大学物理题解（下）

Key to University Physics: Part II

作者：钱院学辅大物编写小组

2019 年 12 月日

钱学森书院学业辅导中心

Qian Yuan Xue Fu

XI'AN JIAOTONG UNIVERSITY

作品信息

- **标题**：大学物理题解（下） - *Key to University Physics: Part II*
- **作者**：钱院学辅大物编写小组
- **校对排版**：钱院学辅排版组
- **出品时间**：2019 年 12 月日
- **总页数**：40

许可证说明

知识共享 (Creative Commons) BY-NC-ND 4.0 协议

本作品采用 **CC 协议** 进行许可。使用者可以在给出作者署名及资料来源的前提下对本作品进行转载，但不得对本作品进行修改，亦不得基于本作品进行二次创作，不得将本作品运用于商业用途。

本作品已发布于 GitHub 之上，发布地址为：

`https://github.com/qyxf/BookHub/`

本作品的版本号为 v1.0。

前言

大学物理（University Physics）是本校理工科学生在大一、大二年级所要学习的一门自然科学基础课程。这门课程课时较多、内容丰富，相关的练习题与考试题则尤显花样繁多，充分考验着每一个学生对相关知识的掌握程度与应用能力。从掌握知识的角度来说，多做、精做大物习题是学好这门课程的必经之路；从备考、应试的角度来说，若不熟练掌握各类大物习题的思路与解法，而仅依靠课内所学到的基本知识点，则不可能在考试中取得令人满意的成绩。因此，熟练掌握本课程相关练习题的解题技巧，是非常必要的。

“不积跬步，无以至千里。”一份可靠的题解，需要经过多次的改进才可望真正铸造出来。虽然这份题解的确可谓“精心制作”，但笔误、错漏等在所难免，特别需要各位使用者帮助我们指正。如您在参考的过程中发现有任何错误之处，欢迎您通过下面的方式联系我们，帮助我们改进这份题解：

作为钱院学辅出品的第一份“重量级”作品，希望它能够带给每一位同学最好的体验！

钱院学辅大物编写小组

2019 年 6 月 9 日

钱院学辅

钱院学辅信息发布站

钱院学辅官方答疑墙

钱院学辅

目录

成院学辅

钱院学辅

第十一章　热力学基础

§11.1　选择题

练习 1 C

解　等体加热内能增大，A 错；

等温过程内能不变，$\Delta E = 0$，$Q + A > 0$，$Q < 0$，B 错；

由 $PV = nRT$，$V \uparrow$，则 $T \uparrow$，则 $\Delta E > 0$，又 $A < 0$，则 $Q > 0$，C 正确；

绝热压缩，$A > 0$，$Q = 0$，则 $\delta E > 0$，D 错。

练习 2 A

解　由容积不变知为等体过程，则 $Q_V = \nu C_V(T_2 - T_1)$,H_2 为双原子分子，$C_V = \frac{5}{2}R$, NH_3 为多原子分子，$C_V = 3R$（本章未提及），则 A 正确。

练习 3 B

解　由图中 ab 及 cd 围成面积知 $\Delta E_{ab} = \Delta E_{cd}$，$A_{ab} < A_{cd}$，由 $\Delta E = Q + A$ 知 $Q_{ab} > Q_{cd}$，又 $Q_{ab} = 0$，所以 $A_{cb} < 0$，即 $C < 0$，故选 B。

练习 4 D

解　等温：$\delta T = 0$

等压：由 $PV = nRT$，$\frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow |\delta T| = T_1$

绝热：由 $TV^\gamma = C_2$ 知 $(\frac{V_1}{V_2})^{\gamma-1} = \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow |\delta T| = \left|[1 - (\frac{1}{2})^{\gamma-1}]T_1\right|$

则选 D。

练习 5 D

解　绝热线与等温线只有一个交点，A 错；

由 $PV = nRT$，两者内能变化量相同，但做功不同，则吸热量不同，B 错；

曲线下围成面积不同，C 错；

由 $PV = nRT$，D 对。

练习 6 D

解 等压过程，系统对外做功 $A = \nu R(T_2 - T_1)$，吸热 $Q_P = \nu C_P(T_2 - T_1)$，则 $\frac{W}{Q} = \frac{A}{Q_P} = \frac{R}{C_P} = \frac{1}{1+\frac{5}{2}} = \frac{2}{7}$

故选 D。

练习 7 C

解 $\eta = 1 - \frac{T_1}{T_2}$，易知 BCC’ 和 ADD’ 分别为等温线，则 $\eta_1 = \eta_2$；由图，BCD 下面积小于 BCD’，则 $W_1 < W_2$，故选 C。

练习 8 C

解 体积增大，则 W>0；

$T_a = \frac{2p_1V_1}{nR} = T_b$，则 $\Delta E = 0$，故选 C。

练习 9 B

解 A 错，绝热斜率应该比等温线绝对值大；

B 是合理的；

C、D 选项，绝热线不能相交；

故选 B。

练习 10 D

解 假设可行，则 $\eta = 1000/1600 = 62.5\%$；

而由卡诺循环，$\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1} = 25\%$，故选 D。

§11.2 计算题

练习 11 $\frac{1}{2}(\frac{C}{V_1^2} - \frac{C}{V_2^2})$ 或 $\frac{1}{2}(P_1V_1 - P_2V_2)$ 减少 放热

解 $W = \int_{V_1}^{V_2} p\mathrm{d}V = \int_{V_1}^{V_2} \frac{C}{V^3}\mathrm{d}V = -\frac{1}{2}(\frac{C}{{V_2}^2} - \frac{C}{{V_1}^2}) = \frac{1}{2}(P_1V_1 - P_2V_2)$

由 $PV = nRT, PV^3 = C$ 得 $T = \frac{C}{nRV^2}$，V 增加，T 减少，则气体内能减少

$\Delta E = \nu C_V(T_2 - T_1) = \frac{C_V(p_2V_2 - p_1V_1)}{R} = \frac{C_V}{R}(\frac{C}{V_2^2} - \frac{C}{V_1^2})$

$\Delta Q = \Delta + A = (\frac{C_V}{R} - \frac{1}{2})(\frac{C}{V_2^2} - \frac{C}{V_1^2}) < 0$

所以放热。

练习 12 不重合 γ 不同 不重合

解 γ 不同，则其函数型 $pV^\gamma = C$ 不同。

练习 13 500 700

解 等压过程中，$A = p\Delta V = \nu\Delta T$，单原子分子 $C_{P1} = \frac{5}{2}R$

$Q_1 = \nu C_{P1}\Delta T = \frac{5}{2}A = 500\mathrm{J}$

$Q_2 = \nu C_{P2}\Delta T = \frac{7}{2}A = 700\mathrm{J}$

练习 14 温度　　过程　　做功　　传递热量

练习 15 2/3　　$2S_1$

解　$\eta = 1 - \frac{T_0}{3T_0} = \frac{2}{3}$

$W = \frac{S_1}{1-\eta} - S_1 = 2S_1$

练习 16 1/3　　200J

解　$\eta = 1 - \frac{T_2}{T_1} = \frac{1}{3}$

$W = \frac{T_2}{T_1 - T_2} = 2\mathrm{J}$

$A = \frac{Q_2}{W} = 200\mathrm{J}$

练习 17 =　　>

解　两种气体对外做功即为 abcda 围成的面积，相等。

$\eta = \frac{W}{Q}$,W 相同，由 $pV = nRT$ 知温度变化量也相同；

ab 过程为等压过程，且 $C_{\mathrm{I}} < C_{\mathrm{II}}$，则 $Q_{\mathrm{I}} < Q_{\mathrm{II}}$，则有 $\eta_{\mathrm{I}} > \eta_{\mathrm{II}}$

练习 18 $\frac{1}{2}p_0V_0$　　$9p_0V_0$

解　W 即为 1→2→3→1 围成的面积，易得 $W = \frac{1}{2}p_0V_0$

$\Delta E = \nu C_V \Delta T = \frac{3C_V p_0 V_0}{R} = \frac{15p_0V_0}{2}$

对外做功为 1→2 下的面积，即 $A = \frac{3p_0V_0}{2}$，则 $Q = \Delta E + A = 9p_0V_0$

练习 19 3R

解　$A = \frac{3p_1V_1}{2}$，$\Delta T = \frac{\Delta(PV)}{\nu R} = \frac{3p_1V_1}{R}$

$\Delta E = \nu C_V \Delta T = \frac{15p_1V_1}{2}$

$Q = \Delta E + A = 9p_1V_1$

$\therefore C = \frac{Q}{\Delta T} = 3R$

练习 20 40J　　120J

解　由 EBCE 循环系统对外做功 70J，EDAE 过程外界对系统做功 30J，则一次循环过程系统对外做净功 40J；

由于 AEB 为绝热过程，则 $Q_{EAB} = 0$，由 $Q = \Delta E + A$ 知：

$W + \Delta E = Q_{BC} + Q_{CED} + Q_{DA}$

由于理想气体一次循环中的内能不变，则 $\Delta = 500$，则有 $40 = -30 + Q_{CED} - 50$，则 $Q_{CED} = 120\mathrm{J}$

又因为 CED 为等体过程，则 $A_{CED} = 0, \Delta E = 120\mathrm{J}$.

§11.3 解答题

练习 21

解 由

$$Q = \Delta E + A$$

知

$$\eta = 1 - \frac{\Delta E_{BC} + A_{BC}}{\Delta E_{DA} + A_{DA}}$$

$$A_{BC} = -\frac{1}{2}(p_B + p_C)(V_B - V_C)$$

$$\Delta E_{BC} = \nu C_V(T_C - T_B) = \frac{C_V(p_C V_C - p_B V_B)}{R} = \frac{1}{\gamma - 1}(p_C V_C - p_B V_B)$$

$$\Rightarrow Q_{BC} = \frac{\gamma + 1}{2(\gamma - 1)}(p_C V_C - p_B V_B) - \frac{1}{2}(p_C V_B - p_B V_C)$$

由于

$$\frac{p_C}{V_C} = \frac{p_B}{V_B}$$

所以

$$p_C V_B = p_B V_C$$

则

$$Q_{BC} = \frac{\gamma + 1}{2(\gamma - 1)}(p_C V_C - p_B V_B)$$

同理

$$Q_{DA} = \frac{\gamma + 1}{2(\gamma - 1)}(p_A V_A - p_D V_D)$$

则

$$\eta = 1 + \frac{Q_{BC}}{Q_{DA}} = 1 + \frac{T_C - T_B}{T_A - T_D}$$

在绝热过程 AB 中

$$T_B {V_B}^{\gamma-1} = T_A {V_A}^{\gamma-1}$$

$$ {p_B}^{\gamma-1} {T_B}^{-\gamma} = {p_A}^{\gamma-1} {T_A}^{-\gamma}$$

则有

$${T_B}^{\gamma+1}\left(\frac{V_B}{p_B}\right)^{\gamma-1} = {T_A}^{\gamma+1}\left(\frac{V_A}{p_A}\right)^{\gamma-1}$$

则

$$\frac{T_B}{T_A} = \sqrt[\gamma+1]{\left(\frac{V_A/p_A}{V_B/p_B}\right)^{\gamma-1}} = \sqrt[\gamma+1]{\left(\frac{V_D/p_D}{V_C/p_C}\right)^{\gamma-1}} = \frac{T_D}{T_C} = k$$

则

$$\eta = 1 + \frac{T_C - T_B}{T_A - T_D} = 1 - \frac{T_B}{T_A}$$

练习 22

解

(1)

$$A = \int_{V_0}^{6V_0} p\mathrm{d}V = 7p_0V_0$$

$$\Delta E = \nu C_V(T_C - T_A) = \frac{5\nu R(T_C - T_A)}{2} = \frac{5}{2}(6p_0V_0 - 3p_0V_0) = \frac{15}{2}p_0V_0$$

$$Q = \Delta E + A = \frac{29}{2}p_0V_0$$

(2)

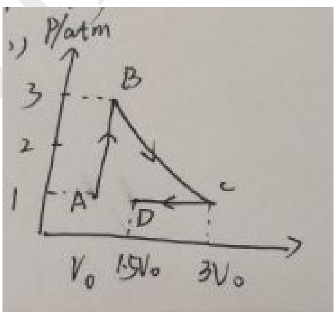
$$\mathrm{d}S = \frac{\mathrm{d}Q}{T}\text{[1]} = \frac{dE + p\mathrm{d}V}{T} = \frac{\nu C_V}{T}\mathrm{d}T + \frac{\nu R}{V}\mathrm{d}V$$

则

$$\begin{aligned}\Delta S &= \int_{T_1}^{T_2} \frac{\nu C_V}{T}\mathrm{d}T + \int_{V_1}^{V_2} \frac{\nu R}{V}\mathrm{d}V \\ &= \frac{5\nu R}{2}\ln\frac{6p_0V_0/\nu R}{3p_0V_0/\nu R} + \nu R\ln\frac{6V_0}{V_0} \\ &= 29.29\mathrm{J/K}\end{aligned}$$

练习 23

解 (1)



(2)

$$\nu = \frac{m}{M} = 0.1\mathrm{mol}$$

[1]该公式会在下一章介绍。

$$\frac{T_B}{T_A}=\frac{p_B}{V_B}p_AV_A=3\Rightarrow T_B=3T_A=900\text{K}$$

同理，$\frac{T_D}{T_C}=0.5$，且有 $T_C=T_B$，则：

$$\Delta E=\nu C_V(T_D-T_A)=311\text{J}$$

$$A=\nu RT_B\ln\frac{3V_0}{V_0}-\frac{3P_0V_0}{2}$$

由 $p_0V_0=nRT_A$ 得：

$$\frac{3p_0V_0}{2}=374.13\text{J}$$

则

$$A=450.65\text{J}$$

$$Q=\Delta E+A=762.42\text{J}$$

练习 24

解　由下一章知识，

$$C_V=\frac{i}{2}R,C_p=\frac{i+2}{2}R$$

则

$$\gamma=\frac{i+2}{i}$$

因为是绝热过程，则有

$$T_0{V_0}^{\gamma-1}=T_{\text{I}}(\frac{V_0}{2})^{\gamma-1}=T_{\text{II}}(\frac{3V_0}{2})^{\gamma-1}$$

解得

$$T_{\text{I}}=2^{\frac{2}{i}}T_0,T_{\text{II}}=(\frac{2}{3})^{\frac{2}{i}}T_0$$

则

$$A=\frac{\nu R}{\gamma-1}((\frac{2}{3})^{\frac{2}{i}}T_0-T_0)+\frac{\nu R}{\gamma-1}(2^{\frac{2}{i}}T_0-T_0)=\frac{i\nu RT_0}{2}[(\frac{2}{3})^{\frac{2}{i}}+2^{\frac{2}{i}}-2]$$

第十二章　气体动理论

§12.1　选择题

练习 1 B

解　微观上，气体温度表示气体分子的运动速度，对于单个或少数分子，温度的概念失去了意义。宏观上，气体的温度表示气体分子的平均冷热程度。

练习 2 B

解

$$v_p = \sqrt{\frac{2kT}{u}}$$

$$u\left(O_2\right) > u\left(H_2\right)$$

$$v_p\left(O_2\right) < v_p\left(H_2\right)$$

$$\frac{v_p\left(O_2\right)}{v_p\left(H_2\right)} = \sqrt{\frac{2kT/32}{2kT/2}} = \frac{1}{4}$$

k 为常量，T 相同。

练习 3 C

解　自由度为 i 的分子的平均动能为 $ikT/2$。

练习 4 A

解

钱院学辅

$$\sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{3kT}{u}}$$

$$u\left(\mathrm{H_2}\right) > u\left(\mathrm{H_2}\right)$$

$$\sqrt{\overline{v^2}\left(\mathrm{O_2}\right)} = \sqrt{\overline{v^2}\left(\mathrm{H_2}\right)}$$

$$T\left(\mathrm{O_2}\right) > T\left(\mathrm{H_2}\right)$$

练习 5 B

解　等温过程系统内能不变。

练习 6 A

解

$$\varepsilon_{\mathrm{He}} = \varepsilon_{\mathrm{N_2}}$$

$$n_{\mathrm{He}} = n_{\mathrm{N_2}} \quad n = \frac{N}{V}$$

$$\bar{\varepsilon} = \frac{3}{2}kT$$

$$T_{\mathrm{He}} = T_{\mathrm{N_2}}$$

$$p = \frac{2}{3}n\bar{\varepsilon}$$

$$p_{\mathrm{He}} = p_{\mathrm{N_2}}$$

练习 7 A

解

$$pV = \nu RT$$

$$pV = \frac{m}{M}RT$$

$$pV = \rho RT$$

$$\rho = \frac{pM}{RT}$$

由于水滴静止，则

$$p_{\mathrm{H_2}} = p_{\mathrm{O_2}}$$

又因为 T 相同，则

钱院学辅

$$\frac{p_{H_2}}{p_{O_2}}=\frac{pM_{H_2}/RT}{pM_{O_2}/RT}=\frac{1}{16}$$

$\boxed{\textbf{练习 8}}$ D

解

$$\bar{z}=\sqrt{2}\pi d^2\bar{v}n$$

$$\lambda=\frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 n}$$

$\because n=\frac{p}{kT}$ 不变，$\overline{v}$ 不变

$\overline{z}=\sqrt{2}\pi d^2\bar{v}\frac{p}{kT},p$ 变为原来的两倍

$\therefore z'=2\overline{z}$

$\because \overline{v}=\overline{\lambda}\overline{z}$

$\therefore \lambda'=2\overline{\lambda}$

$\boxed{\textbf{练习 9}}$ C

解

$2H_2O=2H_2+O_2$

$E=v\frac{i}{2}RT$

对于刚性分子，双原子分子气体的 $i=5$，多原子分子气体的 $i=6$

$E_0=2\cdot\frac{6}{2}RT$

$E_0'=2\cdot\frac{5}{2}RT+\frac{5}{2}RT=\frac{15}{2}RT$

$\therefore\frac{15}{2}RT\div 6RT=125\%$

$\boxed{\textbf{练习 10}}$ B

解

$$\sqrt{\overline{z}}=\sqrt{\frac{3kT}{u}}$$

$$T_2=\frac{3}{2}T_1$$

$$T_2=\left(\frac{3}{2}\right)^2T_1=280\times\frac{9}{4}=630$$

钱院学辅

§12.2　填空题

练习 11 $\int_{v_2}^{v_2} f(v)N\mathrm{d}v$　　$\frac{\int_{v_1}^{v_2} vf(v)\mathrm{d}v}{\int_{v_1}^{v_2} f(v)\mathrm{d}v}$　　$N\cdot\frac{1}{2}m\int_{v_1}^{v_2} v^2f(v)\mathrm{d}v$

解　(1)

$$\frac{\mathrm{d}N}{N}=f(v)\mathrm{d}v$$
$$\mathrm{d}N=Nf(v)\mathrm{d}v$$
$$N'=\int_{v_1}^{v_2} Nf(v)\mathrm{d}v$$

(2)

$$\begin{aligned}v_1\sim v_2\text{的平均速度}&=\frac{\text{这个区间里每个分子速度之和}}{\text{这个区间里分子总数}}\\&=\frac{\int_{v_1}^{v_2} v\mathrm{d}N}{\int_{v_1}^{v_2}\mathrm{d}N}=\frac{N\int_{v_1}^{v_2} vf(v)\mathrm{d}v}{N\int_{v_1}^{v_2} f(v)\mathrm{d}v}\\&=frac\int_{v_1}^{v_2} vf(v)\mathrm{d}v\int_{v_1}^{v_2} f(v)\mathrm{d}v\end{aligned}$$

(3)

$$\begin{aligned}\text{总平动动能之和 = 每个分子平动动能之和}&=\int_{v_1}^{v_2}\frac{1}{2}mv^2\mathrm{d}N\\&=\frac{1}{2}mN\int_{v_1}^{v_2} v^2f(v)\mathrm{d}v\end{aligned}$$

练习 12 $\frac{N_A}{N_A+N_B}f_A(v)+\frac{N_B}{N_A+N_B}f_B(v)$

解　$\frac{N_A}{N_A+N_B}$ 指的是 A 在混合气体里占比，B 同理。由概率论知识可知，对概率密度求加权平均即得结果。

练习 13 $n_0e^{-\frac{mgz}{kT}}$　　$z=-\frac{kT\ln\frac{p}{p_0}}{mg}$

解　由玻尔兹曼分布律：

$$n=n_0e^{-\frac{mgz}{kT}}$$
$$p=p_0e^{-\frac{mgz}{kT}}$$
$$z=-\frac{kT\ln\frac{p}{p_0}}{mg}$$

练习 14 升高　　升高

解 (1) 温度应上升。因为高速运动的氧气瓶中的分子是在杂乱无章运动的基础上附加上 x 方向定向运动速度。氧气瓶静止下来后，气体分子与氧气瓶发生碰撞，高速的 x 方向定向运动动能通过分子之间的频繁碰撞逐步平均分配到 y、z 方向的热运动动能上去，所以温度上升。

(2)$pV = \nu RT$，T 增大，V, ν, R 都不变，所以 p 增大。

练习 15 $\frac{3kT}{2}$　　温度是大量分子热运动的集体表现，对单个或少数分子来说，温度的概念就失去了意义。

练习 16 $7.82 \times 10^7 s^{-1}$　　$5 \times 10^{-5}\text{cm}$

解 由 $\bar{\lambda} = \frac{kT}{\sqrt{2}\pi d^2 p}$，$\bar{\lambda}$ 和 $\bar{v}$ 成反比.

$p_0 = 1 \times 10^5\text{Pa}$

$p_1 = 1 \times 10^4\text{Pa}$

$\therefore \overline{\lambda'} = 10\bar{\lambda} = 5 \times 10^{-5}\text{cm}$

$z' = \frac{1}{10}\bar{z} = 7.82 \times 10^7\text{s}^{-1}$

练习 17 1:4:16　　1:2:4

解

$$\sqrt{\overline{v^2}} = 1.73\sqrt{\frac{RT}{M}}$$

$$\because \sqrt{\overline{v_A^2}} : \sqrt{\overline{v_B^2}} : \sqrt{\overline{v_C^2}} = 1 : 2 : 4$$

$$\therefore T_A : T_B : T_C = 1 : 2^2 : 4^2 = 1 : 4 : 16$$

$$n = \frac{N}{V} = \frac{\nu N_A}{V}$$

$$\therefore n \propto \frac{\nu}{V}$$

$$\therefore \frac{\nu_1}{V_1} : \frac{\nu_2}{V_2} : \frac{\nu_3}{V_3} = n_1 : n_2 : n_3 = 4 : 2 : 1$$

$$pV = \nu RT$$

$$p = \frac{\nu RT}{V} = \frac{\nu}{V} \cdot T \cdot R$$

$$\therefore p \propto \frac{\nu}{V}T$$

$$\therefore p_1 : p_2 : p_3 = 4 \times 1 : 2 \times 4 : 1 \times 16 = 1 : 2 : 4$$

练习 18 6

解 (1) 刚性多原子分子（甲烷）共有 6 个自由度。

(2) 由于分子热运动的无规则性，任何一种运动都不比其他运动占有特别的优越性，所以机会相等，所以分子绕其质心转动对 i 的贡献为 3.

练习 19 $\geqslant 0$　　不变　　增

解 (1) 孤立系统的熵永远也不会减少。

(2) 可逆过程熵不变。

(3) 由于 ΔS⩾ 0，不可逆过程熵增。

练习 20 0　　增

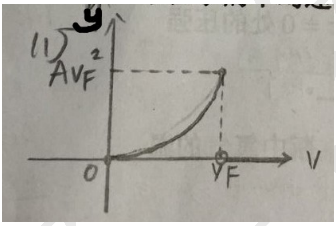
解　(1) 气体自由膨胀，对外界不做功（A=0）。绝热过程 Q=0，ΔE=-A=0。故内能增量为 0。

(2) 孤立系统的熵永远也不会减少。

§12.3　计算题

练习 21

解　(1)



(2)

$$\int_0^{+\infty} f(v)\mathrm{d}v = \int_0^{v_F} Av^2\mathrm{d}v$$
$$= \frac{1}{3}Av^3\Big|_0^{v_F}$$
$$= \frac{1}{3}Av_F^3 = 1$$
$$A = \frac{3}{v_F^3}$$

(3) 与速率分布函数极大值所对应的速率称为最概然速率。

$\therefore v_P = v_F$

(4)

$$\overline{v} = \int_0^{v_F} vf(v)\mathrm{d}v$$
$$\overline{v} = \int_0^{v_F} v\cdot\frac{3}{v_F^3}v^2dv = \frac{3}{4v_F^3}v^4\Big|_0^{v_F} = \frac{3}{4}v_F$$

(5)

$$\overline{v}=\int_0^{v_F} vf(v)\mathrm{d}v$$

$$\overline{v}=\int_0^{v_F} v\cdot\frac{3}{v_F^3}v^2dv=\frac{3}{4v_F^3}v^4\Big|_0^{v_F}=\frac{3}{4}v_F$$

$$\overline{v}'=\int_{\frac{v_F}{2}}^{v_F}\frac{3}{v_F^3}v^3dv=\frac{3}{4v_F^3}v^4\Big|_{\frac{v_F}{2}}^{v_F}=\frac{3}{4v_F^3}\left(v_F^4-\frac{1}{16}v_F^4\right)=\frac{45}{64}v_F$$

练习 22

解 (1)

$$p=nkT$$

$$n=\frac{p}{kT}=2.415\times10^{25}$$

$$n'=2.415\times10^{16}$$

$$\therefore N=2.415\times10^{16}\text{个}$$

(2)

$$m_0=\frac{M}{N_A}=5.31\times10^{-23}\mathrm{g}$$

(3)

$$\begin{aligned}\rho&=\frac{m}{V}=\frac{Nm_0}{V}\\&=\frac{2.415\times10^{16}\times5.31\times10^{-23}}{10^{-9}}\times10^{-3}\\&=1.28236\times10^{27}\mathrm{kg/m^3}\end{aligned}$$

(4)

$$\overline{v}=\sqrt{\frac{8kT}{\pi m_0}}=\sqrt{\frac{8\times1.38\times10^{-23}\times300}{\pi\times5.31\times10^{-23}\times10^{-3}}}=446\mathrm{m/s}$$

练习 23

解 (1)

$$\begin{aligned}p&=p_0e^{-\frac{\mu gh}{kT}}=p_0e^{-\frac{Mgh}{RT}}\\&=0.633p_0\\&=6.45\times10^4\mathrm{Pa}\end{aligned}$$

(2)
每口吸入的空气 v 不随海拔变化而变化。
相同质量 $\Rightarrow v$ 相同。
$pV = nRT$
忽略气温随高度变化时，T 为定值。
$\therefore p_0 \cdot 17v = 0.633p_0 \cdot xv$
$x = 26.7 \approx 27$

练习 24

解 (1)

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{\nu m_0}{V} = 11.3g/cm^3$$
$$pV = \nu RT$$
$$\therefore \frac{\nu}{V} = \frac{p}{RT} = \frac{1.01\times10^3}{8.314\times300} = 0.405$$
$$m_0 = \rho\frac{V}{\nu} = \frac{11.3}{0.405} = 27.9012 \approx 28$$

则可能是N_2,CO,$CH_2=CH_2$
(2)

$$\sqrt{\overline{v^2}} = \sqrt{\frac{3kT}{\mu}} = 1.73\sqrt{\frac{RT}{M}} = 1.73 \times \sqrt{\frac{8.314\times300}{28\times10^{-3}}} = 516.8\mathrm{m/s}$$

(3)

$$\begin{aligned}\bar{\varepsilon}_{平} &= \frac{3}{2}kT \\ &= \frac{3}{2}\times1.38\times10^{-23}\times300 \\ &= 6.21\times10^{-21} \\ \bar{\varepsilon}_{转} &= kT \\ &= 4.14\times10^{-21}\end{aligned}$$

(4) 单位体积总平动动能 =1 个分子平均平动动能 × 分子数密度

$$E_{平总} = \bar{\varepsilon}_{平}n = \bar{\varepsilon}_{平}\frac{p}{kT} = 6.21\times10^{-21}\times\frac{1.01\times10^3}{1.38\times10^{-23}\times300} = 1515\mathrm{J}$$

同理，$\bar{\varepsilon}_{转总} = 1010\mathrm{J}$
(5)

$$E = \nu\frac{i}{2}RT = 0.3\times\frac{5}{2}\times8.314\times300 = 1870.65\mathrm{J}$$

第十三章　机械振动

§13.1　选择题

练习 1 A

解　由图可知，简谐振动的周期介于 2 至 4 之间，因此角频率介于 0.5π 和 π 之间, 排除 C，D。又由于带入 t=2，应有 $x = A = 2$，故仅有 A 选项满足要求。

练习 2 B

解　设弹簧振子的振动方程为 $x = A\cos(\omega t + \varphi_0)$，则速度方程为 $v = \frac{dx}{dt} = A\omega\cos(\omega t + \varphi_0 + \frac{\pi}{2})$，故振幅增大一倍，速度亦增大一倍，选 B。

练习 3 C

解　动能与振子速度的平方成正比，且在振子速度最大时，动能等于振动总能量。因此，此时动能与动能总能量的比等于 $\cos^2(\omega t+\varphi_0+\frac{\pi}{2})$。又由于此时位移大小为振幅的 $\frac{1}{4}$，知 $\cos(\omega t+\varphi_0) = \frac{1}{4}$，故 $\cos^2(\omega t+\varphi_0+\frac{\pi}{2}) = 1-\cos^2(\omega t+\varphi_0) = 1-\left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{15}{16}$，选 C。

练习 4 C

解　由图可知，$v|_{t=0} = \frac{1}{2}v_{max}$，又由于图像为余弦函数右移后图像，知速度初相位为 $-\frac{\pi}{3}$。若设位移初相位为 φ_0，则速度初相位为 $\varphi_0 + \frac{\pi}{2} = -\frac{\pi}{3}$，因此 $\varphi_0 = -5\frac{\pi}{6}$，选 D。

练习 5 A

解　机械振动的角速度 $\omega = \sqrt{\frac{a_{max}}{x_{max}}} = \sqrt{\frac{a_m}{A}}$，因此周期 $T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{A/a_m}$，A 选项正确，B 选项错误。

通过平衡位置的总能量等于动能 $E = \frac{1}{2}m{v_{max}}^2 = \frac{1}{2}ma_mA$，故 CD 错误，选 A。

练习 6 A

解　由于起点时刻位移为 $\frac{1}{2}A$，A、B 选项符合要求。又由于起始时刻向 x 轴负方向运动，仅有 A 选项满足要求。

练习 7 E

解 动能方程只能表示速度的大小，而不能表示初始状态下速度方向，因此最后一定有两个相差 π 的可能初始相位，因此选 E。

练习 8 A

解 弹簧振子的劲度系数与长度反比，因此每根短弹簧的劲度系数为 3k。并联以后，物体受力为三根弹簧受力之和，因此相当于一根劲度系数为 9k 的弹簧。因此弹簧振子的周期 $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k'}} = \frac{2\pi}{3}\sqrt{\frac{m}{k}}$，选 A。

练习 9 B

解 由题可知，第二个质点的加速度到达正向最大（对应位移负向最大）时，第一个质点在平衡位置向正向移动。因此第二个点比第一个落后 1/4 个周期，也即 $\pi/2$ 个相位。因此选 B。

练习 10 B

解 拍频等于两个音叉固有频率的差的绝对值，因此 A、B 选项满足要求。又由于周期 $T = 2\pi\sqrt{\frac{k}{m}}$，因此挂上重物后，待测音叉的震动周期变长，频率减小。由于此时的拍频也减小，说明待测音叉的固有频率是高于标准音叉的，选 B。

§13.2 填空题

练习 11 不是

解 见教材 75 页，同方向不同频率谐运动的合成后振幅随时间变化，不是简谐运动。

练习 12 0.5cm $x = 0.5cos(\pi t + \pi)$

解 初始状态速度为 0，因此处在位移负向最大状态，故振幅为 0.5cm，初相位为 π。又由于频率为 0.5Hz，知角频率为 πHz，即振动方程为 $x = 0.5cos(\pi t + \pi)$

练习 13 $\frac{\sqrt{7}}{2}$ arctan $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

解 如图绘制出简谐运动的矢量叠加图，其中 OA，AB 分别为第一，第二个简谐振动，OB 为叠加后的简谐振动。在已知 OA、AB 大小方向的前提下，由几何关系即可以计算出 OB 的大小（即第二个简谐振动的振幅）以及两个简谐振动的相位差。

练习 14 $\frac{T}{24}$ $\frac{7T}{24}$

解 由于速度始终比位移提前 1/4 个周期，而动能，势能分别与速度的平方、位移的平方成正比，因此当且仅当相位为 $\pm\frac{\pi}{4}$ 或 $\pm\frac{3\pi}{4}$ 时，动能与势能相等。因此，在半个周期内，两个动能与势能相等的时刻分别为 $t_1 = \frac{T}{2\pi}\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{6}\right) = \frac{T}{24}, t_2 =$

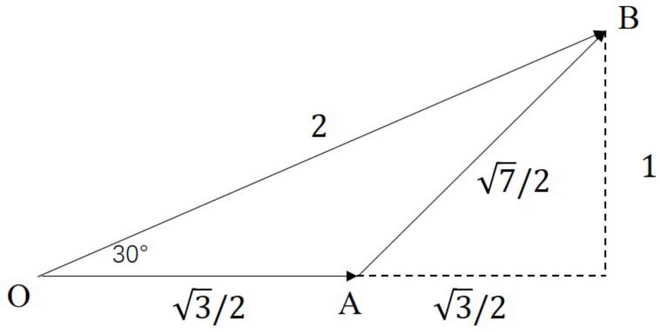


图 13.1: 简谐运动矢量叠加图

$\frac{T}{2\pi}\left(\frac{3\pi}{4}-\frac{\pi}{6}\right)=\frac{7T}{24}$。

练习 15 $0.03\cos(\frac{\pi}{2}t-\frac{\pi}{2})$

解 由图可知，两个简谐运动的振动方程分别为 $x_1=0.06\cos(\frac{\pi}{2}t-\frac{\pi}{2}),x_2=-0.03\cos(\frac{\pi}{2}t-\frac{\pi}{2})$, 相加后即可算出合振动的方程为 $x=0.03\cos(\frac{\pi}{2}t-\frac{\pi}{2})$。

练习 16 3

解 由图可知，图像为向右平移了 $\frac{\pi}{3}$ 的余弦曲线，因此初始时刻的相位为 $-\frac{\pi}{3}$，另一个 x 为 1 的点的相位与初始点关于相位为 $\frac{\pi}{2}$ 对称，因此经过 $\frac{2\pi}{3}$ 的角位移所需的时间为 1s，由于一个周期对应 2π 的角位移，因此振动的周期为 3s。

练习 17 $\frac{3}{4}E$ $\quad\frac{1}{4}E$ $\quad\pm\frac{\sqrt{2}}{2}A$

解 弹簧振子的弹性势能与位移的平方成正比，因此当位移是振幅的一半时，弹性势能是最大弹性势能的 1/4。注意到最大弹性势能与总能量 E 相等，故势能 $E_p=\frac{1}{4}E$，动能 $E_k=E-E_p=\frac{3}{4}E$。同理，当动能与势能相等，均为总能量一半时，位移的大小应为振幅的 $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 倍，即位移为 $\pm\frac{\sqrt{2}}{2}A$。

练习 18 0.05m $\quad -\arccos\frac{3}{5}$

解 对 x 求导有 $v=3A\cos(3t+\varphi+\frac{\pi}{2})$，故由题意知，$x(0)=A\cos\varphi=0.03,v(0)=3A\cos(\varphi+\frac{\pi}{2})=0.12$，联立两式即可解出 A 与 φ 的值。

练习 19 $\sqrt{2}:\sqrt{3}$

解 单摆的周期 $T=2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$，因此周期正比于绳长的平方根。由于左右两边的绳长比为 2:3, 周期比为 $\sqrt{2}:\sqrt{3}$。

练习 20

解 具体绘图方法见教材 72 页。

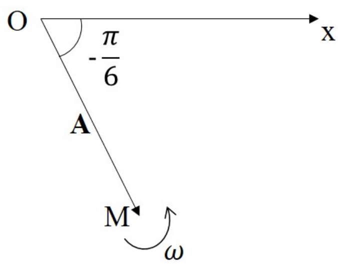


图 13.2: 旋转矢量图

§13.3　计算题

练习 21

解　（1）加速度 $a = \frac{F}{m} = -2x$，因此角频率 $\omega = \sqrt{\frac{a}{-x}} = \sqrt{2}$，故周期为 $T = \frac{2\pi}{\omega} = \sqrt{2}\pi$。

（2）由于动能的最大值等于势能的最大值，有：$E_{动max} = E_{势max} = \frac{1}{2}kA^2 = 0.0675\text{J}$

练习 22

解　（1）振动的角频率 $\omega = \frac{2\pi}{T} = \pi\text{Hz}$。撤去外力后，物体处于正向位移最大，负向加速度最大的状态，而撤去外力前，物体平衡。因此，撤去的外力大小等于物体振动过程中的受力最大值，即 $F = ma_{max} = mA\omega^2 = 0.493\text{N}$

（2）弹簧的弹性系数 $k = F/A = 4.93\text{N/m}$, 因此振动系统的总能量（与弹性势能最大值相等）为 $E_{max} = \frac{1}{2}kx^2 = 0.0247\text{J}$。由于势能与相对平衡位置的位移的平方正比，当物体在平衡位置以下 5cm，即最大位移的 1/2 处时，势能是最大势能（也就是总能量）的 1/4，因此 $E_p = \frac{1}{4}E_{max} = 0.00617\text{J}$，而动能 $E_k = E_{max} - E_p = 0.0185\text{J}$

练习 23

解　设单摆振动方程为 $x = A\cos(\omega t + \varphi_0)$,则速度方程为 $v = \frac{dx}{dt} = A\omega\cos(\omega t + \varphi_0 + \frac{\pi}{2})$。故由题意知，

$$\begin{cases} x(0) = A\cos\varphi_0 = -5 \\ v(0) = A\omega\cos(\varphi_0 + \frac{\pi}{2}) = -10 \\ \omega = \sqrt{\frac{g}{l}} = 2.89Hz \end{cases}$$

解方程得，振幅 $A = 6.08\text{cm}$，初相 $\varphi_0 = 1.57\text{rad}$

另一方面，周期 $T = \frac{2\pi}{\omega} = 2.18\text{s}$

练习 24

解　以向右为正方向，设 A 的加速度为 a，相对弹簧自由状态的位置为 x。首先对 A 水平受力分析，A 受到弹簧的力 $F_1 = -kx$，以及 AB 间绳的拉力 F_2。为求出 F_2，再对滑轮受力分析。滑轮转动惯量 $J = \frac{mR^2}{2}$，角加速度 $\beta = a/R$，右端拉力为 $m_2 g$，因此左端拉力 $F_2 = m_2 g - \frac{J\beta}{R} = m_2\square g - a\square - 0.5ma$ 故 A 的合力 $F = F1 + F2 = -kx + m_2(g-a) - 0.5ma$，于是可以推导出 a 的加速度方程：

$$a = \frac{-kx - 0.5ma + m_2(g-a)}{m_1}$$

$$a = \frac{-kx - 0.5ma + m_2 g}{m_1 + m_2}$$

$$(1 + \frac{m}{2m_1 + 2m_2})a = -\frac{k}{m_1 + m_2}x + \frac{m_2}{m_1 + m_2}g$$

$$a = -\frac{2k}{2m_1 + 2m_2 + m}(x + x_0)$$

其中，$x_0 = \frac{2m_2 g}{2k}$。于是，角频率 $\omega = \sqrt{\frac{a}{-x}} = \sqrt{\frac{2k}{2m_1+2m_2+m}}$

钱院学辅

第十四章　机械波

§14.1　选择题

练习 1 C

解　由波动方程的式子 $y=0.08cos(10\pi t-4\pi x)$(SI)

知圆频率 $\omega=10\pi$，频率 $f=\frac{\omega}{2\pi}=5Hz$；

知 $2\pi\lambda=4\pi$，得波长 $\lambda=0.5m$，得波速 $u=\lambda f=2.5m/s$。

根据以上结果排除选项，知答案为 D。

练习 2 D

解

选项 A:x 前系数为负，说明波正向传播，错误；

选项 B: 将方程化为标准形式：$y=Acos(a(bt-x)-\phi)$，可以看出 x 前系数为负，说明波正向传播，错误；

选项 C: 由波动方程知，在 x 轴上有些点永远不会振动（是驻波方程），不是行波，错误；

选项 D: 方程有 $y=Acos(ax+t)+Acos(ax+t-\phi)$，则每一个位置的振动都可以看成是两个等振幅等圆频率的振动的合成，一定可以合成为 $y=Acos(ax+t+\phi_2)$ 的形式；而合成振动的 x 前的系数为正，则是负向传播，正确。

练习 3 A

解　将 $t=0.5s$ 带入 $y=0.20cos[2\pi(t-x/2)+\pi]$ 得 $y(x,0.5)=0.20cos(\pi x)$，由图像可知选 A。

练习 4 D

解　由图像的最高点可知振幅 $A=\sqrt{2}m$，由周期 $T=4s$，波长 $\lambda=4m$，及波沿 x 轴正向传播，得波函数为 $y=\sqrt{2}cos[2\pi(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda})+\phi_0]=\sqrt{2}cos(\frac{\pi}{2}(t-x)+\phi_0)$。则 $y(0,t)=\sqrt{2}cos(\frac{\pi}{2}t+\phi_0)$，由图中可知 $\sqrt{2}cos\phi_0=-\frac{\sqrt{2}}{2}$，又由此时 $x=0$ 处

质点在 $t=0$ 处即将向下运动知，$\phi_0=\frac{2}{3}\pi$。则有 $y=\sqrt{2}cos(\frac{\pi}{2}(t-x)+\frac{2}{3}\pi)$，选 D。

练习 5 C

解 由图中可得振幅 $A=0.01\text{m}$，波长 $\lambda=200\text{m}$，频率 $f=\frac{u}{\lambda}=1\text{Hz}$，周期 $T=\frac{1}{f}=1\text{s}$。由于周期为 1s，则 $t=1\text{s}$ 和 $t=0\text{s}$ 的振动情况是一样的。设 P 的振动方程为 $y=0.01cos(2\pi\frac{t}{T}+\phi_0)=0.01cos(2\pi t+\phi_0)$。而在 $t=0\text{s}$ 时，有 $cos(\phi_0)=0.5$，且 P 点将向下运动，则 $\phi_0=\frac{1}{3}\pi$。

综上所述，P 点的运动方程为 $y=0.01cos(2\pi t+\frac{1}{3}\pi)$，选 C。

练习 6 D

解 设在 r 处，波的单位面积能量为 $B=kI$，则以波源为中心，以 r 为半径上的球面的总能量为 $E=4\pi r^2kI$。而由能量守恒知，不同球面上波的总能量是相同的，所以有 $E=C$（常量），则 $I=\frac{C}{4\pi kr^2}$。则有 $I\propto\frac{1}{r^2}$，选 D。

练习 7 D

解 由图中位置关系可知，S_1 到达 P 点比 S_2 到达 P 点超前 $\frac{\lambda}{2}$。则 S_1 和 S_2 的相位差为 $\phi_1-\phi_2=\frac{2\pi\lambda}{2\lambda}+\frac{\pi}{2}=\frac{3\pi}{2}$，选 D。

练习 8 A

解 两列波到达 P 点的相位差为 $\Delta\phi=\frac{2\pi\Delta x}{\lambda}=\frac{2\pi\Delta xf}{u}$。

由于在 P 点相消干涉，则 $\Delta\phi=(2k+1)\pi$。

有 $f=\frac{u}{2\Delta x}(2k+1)=\frac{172}{1.3}(2k+1)$。

为使 $1350\leqslant f\leqslant 1826$，取 k=6，有 $f=1720Hz$，选 A。

练习 9 D

解 弦上产生的驻波的频率要满足 $u=\frac{u}{2f}k,k=1,2\ldots$。则不能产生任意频率，排除 AB。

在微小横振动时，质元的势能 $E_p\propto(\frac{\partial y}{\partial x}|_x)^2$，即质元所在位置的弦的斜率的平方越大，此处势能越大。则在弦上各点达到最大位移时，在波节处的质元斜率平方最大，则在波节处质元的势能最大，选 D。

练习 10 D

解 由多普勒效应，在波源与观察者相向而行时，有 $f=\frac{u+v_1}{u-v_2}f_0$，其中 v_1 是观察者即火车的速度，v_2 是波源即汽车的速度，u 是空气中声速。计算得 $f=1.2548kHz$，最接近为 D 选项，选 D。

§14.2 填空题

练习 11 1.2m　　0.1m

解　波长 $\lambda = uT = 1.2\text{m}$；

由于两点在波的传播方向上，则相位差有 $\Delta\phi = \frac{2\pi\Delta x}{\lambda}$，则计算得 $\Delta x = 0.1\text{m}$。

练习 12 $\frac{2\pi}{k}$　　$Acos(\omega t + \pi)$　　$-\frac{1}{2}\frac{\rho\omega^3}{k}A^2$

解　由于机械波向 x 轴负向传播，则有 $k = \frac{2\pi}{\lambda}$，得到 $\lambda = \frac{2\pi}{k}$；

将 $x = \frac{\lambda}{2} = \frac{\pi}{k}$ 代入，得 $y(\frac{\pi}{k}, t) = Acos(\omega t + k\frac{\pi}{k}) = Acos(\omega t + \pi)$；

平均能流密度为 $\mathbf{I} = \bar{w}\mathbf{u}$。而波的平均能量密度为 $\bar{w} = \frac{1}{2}\rho A^2\omega^2$，又知波沿 x 轴负方向传播，故 $u = -\frac{\omega}{k}$。则 $I = -\frac{1}{2}\frac{\rho\omega^3}{k}A^2$。

练习 13 0.6　　30

解　相位差与间距有关系 $\Delta\phi = \frac{2\pi\Delta x}{\lambda}$，则有 $\lambda = \frac{2\pi\Delta x}{\Delta\phi} = 0.6\text{m}$，波速 $u = \lambda f = 30\text{m/s}$。

练习 14 减小

解　由于 A 处质元的弹性势能在减小，则此时 A 向上运动，则 A 的速度减小，则振动动能减小。

练习 15 40　　D, E　　-20

解　此时 A 点为两个波峰叠加，高度为 20cm，B 点为两个波谷叠加，高度为-20cm，则 A,B 两点的高度差为 40cm，且 A,B 两点均为振动加强的点；

由于 D,E 点在此时均由波峰和波谷相遇合成，故 D,E 点为振动减弱点，而 C 点在 A，B 所连线段中间，故也是振动加强点；

由于 C 点是振动加强点，则 C 点的振幅为 20cm，在此时刻 C 点高度为 0，且下一时刻向下运动，故此时 C 点的相位为 $\frac{\pi}{2}$；由 $\omega = \frac{2\pi u}{\lambda} = 10\pi$ rad/s，得经过 $\Delta t = 0.65\text{s}$ 后，相位增加 $\Delta\phi = \omega\Delta t = 6.5\pi$，则 C 点的振动相位为 $\phi = 0.5\pi + 6.5\pi = 7\pi$，C 点为波谷，故高度（位移）为-20cm。

练习 16 不同　　相同

解　驻波方程为 $y = Acos(\frac{2\pi x}{\lambda})cos(\frac{2\pi t}{T} + \phi_0)$，则在相邻波节之间，各点的振幅为 $|Acos(\frac{2\pi x}{\lambda})|$，振幅不相同；同时相邻波节之间 $Acos(\frac{2\pi x}{\lambda})$ 总是同正负，则相位总是相同。

练习 17 π

解　由驻波方程可知，在 x_1 处的振动为 $y_1 = \frac{\sqrt{2}}{2}Acos(15\pi t)$，在 x_2 处的振动为 $y_2 = -\frac{\sqrt{2}}{2}Acos(15\pi t) = \frac{\sqrt{2}}{2}Acos(15\pi t + \pi)$。则两个振动的相位相差 π。

练习 18 光疏介质　　光密介质

解 根据定义，一列光波从一种介质向另一种介质入射，光速较大的介质叫做光疏介质，光速较小的叫做光密介质。

练习 19 朝向 0.25

解 设空气中声速为u_0，设声源朝向观察者的速度是u。则观察者接收到的波长$\lambda=\frac{u_0-u}{u_0}\lambda_0=\frac{3\lambda_0}{4}$，解出$u=\frac{1}{4}u_0=0.25u_0$。由于解出 u 大于 0，则声源朝向观察者运动，且运动速度为空气中声速的 0.25 倍。

练习 20 8.48m/s

解 设潜艇移动的速度为u，则在潜艇接收到的信号频率为$f_1=\frac{u_0+u}{u_0}f_0$，则潜艇反射的信号频率为$f=\frac{u_0}{u_0-u}f_1=\frac{u_0+u}{u_0-u}f_0$。可知探测器接收到的信号频率增大，则$f-f_0=341$，得$f=30341Hz$。已知$u_0=1500\mathrm{m/s}$，代入计算得$u=8.48\mathrm{m/s}$。

§14.3 计算题

练习 21

解 (1) 由于波向 x 正向传播，则在x处的质点，振动的相位比 0.1m 处的质点落后$\Delta\phi(x)=\frac{\omega}{u}(x-0.1)$。而在 0.1m 处的质点振动为$y_0=0.5sin(1.0-4.0t)=0.5cos(4t-1+\frac{\pi}{2})$。则可得圆频率$\omega=4\mathrm{rad/s}$，则$\Delta\phi(x)=5(x-0.1)$。

由以上可得$y(x,t)=0.5cos(4t-1+0.5\pi-5(x-0.1))=0.5cos(4t-5x+1.07)\mathrm{m}$

(2)$v(0.1,t)=\frac{\mathrm{d}y(0.1,t)}{\mathrm{d}t}=-2sin(4t+0.57)\mathrm{m/s}$

(3)$v_{max}=2\mathrm{m/s}$；则$\frac{v_{max}}{u}=5:2=2.5$。

练习 22

解 由坐标变换，有

$$\begin{cases}x'=-(x-\frac{\lambda}{4})\\y'=y\end{cases}$$

即

$$\begin{cases}x=\frac{\lambda}{4}-x'\\y=y'\end{cases}$$

将上式代入波动方程$y=Acos(2\pi(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda})+\varphi)$，得新坐标下的波动方程为：

$$y'=Acos(2\pi(\frac{t}{T}+\frac{x'}{\lambda})+\varphi-\frac{\pi}{2})$$

练习 23

解 (1)$f=\frac{1}{T}=2Hz$，$u=\lambda f=1.6\text{m/s}$；（或 $u=\frac{\lambda}{T}=1.6\text{m/s}$）

(2)$y(x,t)=0.2cos(2\pi(\frac{t}{0.5}-\frac{x}{0.8})+\varphi_0)\text{m}$；

而 $y(0.2,t)=0.2cos(-\frac{\pi}{2}+\varphi_0)$，由 $t=0$ 时，$x=0.2m$ 的质点处于反向最大位移处，则有 $-\frac{\pi}{2}+\varphi_0=\pi$，则 $\varphi_0=\frac{3\pi}{2}$。

则 $y(x,t)=0.2cos(2\pi(\frac{t}{0.5}-\frac{x}{0.8})+\frac{3\pi}{2})\text{m}$；

(3)$y(\frac{3}{4}\lambda,t)=0.2cos(4\pi t)\text{m}$；

(4)$\Delta x=0.3\text{m}$，$\Delta\varphi=\frac{\Delta x}{\lambda}2\pi=0.75\pi$。

练习 24

解 (1)$y_1=Acos(2\pi(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda})+\frac{3\pi}{2})\text{m}$；

(2) 反射波方向与入射波相反，但是振幅，频率和波速不变，故设反射波方程为 $y_2=Acos(2\pi(\frac{t}{T}+\frac{x}{\lambda})+\frac{3\pi}{2}-\Delta\varphi)\text{m}$。

而反射波到达原点时，相位比入射波落后 $\Delta\varphi=2\times\frac{3}{4}\lambda\times\frac{2\pi}{\lambda}+\pi=4\pi$(其中最后加的 π 是半波损失的相位)。而 4π 是 2π 的整数倍，故不影响方程的形式。

则有 $y_2=Acos(2\pi(\frac{t}{T}+\frac{x}{\lambda})+\frac{3\pi}{2})\text{m}$；

(3)$y=y_1+y_2=2Acos(\frac{2\pi x}{\lambda})cos(\frac{2\pi t}{T}+\frac{3\pi}{2})\text{m}$

则当 $cos(\frac{2\pi x}{\lambda})=0$ 时为波节，则 $\frac{2\pi x}{\lambda}=\frac{2n+1}{2}\pi$，得 $x=\frac{2n+1}{4}\lambda$, 其中 n 是整数。

则在图中 $x=\frac{1}{4}\lambda,\frac{3}{4}\lambda$ 处标注为静止点。

第十五章　波动光学 1（干涉）

§15.1　选择题

练习 1 A

解　相干长度（书上 P129）：一切实际光源发射的光是一个个的波列，当两个分光束的光程差大于波列长度 L 时，将不能发生干涉现象。这个波列长度 L 称为该光源的相干长度。

练习 2 C

解　两束光不能观察到相干现象的本质是两束光不是相干光。相干光要求：频率相同，光矢量振动方向平行且具有恒定的相位差。

练习 3 A

解　光源的空间相干性指的是光源的相干长度，由光源的线度决定。可以理解为光源本身的尺寸影响了光源发出的光的波列的长度。

练习 4 C

解　由于一个狭缝的宽度变窄，说明其中一束光的光强变弱，但是其振动的频率和相位没有发生变化，故两束光仍然是相干光，仍然会发生干涉现象。由双缝干涉间距公式 $\Delta = \frac{D\lambda}{d}$，可知条纹的间距不变。由于此时两束光的最大光强不同，故原来光强为零的地方现在不再为零。

练习 5 A

解　振幅相等说明光强相等，则由此产生的光的干涉现象中，最小光强为零，最大光强为单束光光强的两倍。

练习 6 A

解　本题考查介质中光程差的计算方法。由于加入玻璃片后，光在玻璃片中的光程差发生改变，增加了 $(n-1)d$，即增加了 5λ 的光程差，故不影响原有的明纹暗纹分布，中央明纹处依旧是明纹。

练习 7 D

解　做出光路图，由图15.1可知两束光的光程差为 $\delta = 2nd$，由相长干涉的条件 $\delta = 2k \cdot \frac{\lambda}{2}(k = 1, 2, 3, \ldots)$ 可知最小厚度即为 $\frac{\lambda}{2n}$。

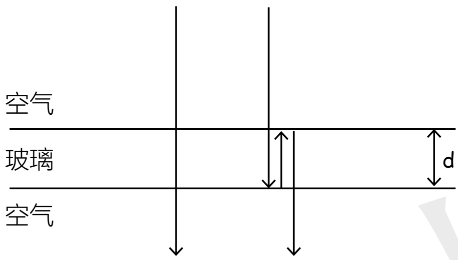


图 15.1

练习 8 B

解　研究光的干涉现象的关键是要分析清楚光程差的变化情况。

设凸透镜离开平玻璃的距离为 l，由牛顿环的中心光程差 $\frac{\lambda}{2}$，可知现在中心点的光程差为 $\frac{\lambda}{2} + 2l$，随着 l 的增加光程差也在增加，故中心点的光程差将依次满足明纹、暗纹的条件，故中心点会出现明纹暗纹交替的现象。

对于第 k 级暗纹，原来的 r_k 为 $r_k = \sqrt{k\lambda R}$，现在为 $r_k' = \sqrt{(k\lambda - 2l)R}$，可知 $r_k' < r_k$，故条纹向中心收缩。

练习 9 C

解　注意审题，是从下向上观察，即观察透射光的干涉现象（类比第七题）。由于半波损失发生在光从光疏介质射向光密介质，在界面上发生反射时，由于玻璃的折射率为 1.5，故两束光都没有半波损失，由出现暗纹的条件 $2nl = \frac{\lambda}{2}(2k + 1)(k = 0, 1, 2, \ldots)$ 可知最小距离为 78.1nm。

练习 10 B

解　扩展光源发出的波矢量方向极多，相干性很差，如白炽灯。但是同一个角度发出的光在屏幕上在同一个圆周上，可类比点电荷的电场线分布考虑。

§15.2　填空题

练习 11 5×10^{-7}m

解　由于光的相位的该变量为 3π，那么光程差即为 1.5λ，由频率可以求出波

长，就可以求出介质薄片的厚度。

$$\delta = 2nd = \frac{3}{2}\lambda = \frac{3}{2}\frac{c}{\nu}$$

$$d = \frac{3c}{4n\nu} = 5 \times 10^{-7}\mathrm{m}$$

练习 12 563.6

解 本题考查迈克尔逊干涉仪中的条纹距离公式，即 $\Delta d = \frac{N\lambda}{2}$，代入相关数据即可解得。

练习 13 $3d$

解 又是透射光的光程差问题，与第七题和第九题一样，此处不再赘述。

练习 14 两个次波源　相干波源

解 书上介绍了两种获得相干光源的办法：分波阵面法和分振幅法。前者是在光源发出的同一波列的波面上取出两个次波源作为相干波源，如杨氏干涉。后者是把同一波列的波分为两束光波，如薄膜干涉。

练习 15 $\frac{9\lambda}{4n_2}$

解 做出光路图如图15.2所示，由于两束光均为从光疏介质射向光密介质并且在界面分界出发生反射，故两束光均存在半波损失，故光程差没有半波损失。由干涉出现暗纹的条件

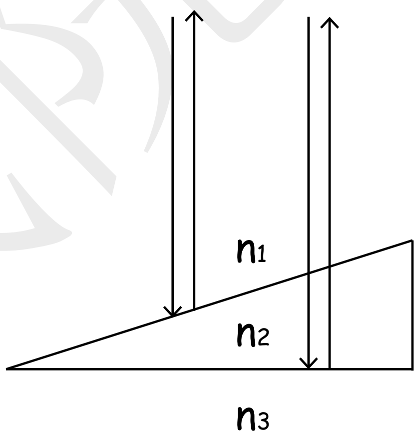


图 15.2

$$2n_2d = (2k+1)\lambda(k = 0, 1, 2, \ldots)$$

取 $k=4$，则 $d=\frac{9\lambda}{4n_2}$

练习 16 $(r1/r2)^2$

解　分别写出 r_1 和 r_2 的表达式，则可知液体的折射率。

$$2\cdot\frac{r_1^2}{2R}=(2k+1)\frac{\lambda}{2} \tag{15.1}$$

$$2n\cdot\frac{r_2^2}{2R}=(2k+1)\frac{\lambda}{2} \tag{15.2}$$

(15.2)/(15.1) 得：$n\cdot\frac{r_2^2}{r_1^2}=1\Rightarrow n=\frac{r_1^2}{r_2^2}$

练习 17 $4\times10^{-5}\mathrm{m}$

解　设 a 相邻两暗纹间的距离，d 是小纸条厚度。由劈尖干涉的公式 $a\sin\theta=\frac{\lambda}{2}$ 可知

$$\sin\theta=\frac{\lambda}{2a}$$

根据几何关系和小角度近似可知

$$\begin{aligned}d&=L\tan\theta\approx L\sin\theta=L\frac{\lambda}{2a}\\&=20\times10^{-2}\mathrm{m}\times\frac{560\times10^{-9}\mathrm{m}}{2\times1.4\times10^{-3}\mathrm{m}}=4\times10^{-5}\mathrm{m}\end{aligned}$$

练习 18 $xd/5D$

解　直接由杨氏双缝干涉中相邻的明纹或者暗纹之间的距离公式 $\delta x=\frac{D\lambda}{d}$，且第零级明纹和第五级明纹之间的距离为五个 δx，可知 $\lambda=xd/5D$.

练习 19 暗纹

解　对于一般位置分析，做出光路图15.3可知光程差的表达式为 $2\cdot1.75\cdot d+\frac{\lambda}{2}=8$，在中心处由于 $d=0$，故中心处的光程差为 $\frac{\lambda}{2}$，满足干涉出现暗纹的条件。注意，在接触点处仍要考虑折射率为 1.75 的介质。

练习 20 平行等倾

解　考查迈克尔逊干涉仪的相关概念。当 M_1' 和 M_2 平行时，可观察到同心圆的条纹分布，这是等倾干涉。当 M_1' 和 M_1 不平行时，由于空气隙的存在，会观察到类似于等厚干涉的等距直线条纹。

§15.3　解答题

练习 21

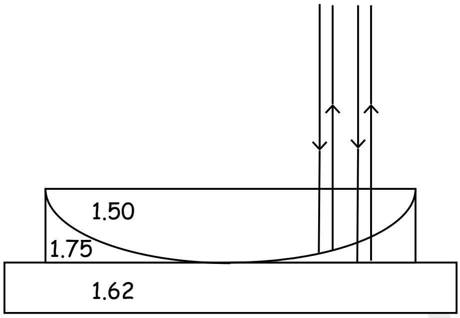


图 15.3: 19 题图

分析 本题考查劈尖干涉，只要能正确理解公式的含义就可以顺利解出，难度不大。

解　设劈尖的顶角为 θ，相邻暗纹距离为 a，薄膜厚度为 d，AB 长度为 l，则：

$$a\sin\theta=\frac{\lambda}{2n_1}$$
$$l=10a$$

联立得：

$$d=l\sin\theta=\frac{5\lambda}{n_1}$$

代入数据得：

$$d=1.431\times10^{-6}\mathrm{m}$$

练习 22

分析 本题考查劈尖干涉的光程差的分析，由于条纹整体左移，说明光程差变大了，即左边的空气隙的厚度变大了，说明工件表面有凹陷，且可以定量算出凹陷的深度。

解　条纹向左移动说明左侧空气隙厚度变大，即左侧发生凹陷。

设凹陷的深度为 Δd，则：

原来的亮纹：$2nd_1+\frac{\lambda}{2}=(2k+1)\frac{\lambda}{2}$

现在的亮纹：$2n(d_1+\Delta d)+\frac{\lambda}{2}=[2(k+1)+1]\frac{\lambda}{2}$

作差得：$\Delta d=\frac{\lambda}{2}$

练习 23

分析 本题考查薄膜干涉的两种情况。如果观察反射光可以直接利用薄膜干涉的公式 $\delta = 2nd + \frac{\lambda}{2}$，根据 k 的取值判断光的颜色。如果观察透射光，可以利用作业第七题、第九题提到的算法同样判断 k 的值得到光的颜色。

解 (1) 正面观察

$$\delta = 2nd + \frac{\lambda}{2} = 2k \cdot \frac{\lambda}{2}$$

即

$$\lambda = \frac{4nd}{2k-1} (k = 1, 2, 3, \dots)$$

其中满足 400nm$\leqslant \lambda \leqslant$760nm[1]的解为 668.8nm$(k = 2)$ 和 401.3nm$(k = 3)$。查表知二者分别为红色、紫色。

(2) 背面观察

$$\delta = 2nd = 2k \cdot \frac{\lambda}{2}$$

即

$$\lambda = \frac{2nd}{k} (k = 1, 2, 3, \dots)$$

其中满足 400nm$\leqslant \lambda \leqslant$760nm 的解为 501.6nm$(k = 2)$。查表知其颜色为绿色。

练习 24

分析 本题要求类比牛顿环的分析方法分析干涉现象，关键是要抓住光程差的分析，前两问非常基础。第三问关于疏密的判断可以类比第八题，即判断 Δr，由于 Δr 是关于 θ 的单元函数，故可以由 θ 的变化判断出疏密的变化。

解 (1)

$$\delta = 2d + \frac{\lambda}{2} = 2k \cdot \frac{\lambda}{2} (k = 1, 2, 3 \dots)$$

设某点到中心距离为 d，则 $d = r \tan\theta$。故

$$r = \frac{(k - \frac{1}{2})\lambda}{2\tan\theta}$$

$$\Delta r = \frac{\lambda}{2\tan\theta}$$

故条纹为明暗相间的等距条纹。

(2)

$$d_{k+1} - d_k = \Delta r \tan\theta = \frac{\lambda}{2}$$

(3) 向左倾斜时，左侧与平面夹角减小，右侧增大。

由 $\Delta r = \dfrac{\lambda}{2\tan\theta}$，左侧 Δr 增大，条纹变稀疏；右侧 Δr 减小，条纹变密集。

[1]尽管据报道，波长为 390nm 也是可见的，但考试一般会给出范围；即使未给出，用本题解所述范围也正确。

第十六章　波动光学 2（衍射）

§16.1　选择题

练习 1 A

解　由于形成中央亮条纹的光是垂直通过单缝，在经过聚透镜后会聚焦到光轴上。所以聚透镜向 y 轴正方向平移，则中央衍射条纹会向上移动。又因为中央亮条纹宽度为 $k=1$ 与 $k=-1$ 两条暗条纹之间的距离。则有 $bsin\varphi=\pm2k\frac{\lambda}{2},k=1$，当 b 减小，则 φ 增大，又因为 $tan\varphi=\frac{x_1}{f}$,所以 x_1 增大，即中央亮条纹会变宽。

练习 2 B

解　要让分辨本领大，则最小分辨角 δ_φ 要尽量小，又因为 $\delta_\varphi=\varphi_0\approx1.22\frac{\lambda}{D}$,电子波长比可见光波长小，即 λ 小，则电子波的 δ_φ 更小，分辨率更高。

练习 3 D

解　光程差 $\Delta=BC-DA=a(sin\phi-sin\theta)$;

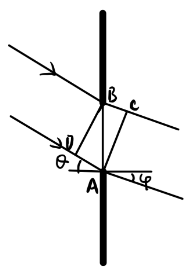


图 16.1: 1.3 图

中央亮条纹满足 $a(sin\phi-sin\theta)=0$，即 $\phi=\theta$;
所以中央亮条纹会偏移 θ，所以移动的距离 x=$ftan\theta$。

练习 4 D

解 在进行光学测量时，条纹越亮、越细、分得越开，测量越精确。光栅衍射具有这样的效果。

练习 5 C

解 由光栅方程 $(a+b)sin\varphi = \pm k\lambda$。由于衍射光线的原因，即 $asin\varphi = \pm k'\lambda, k' = 1,2,3\ldots$ 时出现暗条纹，即 $k = k'\frac{a+b}{a}$=2k' 时，原应该有的亮条纹会由于衍射变为暗条纹。除了中央亮条纹外，一边会出现 3 条亮条纹，其中 $k = 1,2,3\ldots, k' = 1,2,3\ldots$ 即 $k = 2$ 时会出现暗条纹，即 $k = 1$ 时出现第一条明纹，$k = 3$ 时出现第二条明纹。所以选 C。

练习 6 C

解 惠更斯-菲涅尔原理指的是从同一波前上各点发出的次波是相干波，经过传播在空间某点相遇时叠加是相干叠加。这条定理也适用光的干涉。

练习 7 D

解 由最小分辨角公式 $\delta_\varphi = \varphi_0 \approx 1.22\frac{\lambda}{D}$，带入数值算得 $\delta_\varphi = 5.3\times10^{-7}rad$。

练习 8

解 B 对于中央亮条纹，它是由各色光同时合成的，所以为白色。又由于由紫光到红光的波长逐渐增大，又 $asin\varphi = \pm k\lambda$, 对于同级亮纹，波长越大，衍射方向角（$\varphi$）越大。又由于几何关系得衍射方向角越大，在屏幕上的亮条纹离中央亮条纹越远。

练习 9 B

解 由最小分辨角公式 $\varphi_0 \approx 1.22\frac{\lambda}{D}$ 得，$\varphi = 2.33\times10^{-4}rad$，所以物品大小为 $l = \varphi\cdot H = 2.33\times10^{-4}\times300\times10^3m = 67.1m$。

练习 10 C

解 由衍射公式 $asin\varphi = \pm k\lambda$，以及几何关系 $sin\varphi \approx tan\varphi = \frac{x}{f}$，解得宽度 d=$2x = \frac{2\lambda f}{a}$, 所以焦距 f 增大，d 也增大。

§16.2 填空题

练习 11 中心

解 由于规定最小分辨角通常采取瑞利判据，即一个圆斑像中心刚好落在另一圆斑像的第一级暗环上。

练习 12 2λ

解 根据单缝衍射条纹的暗纹条件，即 $asin\varphi = \pm2k\frac{\lambda}{2}$，在第二个暗条纹时，$k = 2$。所以光程差 $asin\varphi = 2\lambda$。

练习 13 6.04×10^{-5}m

解 根据单缝衍射条纹的暗纹条件，即 $asin\varphi=\pm2k\frac{\lambda}{2}$，对于第一级暗条纹，$k=1$。其中 $\varphi=1.2°/2=0.6°$，代入方程得 $a=\frac{\lambda}{sin\varphi}=\frac{632.8\times10^{-9}}{sin(0.6°)}m=6.04\times10^{-5}m$。

练习 14 $1.2\times10^{-3}m$ 3.6×10^{-3}m

解 根据单缝衍射条纹的暗纹条件,即 $bsin\varphi=\pm2k\frac{\lambda}{2}$,又由于几何关系 $sin\varphi\approx tan\varphi=\frac{x}{f}$，得 $d=2x=\frac{2k\lambda f}{a}$。当计算中央明条纹宽度时，$k=1$，所以 $d_1=\frac{2\times600\times10^{-9}\times60\times10^{-2}}{0.6\times10^{-3}}m=1.2\times10^{-3}$m。对于两个第三级暗纹之间的距离，$k=3$，此时 $d_3=\frac{6\times600\times10^{-9}\times60\times10^{-2}}{0.6\times10^{-3}}$m $=3.6\times10^{-3}$m。

练习 15 10λ

解 当 $k=2$ 时，两个相邻的缝之间光程差为 $dsin\varphi=2\lambda$，第一条缝与第六条缝之间差 5 条缝，即光程差为 $5dsin\varphi=10\lambda$。

练习 16 500nm

解 根据单缝衍射条纹的暗纹条件,即 $bsin\varphi=\pm2k\frac{\lambda}{2}$,又由于几何关系 $sin\varphi\approx tan\varphi=\frac{x}{f}$，算得 $\lambda=\frac{bx}{k\lambda}$。其中对于中央明条纹两侧的两个第三级暗纹，$k=3$，$2x=8$mm，代入得 $\lambda=\frac{0.15\times10^{-3}\times4\times10^{-3}}{3\times40\times10^{-2}}$m $=500\times10^{-9}m=500nm$。

练习 17 $\frac{\pi}{6}$

解 根据单缝衍射条纹的暗纹条件，即 $asin\varphi=\pm2k\frac{\lambda}{2}$，中央亮条纹边缘即为第一级暗条纹，即 $k=1$。又 $a=2\lambda$，所以 $\varphi=\frac{\pi}{6}$。

练习 18 2.68×10^{-7}

解 由最小分辨角公式 $\delta_\varphi=\varphi_0\approx1.22\frac{\lambda}{D}$，带入数值算得 $\delta_\varphi=2.68\times10^{-7}$rad。

练习 19 4

解 根据单缝衍射条纹的暗纹条件，单缝宽 $a=4\lambda$，得光程差为 $asin\varphi=2\lambda$。所以该光程差可以分为 n=$2\lambda\div\frac{\lambda}{2}=4$。

练习 20 $2dsin\varphi=k\lambda,k=1,2,3...$

解

根据光波干涉加强的条件,即相干光波之间光程差相隔 $k\lambda$,即 $d(sin\theta+sin\theta)=k\lambda$，化简得 $2dsin\varphi=k\lambda,k=1,2,3...$。

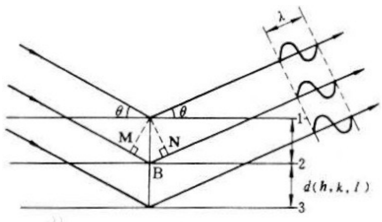


图 16.2: 2.10 图

§16.3 计算题

练习 21

解 （1）由光栅方程 $(a+b)sin\varphi = \pm k\lambda$；

当 $\varphi = 30°, k = 1$ 时；

解得 $a + b = 10^{-6}$m；

所以光栅常数为 10^{-6}m。

（2）由题意得：$\lambda = (1 \pm 5\%)\lambda_0$； 代入光栅方程得：$(a+b)sin(\varphi \pm \frac{1}{2}\Delta\theta) = \pm k(1 \pm 5\%)\lambda_0$；

解得：$\theta_{min} = arcsin\frac{95\%\lambda_0}{a+b} = 28.359°$；

$\theta_{max} = arcsin\frac{105\%\lambda_0}{a+b} = 31.668°$；

得：$\Delta\theta \in [-1.641°, 1.668°]$.

练习 22

解 根据单缝衍射条纹的暗纹条件，即 $asin\varphi = \pm 2k\frac{\lambda}{2}$；

中央亮纹的宽度为两侧第一级暗条纹的距离，此时 $k = 1$；

又由于几何关系:$sin\varphi \approx tan\varphi = \frac{x}{f}$；

当 $2x = 1.0$cm 时，$a_1 = 4.8 \times 10^{-5}$m；当 $2x = 1.5$cm 时，$a_2 = 3.2 \times 10^{-5}$m；

即缝宽由 4.8×10^{-5}m 变为 3.2×10^{-5}m。

练习 23

解 光栅衍射明条纹的条件为：$dsin\varphi = \pm 2k\frac{\lambda}{2}$；

对光 λ_1：$dsin\varphi = k_1\lambda_1$；

对光 λ_2：$dsin\varphi = k_2\lambda_2$；

所以 $k_1\lambda_1 = k_2\lambda_2$，即 $k_1 = 1.5k_2$；

当 $k_1 = 3, k_2 = 2$ 时，两条光波第一次重合；

当 $k_1' = 6, k_2' = 4$ 时，两条光波第二次重合

即 $dsin\varphi = k_1'\lambda_1$；

得 $d = \frac{k_1'\lambda_1}{sin\varphi} = 3.05 \times 10^{-6}$m。

练习 24

解 设最小分辨角为 δ_φ；

代入数据得：

$$\delta_\varphi \approx \frac{1\mathrm{m}}{645\times10^3\mathrm{m}} = 1.55\times10^{-6}\mathrm{rad}$$

由最小分辨角公式 $\delta_\varphi = \varphi_0 \approx 1.22\frac{\lambda}{D}$ 得：

$$D = 0.394\mathrm{m}$$

钱院学辅

第十七章　波动光学 3（偏振）

§17.1　选择题

练习 1 B

解　由马吕斯定律知，线偏光透过检偏器时的光强 $I=I_0\cos^2\theta$，故光强先增加，后减小至 0。

练习 2 D

解　A：部分偏振光可以看作是线偏光和自然光的合成，而自然光的光振动沿任意方向都有分布，正确；

B：部分偏振光的自然光分量透过旋转的偏振片永远不会使光强降为 0，正确；

C：自然偏振光和线偏光均可以分解为两个相互正交的、无相位关系的线偏光，正确；

D：部分偏振光中的自然光分量在经过偏振片时光强一定会减小，错误，选 D。

练习 3 C

解　从偏振度的定义来看，图中两个方向偏振的光的标记数量得越均匀，则偏振度越小。其中 C 图两个方向偏振的光的标记数量相等，是自然光，故偏振度为 0，偏振度最小，选 C。

练习 4 C

解　如果入射光是部分偏振光，则在偏振光旋转的时候，部分偏振光的线偏振光部分的光强会变化，而自然偏振光部分不会变化，叠加起来导致出射光强对偏振片转动有变化但没有消光，满足条件；

如果是椭圆偏振光，则可根据椭圆的对称轴将偏振光分解为正交的两个分量 $I_1\leqslant I_2$，总光强 $I_0=I_1+I_2$，如图17.1所示。

其中在经过偏振片后，透过两线偏光光强分别为 $I_1'=I_1\sin^2\theta$，$I_2'=I_2\cos^2\theta$。而 I_1',I_2' 原本 d 的相位差为 $\frac{\pi}{2}$ 或 $\frac{3\pi}{2}$，在有些时候，当偏振方向使得矢量在相反方向分解时，有附加相位差 π，故总的相位差仍可化为 $\Delta\varphi=\frac{\pi}{2},\frac{3\pi}{2}$。而两线偏

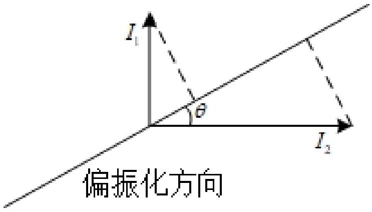


图 17.1: 题 4 示意图

光在同一偏振面内，故合成的是线偏光，光强为 $I = I_1' + I_2' + 2\cos\Delta\varphi\sqrt{I_1' I_2'}$，代入上述关系，得 $I = I_1 \sin^2\theta + I_2 \cos^2\theta = I_1 + (I_2 - I_1)\cos^2\theta$。当 $I_1 \neq I_2$ 时，I 会随 θ 变化，且 $I_2 - I_1 > 0$，光强不会变为 0，不会消光，这种椭圆偏振光满足条件；而当 $I_1 = I_2$ 时，即圆偏光，$I = I_1 = I_2 = \frac{1}{2}I_0$，光强与偏振片角度无关，即光强不变化，故圆偏光一定不满足条件。

如果入射光是线偏光，则当偏振化方向与偏振方向垂直时会消光，不满足条件。

由以上讨论对选项进行检查：A，B：入射光是部分偏振光或是非圆偏光的椭圆偏振光时，可以满足条件，故两者都错；C：入射光是圆偏光时，偏振光旋转不可能使光强发生变化，故不可能是圆偏光，正确；D：旋转偏振片可以使线偏光消光，错误。

练习 5 A

解　在光经过偏振片后，光的强度减为原来的一般，而光的偏振方向相同，仍然满足干涉条件，故在屏上仍有干涉条纹，但光强减为原来的一半，选 A。

练习 6 B

解　由书中介绍，可以得知自然光入射到两种介质界面上时，反射光一般是部分偏振光，在入射角为布儒斯特角时反射光为线偏光。故 ACD 正确，B 错误。

练习 7 B

解　由于自然光是以布儒斯特角从空气入射玻璃，故 1 光是线偏振光，2 光是部分偏振光；而 2 光从玻璃入射空气时，也是以布儒斯特角入射，故反射光 3 是线偏光，且光矢量方向垂直与入射面，选 B。

练习 8 C

解　由书中对 o 光和 e 光的介绍，知 o 光在晶体中的波阵面是球面，e 光在晶体中的波阵面是旋转椭球面，选 C。

练习 9 C

解　见题 4 对椭圆偏振光透过偏振片的光强的推导，有当椭圆偏振光为圆偏光时，透过的线偏光的光强为 $I = \frac{1}{2}I_0$，是原来光强的一半。故选 C。

练习 10 C

解　自然光可以沿 1/4 波片的光轴方向分解为两个光强相等的正交分量，但没有固定的相位关系，故在通过波片后，，虽然某一方向的相位增加了 $\frac{\pi}{2}$，但两分量的相位差仍然没有固定关系，但两分量的光强度不变，所以出射光仍然是自然光，选 A。

§17.2　填空题

练习 11 起偏方向　　起偏器　　检偏器

解　由书中定义可得。

练习 12 平行于入射面

解　已知以布儒斯特角入射的光线，其反射光只能是垂直于入射面的；而由于这束偏振光没有反射的部分，故该偏振光没有垂直于入射面的分量，故该偏振光的光矢量振动方向为平行于入射面。

练习 13 $\frac{\sqrt{2}}{2}A$

解　将振幅沿偏振光方向分解，沿偏振方向的振幅为 $A' = A\cos 45^{\mathrm{o}} = \frac{\sqrt{2}}{2}A$，故透过偏振片的光振幅为 $\frac{\sqrt{2}}{2}A$。

练习 14 60^{o}

解　自然光透过第一个偏振片后光强变为 $I' = \frac{1}{2}I_0$，变为线偏光，再经过第二个偏振片后光强变为 $I = I'\cos^2\theta = \frac{1}{2}\cos^2\theta I_0$，其中 θ 为两偏振片的夹角。又知 $I = \frac{1}{8}I_0$，故有 $\frac{1}{2}\cos^2\theta = \frac{1}{8}$，取 $0 \leqslant \theta \leqslant 90^{\mathrm{o}}$，有 $\theta = 60^{\mathrm{o}}$。

练习 15 线偏光　　垂直于入射面　　部分偏振光

解　由书中对布儒斯特角的介绍可得。

练习 16 $\arctan\frac{n_2}{n_1}$

解　入射角为 i_B（布儒斯特角）时，折射角为 $\gamma = \frac{\pi}{2} - i_B$。又由折射关系，知 $n_1\sin i_B = n_2\sin\gamma = n_2\cos i_B$，故 $\tan i_B = \frac{n_2}{n_1}$，有 $i_B = \arctan\frac{n_2}{n_1}$。

练习 17 $\frac{1}{2}I$

解　由题 4 对椭圆偏振光中特殊情况圆偏光的分析可得。

练习 18 o　e

由书中对双折射现象的介绍可得。

练习 19 $5 \times 10^{-6}\mathrm{m}$

解　由 o 光和 e 光在材料中不同的折射率，得材料中 o 光和 e 光的光程差为 $\Delta = d|n_o - n_e|$，其中 d 为材料的厚度；当 $\Delta = \frac{\lambda}{4} + k\pi, k = 0, 1, 2, \cdots$ 时，可以变为 1/4 波片。为使 d 最小，取 $k = 0$，得 $d_{\min} = \frac{\lambda}{4|n_e - n_o|} = 5 \times 10^{-6}\mathrm{m}$。

练习 20 在光路中添加 1/2 波片

解　将右旋椭圆偏振光沿波片的光轴分解为正交的两个振动分量，假设分解如图17.2中方向所示。

图 17.2: 题 20 图

由于偏振光右旋，故 I_2 方向的偏振超前 I_1 方向 $\Delta\varphi \leqslant \frac{\pi}{2}$；在通过半波片后，$I_2$ 方向的偏振超前 I_1 方向 $\Delta\varphi \pm \pi$，均可等效为 $\Delta\varphi' = \Delta\varphi - \pi$，其中 $-\frac{\pi}{2} \leqslant \Delta\varphi' \leqslant 0$，可理解为 I_1 超前 I_2 的相位为 $-\Delta\varphi' = \pi - \Delta\varphi$，则方向变为右旋。故可以通过加 1/2 波片使椭圆偏振光从右旋变成左旋。

§17.3　计算题

练习 21

解　设部分偏振光的自然光部分的光强为 I_1，线偏光部分的光强为 I_2。在偏振片移动到透射光强最大位置时，偏振化方向与线偏光相同，则透射光强为 $I_{max} = \frac{1}{2}I_1 + I_2$；当偏振片旋转 60^{o} 时，透射光强为 $I = \frac{1}{2}I_1 + I_2\cos^2 60^{\mathrm{o}}$。由题中所给关系 $I = \frac{1}{2}I_{max}$，解得 $I_1 : I_2 = 1 : 1$。

练习 22 45^{o}

解　设第二个偏振片和第一个偏振片的夹角为 θ，则第二个偏振片和第三个偏振片的夹角为 $90^{\mathrm{o}} - \theta$。则有透射光光强为 $I = \frac{1}{2}I_0\cos^2\theta\cos^2(90^{\mathrm{o}} - \theta) = \frac{1}{2}I_0\cos^2\theta\sin^2\theta = \frac{1}{8}I_0\sin^2 2\theta$。则当 $\theta = 45^{\mathrm{o}}$ 时，光强最大。

练习 23 $I' = \frac{5}{8}I_0 \quad I'' = \frac{5}{32}I_0$

解　入射光为强度相等的线偏振光和自然偏振光混合而成，故线偏光部分强度为 $I_1 = \frac{1}{2}I_0$，自然光部分强度为 $I_2 = \frac{1}{2}I_0$。在该光经过第一个偏振片时，光强变为 $I' = I_1\cos^2 30^{\mathrm{o}} + \frac{1}{2}I_2 = \frac{5}{8}I_0$，为线偏光。再经过第二个偏振片，光强变为 $I'' = I'\cos^2 60^{\mathrm{o}} = \frac{5}{32}I_0$。

练习 24 $1.28\mu\mathrm{m}$

解　设晶片的厚度为 d。光的分解和叠加情况如图17.3所示。

从图17.3中可以看出，在自然光经过偏振片 1 后，变为线偏光；在经过方解石晶片后被分解为 o 光和 e 光，并且由于其在晶片中的运动速度不同，产生了一

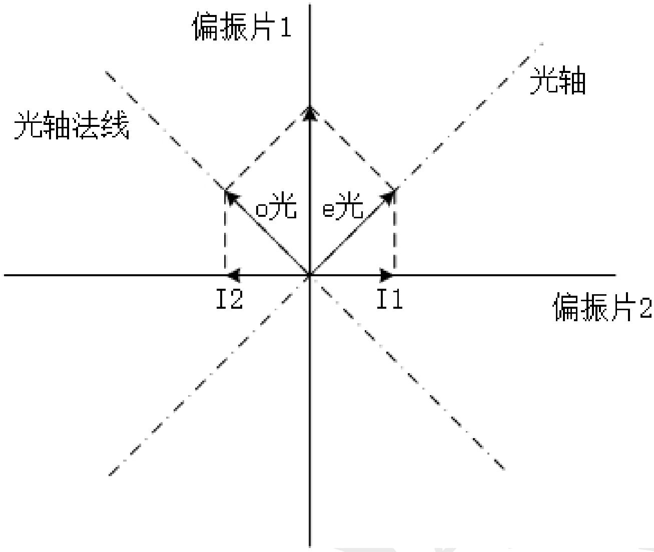


图 17.3: 题 24 图

部分光程差；再经过偏振片 2，o 光和 e 光均被分解到偏振片 2 的方向（I_1, I_2）。可以看出，其参考方向相反，则在干涉叠加的时候又附加光程差 $\frac{\lambda}{2}$。故 I_1, I_2 之间总光程差为 $\delta = d|n_o - n_e| + \frac{\lambda}{2}$。而当 $\delta = n\lambda, n = 1, 2, \cdots$ 时，光达到相长干涉，光通过系统达到极大。则计算得满足条件的 $d = \frac{\lambda}{|n_o - n_e|}n - \frac{\lambda}{2|n_o - n_e|} = 3.488n - 1.744(\mu\mathrm{m})$。

当 $n = 3$ 时，$d = 8.720\mu\mathrm{m} < 10\mu\mathrm{m}$；当 $n = 4$ 时，$d = 12.208\mu\mathrm{m} > 10\mu\mathrm{m}$。故 d 取 $8.720\mu\mathrm{m}$，应至少磨去 $\Delta d = 10 - 8.720 = 1.28\mu\mathrm{m}$（保留三位有效数字）。