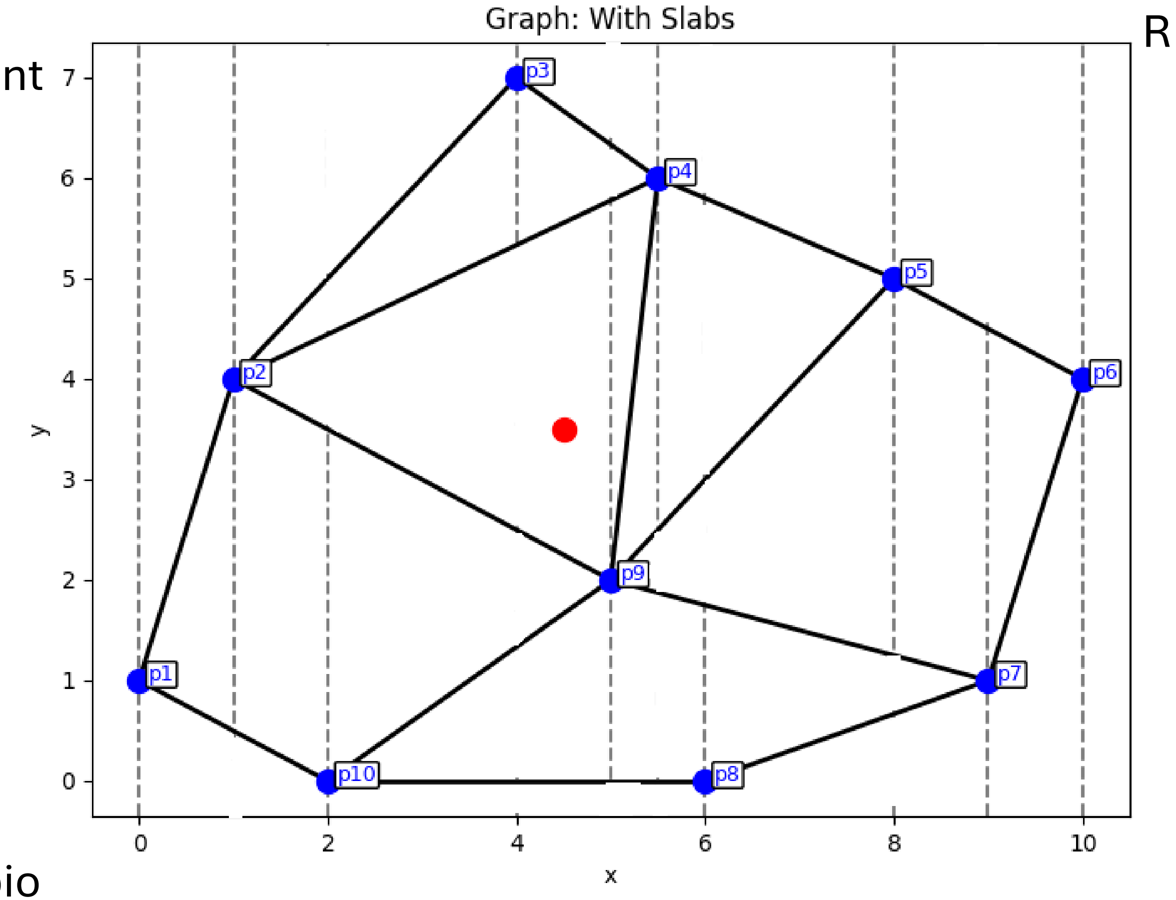
Kairiausią tašką - leftp(Δ)

Dešiniausią taška - rigthp(Δ)

Turime 5 dėl šonų taškų apžvelkime kairės pusės atvėjį:

a) Viršus ir apačia susijungią į tašką leftp(Δ)
b) Viršus kairiausia kraštinė yra taškas leftp(Δ)
c) Apačios kairiausia kraštinė yra taškas leftp(Δ)
d) Taškas leftp(Δ) yra ant kairiausios kraštinės
e) Taško kairiausia kraštinė yra ant išorinio stačiakampio R.

Dešinei pusei rightp(Δ) atvėjai yra simetriški.



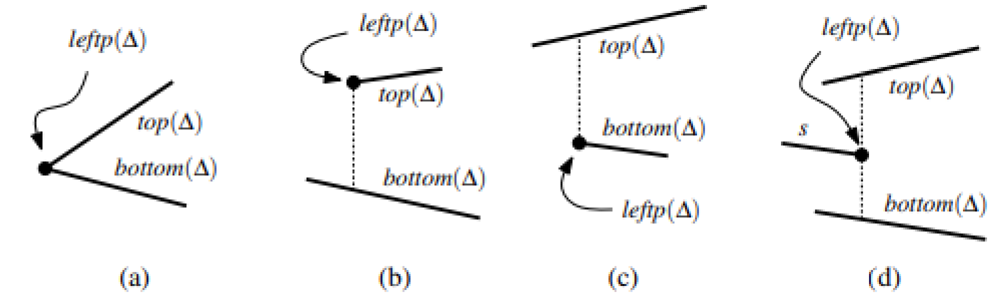


Figure 6.4
Four of the five cases for the left edge of trapezoid Δ

Mark de Berg, Otfried Cheong Marc van Kreveld, Mark Overmars
Computational Geometry Algorithms and Applications

Naujos struktūros vietos sudėtingumas

Ką turime:

1. **Trapecijų skaičius:** Poligone yra daugiausiai 3n+1 trapecijų. Įrodymas knygoje.
2. **Kiekviena trapecija saugo:**
   1. Nuorodas į jos **viršutinę** ir **apatinę** atkarpas.
   2. Nuorodas į jos **kairįjį** ir **dešinįjį** taškus.
   3. Nuorodas į daugiausiai **keturias kaimynines trapecijas** (gretimas trapecijas).

* Nesaugoma viršūnės ar kraštinės: Saugomos tik trapecijos jų formos(kraštinės) bei kaimyninės trapecijos.

Vietos kiekis vienai trapecijai:

• Viršutines, apatines, kairiąsias ir dešiniąsias ribas, bei keturias kaimynines trapecijas, tai sudaro 4+4=8 nuorodų vienai trapecijai.

* Kiekviena nuoroda yra pastovaus dydžio, todėl vietos kiekis vienai trapecijai yra pastovus, nepriklauso nuo n.

Bendra vieta:

Trapecijų skaičius yra O(n), nes jų daugiausia turėsime - 3n+1
Kiekvienai trapecijai reikia O(1) vietos saugoti jos savybėms ir nuorodoms.

$$\Theta(\boldsymbol{n}) * \Theta(\mathbf{1}) = \Theta(\boldsymbol{n})$$

Pagerinome vietos sudėtinguma iš polinominio sudėtingumo $\Theta(\boldsymbol{n}^2)$ iki tiesinio $\Theta(\boldsymbol{n})$