Introdução ao Cálculo Diferencial Integral para Ciência de Dados

Lista de exercícios I: Derivadas e Integrais

Wagner Hugo Bonat

2018-04-06

Exercícios para fixação, recomendo que usam o `R` e o `wxMaxima` para auxiliar e verificar suas respostas.

1. Calcule a derivada das seguintes funções:

a) $f(x) = x^4$.
b) $f(x) = x^3$.
c) $f(x) = x^{-3}$.
d) $f(x) = \frac{1}{x^5}$.
e) $f(x) = \sqrt{x}$.
f) $f(x) = \sqrt[3]{x}$.
g) $f(x) = x^{1/3}$.
h) $f(x) = \frac{1}{x}$.
i) $f(x) = \sqrt[8]{x}$.
j) $f(x) = \frac{1}{x^2}$.

2. Determine a reta tangente ao gráfico de $f(x) = \frac{1}{x}$ no ponto de abscissa 2. Esboce o gráfico de $f(x)$ e da reta tangente.

3. Determine a reta tangente ao gráfico de $f(x) = x^3$ nos pontos de abscissa -3 e 3. Esboce o gráfico de $f(x)$ e da reta tangente.

4. Determine a equação da reta tangente ao gráfico de $f(x) = \exp x$ no ponto de abscissa 0. Esboce o gráfico de $f(x)$ e da reta tangente.

5. Determine a reta tangente ao gráfico de $f(x) = \log x$ no ponto de abscissa 2. Esboce o gráfico de $f(x)$ e da reta tangente.

6. Calcule a derivada das seguintes funções:

a) $f(x) = 4x^3 + x^2$.
b) $f(x) = 5x^4 + 4$.
c) $f(x) = \frac{2x+3}{x^2+1}$.
d) $f(x) = (3x^2 + 1)\exp^x$.
e) $f(x) = \sqrt[3]{x}$.
f) $f(x) = 5x^4 + 6x^3 + x^2 + 2$.

7. Calcule a derivada das seguintes funções usando a regra da cadeia.

a) $f(x) = \exp 3x$.
b) $f(x) = \sin x^2$.
c) $f(x) = (3x^2 + 1)^3$.
d) $f(x) = \log(x^2 + 3)$.
e) $f(x) = x^2 \exp^{3x}$.
f) $f(x) = \log(x^2 + 3x + 9)$.
g) $f(x) = \sqrt{x + \exp^x}$.

8. Sejam y_i valores observados para $i = 1, \ldots, n$. Considere a função perda absoluta dada por

$$f(\mu) = \sum_{i=1}^{n} |y_i - \mu|.$$

a) Usando o `R` ou qualquer outro software conveniente, simule um conjunto de valores adequado para y_i.
b) Esboce o gráfico da função perda para este conjunto de dados e diferente valores de μ.
c) Encontre o valor de μ que miniza a função perda absoluta.
d) Discuta quando a funçao perda absoluta pode ser mais conveniente do que a função perda quadrática.

9. Sejam y_i e x_i valores observados para $i = 1, \ldots, n$. Considere o problema de ajustar uma reta relacionando y_i com x_i, usando a função perda absoluta

$$f(\beta_0, \beta_1) = \sum_{i=1}^{n} |y_i - (\beta_0 + \beta_1 x_i)|.$$

a) Usando o `R` ou qualquer outro software conveniente, simule um conjunto de valores adequado para y_i fixado um vetor para x_i .
b) Esboce o gráfico da função perda para este conjunto de dados e diferentes valores de β_0 e β_1.
c) Encontre o valor de β_0 e β_1 que miniza a função perda absoluta.
d) Discuta quando a funçao perda absoluta pode ser mais conveniente do que a função perda quadrática.

10. Calcule as seguintes integrais indefinidas:

a) $\int x^3 dx$.
b) $\int \frac{1}{x^2} dx$.
c) $\int \sqrt[3]{x^2} dx$.
d) $\int \left(\frac{1}{x}\right) dx$.
e) $\int \left(\frac{1}{x} + \sqrt{x}\right) dx$.
f) $\int \exp^{\alpha x} dx$.
g) $\int \exp^{2x} dx$.
h) $\int 3dx$.
i) $\int \exp^{-x} dx$.
j) $\int (x + 3\exp^{x}) dx$.

11. Calcule as seguintes integrais definidas:

a) $\int_1^2 x^2 dx$.
b) $\int_{-1}^4 4dx$.
c) $\int_0^2 (x^3 + 3x - 1) dx$.
d) $\int_1^2 \frac{1}{x^2} dx$.
e) $\int_1^2 \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{x^3}\right) dx$.