



LABORATORIO DI FISICA IV

GRUPPO A10

# Quaderno di Laboratorio

Casalino Alessandro

## Indice

<b>1</b>	<b>16.09.2014 - Amplificatori Operazionali Ideali</b>	<b>2</b>
1.1	Scopo . . . . .	2
1.2	Strumenti e materiali . . . . .	2
1.3	Premessa sugli amplificatori operazionali ideali . . . . .	2
1.4	Generatore di corrente . . . . .	2
1.5	Sommatore Pesato . . . . .	3
1.5.1	Circuito . . . . .	3
1.5.2	Grafici . . . . .	4
1.5.3	Battimenti . . . . .	4
1.6	Conclusioni . . . . .	5
<b>2</b>	<b>24.09.2014 - Amplificatori Operazionali Reali - Prima Parte</b>	<b>6</b>
2.1	Scopo . . . . .	6
2.2	Strumenti e materiali . . . . .	6
2.3	Tensione di offset . . . . .	6
2.3.1	Configurazione senza retroazione . . . . .	6
2.3.2	Configurazione con retroazione . . . . .	6
2.4	Correnti di polarizzazione . . . . .	8
2.4.1	Configurazione senza retroazione . . . . .	8
2.4.2	Configurazione con retroazione negativa . . . . .	8
2.5	Conclusioni . . . . .	9
<b>3</b>	<b>30.09.2014 - Amplificatori Operazionali Reali - Seconda Parte</b>	<b>10</b>
3.1	Scopo . . . . .	10
3.2	Strumenti e materiali . . . . .	10
3.3	Misura dello Slew Rate . . . . .	10
3.4	Misura della Corrente Massima . . . . .	11
3.5	Verifica della banda passante . . . . .	11
3.6	Guadagno Open Loop . . . . .	12
3.6.1	Misura per basse frequenze . . . . .	12
3.6.2	Misura per alte frequenze . . . . .	12
3.7	Conclusioni . . . . .	12

# 1 16.09.2014 - Amplificatori Operazionali Ideali

## 1.1 Scopo

In questa sessione di laboratorio abbiamo montato due circuiti con amplificatori operazionali: un generatore di corrente costante e un sommatore pesato. Nel primo caso abbiamo controllato se la corrente rimanesse costante al variare della resistenza di carico; nel secondo caso abbiamo valutato la tensione di uscita.

## 1.2 Strumenti e materiali

- Oscilloscopio Agilent DSO-X 2002A (bandwidth 70 MHz, sample rate 2 GSa/s);
- Generatore di tensione continua Agilent E3631A (max  $\pm 25$  V o  $\pm 6$  V);
- Generatore di tensione Agilent 33120A con range di frequenza da 100  $\mu$ Hz a 15 MHz;
- Multimetro Agilent 34410A (utilizzato come amperometro e per verificare i valori delle resistenze);
- Un amplificatore operazionale UA741;
- Resistenze di vari valori;
- Due capacità da 0.1  $\mu$ F (i valori misurati sono in Figura 1.1);
- Breadboard e cablaggi vari.

## 1.3 Premessa sugli amplificatori operazionali ideali

Durante l'esperienza valuteremo l'amplificatore operazionale considerandolo come ideale. Infatti, in questa approssimazione (peraltro non eccessivamente limitante visti i valori di corrente in gioco nel nostro caso), valgono (considerando come A e B rispettivamente gli ingressi invertente e non invertente):

$$\Delta V_{AB} = 0 \quad (1.1)$$

$$I_{AB} = 0 \quad (1.2)$$

cioè la ddp fra l'ingresso invertente e non invertente è portato ad essere nullo dall'amplificatore operazionale modificando il valore di tensione in output (il cosiddetto *ground virtuale* dato che nei nostri casi l'ingresso non invertente è collegato alla comune del circuito); e la corrente assorbita dall'amplificatore è nulla. Queste regole verranno utilizzate durante questa sessione per valutare la risposta del circuito a segnali in ingresso, e si intendono utilizzate per tutte le sessioni in cui l'amplificatore è considerato ideale.

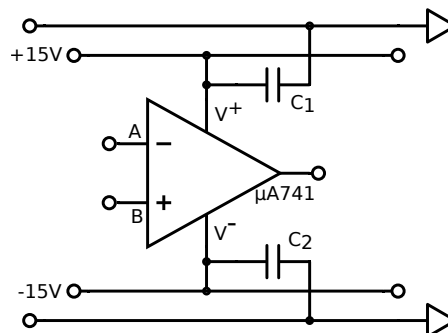


Figura 1.1: Grafico dell'alimentazione dell'OPAMP. La tensione di alimentazione è fornita con il generatore di tensione costante, mentre le capacità sono  $C_1 = (0.112 \pm 0.001)$   $\mu$ F,  $C_2 = (0.095 \pm 0.001)$   $\mu$ F. Per maggiore chiarezza negli schemi circuitali, questa configurazione sarà nascosta negli schemi successivi, ma comunque presente sulla breadboard.

Inoltre, al fine di evitare problemi di rumore durante l'alimentazione, abbiamo collegato l'alimentazione a due capacità come nello schema in Figura 1.1.

## 1.4 Generatore di corrente

In questo circuito abbiamo assemblato un generatore di corrente costante, cioè un dispositivo in grado di erogare una corrente costante ai capi di una resistenza (che definiremo *resistenza di carico*  $R_c$ ), indipendentemente dal valore di quest'ultima. Per valutare questa caratteristica abbiamo dunque utilizzato come  $R_c = R_2$  una resistenza variabile di tipo *trimmer*. Lo schema circuitale è in Figura 1.2.

Risolviamo ora il circuito, considerando la tensione fornita dal generatore di tensione continua come  $V_{gen}$  e la tensione in uscita dall'OPAMP come  $V_{out}$ . Dato che B si trova a potenziale di comune, per (1.1) anche A sarà allo stesso potenziale, che considereremo nullo. Dunque varranno

$$V_{gen} - V_A = V_{gen} = I_1 R_1 \quad (1.3)$$

$$V_{out} - V_A = V_{out} = I_2 R_2$$

Per (1.2) e la legge di Kirchhoff sui nodi, avremo invece che la corrente passante per la resistenza di carico è uguale alla corrente di (1.3) in modulo e varrà:  $I = I_1 = -I_2$ .

Otteniamo dunque che la tensione di output si modificherà, ad opera dell'OPAMP, in modo da far passare sempre lo stesso valore di corrente attraverso  $R_2$ ; ciò avviene per il fenomeno di retroazione negativa, che ci permette di controllare la tensione di output tramite la resistenza di feedback, che in questo caso è  $R_2$ , e di ottenere dunque una corrente costante passante per il circuito di feedback. Imponendo l'uguaglianza della corrente possiamo inoltre trovare il valore della tensione di uscita

$$V_{out} = -\frac{R_2}{R_1} V_{gen}$$

Durante l'esperienza abbiamo però deciso di misurare la corrente passante per la resistenza piuttosto che la tensione di uscita, ponendo un amperometro fra l'uscita dell'OPAMP e la resistenza di carico  $R_2$ . Come valore di corrente abbiamo scelto 1 mA, discostandoci dalla corrente massima in cui l'amplificatore operazionale potrebbe non comportarsi più in maniera ideale (10/20 mA); e avendo a disposizione una resistenza  $R_1 = (3.85 \pm 0.01) \text{ k}\Omega$ , per (1.3), abbiamo utilizzato una tensione continua di 3.85 V. Di seguito proponiamo alcuni valori sperimentali che confermano la capacità del circuito da noi creato di fornire alla resistenza di carico una corrente costante di 1 mA.

Resistenza variabile [ $\Omega$ ]	0.54	35.1	412	1021	1996	3068	4170	4719
Corrente nel carico [mA]	1.002	1.002	1.002	1.002	1.002	1.002	1.002	1.002

Gli errori sulla tabella sono uguali, cioè unitari sull'ultima cifra del valore, sia per le resistenze che per le correnti.

## 1.5 Sommatore Pesato

### 1.5.1 Circuito

Valutiamo ora il sommatore pesato, cioè un circuito che dati alcuni segnali in ingresso (due nel nostro caso) li somma con relativi pesi dati dal rapporto fra la resistenza di feedback ( $R_f$ ) e quella a loro associata ( $R_1$  e  $R_2$ ). Lo schema circuitale è in Figura 1.3.



Figura 1.3: Schema del sommatore pesato. Come valori abbiamo utilizzato  $R_f = (99.7 \pm 0.1) \text{ k}\Omega$ ,  $R_1 = (99.9 \pm 0.1) \text{ k}\Omega$  e  $R_2 = (49.8 \pm 0.1) \text{ k}\Omega$ , dove per  $R_2$  è stato necessario utilizzare un parallelo di due resistenze da 100 k $\Omega$ . Come GEN 1 abbiamo utilizzato l'oscilloscopio, mentre per GEN 2 il generatore di forme d'onda. Infine, per valutare la tensione in uscita abbiamo utilizzato l'oscilloscopio.

Durante l'esperienza abbiamo optato per valori semplici dei rapporti fra le resistenze, utilizzando i seguenti valori:  $R_f = R_1 = 100 \text{ k}\Omega$  e  $R_2 = 50 \text{ k}\Omega$ . Si ottengono dunque  $\phi_1 = 1$  e  $\phi_2 = 2$ .



Figura 1.2: Schema del generatore di corrente costante. Come valori abbiamo utilizzato  $R_1 = (3.85 \pm 0.01) \text{ k}\Omega$  e  $V_{gen} = 3.85 \text{ V}$ , mentre  $R_2$  è variabile. Come amperometro è utilizzato il multimetro, mentre per alimentare l'OPAMP e come generatore di tensione costante in figura, abbiamo utilizzato il generatore Agilent E3631A.

Imponendo l'uguaglianza della corrente possiamo inoltre trovare il valore della tensione di uscita

Per risolvere il circuito consideriamo, definendo le tensioni dei generatori 1 e 2 rispettivamente  $V_1$  e  $V_2$ , le seguenti equazioni derivanti dalle leggi di Kirchhoff e dalla (1.2)

$$V_1 - V_A = I_1 R_1 \quad V_2 - V_A = I_2 R_2$$

$$V_A - V_{out} = (I_1 + I_2) R_f$$

Per (1.1) vale inoltre che  $V_A = V_B = 0$ ; dunque otteniamo, sostituendo le correnti nell'ultima equazione sopra

$$V_{out} = -R_f \left( \frac{V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R_2} \right)$$

Si può dunque definire un peso relativo  $\phi_i$  ad ogni segnale dato dal rapporto fra  $R_f$  ed  $R_i$  (con  $i = 1, 2$ ) e scrivere una formula del tipo

$$V_{out} = -\sum_{i=1}^2 \frac{R_f}{R_i} V_i = -\sum_{i=1}^2 \phi_i V_i$$

### 1.5.2 Grafici

Presentiamo ora i grafici di alcune forme d'onda in uscita.

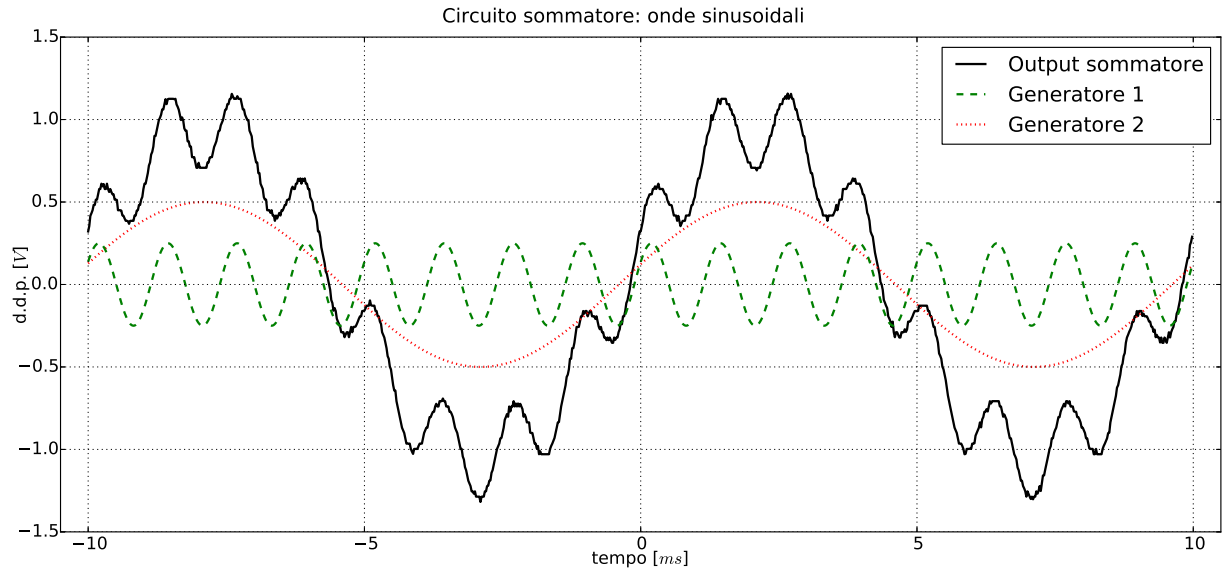


Figura 1.4: Grafico della tensione di uscita. Il generatore 1 (generatore dell'oscilloscopio) crea un'onda sinusoidale di  $\nu = 800$  Hz e  $V_{pp}^1 = 500$  mV; il generatore 2 (generatore di forme d'onda) crea invece un'onda sinusoidale di  $\nu = 100$  Hz e  $V_{pp}^2 = 1000$  mV. Notiamo inoltre che l'ampiezza massima è pari a  $\phi_1 V_{pp}^1 + \phi_2 V_{pp}^2 = 2500$  mV.

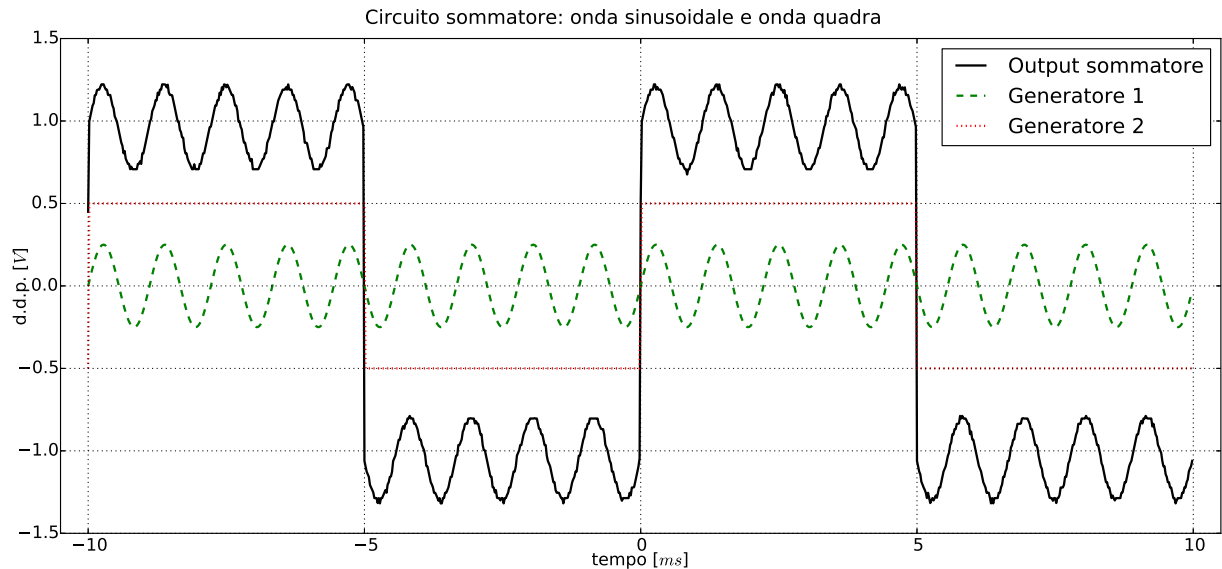


Figura 1.5: Grafico della tensione di uscita. Il generatore 1 (generatore dell'oscilloscopio) crea un'onda sinusoidale di  $\nu = 900$  Hz e  $V_{pp}^1 = 500$  mV; il generatore 2 (generatore di forme d'onda) crea invece un'onda quadra di  $\nu = 100$  Hz e  $V_{pp}^2 = 1000$  mV. Notiamo inoltre che anche in questo caso l'ampiezza massima è pari a  $\phi_1 V_{pp}^1 + \phi_2 V_{pp}^2 = 2500$  mV.

### 1.5.3 Battimenti

Utilizzando due forme d'onda sinusoidali con il sommatore, abbiamo potuto il battimento, fenomeno che si verifica quando la differenza fra le frequenze delle onde in ingresso è sufficientemente bassa.

Con due onde abbiamo che:

$$V_{out} = \phi_1 A_1 \sin[2\pi\nu_1 t + \theta_1] + \phi_2 A_2 \sin[2\pi\nu_2 t + \theta_2] \quad (1.4)$$

Supponiamo che  $A = \phi_1 A_1 = \phi_2 A_2$ , come nel caso del grafico sotto riportato, in modo da poter applicare le formule di prostaferesi. Otteniamo che

$$V_{out} = 2A \cos \left[ \pi(\nu_1 - \nu_2)t + \frac{\theta_1 - \theta_2}{2} \right] \sin \left[ \pi(\nu_1 + \nu_2)t + \frac{\theta_1 + \theta_2}{2} \right]$$

Dunque, se consideriamo  $\nu_1 + \nu_2 \gg |\nu_1 - \nu_2|$ , otteniamo il battimento. Notiamo inoltre che, nel grafico in Figura 1.4 (caso in cui non vale la condizione sopra), non si osserva il fenomeno del battimento.



Figura 1.6: Grafico della tensione di uscita. Il generatore 1 (generatore dell'oscilloscopio) crea un'onda sinusoidale di  $\nu = 550$  Hz e  $V_{pp}^1 = 1000$  mV; il generatore 2 (generatore di forme d'onda) crea invece un'onda quadra di  $\nu = 500$  Hz e  $V_{pp}^2 = 250$  mV. Notiamo inoltre che l'ampiezza massima è data da  $A = 2\phi_1 A_1 = 2\phi_2 A_2 = 1000$  mV, coerentemente con la teoria sopra esposta. L'output teorico è stato valutato con un fit sulla legge (1.4).

## 1.6 Conclusioni

In questa esperienza siamo riusciti a valutare il comportamento dell'OPAMP considerandolo ideale, in configurazione di generatore di corrente e sommatore pesato. In entrambi i casi, dati i valori di corrente e tensione, e avendo retrozionato l'OPAMP, abbiamo notato l'idealità dell'amplificatore.

## 2 24.09.2014 - Amplificatori Operazionali Reali - Prima Parte

### 2.1 Scopo

In questa esperienza studieremo un amplificatore operazionale  $\mu A741$  considerandolo reale, quindi ne analizzeremo la tensione di offset e le correnti di polarizzazione (*bias currents*). Ricordiamo che il circuito di alimentazione e di riduzione dei rumori (Figura 1.1) è il medesimo dell'esperienza precedente: per facilitare la comprensione degli schemi circuitali è dunque nascosto.

### 2.2 Strumenti e materiali

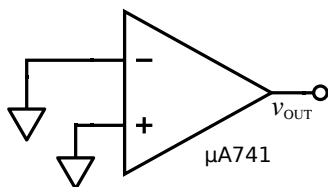
- Generatore di tensione continua Agilent E3631A (max  $\pm 25\text{ V}$  o  $\pm 6\text{ V}$ );
- Multimetro Agilent 34410A a sei cifre e mezza;
- Un amplificatore operazionale  $\mu A741$ ;
- Resistenze e capacità di vari valori;
- un trimmer a un giro da  $5\text{ k}\Omega$  e uno da  $10\text{ k}\Omega$ , utilizzati per una prima prova;
- un trimmer multigiro da  $10\text{ k}\Omega$ ;
- Breadboard e cablaggi vari.

### 2.3 Tensione di offset

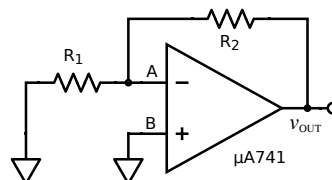
In un amplificatore ideale accade che, quando gli ingressi sono entrambi collegati a comune, la tensione di uscita è pari a 0. Questo fatto si spiega solo se consideriamo all'interno dell'op-amp una perfetta simmetria, attuabile solo se i transistor della circuiteria interna sono uguali in ogni caratteristica. Ovviamente, è impossibile creare degli elementi circuitali che siano perfettamente identici, e ciò causa la perdita della simmetria e l'instaurarsi di una tensione di offset. In questa parte dell'esperienza cercheremo di valutarla.

#### 2.3.1 Configurazione senza retroazione

Quando colleghiamo entrambi gli ingressi a comune (come in Figura 2.1a) l'op-amp vede all'ingresso una differenza di potenziale (ovviamente, fra gli ingressi non c'è, in quanto collegati entrambi a comune) la quale viene amplificata dal guadagno a maglia aperta: come  $V_{out}$  avremo dunque un valore diverso da zero. Nel nostro caso l'op-amp andava in saturazione negativa ( $-14.3\text{ V}$ ): ciò implica che l'op-amp si comporta come se la tensione all'ingresso invertente fosse maggiore di quella all'ingresso non invertente. Inoltre il valore  $V_{out}$  è diverso da  $-15\text{ V}$  utilizzati come alimentazione in quanto il valore di tensione massimo  $|V_{out}|$  è leggermente inferiore alla tensione di alimentazione  $-V_{CC}$ .



(a) Circuito a maglia aperta



(b) Circuito amplificatore

Con il circuito in Figura 2.1a non possiamo quindi ricavare una stima del valore di offset. Per fare ciò dobbiamo ricorrere a un circuito amplificatore come quello in Figura 2.1b, che ci permetta di controllare il guadagno.

#### 2.3.2 Configurazione con retroazione

Trattiamo per primo il caso **invertente**. Assumiamo che la tensione nel punto A sia  $V_A = V_{off}$  e  $V_B = 0$ . Vale allora che, uguagliando le correnti

$$\frac{V_{off}}{R_1} + \frac{V_{off} - V_{out}}{R_2} = 0$$

da cui si ricava che

$$V_{out} = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) V_{off}$$

Analogamente si tratta il caso **non invertente**, assumendo che  $V_B = -V_{off}$  e  $V_A = 0$ . L'analisi risulta dunque identica a quella di un amplificatore non invertente, e si ottiene lo stesso risultato del caso invertente.

Riportiamo nella seguente tabella i valori di offset calcolati, definendo il guadagno come  $\text{Gain} = 1 + R_2/R_1$ .

$R_1[\Omega]$	$R_2[\text{k}\Omega]$	Gain	$V_{out}[\text{mV}]$	$V_{off}[\text{mV}]$
$119.8 \pm 0.1$	$9.911 \pm 0.001$	$83.73 \pm 0.07$	$-103.5 \pm 0.5$	$-1.23 \pm 0.01$
$119.8 \pm 0.1$	$99.35 \pm 0.01$	$830.3 \pm 0.7$	$-1025 \pm 2$	$-1.2 \pm 0.1$

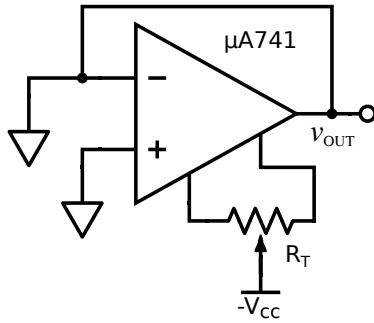


Figura 2.2: Circuito a guadagno unitario, con trimmer sui piedini 1 e 5 dell'OPAMP per compensare l'offset.

maglia aperta è di 100-120dB, si nota il buon bilanciamento della tensione di offset.

Come sappiamo la tensione di offset non è però l'unico problema che incontriamo quando usiamo gli op-amp. Infatti ingresso invertente e non invertente sono collegati alle basi di alcuni transistor e, ovviamente, per polarizzarli serve una corrente di base. Gli effetti di tale corrente si sommeranno dunque a quelli dovuti all'offset.

Queste correnti di bias, per quanto piccole (nA), giocano un ruolo sull'offset totale. Per minimizzare il loro impatto sul valore della tensione di offset abbiamo inserito fra l'ingresso non invertente e comune una resistenza di compensazione  $R_C$  tale da annullare il contributo delle correnti di offset sulla tensione di uscita.

Il valore opportuno di  $R_C$  può essere stimato nel modo che segue. Consideriamo la tensione di uscita, che in funzione delle correnti di polarizzazione è

$$V_{out}^C = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \left[ \frac{I_{b-} R_2}{\frac{R_1 + R_2}{R_1}} - I_{b+} R_B \right] \quad (2.1)$$

Si ricava che, supponendo  $I_{off} = |I_{b+}| - |I_{b-}| \approx 0$  e ponendo  $V_{out}^C = 0$  (annullando così il contributo delle correnti di polarizzazione alla tensione di uscita),

$$R_C = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} = R_1 // R_2$$

Riportiamo nella seguente tabella i nuovi valori in questa nuova configurazione (circuiti in Figura 2.3):

$R_C[\Omega]$	$R_1[\Omega]$	$R_2[\text{k}\Omega]$	Gain	$V'_{out}[\text{mV}]$	$V'_{off}[\text{mV}]$	$ V_{off} - V'_{off} [\text{mV}]$
$119.4 \pm 0.1$	$119.8 \pm 0.1$	$9.911 \pm 0.001$	$83.73 \pm 0.07$	$-105.5 \pm 0.5$	$-1.26 \pm 0.01$	$0.02 \pm 0.01$
$119.4 \pm 0.1$	$119.8 \pm 0.1$	$99.35 \pm 0.01$	$830.3 \pm 0.7$	$-1038 \pm 5$	$-1.2 \pm 0.1$	$\approx 0$

Notiamo che le differenze fra i valori della tensione di offset con e senza  $R_C$  sono compatibili con il rumore ambientale di fondo (qualche decina di  $\mu\text{V}$  di ampiezza), quindi il contributo delle correnti di polarizzazione (che come da misure ai paragrafi successivi generano una tensione confrontabile con quella del rumore) è comunque trascurabile con la strumentazione a nostra disposizione.

Per risolvere il problema dell'offset possiamo servirci di una resistenza variabile (*trimmer*) che posizioneremo tra i piedini 1 e 5 dell'op-amp (appositamente posti dal produttore a questo scopo), e collegandola a  $V^-$  come in Figura 2.2. Regolando tale resistenza andremo a generare una contro tensione che bilancerà l'offset. Durante l'esperienza abbiamo provato ad utilizzare trimmer ad un giro da 10 k $\Omega$  (oltre che uno da 5 k $\Omega$ , che è risultato di valore troppo basso) ma la sensibilità meccanica era troppo bassa per poter azzerare l'offset (la tensione di uscita infatti passava da  $\approx -14\text{ V}$  a  $\approx 14\text{ V}$ ). Abbiamo dunque utilizzato un trimmer multigiro da 10 k $\Omega$ , con il quale abbiamo raggiunto la tensione  $V_{out} \approx 0$ . Abbiamo poi controllato che l'offset fosse effettivamente stato minimizzato riutilizzando il circuito in Figura 2.1a e ottenendo  $V_{out} = (1.3 \pm 0.2)\text{V}$ . Ricordando che il guadagno a

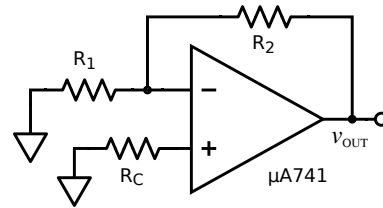


Figura 2.3: Circuito utilizzato per la stima di  $V_{off}$  con la correzione sulle correnti data da  $R_C$ .



## 2.4 Correnti di polarizzazione

In questa parte dell'esperienza abbiamo progettato diversi circuiti per misurare la corrente di polarizzazione per entrambi gli ingressi, avendo già stabilizzato la tensione di offset dall'esterno. Di seguito proponiamo due modalità.

### 2.4.1 Configurazione senza retroazione

Nel circuito mostrato in figura abbiamo posto la resistenza all'ingresso non invertente (analogamente si può fare con l'ingresso invertente) e, misurando la caduta di potenziale ai capi della stessa con il multimetro, possiamo ottenere il valore di corrente desiderato applicando semplicemente la legge di Ohm

$$V = I_{b+} R$$

Per far ciò, dato che attendevamo una corrente dell'ordine dei nA, abbiamo utilizzato una resistenza molto grande in modo da poter leggere il valore della tensione su una scala accettabile per il multimetro.

Durante la procedura abbiamo però notato che, a causa di rumori ambientali, il valore di tensione sul multimetro fluttuava sulla prima cifra, rendendo nostra misurazione ovviamente non quantitativa (al massimo poteva stimarci l'ordine di grandezza della corrente). Per ovviare, abbiamo inserito in parallelo alla resistenza un condensatore che caricandosi si portava alla stessa ddp dei capi della resistenza. In questo modo abbiamo potuto ottenere un valore meno fluttuante, che si attestava a  $V = (-80 \pm 2)$  mV, cioè  $I_{b+} = (7.7 \pm 0.2)$  nA.

Con questo metodo semplice abbiamo potuto ottenere una prima stima del valore della corrente. Di contro bisogna considerare che il rumore non permette di avere una stima qualitativa ed inoltre la resistenza, scaldandosi, modifica il suo valore e potrebbe portare ad un errore sulla misura. Successivamente progetteremo dunque un circuito che, sfruttando l'amplificazione data dall'amplificatore operazionale, minimizzerà questi errori.

Analizziamo ora una possibile causa della fluttuazione della misura.

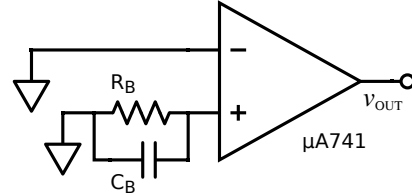


Figura 2.4: Schema del circuito non retro-azionato utilizzato per stimare la corrente di polarizzazione. La resistenza utilizzata è  $R_B = 10.36 \pm 0.01 \text{ M}\Omega$ ; la capacità  $C_B = 102 \pm 1 \text{ nF}$ .

### Rumore termico

Abbiamo considerato che la fluttuazione della misura sia dovuta ad un possibile effetto del rumore termico sulla nostra resistenza da  $10 \text{ M}\Omega$ . Considerando la larghezza di banda del multimetro  $\Delta f = 1 \text{ Hz}$  e siano  $k_B = 1.38 \times 10^{-23} \text{ J K}^{-1}$  la costante di Boltzmann,  $T$  la temperatura assoluta e  $R$  il valore della resistenza presa in considerazione

$$V_{eff}^2 = 4k_B T R \Delta f \quad (2.2)$$

da cui, ovviamente, si ottiene che il possibile rumore termico è 5 ordini di grandezza inferiore della tensione misurata

$$V_{eff} = \sqrt{4k_B T R \Delta f} \simeq 4 \times 10^{-7} \text{ V} \quad (2.3)$$

ed è pertanto ininfluenza. Dunque il rumore presente è sicuramente imputabile ad altre cause ambientali.

### 2.4.2 Configurazione con retroazione negativa

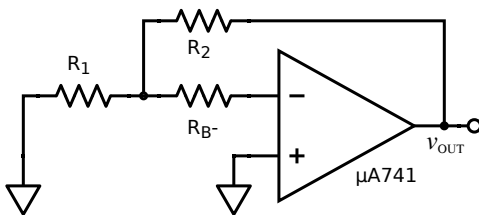


Figura 2.5: Schema del circuito retro-azionato utilizzato per stimare la corrente di polarizzazione  $I_{b-}$ . Le resistenze utilizzate sono  $R_1 = (98.9 \pm 0.1) \Omega$ ,  $R_2 = (99.4 \pm 0.1) \text{ k}\Omega$  e  $R_B = (99.4 \pm 0.1) \text{ k}\Omega$ .

Sfruttando un modello simile a quello utilizzato per trovare la tensione di offset, abbiamo montato i circuiti come in figura. Data la tensione in uscita, grazie alle proprietà di amplificazione dei segnali in ingresso dell'OPAMP, possiamo ottenere una misura indiretta della corrente di polarizzazione.

#### Misura di $I_{b-}$

Risolviamo il circuito per trovare la corrente di polarizzazione  $I_{b-}$  in funzione della tensione di uscita. Considerando  $V_-$  la tensione al capo di  $R_B$  collegato all'OPAMP e  $V^*$  quello opposto, vale in quel punto la legge di Kirchhoff sui nodi

$$\frac{V^* - V_{in}}{R_1} + \frac{V^* - V_{out}}{R_2} + \frac{V^* - V_-}{R_B} = 0$$

Dato che l'amplificatore operazionale è considerato già stabilizzato per quanto riguarda la tensione di offset, possiamo considerare la tensione all'ingresso invertente uguale all'ingresso non invertente. Vale dunque che  $V_{in} = V_- = 0$  e si trova (considerando  $I_{b-}R_B = V^*$ ):

$$I_{b-} = \frac{V_{out}}{R_2 R_B} \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_B}}$$

Le resistenze sono state dimensionate tenendo invece conto dell'ordine di grandezza della corrente da misurare e considerando il risultato sopra ottenuto: volevamo che  $V_{out}$  fosse almeno  $10^7 \approx 10^8$  volte più grande della corrente, per poter utilizzare il multimetro, che ha scale di misura limitate. I valori sono in Figura 2.5.

La misura di tensione di uscita è di  $(3.89 \pm 0.02)$  V ed il valore ottenuto è dunque  $I_{b-} = (38 \pm 5)$  nA.

### Misura di $I_{b+}$

Similmente a quanto visto per la configurazione prima, troviamo che, data la legge di Kirchhoff (con  $V^*$  la tensione all'ingresso non invertente, che per quanto detto sopra è uguale a quella all'ingresso invertente)

$$\frac{V^* - V_{in}}{R_1} + \frac{V^* - V_{out}}{R_2} = 0$$

e considerando  $V^* = I_{b+}R_B$ , otteniamo

$$I_{b+} = \frac{V_{out}}{R_2 R_B} \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}} \quad (2.4)$$

Anche in questo caso le resistenze sono state dimensionate come sopra e i valori sono in Figura 2.6. La misura di tensione di uscita è di  $-(3.72 \pm 0.02)$  V ed il valore ottenuto è dunque  $I_{b+} = -(37.2 \pm 0.2)$  nA<sup>1</sup>.

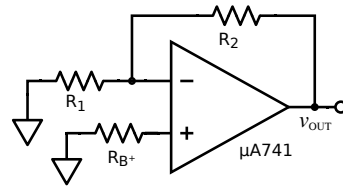


Figura 2.6: Schema del circuito retro-azionato utilizzato per stimare la corrente di polarizzazione  $I_{b+}$ . Le resistenze utilizzate sono le medesime del circuito precedente in Figura 2.5.

### Calcolo di $I_{b+}$ data $I_{b-}$

Consideriamo ora un altro modo per trovare la corrente di polarizzazione  $I_{b+}$  supponendo di aver già effettuato la misura di  $I_{b-}$  nel primo circuito (Figura 2.5). Successivamente controlleremo che il valore 'sperimentale' calcolato con (2.4) è compatibile con quello calcolato in questo paragrafo.

Analizziamo dunque il secondo circuito (Figura 2.6) per cercare di trovare la dipendenza di  $I_{b+}$  da  $I_{b-}$ . Vale, dalla teoria, l'equazione (2.1), da cui è possibile ricavare

$$I_{b+} = \frac{R_1}{R_B(R_1 + R_2)}(I_{b-}R_2 - V_{out})$$

ed inserendo i valori otteniamo  $I_{b+} = -(37.2 \pm 0.2)$  nA, compatibile con il risultato precedente.

## 2.5 Conclusioni

In questa esperienza abbiamo potuto osservare come gli OPAMP, sebbene siano dei circuiti abbastanza precisi, abbiano delle imperfezioni, date dalla loro composizione circuitale (sono presenti dei transistor BJT al loro interno). Le discrepanze tra il modello ideale e l'OPAMP reale sono date principalmente dallo sbilanciamento della risposta dello stesso ( $V_{offset}$ ) e dalle correnti di polarizzazione (*bias currents*). Per nostra fortuna spesso gli OPAMP presentano dei connettori predisposti a minimizzare la tensione di offset con circuiti di compensazione: nel nostro caso un trigger collegato ai piedini di offset e all'alimentazione negativa. Una volta bilanciato l'opamp, abbiamo misurato le correnti di polarizzazione e abbiamo potuto osservare che esse sono dell'ordine dei nA, quindi trascurabili per gli utilizzi più comuni.

<sup>1</sup>La negatività della corrente va intesa rispetto all'ingresso non invertente, ed è quindi uscente rispetto a tale ingresso. Al contrario, nel paragrafo precedente, la corrente è intesa entrante nel punto di  $V^*$ , e quindi è entrante rispetto all'ingresso invertente.

### 3 30.09.2014 - Amplificatori Operazionali Reali - Seconda Parte

#### 3.1 Scopo

#### 3.2 Strumenti e materiali

- Oscilloscopio Agilent DSO-X 2002A (bandwidth 70 MHz, sample rate 2 GSa/s);
- Generatore di tensione continua Agilent E3631A (max  $\pm 25$  V o  $\pm 6$  V);
- Generatore di forme d'onda Agilent 33120A con range di frequenza da 100  $\mu$ Hz a 15 MHz;
- Multimetro Agilent 34410A;
- Un amplificatore operazionale  $\mu$ A741;
- Resistenze di vari valori;
- Due capacità da 0.1  $\mu$ F;
- Breadboard e cablaggi vari.

#### 3.3 Misura dello Slew Rate

L'amplificatore operazionale ha una capacità limitata di ricorrere segnali: ciò significa che, data una funzione in entrata nell'OP-AMP, quest'ultimo non sarà in grado di restituire in uscita il segnale amplificato con la stessa forma d'onda. In altre parole, l'amplificatore ha un valore

$$SR = \frac{\Delta V}{\Delta t}$$

costante. Questo fenomeno è dunque visibile a valori di tensione e frequenza che superino lo  $SR$ .

Nel nostro caso abbiamo utilizzato il generatore, caratterizzato da uno Slew Rate di  $SR_{gen} = 315 \text{ V } \mu\text{s}^{-1}$ , per creare il segnale in ingresso (onda quadra) e valutato la forma d'onda del segnale in uscita utilizzando il circuito in Figura 3.1 quando aveva derivata  $dV/dt > 0$ . La capacità è utilizzata come serbatoio di cariche per attenuare fenomeni di rumore nel segnale creati dal generatore.

Inizialmente abbiamo posto la frequenza a  $f = 1 \text{ kHz}$  e la tensione picco picco a  $V_{pp} = 10 \text{ V}$ ; con la funzione cursore dell'oscilloscopio abbiamo poi misurato  $\Delta V = 8.0719 \text{ V}$  fra il 10% e il 90% del valore di tensione picco picco in uscita e la relativa  $\Delta t = 15.92 \text{ } \mu\text{s}$ , ottenendo uno  $SR = 0.507 \text{ V } \mu\text{s}^{-1}$ .

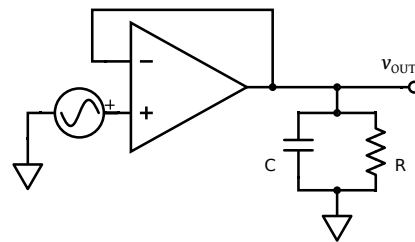


Figura 3.1: Schema del circuito utilizzato per stimare lo Slew Rate. La resistenza utilizzata è  $R = 2.17 \pm 0.01 \text{ k}\Omega$ ; la capacità  $C = 200 \pm 10 \text{ pF}$ .

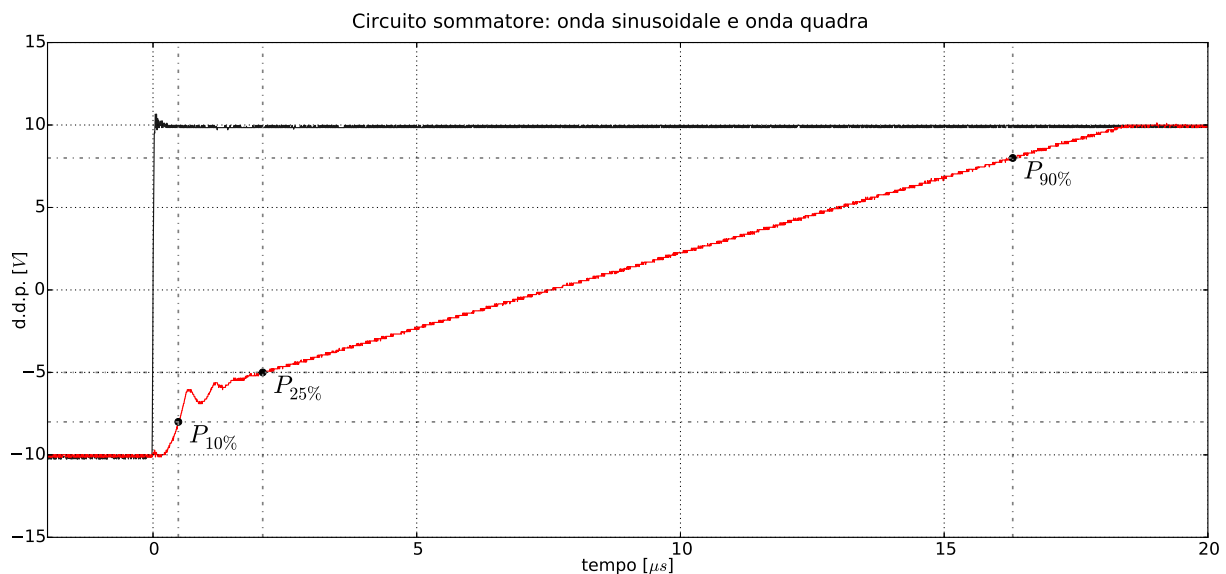


Figura 3.2: Grafico dell'alimentazione dell'OPAMP. La tensione di alimentazione è fornita con il generatore di tensione costante, mentre le capacità sono  $C_1 = (0.112 \pm 0.001) \text{ } \mu\text{F}$   $C_2 = (0.095 \pm 0.001) \text{ } \mu\text{F}$ . Per maggiore chiarezza negli schemi circuitali, questa configurazione sarà nascosta negli schemi successivi, ma comunque presente sulla breadboard.

Come però si può vedere dal grafico in Figura 3.1 si nota che nella parte vicina al 10% è presente una parte di segnale affetta da rumore che potrebbe rendere poco precisa la nostra misura. Infatti siamo interessati al rapporto fra i  $\Delta$ ; dunque portare il limite inferiore ad un valore percentuale più alto, dato il rumore, rende più precisa la misura. Portando dunque la percentuale del limite inferiore al 25% abbiamo ottenuto i seguenti valori:  $\Delta V = 6.4813 \text{ V}$  e  $\Delta t = 14.5 \text{ }\mu\text{s}$ , dunque  $SR = 0.447 \text{ V }\mu\text{s}^{-1}$ . Durante l'esperienza utilizzeremo questo valore come riferimento per lo Slew Rate del nostro amplificatore.

Abbiamo anche notato che lo Slew Rate è differente a seconda che il segnale abbia derivata  $dV/dt$  positiva o negativa. In questo secondo caso, infatti, abbiamo ottenuto i seguenti valori:  $\Delta V = 7.975 \text{ V}$  e  $\Delta t = 11.42 \text{ }\mu\text{s}$ , quindi  $SR = 0.698 \text{ V }\mu\text{s}^{-1}$ .

### 3.4 Misura della Corrente Massima

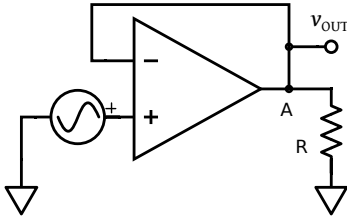


Figura 3.3: Schema del circuito utilizzato per misurare la corrente massima. La resistenza utilizzata è  $R = 98.47 \pm 0.01 \Omega$ .

L'amplificatore operazionale ha una corrente massima di uscita che può gestire; ai capi di un carico a bassa impedenza non riesce quindi ad erogare abbastanza corrente per amplificare il segnale, creando un clip. Per misurare tale corrente abbiamo dunque sfruttato questo fatto, ponendo una resistenza di carico fra l'uscita dell'operazionale e terra<sup>1</sup>, con l'oscilloscopio ai capi di tale resistenza per la misura di tensione (circuito in Figura 3.3).

Sfruttando la legge di Ohm otteniamo, misurando la tensione a cui avviene il clip (con la funzione cursore dell'oscilloscopio), il valore di corrente massimo erogabile dall'OPAMP risulta

$$I_{max} = \frac{V_{clip}}{R}$$

Bisogna però considerare che la corrente, ponendo il segnale in entrata in alternata, risulta oscillare fra valori negativi e positivi (corrente rispettivamente entrante o uscente dal punto A). Inoltre, tali valori sono differenti (si nota dal grafico in Figura 3.3) l'asimmetria della tensione di clip):

$$I_{V+} = \frac{0.9625 \text{ V}}{R} = 9.8 \text{ mA} \quad I_{V-} = \frac{1.7250 \text{ V}}{R} = 17.5 \text{ mA}$$

### 3.5 Verifica della banda passante

In questa parte dell'esperienza vogliamo valutare la banda passante di un circuito amplificatore (non invertente) considerando che il guadagno a maglia aperta dell'amplificatore operazionale dipende dalla frequenza.

Esaminiamo dapprima il circuito, calcolandone la funzione di trasferimento. Per ogni amplificatore operazionale vale

$$V_{out} = A(s)(V^+ - V^-) \quad (3.1)$$

con il guadagno, come detto sopra, che in generale dipende da  $s = j\omega$  (e quindi dalla frequenza). Consideriamo

$$V^+ = V_{in} \quad V^- = V_{out} \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

dove  $V^-$  è ricavato dalla solita formula per l'amplificatore non invertente  $(V^+ - V^-)/R_1 + (V_{out} - V^-)/R_2 = 0$ . Definiamo

$$\beta = \frac{R_1}{R_1 + R_2} = \frac{1}{G}$$

dove  $G$  è il guadagno di un amplificatore non invertente. Sostituendo questi valori in (3.1) otteniamo

$$A(s)V_{in} = V_{out} + V_{out}A(s)\beta$$

Calcoliamo ora la funzione di trasferimento  $H$

$$H(s) = \frac{V_{out}}{V_{in}} = \frac{1}{\beta} \frac{1}{1 + \frac{1}{A(s)\beta}} \quad (3.2)$$

<sup>1</sup>Si noti che, data l'alta impedenza in ingresso dell'oscilloscopio (1 M $\Omega$ ), non era possibile misurare la corrente massima con questo strumento (attesa, come da specifiche del costruttore, sui 15 mA): sarebbe servita una tensione di 15000 V!

da cui è facile notare che per  $A(s) \rightarrow +\infty$  (approssimazione di amplificatore ideale),  $H(s) = \frac{1}{\beta} = 1 + \frac{R_2}{R_1} = G$ , equazione che diventa indipendente dal guadagno a maglia aperta.

Schematizziamo l'OPAMP come un filtro passa basso. Abbiamo che il guadagno a maglia aperta varia con la frequenza secondo la legge

$$A(j\omega) = \frac{A_{ol}}{1 + j\frac{\omega}{\omega_0}}$$

con  $\omega_0$  la prima frequenza di taglio dell'operazionale data dalla capacità di compensazione nella circuiteria interna e  $A_{ol}$  il guadagno dell'operazionale con segnali costanti ( $f = 0$ ). Sostituendo questo valore in (3.2), abbiamo

$$H(s) = \frac{\frac{A_{ol}}{1 + A_{ol}\beta}}{1 + j\frac{\omega}{(1 + A_{ol}\beta)\omega_0}}$$

da cui si nota che la nuova frequenza di taglio è data da  $\omega_f = (1 + A_{ol}\beta)\omega_0$ .

### 3.6 Guadagno Open Loop

In questa ultima parte dell'esperienza abbiamo cercato di misurare il guadagno  $A_{ol}$  del nostro amplificatore reale. Come sappiamo, tale guadagno è una funzione della frequenza. Dobbiamo dunque trovare un modo per misurarlo.

#### 3.6.1 Misura per basse frequenze

Fino alla frequenza di circa 8 Hz il guadagno di un op-amp  $\mu A741$  è di circa  $3 \times 10^5$ . Oltre tale frequenza abbiamo una caduta di circa 20dB/decade. Non risulta dunque possibile effettuare misure a loop aperto in quanto piccolissime variazioni di tensione ai due ingressi causerebbero grandi effetti in uscita. Abbiamo dunque progettato un circuito per ridurre il guadagno in uscita così da non mandare in saturazione il nostro op-amp. In figura (3.4) è riportato lo schema circuitale.

Utilizzando l'oscilloscopio abbiamo misurato i valori di tensione  $v_A$  e  $v_{out}$ . Cerchiamo dunque di legare il guadagno a tali quantità.

Nel caso dell'amplificatore operazionale sappiamo che vale la seguente equazione:  $v_{out} = A_{ol}(v_+ - v_-)$ , dove  $v_+$  è la tensione all'ingresso non invertente,  $v_-$  la tensione all'ingresso invertente e  $A_{ol}$  il guadagno open-loop. Ma  $v_+ - v_-$  non è altro che la differenza di potenziale presente tra i due ingressi, che sarà ovviamente  $\Delta v = I_3 R_4$ , dove  $I_3$  è la corrente che scorre attraverso  $R_3$  ed  $R_4$ <sup>2</sup>. Possiamo immediatamente stimare tale corrente conoscendo la tensione  $v_A$ , ovvero  $I_3 = \frac{v_A}{R_3 + R_4}$ .

Trivialmente si ottiene dunque:

$$A_{ol} = \frac{v_{out}}{v_A} \frac{R_4 + R_3}{R_4} ?? \quad (3.3)$$

Osserviamo come in Eq.?? non compaia il termine  $V_{in}$ . Dovremo dunque scegliere per le varie frequenze una tensione picco-picco in ingresso adeguata in modo che in nostro op-amp non saturi e allo stesso tempo  $v_A$  sia sufficientemente grande in modo da essere poco influenzato dal rumore di fondo.

I valori nominali di resistenza da noi utilizzati sono  $R_1 = R_2 = R_3 = 100 \text{ k}\Omega$  e  $R_4 = 100 \Omega$ . Per comodità di calcolo abbiamo deciso questa volta di utilizzare il valore nominale con un'incertezza del 5%.

Con le resistenze da noi scelte il fattore  $\frac{R_4 + R_3}{R_4}$  vale circa 1001. Dunque, alla frequenza in cui  $A_{ol} \approx 1000 \Rightarrow v_A \approx v_{out}$

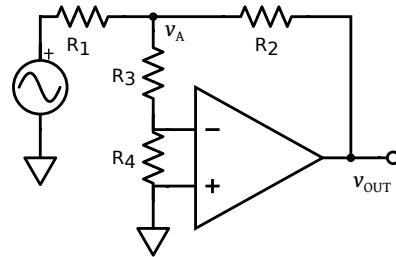


Figura 3.4: ...

#### 3.6.2 Misura per alte frequenze

### 3.7 Conclusioni

<sup>2</sup>Assumiamo che la corrente assorbita dagli ingressi sia nulla.