

# Esperienza di ottica geometrica

Relazione del gruppo G9 - Luca Giacomelli, Donato Romito e Francesca Sartori

## Scopi dell'esperienza

Stimare la distanza focale di una lente convergente e in seguito calcolarla con più precisione. Calcolare per ciascuna configurazione oggetto-immagine-lente la magnificazione lineare e verificare che sia correttamente correlata alle distanze tra lente, oggetto e immagine. Calcolare le variazioni della distanza focale dovute all'aberrazione sferica e a quella cromatica e calcolare l'indice di rifrazione della lente sia per la luce bianca, sia per quella colorata. Calcolare la distanza focale di una lente divergente e la magnificazione di un sistema di lenti.

## Materiali a disposizione

- Sorgente luminosa per proiettare una linea verticale di lunghezza 0.01 m
- Due lenti con supporti, una convergente e una divergente
- Schermo con supporto
- Binario su cui fissare i supporti
- Metro a nastro e calibro ventesimale
- Due diapositive, una rossa e una viola
- Due diaframmi, uno tondo e uno a corona circolare

## Procedure di misura

Inizialmente abbiamo montato sul binario la lente convergente, tra lo schermo e la sorgente luminosa. Ricordando che il fuoco di una lente è il punto in cui convergono i raggi luminosi provenienti da un punto sull'asse della stessa a distanza infinita (o il punto in cui porre l'oggetto per ottenerne l'immagine ad una distanza infinita), per stimare la distanza focale abbiamo posto la lente il più lontano possibile dalla sorgente luminosa e abbiamo sistemato lo schermo di modo che si vedesse un solo punto luminoso su di esso. Un'altra stima è stata ottenuta ponendo lo schermo il più lontano possibile dalla lente e spostando quest'ultima fino ad ottenere un'immagine a fuoco. Naturalmente questi metodi di stima sono rudimentali e poco precisi data l'impossibilità di lavorare con distanze effettivamente infinite. Per ottenere dei valori più accurati abbiamo perciò proceduto a misurare la distanza dello schermo dalla lente ( $q$ ) nel punto in cui si formava un'immagine nitida al variare della distanza della lente dalla sorgente luminosa ( $p$ ). Per le configurazioni in cui lo schermo era piuttosto lontano, data la difficoltà di distinguere a occhio nudo il punto di esatta messa a fuoco, abbiamo misurato gli estremi di un intervallo di  $q$  entro cui l'immagine ci appariva a fuoco per poi ricavare un unico valore calcolando la media. Per ogni configurazione abbiamo inoltre misurato con il calibro ventesimale la lunghezza dell'immagine proiettata sullo schermo.

Successivamente, per quantificare l'*aberrazione sferica*, abbiamo applicato sulla lente il diaframma circolare di modo da lasciar passare solo i raggi luminosi che giungevano non troppo distanti dal vertice della lente (cioè i raggi parassiali) e abbiamo effettuato una misura di  $p$  e  $q$  in una configurazione in cui  $p \simeq q$  che si è rivelata essere la più utile per individuare al meglio il punto di messa a fuoco (poiché in questa configurazione l'intervallo in cui il nostro occhio valutava come a fuoco l'immagine è molto ristretto). Poi abbiamo applicato sulla lente il diaframma a corona circolare, di modo da lasciar passare i soli raggi che giungevano al bordo della lente; in questo caso però la posizione dello schermo per cui si ha un'immagine messa a fuoco non è così chiara, perciò abbiamo, come prima, misurato gli estremi dell'intervallo di messa a fuoco e mediato sui due valori.

Rimosso il diaframma abbiamo invece posto davanti alla sorgente luminosa prima una diapositiva costituita da una pellicola rossa e poi una viola. Abbiamo così ottenuto due sorgenti luminose di lunghezza d'onda diverse, per ciascuna delle quali abbiamo misurato i valori di  $p$  e  $q$  sempre ponendoci nel caso  $p \simeq q$ . Abbiamo così potuto quantificare l'*aberrazione cromatica*.

Per calcolare la distanza focale della lente divergente, non potendo proiettare l'immagine da essa fornita su uno schermo, abbiamo sfruttato il comportamento della lente convergente ponendola tra la lente divergente e lo schermo. Essa aveva così come oggetto l'immagine virtuale data dalla lente divergente e ne proiettava l'immagine sullo schermo. Abbiamo poi misurato le distanze tra i vari componenti dell'apparato per due configurazioni diverse.

Abbiamo infine misurato con il calibro le dimensioni della nostra lente: spessore, diametro e spessore non curvato.

# Analisi dati

## -Focale e magnificazione della lente convergente

I valori della distanza della focale ottenuti con le stime iniziali sono  $0.220m$  e  $0.224m$  rispettivamente proiettando l'immagine all'infinito e ponendo la sorgente luminosa a distanza infinita dalla lente. Dai valori di  $p$  e  $q$  misurati abbiamo invece calcolato la distanza focale per ogni configurazione sfruttando l'equazione del costruttore di lenti  $\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{q}$ . I valori di  $p$ ,  $q$  e  $f$  con i rispettivi errori sono riportati in Tabella 1 alla fine di questo paragrafo. Di questi valori abbiamo calcolato la media pesata ed il risultato è

$$f_m = (0.1993 \pm 0.0001)m$$

Come ci si poteva aspettare il valore si discosta nettamente dai risultati delle stime, a causa della scarsa precisione di queste ultime.

Dalle misure delle dimensioni delle immagini  $h_1$ , conoscendo la grandezza dell'oggetto reale  $h_0$ , abbiamo calcolato la magnificazione sperimentale lineare della lente per ogni coppia di valori  $p$  e  $q$  sfruttando la definizione  $M_{esp} = \frac{h_1}{h_0}$ . Tali valori sono riportati in Tabella 1. Questi sono stati confrontati con i valori teorici  $M_{teo} = -\frac{q}{p}$  con cui dovrebbero corrispondere. Queste sono però in generale non compatibili entro una sigma pur essendo dello stesso ordine di grandezza e tutti compatibili entro 3 sigma. Probabilmente la scarsa compatibilità è dovuta alla sottostima degli errori non potendo quantificare le imprecisioni dovute al nostro metodo di misura. È da notare che è corretto che i valori di magnificazione siano negativi, in quanto l'immagine appariva capovolta rispetto all'oggetto.

Tabella 1: Risultati delle misure e dei calcoli relativi alla lente convergente

$p$ (m)	$\delta p$ (m)	$q$ (m)	$\delta q$ (m)	$f$ (m)	$\delta f$ (m)	$M_{esp}$	$\delta M_{esp}$	$M_{teo}$	$\delta M_{teo}$
0.2350	0.0003	1.28	0.05	0.199	0.001	-5.750	0.001	-5.5	0.2
0.2800	0.0003	0.67	0.02	0.197	0.002	-2.310	0.001	-2.38	0.08
0.3570	0.0003	0.44	0.02	0.198	0.003	-1.185	0.001	-1.24	0.05
0.4480	0.0003	0.343	0.006	0.194	0.002	-0.760	0.001	-0.76	0.01
0.4980	0.0003	0.335	0.005	0.200	0.002	-0.655	0.001	-0.672	0.009
0.5380	0.0003	0.3160	0.0003	0.1991	0.0001	-0.600	0.001	-0.5874	0.0006
0.5850	0.0003	0.3030	0.0003	0.1996	0.0001	-0.530	0.001	-0.5179	0.0006
0.6440	0.0003	0.2890	0.0003	0.1995	0.0001	-0.455	0.001	-0.4488	0.0005

## -Aberrazioni

Dai dati di  $p$  e  $q$  relativi ai due diaframmi abbiamo calcolato la distanza focale nei due casi, sempre sfruttando l'equazione del costruttore di lenti e propagando opportunamente le incertezze di risoluzione. I valori ottenuti sono, rispettivamente per il diaframma circolare e per quello a corona circolare ,

$$f_{centr} = (0.202 \pm 0.004)m \quad f_{cor} = (0.1985 \pm 0.0001)m$$

Come si può notare i due valori non sono compatibili e questo è dovuto agli effetti dell'aberrazione sferica. Infatti i raggi periferici risultano rifratti maggiormente di quelli parassiali e danno luogo a una distanza focale più piccola.

Anche per quanto riguarda le misure con raggi luminosi di lunghezze d'onda diverse abbiamo calcolato con lo stesso metodo le distanze focali relative alla luce rossa e a quella viola. I risultati sono stati, rispettivamente per la luce rossa e quella viola,

$$f_r = (0.1999 \pm 0.0001)m \quad f_v = (0.1980 \pm 0.0001)m$$

La differenza tra questi due valori è dovuta al fatto che l'indice di rifrazione dipende, oltre che dal materiale, anche dalla lunghezza d'onda della luce.

## -Indice di rifrazione

Le misure delle grandezze della nostra lente ci hanno permesso di risalire al raggio di curvatura della stessa, e quindi all'indice di rifrazione aria-vetro tramite la relazione

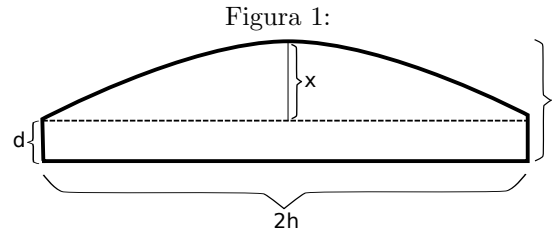
$$\frac{1}{f} = (n - 1) \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right).$$

Dato che la nostra lente ha un lato piatto  $R_2 = \infty$  e dunque la relazione per il calcolo dell'indice di rifrazione  $n$  si riduce a

$$n = \frac{R_1}{f} + 1$$

Per calcolare il raggio abbiamo misurato con il calibro il diametro della nostra lente  $2h$ , lo spessore totale  $l$  e lo spessore della parte non curvata  $d$  (Figura 1). A questo punto, sfruttando il teorema di Pitagora, si ha che vale  $R^2 = h^2 + (R - x)^2$  e sviluppando si trova

$$R = \frac{h^2 + x^2}{2x}$$



Propagando opportunamente le incertezze il calcolo dell'indice di rifrazione ha restituito il valore

$$n = 2.01 \pm 0.03$$

Considerando che l'aria atmosferica ha indice di rifrazione  $n_{aria} \simeq 1$  si ha che l'indice di rifrazione aria-vetro è praticamente uguale all'indice di rifrazione assoluto del vetro che può assumere valori tra 1.46 e 1.96. Il nostro valore è appena sopra questo intervallo e tale scarto è probabilmente dovuto all'inaffidabilità del valore ottenuto della focale che risulta sottostimato.

Abbiamo ripetuto questo calcolo anche con i valori di focale relativi alla luce rossa e viola ottenendo indici di rifrazione aria-vetro diversi. I valori ottenuti sono, rispettivamente per la luce rossa e per quella viola

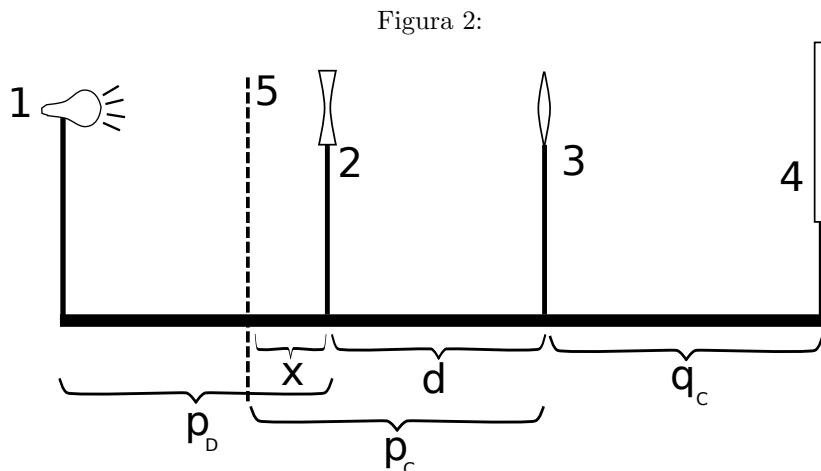
$$n_r = 2.00 \pm 0.01$$

$$n_v = 2.01 \pm 0.01$$

La differenza dei valori è, come prima, dovuta alla dipendenza dell'indice di rifrazione dalla lunghezza d'onda della luce.

### -Focale della lente divergente

Per calcolare la distanza focale della lente divergente abbiamo, come già detto, usato la configurazione di lenti in Figura 2, dove la linea tratteggiata indica il punto in cui si forma l'immagine virtuale data dalla lente divergente.



Legenda: 1)Sorgente luminosa; 2)Lente divergente; 3)Lente convergente; 4)Schermo; 5)Posizione dell'immagine virtuale

Utilizzando le definizioni delle distanze visibili in figura e applicando l'equazione del costruttore di lenti a entrambe le lenti otteniamo il seguente sistema:

$$\begin{cases} \frac{1}{xd} + \frac{1}{q_C} = \frac{1}{f_C} \\ \frac{1}{p_D} + \frac{1}{x} = \frac{1}{f_D} \end{cases}$$

(dove  $f_C$  e  $f_D$  sono rispettivamente le distanze focali della lente convergente e di quella divergente) la cui soluzione per il fuoco della divergente  $f_D$  è

$$f_D = \frac{x \cdot p_D}{x + p_d} \quad \text{con} \quad x = \frac{f_C \cdot q_C}{q_C - f_C} - d$$

relazioni in cui vanno ricordati i segni convenzionali dell'ottica geometrica. In Tabella 2 riportiamo le configurazioni da noi misurate e i valori di  $f_D$  calcolati da queste tramite le relazioni trovate. Il grande scarto tra i due valori è probabilmente dovuto alla scarsa affidabilità del valore della focale della lente convergente  $f_C$  calcolato in precedenza. I valori della distanza focale della lente divergente non sono pertanto affidabili.

Tabella 2: Risultati delle misure e dei calcoli relativi alla lente divergente

$d$ (m)	$\delta d$ (m)	$p_D$ (m)	$\delta p_D$ (m)	$q_C$ (m)	$\delta q_C$	$f_D$ (m)	$\delta f_D$ (m)
0.2200	0.0003	0.3400	0.0003	0.4650	0.0003	0.20	0.04
0.2000	0.0003	0.1270	0.0003	0.7140	0.0003	0.18	0.06

### -Magnificazione di un sistema di lenti

Per ognuna delle due configurazioni considerate nella precedente parte abbiamo anche misurato con il calibro le dimensioni delle immagini proiettate calcolando poi la magnificazione sperimentale  $M_{esp} = \frac{h_1}{h_2}$  e confrontandola con quella teorica  $M_{teo} = \frac{q_D \cdot q_C}{p_D \cdot p_C}$  dove i simboli sono gli stessi usati in precedenza e definiti in Figura 2, e  $q_D$  corrisponde ad  $x$ . I risultati di questi calcoli sono riportati in Tabella 3.

Tabella 3: Risultati dei calcoli delle magnificazioni sperimentali e teoriche

$M_{esp}$	$\delta M_{esp}$	$M_{teo}$	$\delta M_{teo}$
-0.710	0.001	-0.50	0.07
-1.560	0.001	-1.5	0.2

Come si può vedere i valori di magnificazione lineare relativi alla seconda configurazione sono compatibili. Non lo sono invece gli altri, fatto imputabile a un nostro probabile errore nella misura dell'immagine con il calibro.