

Interferometro di Michelson e diffrazione

Relazione del gruppo G9 - Luca Giacomelli, Donato Romito e Francesca Sartori

1 - Interferometro di Michelson

Scopi dell'esperienza

Misurare l'indice di rifrazione dell'aria e quello di un vetro utilizzando l'interferometro di Michelson.

Materiale a disposizione

- Interferometro di Michelson
- Sorgente laser di lunghezza d'onda $\lambda = 0.5435\mu m$
- Camera da vuoto con due pareti trasparenti
- Impianto da vuoto: pompa, raccorderia, valvola a spillo, manometro (risoluzione 0.01bar)
- Vetro con supporto che permette di modificare l'angolo di incidenza e misurarlo con risoluzione 0.1 °
- Calibro

Procedura di misura

Prima di tutto abbiamo proceduto con l'allineazione dell'interferometro. Abbiamo regolato la posizione dello specchio mobile e l'inclinazione di quello fisso fino a che le immagini dei due raggi in cui l'interferometro aveva diviso il raggio in entrata non risultavano sovrapposte e tra loro interferenti in modo che si distinguessero bene le frange di interferenza. Successivamente abbiamo posto sul cammino di uno dei due raggi la camera da vuoto in modo che la luce la attraversasse. Abbiamo dunque iniziato a fare il vuoto nella camera e abbiamo notato che al variare della pressione si aveva una modifica della figura di interferenza per cui le frange "si muovevano", questo è dovuto alla modifica del cammino ottico di uno dei due raggi (infatti l'indice di rifrazione dell'aria dipende anche dalla sua pressione). Abbiamo contato quante di queste frange passavano per un dato punto al variare della pressione. Per fare ciò un operatore controllava l'andamento della pressione mentre gli altri due contavano separatamente il numero di frange. Abbiamo così ottenuto due misure indipendenti con una sola ripetizione. In totale abbiamo raccolto dati per 8 valori di pressione.

Una volta rimossa la camera da vuoto abbiamo posto, sempre sul cammino di uno dei due raggi, il vetro. Questa volta abbiamo modificato il cammino ottico di un raggio variando l'angolo che tale vetro formava con la direzione di propagazione della luce, ottenendo così configurazioni per cui il raggio attraversava un diverso spessore di vetro. Prima di tutto abbiamo però individuato l'*angolo zero*, cioè quello per cui il raggio risultava perpendicolare al vetro; questo è stato individuato come il punto in cui si avevano effetti di interferenza multipla. Abbiamo dunque proceduto con il conteggio delle frange di interferenza al variare di tale angolo. Per fare ciò un operatore è stato adibito alla rotazione del vetro mentre gli altri due al conteggio delle frange ottenendo così, similmente a prima, due misure indipendenti. Poiché sapevamo che l'andamento del numero di frange in funzione dell'angolo non è lineare abbiamo cercato di muovere il più lentamente possibile il vetro, rendendo così possibile il conteggio delle frange anche per variazioni di angoli per cui si aveva il passaggio di molte di queste. Abbiamo così ottenuto 15 dati in un range di angoli da 0° a 15°.

Analisi dati

a) Indice di rifrazione del vuoto

Prima di tutto abbiamo fatto la media dei numeri di frange calcolati dai due operatori per ottenere un unico set di misure che risentisse il minimo possibile degli errori occasionali dei singoli operatori. I dati di numero di frange N al variare della pressione P da noi raccolti si sono rivelati avere un andamento lineare. Abbiamo perciò effettuato una regressione lineare con il metodo dei minimi quadrati ottenendo una legge del tipo $N = \alpha P + \beta$, con α e β parametri di valori $\alpha = (-25.7 \pm 0.4) \text{bar}^{-1}$ e $\beta = 26.7 \pm 0.2$. A fine capitolo riportiamo il grafico dei dati con la legge calcolata.

Il parametro β è la quota a cui la retta intercetta l'asse delle ordinate, pertanto equivale al numero di frange che si vedrebbero passare andando da pressione ambiente a pressione zero. Da questo dato possiamo ricavare una stima dell'indice di rifrazione dell'aria, infatti in generale il numero di frange è uguale al rapporto

tra cammino ottico attraverso il mezzo e lunghezza d'onda della luce. Dunque, considerato che il cammino ottico attraverso un mezzo di lunghezza D e indice di rifrazione n_{P_2} per un raggio proveniente da un mezzo caratterizzato da n_{P_1} è $D \cdot (n_{P_1} - n_{P_2})$ e che nel nostro caso il raggio passa per due volta attraverso tale mezzo si ricava la relazione

$$n_{P_1} - n_{P_2} = \frac{\lambda \cdot N}{2D}$$

in cui, considerando come secondo mezzo il vuoto e come primo l'aria atmosferica, si ha $n_{P_2} = 1$ e quindi la relazione si può riscrivere

$$n_{P_{atm}} = 1 + \frac{\lambda \cdot N_0}{2D}$$

dove N_0 è il numero di frange corrispondenti alla pressione $P = 0$ e dunque coincide al parametro β prima calcolato. Inserendo i valori numerici abbiamo trovato, per l'aria a pressione atmosferica, il valore di indice di rifrazione

$$n_{P_{atm}} = 1.000226 \pm 0.000004$$

Il valore di tale parametro riportato in letteratura è $n_{teo} = 1.000292$. Il valore da noi trovato non risulta perciò compatibile con quello teorica anche se è relativamente vicino. Lo scarto potrebbe essere dovuto al fatto che l'aria presente nel laboratorio non si trovava nelle condizioni standard di pressione, temperatura e umidità.

b) Indice di rifrazione di un vetro

Prima di tutto abbiamo, come prima, mediato i risultati dei conteggi dei due operatori e abbiamo tolto alle misure di angolo il valore dell'angolo zero. A fine capitolo riportiamo il grafico del numero di frange in funzione dell'angolo di rotazione del vetro; come si può vedere l'andamento dei dati è, come ci aspettavamo, non lineare. Per ogni coppia frange-angolo abbiamo calcolato l'indice di rifrazione del vetro usando la seguente relazione che deriva dalla dipendenza del cammino ottico dall'angolo e dalla legge di Snell:

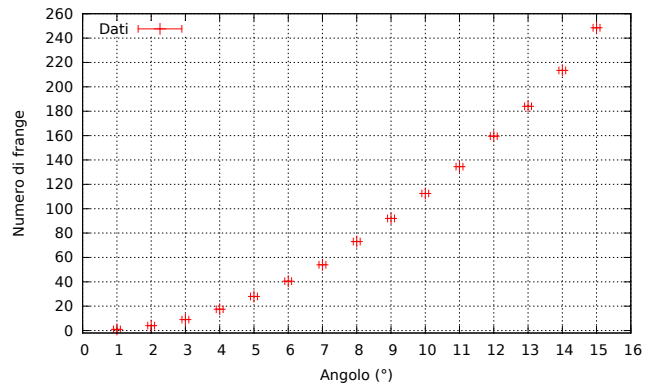
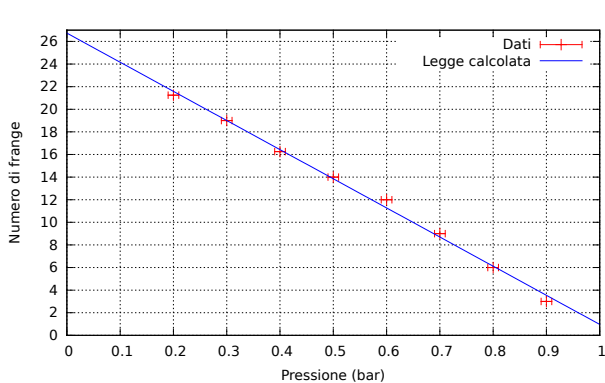
$$n = \frac{(2D - N\lambda)(1 - \cos\theta)}{2D(1 - \cos\theta) - N\lambda}$$

dove D è lo spessore del vetro (che abbiamo misurato con il calibro), λ la lunghezza d'onda della luce, θ l'angolo di inclinazione del vetro e N il numero di frange.

Dai 15 valori dell'indice di rifrazione così ottenuti ne abbiamo ricavato uno unico calcolando la loro media pesata con $\frac{1}{(\delta n_i)^2}$ dove δn_i è l'incertezza sull' i -esimo valore di indice di rifrazione. Il valore così ottenuto è

$$n_{vetro} = 1.601 \pm 0.001$$

Tale valore appartiene al range dei valori di indice di rifrazione tipici del vetro, l'incertezza calcolata si presenta abbastanza bassa, probabilmente sotto la reale precisione delle nostre misure, ma questo è dovuto all'applicazione della media pesata che abbassa notevolmente le incertezze.



A sinistra: numero di frange in funzione della pressione e legge calcolata.

A destra: numero di frange in funzione dell'angolo di inclinazione del vetro rispetto alla normale al raggio

2 - Diffrazione

Scopi dell'esperienza

Misurare la larghezza di fenditure, fori, fili e capelli sfruttando la diffrazione di una sorgente luminosa di lunghezza d'onda nota. Misura del passo di un reticolo di diffrazione nota la lunghezza d'onda della luce e, al contrario, calcolo della lunghezza d'onda a partire dal passo del reticolo.

Materiali a disposizione

- Sorgente laser di lunghezza d'onda $\lambda = 0.612\mu m$
- Fenditure, fori circolari, fili e supporti per essi
- Slitta di scorrimento su cui posizionare sorgente laser e supporti
- Metro e calibro

Procedure di misura

Inizialmente ci siamo assicurati che la sorgente laser fosse allineata con la slitta di scorrimento ponendo un foro prima vicino e poi lontano dalla sorgente osservando che la luce raggiungesse lo schermo. Abbiamo poi posto il supporto per fenditure e simili vicino alla sorgente laser e abbastanza lontano dallo schermo su cui avremmo osservato gli effetti della diffrazione. Abbiamo per prima cosa posto di fronte alla sorgente laser tre fenditure di ampiezze diverse. Abbiamo ottenuto una figura di diffrazione che vedeva al centro un massimo di intensità luminosa e, mano a mano che ci si allontanava dal centro, delle altre zone di luminosità sempre minore intervallate da zone di buio. Abbiamo dunque segnato su un foglio attaccato allo schermo la posizione dei minimi nella figura e abbiamo misurato le distanze tra due minimi simmetrici rispetto al centro della figura con il calibro.

Una procedura simile è stata ripetuta anche con due fori circolari, ottenendo stavolta una figura di diffrazione composta da un cerchio centrale e da corone circolari luminose concentriche alternate a zone di buio. Abbiamo in questo caso misurato il diametro medio della prima corona circolare buia, cioè la distanza del primo minimo.

Una procedura identica a quella eseguita per le fenditure è stata effettuata anche per alcuni fili di diverso spessore. Le figure di diffrazione così ottenute si sono rivelate analoghe alle precedenti e abbiamo perciò misurato le posizioni dei minimi in modo identico a prima. La stessa procedura è stata ripetuta con i nostri capelli fissati opportunamente ad un supporto.

Infine abbiamo montato sul supporto tre reticoli di diffrazione diversi. In questo caso la figura di diffrazione era costituita da diversi massimi di luminosità simmetrici rispetto a un massimo centrale. Abbiamo misurato le distanze tra i massimi simmetrici rispetto a quello centrale con il metro a nastro.

In tutte le procedure abbiamo anche misurato con il metro a nastro le distanze di fessure e simili dallo schermo.

Analisi dati

Nel caso delle fessure erano state prese per ogni figura di diffrazione due misure ad opera di due operatori diversi per ridurre al minimo gli errori dovuti alle procedure di misura dei singoli operatori. I valori di questi due set di misure sono stati mediati ottenendone uno unico. A questo punto per ogni fessura e per ogni ordine di minimo della diffrazione abbiamo calcolato un valore della larghezza della fenditura sfruttando la relazione

$$d \cdot \sin\theta = m\lambda \implies d = \frac{m\lambda}{\sin\theta}$$

dove d è la larghezza della fenditura, m l'ordine di minimo e θ l'angolo tra la normale allo schermo nel centro del massimo principale della diffrazione e la congiungente la fessura e il minimo in questione. Nel nostro caso ci trovavamo nella situazione $l \ll L$, dove l è la distanza tra il centro della figura di diffrazione e il minimo in questione e L è la distanza dello schermo dalla sorgente laser, dunque è stato possibile applicare l'approssimazione

$$\sin\theta \simeq \tan\theta = \frac{l}{L}.$$

Per ogni fessura abbiamo ricavato un solo valore di ampiezza calcolando la media pesata dei valori così trovati. Per le quattro fessure da noi considerate abbiamo ottenuto i valori

$$d_1 = (158 \pm 1)\mu m \quad d_2 = (81 \pm 1)\mu m \quad d_3 = (40 \pm 1)\mu m \quad d_4 = (20 \pm 1)\mu m$$

I valori dell'ampiezza di tali fessure dati dal costruttore sono rispettivamente

$$d_1^{teo} = 160\mu m \quad d_2^{teo} = 80\mu m \quad d_3^{teo} = 40\mu m \quad d_4^{teo} = 21\mu m$$

Come si può vedere i valori sono tutti compatibili tranne il primo, che risulta compatibile entro due sigma. I valori ottenuti sono dunque abbastanza corretti nonostante la rudimentalità delle nostre misure.

Per i fori circolari abbiamo invece sfruttato la relazione, valida per il minimo di primo ordine,

$$\sin\theta = 1.22 \frac{\lambda}{a}$$

dove a è il diametro della fessura e θ è l'angolo analogo a prima. I valori ottenuti per i due fori circolari da noi considerati sono

$$a_1 = (86 \pm 3)\mu m \quad a_2 = (42 \pm 2)\mu m.$$

I rispettivi valori nominali sono $a_1^{teo} = 80\mu m$ e $a_2^{teo} = 40\mu m$. Come si può vedere sono compatibili entro due sigma; bisogna comunque sempre considerare la rudimentalità dei metodi di misura.

Per i fili abbiamo effettuato gli stessi calcoli effettuati nel caso delle fessure dove, ovviamente, questa volta d è lo spessore del filo. I valori ottenuti sono stati

$$d_1 = (56 \pm 1)\mu m \quad d_2 = (91 \pm 1)\mu m \quad d_3 = (191 \pm 2)\mu m \quad d_4 = (359 \pm 2)\mu m.$$

Non conoscendo i valori nominali di questi spessori non possiamo verificarne la loro compatibilità, tuttavia sulla correttezza di questi valori valgono le stesse considerazioni fatte per le fessure.

Gli stessi calcoli sono stati fatti per i nostri capelli ottenendo i tre valori

$$d_{(Luca)} = (121 \pm 1)\mu m \quad d_{(Donato)} = (64 \pm 1)\mu m \quad d_{(Francesca)} = (113 \pm 1)\mu m.$$

Tali valori sono quantomeno plausibili, infatti lo spessore di un capello umano varia tra i $18\mu m$ e i $180\mu m$.

Infine abbiamo usato le misure relative ai reticoli di diffrazione in due modi. Prima abbiamo calcolato il passo del reticolo avendo nota la lunghezza d'onda e poi, al contrario, abbiamo calcolato la lunghezza d'onda del fascio laser conoscendo il passo dei diversi reticoli. In entrambi i casi abbiamo sfruttato la relazione

$$d \cdot \sin\theta = m \cdot \lambda$$

dove d è la distanza di un massimo da quello centrale, m è l'ordine di tale massimo, λ è la lunghezza d'onda della sorgente di luce e θ è l'angolo tra la perpendicolare allo schermo nel massimo centrale e la congiungente il reticolo al massimo in questione. In questo caso non abbiamo potuto applicare l'approssimazione del seno a tangente che abbiamo usato prima, infatti i massimi avevano tra loro distanze tali da allontanarsi dalla condizione $l \ll L$. Abbiamo perciò calcolato il seno dell'angolo a partire dalle stesse distanze considerate in precedenza sfruttando la trigonometria da cui abbiamo ricavato la relazione

$$\sin\theta = \frac{l}{\sqrt{l^2 + L^2}}.$$

Per quanto riguarda la misura del passo dei reticoli abbiamo calcolato per ogni ordine di minimo misurato un valore del passo e per ogni reticolo siamo risaliti ad un unico valore tramite la media pesata. Abbiamo poi calcolato il numero di fili per millimetro dividendo $1000\mu m$ per il passo del reticolo così trovato. Per i tre reticoli abbiamo trovato i valori di numero di fili per millimetro N_i

$$N_1 = (99 \pm 1) \frac{\text{linee}}{\text{mm}} \quad N_2 = (296 \pm 2) \frac{\text{linee}}{\text{mm}} \quad N_3 = (599 \pm 3) \frac{\text{linee}}{\text{mm}}$$

contro i valori nominali di

$$N_1^{teo} = 100 \frac{\text{linee}}{\text{mm}} \quad N_2^{teo} = 300 \frac{\text{linee}}{\text{mm}} \quad N_3^{teo} = 600 \frac{\text{linee}}{\text{mm}}$$

La compatibilità in questo caso risulta essere molto buona (in due casi su tre i dati sperimentali risultano compatibili con quelli teorici, mentre nel caso restante esso è comunque compatibile entro due sigma).

Per quanto riguarda invece il calcolo della lunghezza d'onda abbiamo ottenuto un valore per ogni ordine di massimo e poi, mediante il calcolo delle medie pesate, un valore per ogni reticolo. Abbiamo nuovamente calcolato la media pesata di questi tre valori ottenendo il valore finale

$$\lambda = (0.61 \pm 0.01)\mu m$$

contro un valore teorico $\lambda_{teo} = 0.612\mu m$. Il valore da noi trovato risulta pertanto compatibile.