

Legge di Lambert-Beer

Relazione del gruppo G9 - Luca Giacomelli, Donato Romito e Francesca Sartori

Scopi dell'esperienza

Calcolare la costante K , detta *coefficiente di assorbimento*, del solfato di rame pentaidrato ($CuSO_4 \cdot 5H_2O$), misurando l'intensità luminosa del raggio laser che attraversa la nostra sostanza al variare prima della concentrazione di quest'ultima e poi della lunghezza delle cuvette. In seguito misurare l'intensità riflessa I_R dalle pareti delle cuvette da noi usate.

Materiale a disposizione

- Laser
- Cuvette di vari spessori
- Supporto per le cuvette
- Misuratore di intensità luminosa
- Pipette e cilindri tarati di risoluzione $0.2ml$
- Solfato di rame pentaidrato ($CuSO_4 \cdot 5H_2O$) in soluzione di concentrazione $1 \frac{moli}{l}$
- Siringa
- Calibro di risoluzione $0.0001m$

Procedure di misura

La prima parte dell'esperienza consisteva nel misurare l'intensità luminosa di un fascio attraversante la nostra sostanza al variare della concentrazione di quest'ultima avendo nota la lunghezza della cuvetta. Quindi per prima cosa abbiamo preparato alcune cuvette contenenti il nostro composto a diverse concentrazioni: per far ciò abbiamo diluito con acqua la nostra sostanza, sfruttato la legge

$$c_{in} \cdot V_{in} = c_{fin} \cdot V_{fin}$$

dove c è la concentrazione, mentre V è il volume del nostro composto. Partendo infatti da un volume di $5ml$ di sostanza a concentrazione $1 \frac{moli}{l}$ e conoscendo la concentrazione finale a cui volevamo arrivare, abbiamo calcolato il V_{fin} da raggiungere. Eseguendo poi la differenza

$$V_{fin} - V_{in} = V_{H_2O}$$

abbiamo trovato il volume di H_2O da aggiungere alla sostanza iniziale. In seguito abbiamo versato parte del composto nella cuvetta ed il volume rimanente è stato utilizzato come base per preparare la concentrazione successiva, utilizzando sempre lo stesso procedimento.

Una volta preparate tutte le concentrazioni a noi utili per l'esperienza abbiamo eseguito la raccolta dati: una cuvetta è stata posizionata sull'apposito sostegno, e su di essa abbiamo fatto incidere un raggio laser di intensità nota, misurando l'intensità luminosa del raggio che aveva attraversato la sostanza. Abbiamo ripetuto la procedura con tutte le cuvette preparate in precedenza, includendo anche una cuvetta contenente soltanto H_2O (in quanto il relativo dato di intensità era necessario per l'analisi dati). Abbiamo in seguito misurato con il calibro la larghezza interna della cuvetta ($L = 12.4 \pm 0.1mm$). Tale misura è valida per tutte le cuvette da noi utilizzate in quanto esse avevano le stesse dimensioni.

Nella seconda parte dell'esperienza abbiamo misurato l'intensità al variare della lunghezza della cuvetta (e perciò al variare della lunghezza del cammino all'interno della sostanza del nostro raggio luminoso) avendo nota la concentrazione ($c = 0.35 \pm 0.01 \frac{moli}{l}$). Per far ciò abbiamo versato la nostra sostanza in cuvette aventi lunghezze diverse ma note. Abbiamo ripetuto la procedura di acquisizione dati descritta sopra, avendo cura di annotare l'intensità relativa all'acqua.

Analisi dati

La legge di Lambert-Beer è una legge empirica che fornisce una relazione tra quantità di luce assorbita da un mezzo e natura chimica e concentrazione dello stesso. In particolare noi abbiamo utilizzato come mezzo una soluzione in acqua di solfato rame pentaidrato. La legge è

$$I_f = I_i \cdot \exp[-K L c]$$

dove K è una costante caratteristica della soluzione, c è la concentrazione e L è la lunghezza del cammino che la luce percorre all'interno di tale soluzione. Quello che volevamo determinare era il valore della costante K conoscendo l'intensità della sorgente luminosa e misurando l'intensità luminosa uscente. Tuttavia la differenza tra questi valori non è l'effettiva intensità assorbita perchè va tenuto conto della riflessione parziale che il raggio laser subisce prima passando dall'aria atmosferica alla soluzione attraverso la parete del contenitore e poi passando nuovamente dalla soluzione all'aria.

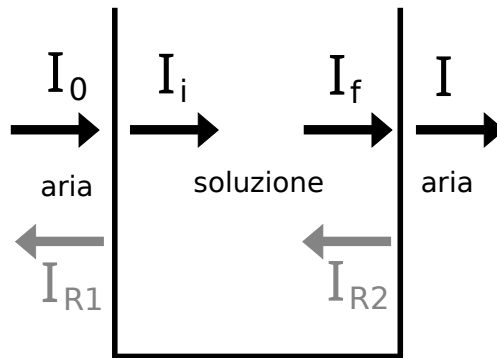


Figura 1:
Schema delle diverse intensità luminose da considerare

Sfruttando la legge di Lambert-Beer, considerazioni elementari sulle intensità definite in figura e considerando $I_{R1} \simeq I_{R2} = I_R$ si trova la relazione

$$I = A \cdot \exp[-K L c]$$

dove I è l'intensità luminosa da noi misurata in uscita, c è la concentrazione, L la lunghezza della cuvetta, K è il coefficiente di assorbimento ed A è una costante definita

$$A = \left(I_M + \frac{I_R^2}{I_0} \right)$$

dove I_0 è l'intensità luminosa del nostro fascio in uscita dal laser, I_M è l'intensità misurata quando nella cuvetta abbiamo H_2O ed I_R è l'intensità riflessa.

Questa relazione si riconduce facilmente alla relazione lineare

$$\ln[I] = \ln[A] - K L c$$

con cui si può effettuare una regressione lineare per determinare i parametri $a = \ln(A)$, $b_c = K L$ nel caso delle misure variando la concentrazione e $b_L = K c$ nel caso delle misure variando la lunghezza delle cuvette.

I parametri ottenuti dai due fit (il primo con L costante e il secondo con C costante) sono stati

$$a_c = 4.50 \pm 0.08 \qquad b_c = -4.2 \pm 0.1$$

$$a_L = 4.52 \pm 0.02 \qquad b_L = -0.09 \pm 0.01$$

i due parametri a risultano dunque compatibili, come dovrebbe essere.

Di seguito riportiamo i due grafici dei dati con le leggi calcolate da essi che risultano descrivere bene gli stessi. Le barre d'errore sono state omesse perchè lesive della chiarezza del grafico.

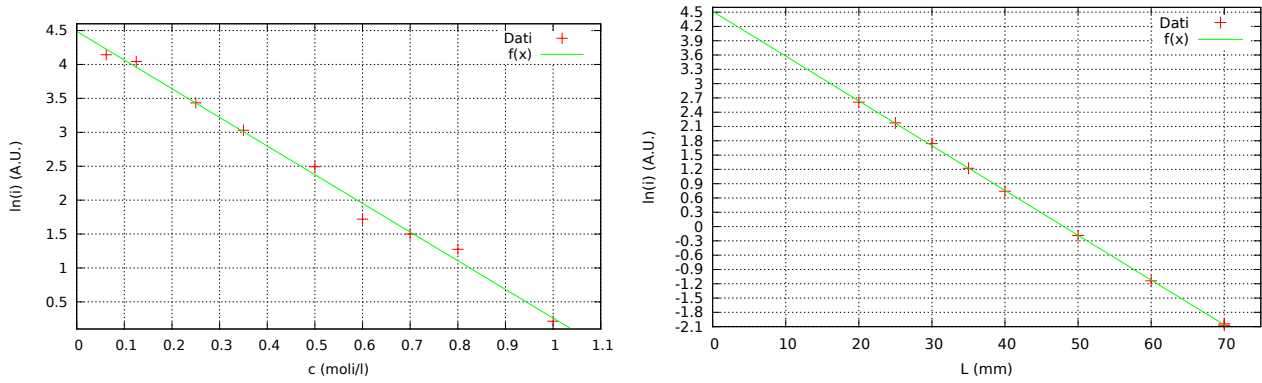


Figura 2:

Dati sperimentali di intensità luminosa in funzione alla concentrazione c (a sinistra) ed in funzione della lunghezza L (a destra)

Dalla definizione dei parametri si ottengono due valori per K , uno per ciascun set di dati:

$$K_c = -\frac{b_c}{L} = (0.34 \pm 0.02) \frac{mm \cdot moli}{l} \quad K_L = -\frac{b_L}{c} = (0.27 \pm 0.01) \frac{mm \cdot moli}{l}$$

Come possiamo vedere i due valori sono compatibili entro tre sigma: questa scarsa compatibilità potrebbe essere legato alla forma irregolare del vetro delle cuvette, oppure alle sostanze depositatesi sulle stesse nel toccarle. Inoltre abbiamo notato che anche una lieve inclinazione della cuvetta rispetto al raggio laser portava a grosse differenze di intensità luminosa misurata, quindi anche questa potrebbe essere una fonte di errore.

L'ultima parte della nostra esperienza consisteva nel calcolare l'intensità riflessa dalle pareti I_R , che abbiamo supposto essere uguale per le pareti in entrata e in uscita, sfruttando la definizione del parametro $a = \ln[A]$ dove ricordiamo

$$A = \left(I_M^0 + \frac{I_R^2}{I_0} \right)$$

si ottiene così la relazione

$$I_R = \sqrt{(exp[a] - I_M^0) I_0}$$

dove come parametro a abbiamo usato una media dei due prima calcolati facendolo variare nel suo intervallo d'errore fino ad ottenere un argomento positivo per la radice.

Abbiamo così ottenuto il valore

$$I_R = (2.6 \pm 0.5) \mu W.$$