

UNIVERZITET U BEOGRADU  
ELEKTROTEHNIČKI FAKULTET



Spregnuto klatno

Master rad

Mentor:

Dr Vladimir Rajović,  
vanredni profesor

Kandidat:

David Milovanović, 2022/3205

Beograd, Septembar 2023.

# Sadržaj

1	Teorijski uvod . . . . .	2
1.1	Oscilacije . . . . .	2
1.2	Oscilatori . . . . .	3
1.3	Klatno . . . . .	3
1.3.1	Matematičko klatno . . . . .	3
1.3.2	Spregnuta matematička klatna . . . . .	5
1.4	Rotacioni enkoder . . . . .	5
1.4.1	Princip funkcionisanja . . . . .	5
1.5	Akvizicija podataka . . . . .	6
2	Karakteristike korišćenih komponenti sistema . . . . .	7
2.1	Identifikacija modela rotacionog enkodera . . . . .	7
2.1.1	Merenje odziva motora . . . . .	7
2.1.2	Merenje prenosne statičke karakteristike motora sa i bez filtra na izlazu . . . . .	9
2.2	Merenje karakteristika pretvarača učestanosti . . . . .	10
2.2.1	Karakteristika pretvarača bez filtra . . . . .	10
2.2.2	Karakteristika pretvarača sa filtrom . . . . .	11
2.3	Merenje karakteristika pojačavača snage . . . . .	12
2.3.1	Statička prenosna karakteristika . . . . .	12
2.3.2	Dinamička prenosna karakteristika sa i bez dioda . . . . .	13
3	Rezultati i diskusija . . . . .	14
3.0.1	Obrada rezultata merenja . . . . .	14

3.1	Sistem sa poboljšanjima pojačavača snage . . . . .	16
3.2	Sistem sa poboljšanjima senzora . . . . .	16
3.3	Sistem sa promenjenim regulatorom . . . . .	17
3.4	Nelinearna ograničenja sistema . . . . .	20
4	Zaključak . . . . .	22

## Spisak slika

1	Primer različitih tipova oscilacija. . . . .	2
2	Dva nespregnuta oscilatora . . . . .	3
3	Dva spregnuta oscilatora. . . . .	3
4	Model matematičkog klatna. . . . .	4
5	Normalni mod simetrije. . . . .	5
6	Normalni mod antisimetrije. . . . .	5
7	Enkoder. . . . .	6
8	Model sistema za akviziciju podataka o položaju klatna. . . . .	7
9	Eksperimentalna postavka za merenje odziva jednosmernog motora. . . .	7
10	Određivanje optimalnog modela motora na osnovu merenog odskočnog odziva. . . . .	8
11	Vremenski oblik signala na izlazu enkodera, prilikom ubrzanja motora. .	9
12	Izmerena vremenska zavisnost frekvencije signala na izlazu enkodera i mo- del sa parametrima: $K_m = 679$ i $T_m = 481$ ms. . . . .	9
13	Statička prenosna karakteristika celog sistema. . . . .	10
14	Statička prenosna karakteristika celog sistema sa NF filtrom. . . . .	10
15	Odziv konvertora na pobudu konstante frekvencije. . . . .	10
16	Odziv konvertora na skokovitu promenu frekvencije pobudnog napona. .	10

17	Odziv konvertora sa filtrom na pobudu konstante frekvencije. . . . .	11
18	Odziv konvertora sa filtrom na pobudu sa promenljivom frekvencijom. . .	11
19	Vremenski dijagram signala na izlazu konvertora frekvencije u napon bez i sa filtrom na izlazu. . . . .	12
20	Prenosna karakteristika pretvarača učestanosti. . . . .	13
21	Izmerena statička karakteristika pojačavača u klasi B. . . . .	13
22	Izmerena statička karakteristika pojačavača u klasi AB. . . . .	13
23	Odskočni odziv pojačavača snage. . . . .	14
24	Odziv pojačavača na signal rampe učestanosti $f = 100[\text{kHz}]$ . . . . .	14
25	Odnos normalizovane relativne greške u odnosu na normalizovanu frekven- ciju. . . . .	15
26	Električna šema projektovanog PI regulatora. . . . .	18
27	Usrednjen relativni odziv sistema $H(s)$ i njegov model. . . . .	18
28	Odskočni odziv sistema sa parametrima PI regulatora $K_p = 3$ i $T_i = 10 \text{ ms}$ . 19	
29	Odskočni odziv sistema sa parametrima PI regulatora $K_p = 3$ i $T_i = 100 \text{ ms}$ . 19	
30	Polovi i nule prenosne funkcije za sistem bez preskoka. . . . .	20
31	Polovi i nule prenosne funkcije za sistem sa preskokom. . . . .	20

## **Zahvalnica**

Zahvaljujem se svima koji su doprineli izradi ovog diplomskog rada, a posebno svom mentoru Dr Radivoju Đuriću, vanrednom profesoru koji je omogućio izradu teme ovog diplomskog rada i Ms Danilu Đokiću, asistentu koji je omogućio konstantnu podršku tokom izrade ovog rada.

Najveću zahvalnost za bezgraničnu podršku tokom studiranja i izrade diplomskog rada, dugujem svom ocu Zoranu Milovanoviću.

Iskreno vam hvala.

David Milovanović

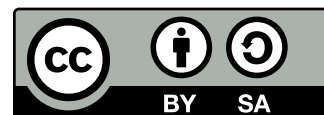
## Sažetak

Jednosmerni motor je veoma zastupljen u sferama gde postoji neka vrsta upravljanja sistema. U ovom radu će biti uvedeni i objašnjeni osnovni principi funkcionisanja analognog sistema upravljanja motora jednosmerne struje. Takođe, biće isprojektovan sistem i izvršena sva potrebna merenja i njihova obrada, i izvršiće se poređenje izmerenih rezultata sa očekivanim teorijskim rezultatima.

Rad je organizovan u tri odeljka. U teorijskom uvodu su uvedeni opšti pojmovi koji predstavljaju delove sistema koji se projektuje. Dodatno, u ovom delu su date i teorijske predikcije ponašanja sistema. U odeljku „Karakteristike korišćenih komponenti“ su opisane karakteristike korišćenih delova sistema i data su merenja njihovih osobina koja su značajna za dalje modifikacije sistema. U odeljku „Rezultati i diskusija“ su navedeni rezultati celog sistema kao i ocena njihovog preklapanja sa očekivanim teorijskim rezultatima koji su dobijeni ranije.

Cilj rada je da je moguće isprojektovati analogni sistem upravljanja koji će davati relativno iste rezultate kao i teorijski model sistema. U radu je pokazano da se uz pomoć teorije mogu dobiti parametri kontrolera sistema koji će i praktično davati iste rezultate kao i teorijski.

This work is licensed under a Creative Commons  
“Attribution-ShareAlike 4.0 International” license.

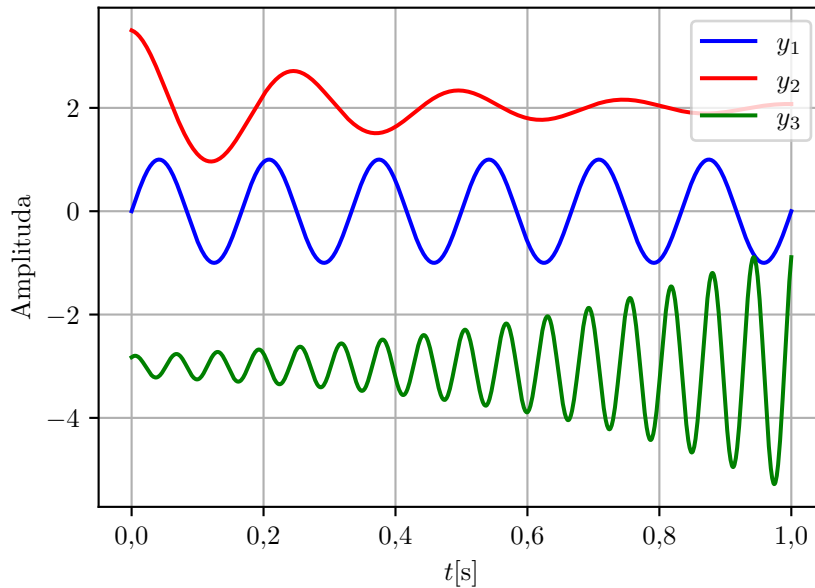


Online repozitorijum sa izvornim kodovima dostupan je na <https://github.com/dejvi997>.

# 1 Teorijski uvod

## 1.1 Oscilacije

Oscilacije predstavljaju periodično ponavljanje pokreta oko određene tačke ili ravnotežnog položaja. To je tipično kretanje u kojem objekt ili sistem sledi putanju koja se ponavlja u redovitim intervalima, krećući se između maksimalnih i minimalnih tačaka. Oscilacije su prisutne u mnogim aspektima prirode i svakodnevnog života. Primjeri uključuju kretanje ljuľaške, zvučni talasi, vibracije žica instrumenata, periodične promene električnog napona u naizmeničnoj struji i mnoge druge. U mnogim slučajevima, oscilacije se opisuju kao sinusoidne funkcije vremena, čime se mogu analizirati parametri poput amplitude (maksimalne udaljenosti od ravnotežne tačke), frekvencije (broj oscilacija u jedinici vremena) i faze (početna pozicija oscilacije). Nekoliko različitih oscilacija je prikazano na slici 1.



Slika 1: Primer različitih tipova oscilacija.

Na slici 1 su prikazana tri signala oblika  $y_i = O_i + A_i \sin(2\pi f_i t - \theta_i) e^{-a_i t}$ . Gde za  $y_1$  važi da su  $O_1 = 0, A_1 = 1, f_1 = 6, a_1 = 0$ , za  $y_2$  važi da su  $O_2 = 2, A_2 = 1.5, f_2 = 4, a_2 = 3$ , i za  $y_3$  važi da su  $O_3 = -3, A_3 = 0.3, f_3 = 16, a_3 = -2.5$ . Ovi signali mogu biti kao što je prethodno napomenuto, napon, struja, dužina, jačina zvuka, itd. zato su vrednosti date kao bezdimenzione radi ilustracije promene oblika signala u odnosu na promenu

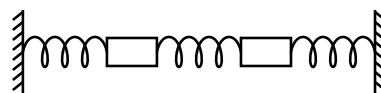
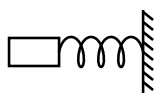
parametara. Na ovom jednostavnom primeru se može videti da postoji veliki broj načina oscilovanja nekog sistema. Oscilacije su ključne u mnogim područjima fizike, inženjeringa i nauke, te su ključne za razumijevanje različitih fenomena u prirodi i tehnologiji. U ovom radu ćemo se fokusirati na oscilacije u fizici.

## 1.2 Oscilatori

Oscilatori su uređaji ili sistemi koji generišu oscilacije, odnosno periodične promene u vremenu. Oscilatori mogu biti izolovani ili spregnuti što se može videti na slikama 2 i 3, respektivno.



Slika 2: Dva nespregnuta oscilatora



Slika 3: Dva spregnuta oscilatora.

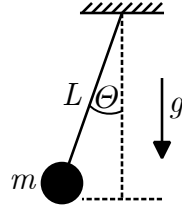
Na slici 2, dva tela mogu da osciluju nezavisno jedno od drugog, dok na slici 3, oscilacija jednog tela utiče na oscilacije drugog tako što se energija prenosi preko sprege, i ovaj način oscilovanja je komplikovaniji od slučaja kada tela osciluju nezavisno. Postoji više načina sprege oscilatora, na slici 3 je ilustrativno prikazan jedan način, ali je suština ista i za druge slučajeve.

## 1.3 Klatno

### 1.3.1 Matematičko klatno

Klatno predstavlja jedan oscilator koji osciluje oko ravnotežnog položaja. Postoje više tipova klatna: matematičko, fizičko, torziona itd. U ovom radu ćemo se fokusirati na matematičko klatno. Matematičko klatno predstavlja svako klatno koje ima masivno telo koje je pričvršćeno za neelastičnu šipku (konopac ili štap) koja se može rotirati oko tačke pričvršćivanja. Radi izučavanja pojava kod matematičkog klatna potrebno je napraviti model koji zanemaruje sve sile (otporne sile) sem gravitacije. Klasično matematičko klatno se sastoji od tačkaste mase  $m$  pričvršćene na idealno neelastičnu šipku dužine  $L$ . Ugao između šipke i vertikalne ravni se označava sa  $\theta$ . Model matematičkog klatna je dat na slici 4.





Slika 4: Model matematičkog klatna.

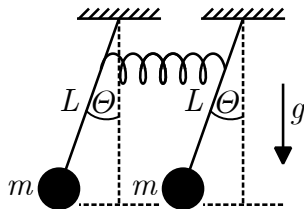
Za modelovanje klatna potrebno je izvesti jednačinu kretanja koja se izvodi iz drugog Njutnovog zakona za rotaciju  $\tau = I\alpha$ , gde je  $\tau$  moment sile (moment gravitacione sile  $mg$  oko tačke pričvršćivanja),  $I$  trenutni moment inercije (za tačkastu masu  $m$  i idealno neelastičnu šipku  $L$ ,  $I = mL^2$ ),  $\alpha$  je ubrzanje rotacije (drugi izvod ugla  $\theta$  po vremenu). Moment sile jednak je proizvodu momenta inercije i ubrzanja rotacije:  $mgL\sin(\theta) = mL^2 \frac{d^2\theta}{dt^2}$ . Nakon matematičkog sređivanja jednačine i aproksimacije  $\sin(\theta) \approx \theta$  dobija se diferencijalna jednačina kretanja  $\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{L}\theta = 0$ . Rešenja ove jednačine su sinusne funkcije koje predstavljaju periodične oscilacije sa kružnom učestanošću  $\omega$  koja je data formulom (1).

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{L}} \quad (1)$$

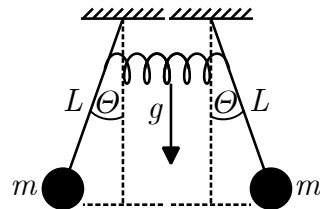
Iz datog izvođenja se može zaključiti da učestanost oscilacija ne zavisi od mase tela koje je zakačeno za neelastičnu šipku, nego samo od dužine šipke i gravitacione sile, što znači da za telo bilo koje mase, ako je dužina neelastične šipke  $L$ , period oscilacija će biti isti.

### 1.3.2 Spregnuta matematička klatna

Spregnuta matematička klatna je sistem od dva ili više matematička klatna povezana elastičnom oprugom ili nekim drugim vidom sprege (u ovom radu će se posmatrati samo slučaj za dva spregnuta matematička klatna). Osnovna ideja sprežanja klatna je da se klatna ne ponašaju nezavisno već da utiču jedno na drugo, odnosno, da se dešava transfer energije između njih. Samo kretanje spregnutih klatna je složeno, ali postoje dva tipa kretanja koja se drugačije nazivaju normalni modovi, i oni se javljaju kada jedno klatno osciluje frekvencijom bliskom prirodnoj frekvenciji drugog klatna, i tada dolazi do sinhronizacije oscilacija. Primer normalnih modova je dat na slici 5 i 6.



Slika 5: Normalni mod simetrije.



Slika 6: Normalni mod antisimetrije.

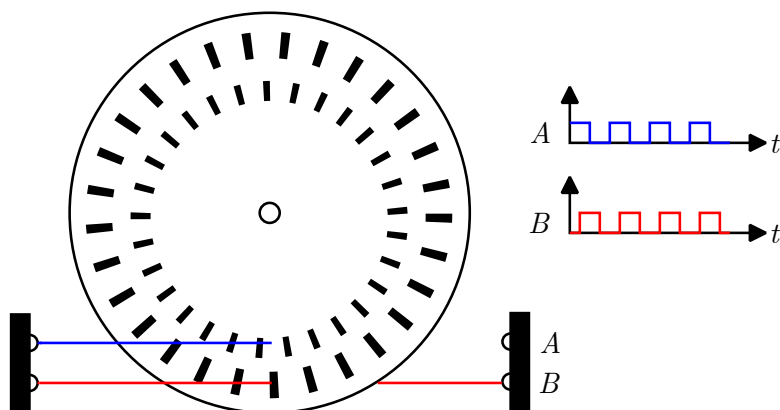
Kao što se može primetiti, spregnuta matematička klatna mogu da osciluju periodično bez promene u načinu oscilovanja, i to simetrično ili antisimetrično. Svaki drugi način oscilovanja je dosta složeniji jer se dešava transfer energije sa jednog klatna na drugo i to utiče na način oscilovanja klatna. U realnom eksperimentu, veoma je teško podesiti početne pozicije spregnutih klatna da bi ona oscilovala u nekom od pomenutih normalnih modova, već je više verovatno da će se oscilacije biti sa prenosom energije.

## 1.4 Rotacioni enkoder

### 1.4.1 Princip funkcionisanja

Uloga enkodera je da obezbeđuje informaciju o trenutnom položaju, odnosno smeru okretanja osovine. Enkoder je sačinjen iz diska priključenog za osovinu rotora, i na sebi ima proreze kroz koje može da prođe svetlost. S jedne strane je optički uređaj koji emituje svetlosne zrake dok je s druge strane optički uređaj koji ih prima. Ako se taj svetlosni signal prevede u električni, imaće oblik povorke pravougaonih impulsa. Dodatno, ako enkoder ima opciju da daje informaciju o smeru, jedna od implementacija je da se ispod

postojećih proreza nalazi još jedan set proreza koji je celokupno pomeren u jednu stranu u odnosu na proreze iznad. Na taj način se dobijaju dva signala, signal „u fazi“ i signal „u kvadraturi“, od kojih je jedan fazno pomeren u vremenu. U odnosu na to koji od signala prednjači, može se jednoznačno imati informacija o smeru kretanja. Na slici 7 je ilustrativno pokazan princip rada enkodera.

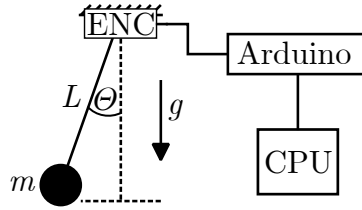


Slika 7: Enkoder.

Konačno, ako se zna broj proreza na enkoderu može se odrediti i ugaona brzina motora  $\omega_m$  uz minimalnu grešku koja se svodi na preciznost merenja. U ovom radu je korišćen motor stalne struje sa ugrađenim enkoderom koji radi na ovom principu. Radi jednostavnosti, u ovom radu razmatra se upravljanje brzine motora bez promene smera okretanja, na osnovu čega se koristi samo jedan signal.

## 1.5 Akvizicija podataka

Nakon računanja na papiru gde se uzimaju u obzir idealni uslovi, potrebno je fizički napraviti eksperiment i izmeriti dobijene rezultate. Merenje se može odraditi na više načina, ali najpreciznije i najbrže je uz korišćenje računara. U konkretnom slučaju potrebno je meriti kretanje spregnutih matematičkih klatna uz pomoć računara. Najjednostavniji način je da se iskoristi enkoder na mestu vešanja klatna, arduino, i računar. Skica sistema se može videti na slici 8.



Slika 8: Model sistema za akviziciju podataka o položaju klatna.

Osnovni princip akvizicije signala je postavljanje adekvatnog senzora (rotacioni enkoder), zatim pojačavači, filtri, multiplekser, prati-pamti kolo, i AD konvertor (Arduino), i na kraju CPU, odnosno računar.

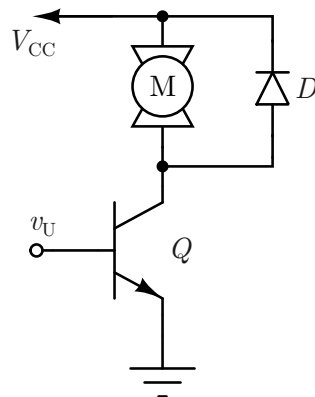
## 2 Karakteristike korišćenih komponenti sistema

U ovom poglavlju, akcenat će biti na opisivanje komponenti sistema korišćenih za dobijena merenja.

### 2.1 Identifikacija modela rotacionog enkodera

#### 2.1.1 Merenje odziva motora

Šema koja je korišćena za merenje odziva jednosmernog motora je data na slici 9.

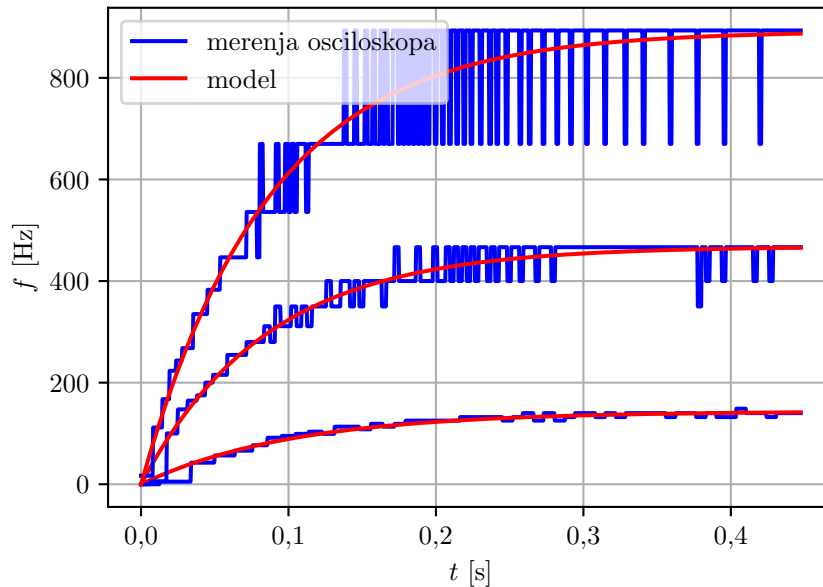


Slika 9: Eksperimentalna postavka za merenje odziva jednosmernog motora.

Uz pomoć osciloskopa i računara povezanog sa osciloskopom je izmerena karakteristika jednosmernog motora na odskočnu pobudu.

Na slici 10 je uz pomoć metode najmanjih kvadrata odrađeno modelovanje krive funkcijom oblika  $f(t) = V_0 K_m \left( 1 - \exp \left( -\frac{t}{T_m} \right) \right)$  Određivanje optimalne krive obavljeno

je pomoću funkcije `scipy.optimize.curve_fit` u programskom jeziku Python. Funkcija `curve_fit` radi po metodi najmanjih kvadrata, odnosno, pravi model funkcije koja će imati najmanju kvadratnu grešku u odnosu na podatke koji su joj prosleđeni. Ako su poznati izmereni odbirci odskočnog odziva sistema, tada je poznata i povezanost vrednost trenutnog odbirka izlaza sa svim prethodnim odbircima izlaza, odnosno:  $v_I[n - n_0] = f(v_I[n - n_j]), \forall n_j : \{n - n_j < n - n_0\}$ . Mora postojati inicijalna pretpostavka oblika funkcije kako bi se model estimirao na najbolji mogući način. Potrebno je imati neku informaciju o prirodi podataka koji se prosleđuju funkciji kao što su početni uslovi i parametri koji utiču na sam oblik funkcije. Osciloskop daje dobru rezoluciju signala na manjim učestanostima, dok na većim učestanostima Arduino bolje prikuplja podatke zbog konstantne velike rezolucije. Ograničenje osciloskopa potiče od konačnog broja tačaka na ekranu osciloskopa, konkretno 2500, dok je kod Arduina taj broj znatno veći, odnosno frekvencija učestanosti dobijanja merenih tačaka je 1.23 MHz.

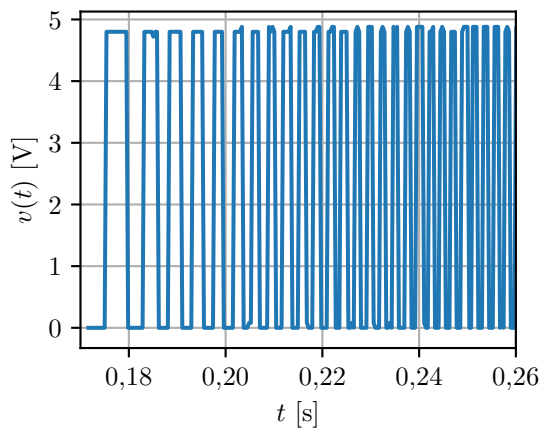


Slika 10: Određivanje optimalnog modela motora na osnovu merenog odskočnog odziva.

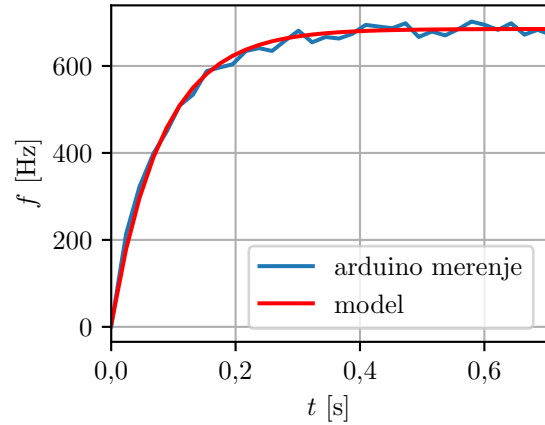
Signal koji se posmatrao na prethodnim graficima je izlazni signal enkodera motora koji je oblika povorke pravougaonih impulsa sa promenljivom frekvencijom koja je srazmerna brzini okretanja osovine jednosmernog motora.

Dodatno, parametri signala sa grafika sa slike 10 prikazani u tabeli 2.1.1, u sortirani u rastućem poretku granične frekvencije. [7] [8] [11]

Br.	$K_m$	$T_m$ [s]
1	143,45	1,97
2	468,03	0,57
3	892,08	0,35



Slika 11: Vremenski oblik signala na izlazu enkodera, prilikom ubrzanja motora.

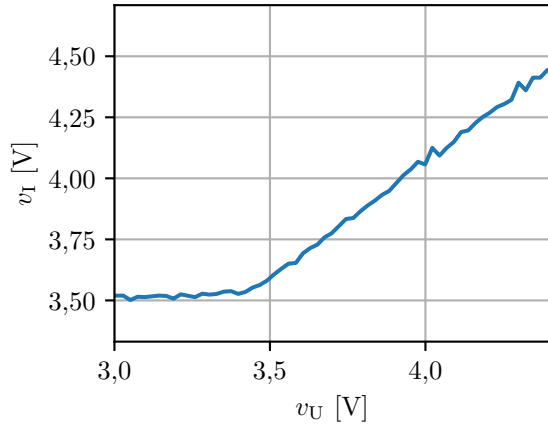


Slika 12: Izmerena vremenska zavisnost frekvencije signala na izlazu enkodera i model sa parametrima:  $K_m = 679$  i  $T_m = 481$  ms.

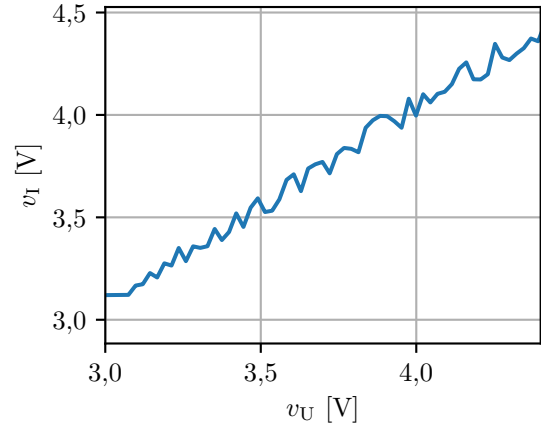
### 2.1.2 Merenje prenosne statičke karakteristike motora sa i bez filtra na izlazu

Bez NF filtra motor kreće da ubrzava od 3.5 V do 4.6 V. Dodatno u ovom slučaju nije korišćen precizni usmerač nego običan bafer u kolu za konvertovanje frekvencije u napon. Grafik zavisnosti nivoa izlaznog napona od nivoa ulaznog napona je prikazan na slici 13.

Pošto šum predstavlja problem, dodavanjem NF filtra se taj problem može rešiti i dobija se drugačiji rezultat, odnosno da do 3 V ulaznog napona, motor ima konstantu brzinu, a onda se brzina povećava s porastom ulaznog napona. Posledica razlike napona aktivacije motora od 0.5 V je pad napona na diodi u preciznom usmeraču pomenutog u delu ???. Grafik zavisnosti nivoa izlaznog napona od nivoa ulaznog napona je prikazan na slici 14.



Slika 13: Statička prenosna karakteristika celog sistema.

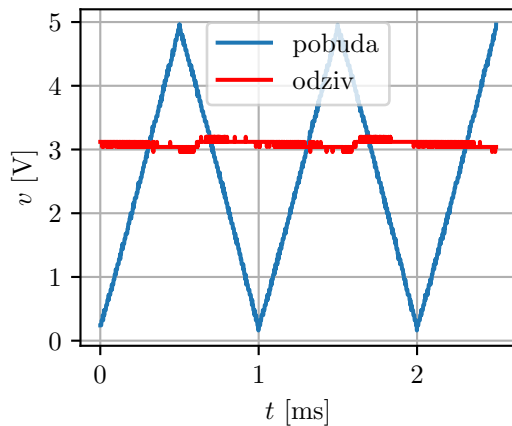


Slika 14: Statička prenosna karakteristika celog sistema sa NF filtrom.

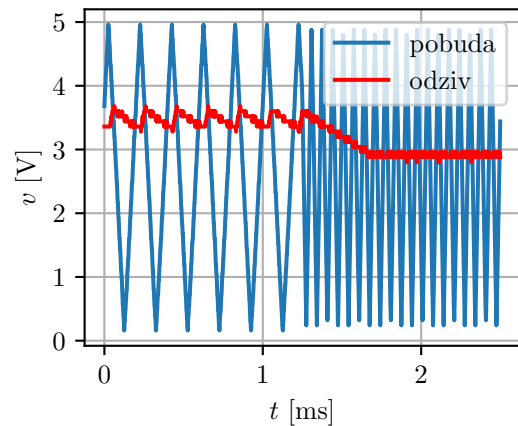
## 2.2 Merenje karakteristika pretvarača učestanosti

### 2.2.1 Karakteristika pretvarača bez filtra

Kao što je opisano u delu ??, pretvarač bi u idealnom slučaju, za napon konstantne frekvencije na ulazu, davao napon konstantnog nivoa na izlazu. U praktičnoj primeni se javljaju dosta parazita koji promene teorijski očekivan napon, i dobijamo pored očekivanog napona, i neke artefakte. Primer merenja izlaza pretvarača kada je na ulazu signal konstantne učestanosti je dat na slici 15.



Slika 15: Odziv konvertora na pobudu konstantne frekvencije.



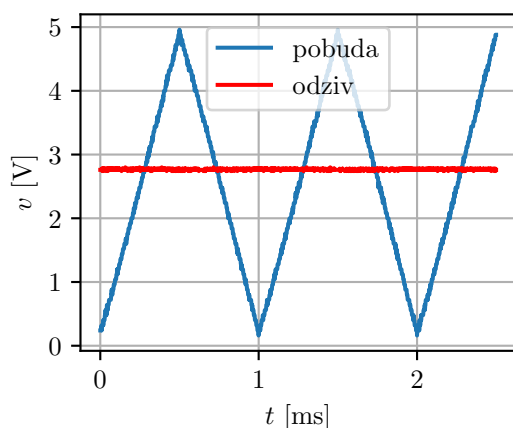
Slika 16: Odziv konvertora na skokovitu promenu frekvencije pobudnog napona.

Pošto su oscilacije reda mV, a učestanost je 1 kHz, dobijeni signal je upotrebljiv kao konstantan nivo.

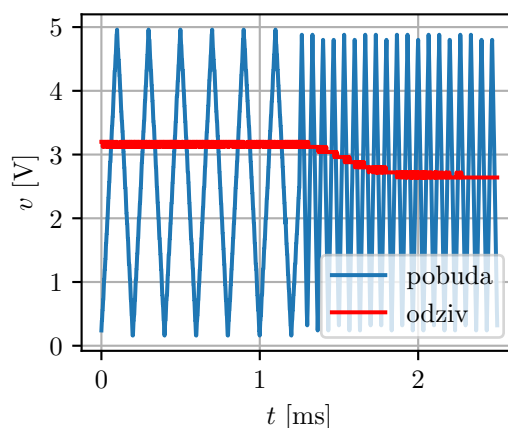
Što se tiče dinamičke karakteristike pretvarača, može se primetiti da se neželjene oscilacije koje se javljaju u nekakvoj zavisnosti od frekvencije ulaznog signala, mada, pošto nam je kod dinamičke karakteristike bitni nivoi signala na različitim učestanostima, male oscilacije ne predstavljaju veliki problem. Na slici 16 je prikazano merenje dinamičke karakteristike pretvarača za signal koji se menja sa 750 Hz na 1.25 kHz.

### 2.2.2 Karakteristika pretvarača sa filtrom

U prethodnoj tački se video problem sa šumom, odnosno naizmenične komponente malog signala koja potiče od pretvarača učestanosti u naponski nivo. Kada bi se pretvarač koristio sam po sebi to i ne bi predstavljalo veoma veliki problem, ali, pošto se signal sa pretvarača vodi dalje u kolu u kom postoje pojačavači, oni će pojačati taj mali signal i onda će predstavljati problem. Rešenje tog problema je filtriranje signala sa izlaza pretvarača filtrom propusnikom niskih učestanosti. Nakon filtriranja, dobiće se konstantan signal. Grafik odziva pretvarača sa filtrom propusnikom niskih učestanosti na izlazu na pobudu sa konstantnom frekvencijom je dat na slici 17.



Slika 17: Odziv konvertora sa filtrom na pobudu konstantne frekvencije.

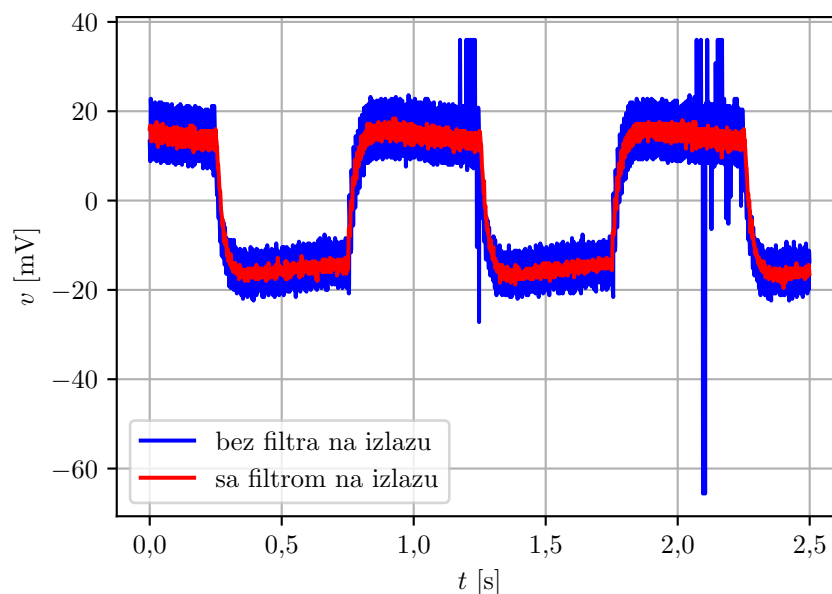


Slika 18: Odziv konvertora sa filtrom na pobudu sa promenljivom frekvencijom.

Dodavanjem filtra propusnika niskih učestanosti se smanjila naizmenična komponenta malog signala sa reda mV na red  $\mu$ V, ali se i dinamika pretvarača duplo usporila. Filtar koji ne propušta velike promene signala je uklonio naizmeničnu komponentu koja je bila posledica parazita, ali je i usporio promenu velikog signala, odnosno usporio dinamiku. Dinamička karakteristika modifikovanog pretvarača je prikazana na slici 18. Snaga šuma



je nakon stavljanja filtra duplo smanjena. Filtar je smanjio snagu šuma na izlazu duplo, što je i prikazano na slici 19.



Slika 19: Vremenski dijagram signala na izlazu konvertora frekvencije u napon bez i sa filtrom na izlazu.

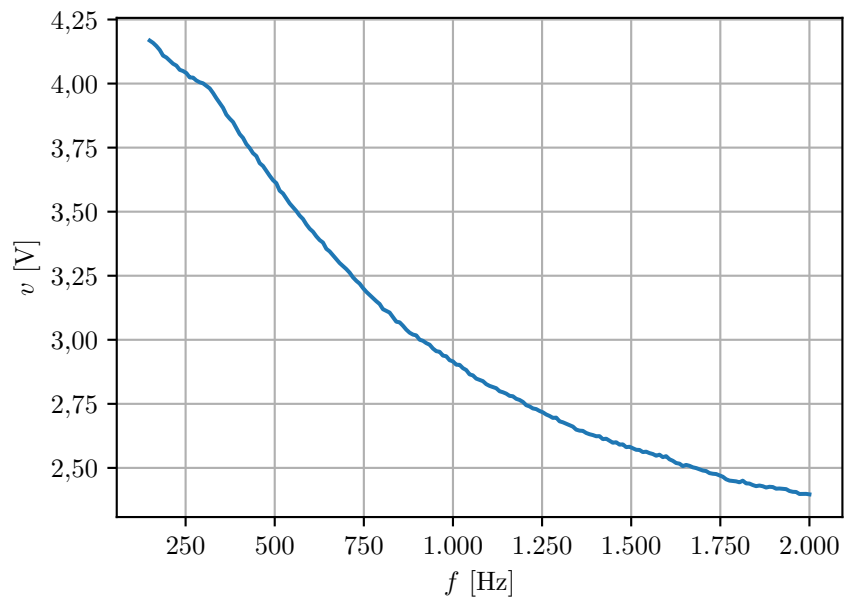
Pošto se za kontrolni signal dovodi izlaz generatora signala koji predstavlja pozitivnu unipolarnu povorku pravougaonih impulsa, radi lakšeg upravljanja je optimalnije dovesti signal čiji je nivo srazmeran brzini motora.

Karakteristika pretvarača sa i bez filtra je više manje ista zato što filter ne menja funkciju pretvarača nego samo filtrira komponente na većim učestanostima, dok pretvarač sam po sebi ima veliko slabljenje na većim učestanostima, tako da dodavanje filtra ne predstavlja problem u tom smislu. Izmerena karakteristika pretvarača je data na slici 20.

## 2.3 Merenje karakteristika pojačavača snage

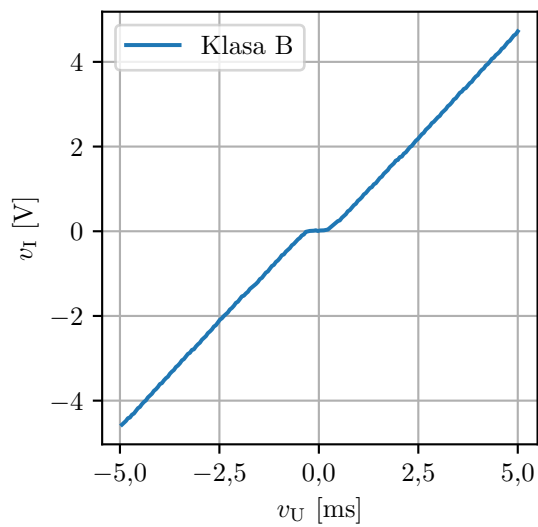
### 2.3.1 Statička prenosna karakteristika

Kao što je već pomenuto u delu ?? i ??, kod pojačavača u klasi B se javlja *crossover* izobličenje, i ono je izmereno i prikazano na slici 21. Uz modifikaciju pojačavača u klasi B, odnosno dodavanjem dioda, dobija se pojačavač u klasi AB koji nema izobličenja i ima linearnu prenosnu karakteristiku. Izmerena karakteristika pojačavača u klasi AB je data

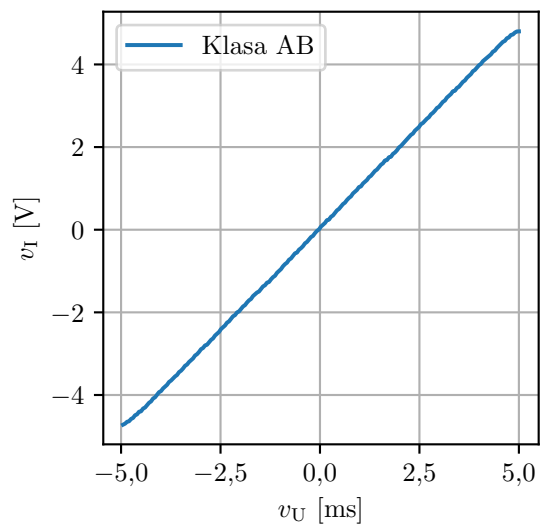


Slika 20: Prenosna karakteristika pretvarača učestanosti.

na slici 22.



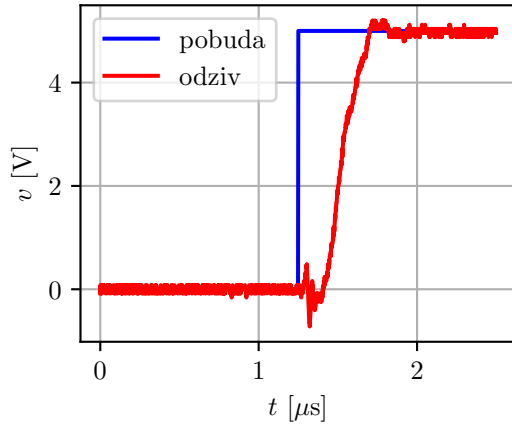
Slika 21: Izmerena statička karakteristika pojačavača u klasi B.



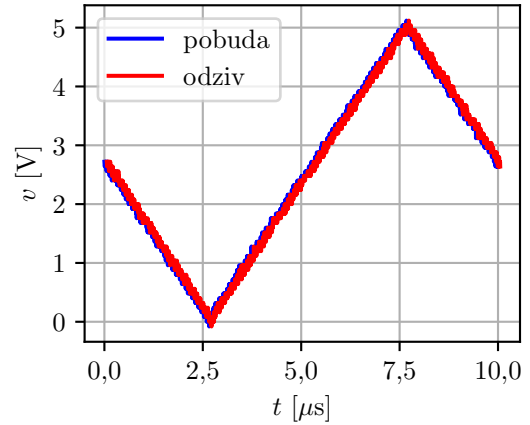
Slika 22: Izmerena statička karakteristika pojačavača u klasi AB.

### 2.3.2 Dinamička prenosna karakteristika sa i bez dioda

Odskočni odziv pojačavača u klasi B je prikazan na slici 23.



Slika 23: Odskočni odziv pojačavača snage.



Slika 24: Odziv pojačavača na signal rampe učestanosti  $f = 100[\text{kHz}]$ .

Izmerena dinamička karakteristika pojačavača u klasi B je prikazana na slici 24. Dinamika pojačavača se može još bolje videti kada se na ulazu dovede signal rampe, slika 24.

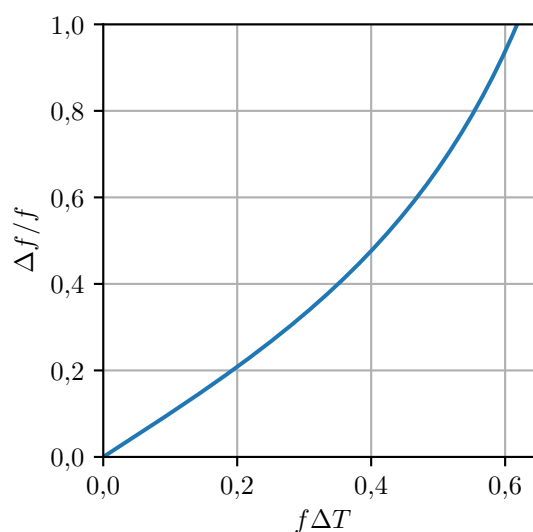
Merenja pokazuju da pojačavač u klasi B prati signale čija je frekvencija reda 20kHz što je 10 puta veća učestanost od signala koji se javljaju u kolu pri ispravnom radu. Što znači da zadovoljava praktične zahteve za ispravan rad sistema. Pomenuto *crossover* izobličenje ne predstavlja problem u konkretnoj praktičnoj primeni zbog prirode signala koji dolazi na ulaz pojačavača. Signal na ulazu pojačavača je učestanosti reda nekoliko kHz i rasprostranjen je po celom opsegu nivoa signala što znaci da je veoma mali interval vremena u zoni gde se javlja *crossover* izobličenje, tako da praktično, ne predstavlja ozbiljan problem, i sistem može da funkcioniše ispravno. Zbog toga, je u sistemu nije neophodno da postoji pojačavač u klasi AB, a dodatno se i štedi na broju komponenti potrebnih za ispravan rad sistema.

## 3 Rezultati i diskusija

### 3.0.1 Obrada rezultata merenja

Od signala sa slike 11 su dobijeni ostali već pomenuti signali pomoću Python skripte koja radi na sledeći način. Pošto su podaci koji stižu binarni, ili 5 V ili 0 V obrada signala je podrazumevala brojanje perioda koje je bilo realizovano tako što su se brojali

podaci koji su 5 V počevši od prvog, zatim svi naredni podaci koji su nule sve do prvog sledećeg koji je opet 5 V. Na taj način imamo broj odbiraka signala u jednoj periodi, postupak se ponavlja za svaku narednu periodu. Učestanost jedne periode se računa kao  $f_{\text{periode}} = \frac{1}{(n-1)T_s}$ . Dobijeni broj predstavlja učestanost obrađene periode i predstavlja jednu tačku na grafiku zavisnosti periode od vremena. Postupak se ponavlja za sve periode u prikupljenim podacima. Mana ovakvog pristupa je povećanje greške merenja sa povećanjem učestanosti signala. Dakle, ako imamo da je  $f_0 = \frac{1}{T}$ , najveća greška pri očitavanju učestanosti je jedan period odabiranja  $\Delta T$  što dalje dovodi do toga da je najveća greška učestanosti  $\Delta f = f \frac{f\Delta T}{1 - (f\Delta T)^2}$ . Procentualna greška u odnosu na frekvenciju signala se može dobiti kao:  $\frac{\Delta f}{f} = \frac{f\Delta T}{1 - (f\Delta T)^2}$ . Sada je već jasno da se sa povećanjem učestanosti povećava i greška pri pogrešnom računanju frekvencije, što je i prikazano na slici 25.



Slika 25: Odnos normalizovane relativne greške u odnosu na normalizovanu frekvenciju.

### 3.1 Sistem sa poboljšanjima pojačavača snage

Kao što je već objašnjeno u ?? i ??, postoji razlika između pojačavača u klasi B i pojačavača u klasi AB. Nelinearna izobličenja kod pojačavača u klasi B nisu predstavljala veliki problem dok je u sistemu korišćen P regulator sa beskonačnim pojačanjem, jer je tada signal na ulazu pojačavača snage bio izrazito oscilatornog karaktera i u veoma malim intervalima u vremenu se nalazio u zoni nelinearnosti pojačavača, što nije predstavljalo problem. Izmenama u regulatora, odnosno prelazak sa P na PI regulator signal na ulazu u pojačavač je postao manji i samim tim veći vremenski period se nalazi u zoni nelinearnih izobličenja pojačavača što je dovelo do toga se pojačavač snage poboljša, odnosno zameni pojačavačem u klasi AB koji nema nelinearna izobličenja. U ovom delu se može jasno videti tok projektovanja, odnosno modifikacije sistema koji se projektuje. Promene u jednom delu sistema potencijalno izazivaju potrebu za promenu drugog dela sistema kako bi delovi sistema bili kompatibilni i radili ispravno. Jasno je da uz menjanje delova sistema može lako doći i do promene karakteristike i osobina celog sistema. Zbog toga je bitno da se na pravilan način izaberu delovi sistema i pre svega teorijski proveriti njihov povezan rad, a onda projektovati sistem hardverski. Ovaj način projektovanja ne garantuje ispravan rad sistema odmah nakon njegovog hardverskog projektovanja, samo smanjuje greške koje se mogu predvideti i pre hardverskog projektovanja sistema. Na ovaj način se minimizuju greške sistema u početnom stadijumu hardverskog projektovanja.

### 3.2 Sistem sa poboljšanjima senzora

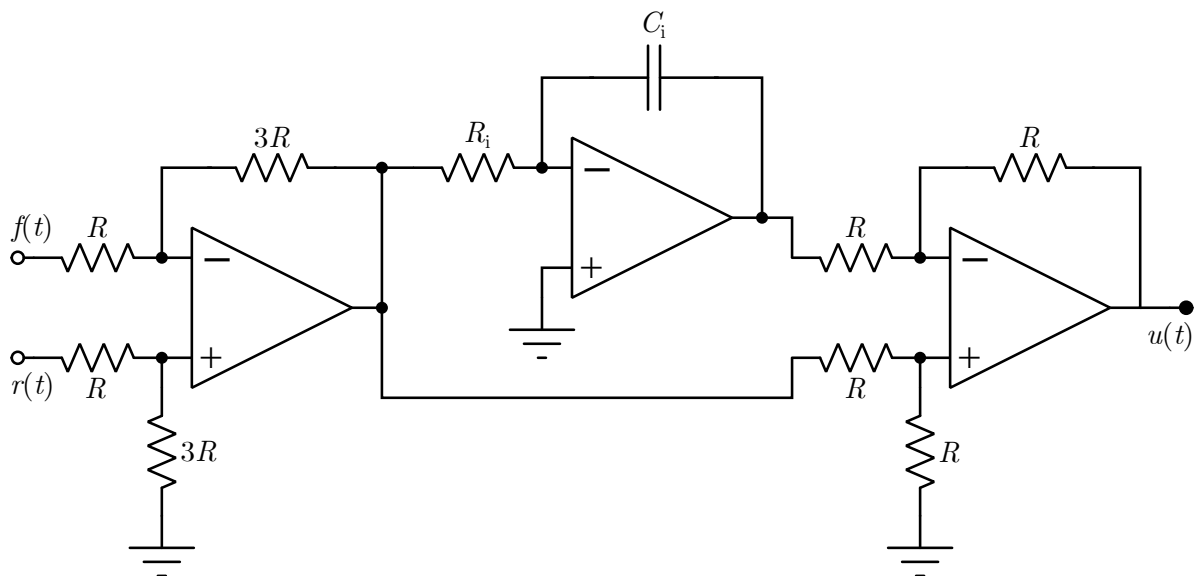
Pretvarač učestanosti u napon koji je pomenut u delu ?? dobro vrši funkciju konvertovanja učestanosti signala na ulazu u napon. Problem koji ima je unosenje šuma. To samo po sebi ne bi predstavljalo veliki problem, ali zbog pojačavača u sistemu, šum može dovesti do neispravnog rada celog sistema. Zbog toga je, kao što je opisano u delu ?? dodat filter propusnik niskih učestanosti na izlaz pretvarača i time rešen problem šuma, teorijski. Pošto filter nije idealan, šum i dalje postoji, ali to ne predstavlja veliki problem jer je šum značajno oslabljen tako da ne predstavlja problem ostatku sistema. Kao što se vidi, pored projektovanja sistema na isti način teorijski i hardverski, rezultati se ne po-

klapaju u potpunosti, ali je zadržano rešenje zato što je to dovoljno dobro za ispravan rad sistema. Teorijska i hardverska implementacija, pored toga što su teorijski iste, neće dati iste rezultate u većini slučajeva, ali vrlo verovatno će se dobiti zadovoljavajući rezultati, tako da je obavezno teorijski isprojektovati sistem pre hardverskog projektovanja.

### 3.3 Sistem sa promenjenim regulatorom

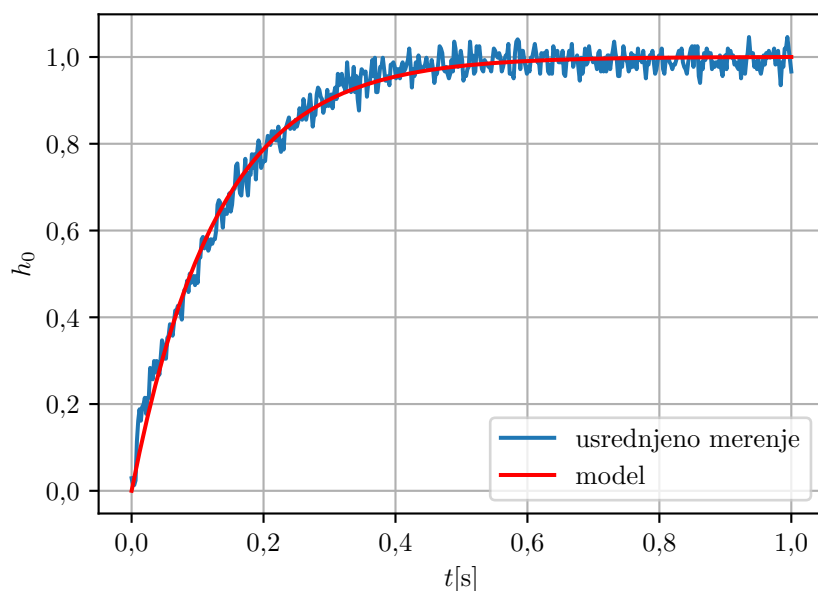
Sistem sa P regulatorom radi relativno dobro. Problem je konstantna statička greška i preveliko pojačanje koje pojačava i neželjene komponente signala, odnosno šum. Zamenom P regulatora za PI regulator je dobijen sistem koji ima konačno pojačanje i nema statičku grešku. Cena za to poboljšanje je preskok. Koeficijenti su izabrani na taj način da preskok bude što manji, a da se ujedno i zadovolji brzina odziva sistema. U sistemima upravljanja, nakon zamene PI regulatora umesto P regulatora, sledi zamena PI regulatora za PID regulator koji dodaje i diferencijator u sistem. U konkretnom slučaju to nije potrebno jer bi diferencijator pogoršao stvari, baš zbog velike nelinearnosti sistema. Konačno, jedine ideje za dalju modifikaciju datog sistema sa slike ?? su eventualne promene konstante proporcionalnosti  $K_p$  i integracione konstante  $T_i$  radi dobijanja drugačijeg oblika odziva. Razlog tome je različita upotreba sistema i drugačijih komponenti. Ako se sistem koristi za kretanje, veliki preskok i oscilacije nisu optimalne, a potrebno je imati brzinu koja se zada sistemu. Dok recimo ako se sistem koristi kao rashladni sistem, nije toliko bitno ako postoji preskok, ili oscilacije ili čak i mala greška u stacionarnom stanju. Tako da, predlozi daljih modifikacija i poboljšanja sistema se ne mogu dati jer ne postoji generalizovan slučaj nego zavisi od konkretne implementacije i načina upotrebe sistema.

Projektovanje *bang-bang* regulatora, odnosno P regulatora sa beskonačnim pojačanjem je relativno jednostavno uz korišćenje operacionog pojačavača. Projektovanje PI regulatora je malo složenije jer je potrebno podesiti parametre  $K_p$  i  $T_i$  takve da zadovolje zahteve koji su postavljeni. Podešavanjem koeficijenata je potrebno da se sistem ubrza onoliko koliko dinamika sistema to dozvoljava, i da se dobije relativno mali preskok. Dodatno, potrebno je podesiti parametre na taj način da oni budu realizibilni u hardveru. Električna šema PI regulatora koja je korišćena za merenja je prikazana na slici 26.



Slika 26: Električna šema projektovanog PI regulatora.

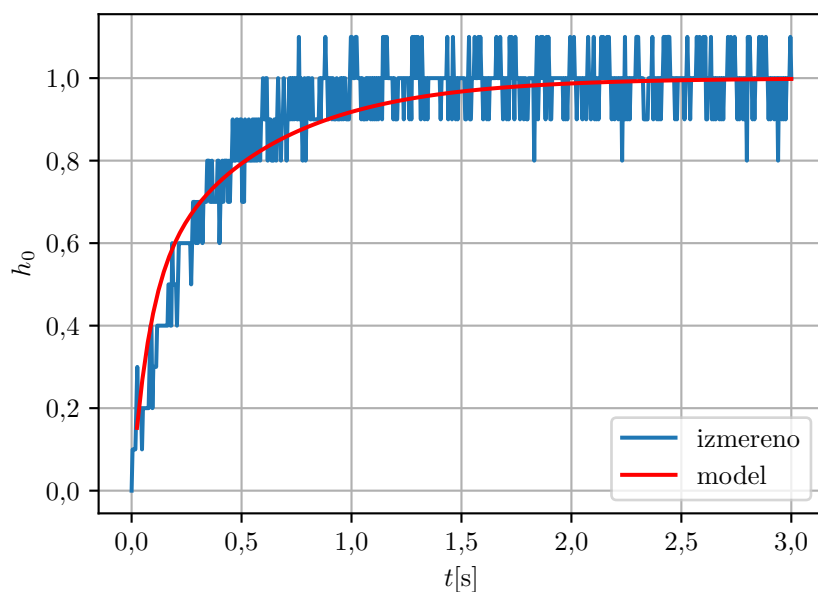
Da bi se isprojektovao PI regulator potrebno je znati prenosnu funkciju sistema  $H(s) = \frac{K_m}{T_m s + 1}$ , odnosno njene koeficijente, kao što je objašnjeno u delu ???. Koeficijenti mogu varirati u zavisnosti od sistema, u konkretnom slučaju oni iznose  $K_m = 0.314$  i  $T_m = 132$  ms. Koeficijenti se mogu dobiti merenjem odziva sistema  $H(s)$  na nekoliko različitih pobuda i usrednjavanjem odziva sistema. Rezultati merenja i model usrednjenog odziva su dati na slici 27.



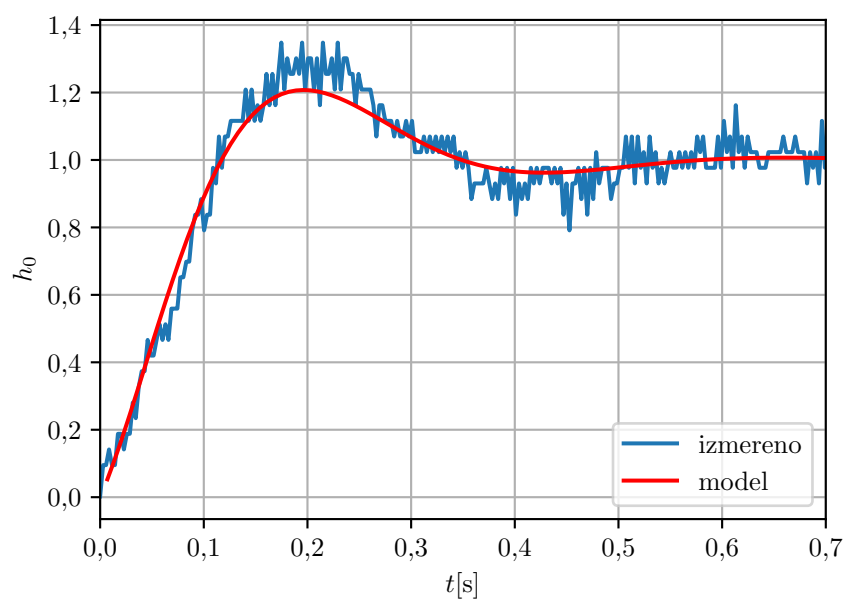
Slika 27: Usrednjen relativni odziv sistema  $H(s)$  i njegov model.

Uz pomoć softverskog alata GNU Octave je moguće isprojektovati model regulatora-

ra za više različitih koeficijenata i dobiti teorijski očekivani odskočni odziv sistema sa projektovanim regulatorom. Projektovana su dva regulatora, jedan sa bržim odzivom i preskokom i drugi, sporiji i bez preskoka. Preklopljeni rezultati softverskog modela i merenja izlaza sistema za različite koeficijente PI regulatora su prikazani na slikama 28 i 29.



Slika 28: Odskočni odziv sistema sa parametrima PI regulatora  $K_p = 3$  i  $T_i = 10$  ms.



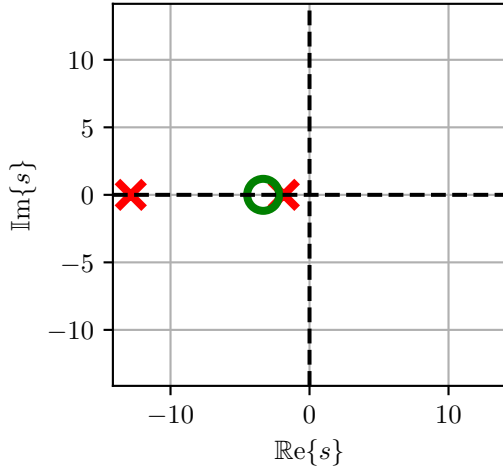
Slika 29: Odskočni odziv sistema sa parametrima PI regulatora  $K_p = 3$  i  $T_i = 100$  ms.



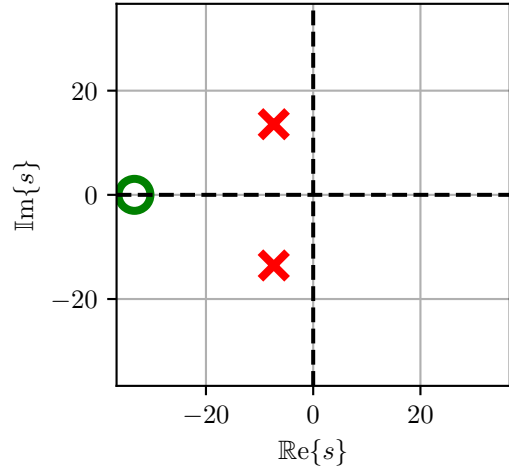
Na slikama 27, 28 i 29  $h_0$  predstavlja relativnu brzinu motora.

Prenosna funkcija za sistem bez preskoka sa slike 28 je oblika  $W(s) = \frac{7.136s + 23.79}{s^2 + 14.71s + 23.79}$ .

Dva pola funkcije su  $-12.86$  i  $-1.85$ , nula funkcije je  $-3.33$ . Polovi i nule date prenosne funkcije su prikazani na slici 30. Prenosna funkcija za sistem sa preskokom sa slike 29 oblika  $W(s) = \frac{7.136s + 237.9}{s^2 + 14.71s + 237.9}$ . Dva pola funkcije su  $-7.36 + j13.56$  i  $-7.36 - j13.56$ , nula funkcije je  $-33.34$ . Polovi i nule date prenosne funkcije su prikazani na slici 31. [6]



Slika 30: Polovi i nule prenosne funkcije za sistem bez preskoka.



Slika 31: Polovi i nule prenosne funkcije za sistem sa preskokom.

Na slici 30 su prikazani polovi i nule prenosne funkcije bez preskoka. Za karakteristike sistema su bitnije pozicije polova od pozicija nula. Ako se polovi nalaze na realnoj osi, sistem nema oscilacija i odziv sistema na odskočnu pobudu se nakon nekog vremena ustaljuje, što su polovi dalji od imaginarne ose to se odziv sistema brže ustali dok u slučaju kada su polovi bliži imaginarnoj osi odziv sistema se sporije ustali. Što se tiče slike 31, odnosno u slučaju konjugovano kompleksnih polova sa leve strane imaginarne ose, odziv sistema ima oscilacije koje se s vremenom priguše. Amplituda oscilacija zavisi od imaginarnog dela polova, dok njihova učestanost zavisi od udaljenost od imaginarne ose, odnosno što su konjugovano kompleksni polovi dalji od imaginarne ose to je frekvencija oscilacija veća. [9]

### 3.4 Nelinearna ograničenja sistema

Šum je jedan od najvećih problema u sistemu. Naime, u sistemu postoje pojačavači koji treba da pojačaju mali signal kako bi mogla da se vrši njegova dalja hardverska

obrada, ali pošto su ti signali već sami po sebi relativno mali, potrebno je da pojačanja budu velika. Problem nastaje kada se tu javi šum koji prolazi kroz pojačavač s velikim pojačanjem i samim tim pojačava šum do značajnijih nivoa koji stvaraju velika nelinearna ograničenja. Ovaj problem se može donekle rešiti filtriranjem i modifikacijama sistema na taj način da se mogu smanjiti pojačanja pojačavača. To je jedan od razloga zbog kojeg se nakon P regulatora sa beskonačnim pojačanjem uveo PI regulator koj ima konačno pojačanje. Dodatno, kao što je napomenuto u delu ??, integrator teorijski smanjuje grešku u stacionarnom stanju na nulu. Realno to nije slučaj, ali greška je toliko mala da je nemerljiva, tako da, u konkretnom slučaju može da se smatra da je nula. [3] [4] [5] [10]

## 4 Zaključak

U ovom radu je izložen postupak projektovanja analognog sistema automatskog upravljanja motora jednosmerne struje. Ideja je bila da se uz pomoć analognog signala na ulazu sistema kontroliše brzina motora jednosmerne struje uz minimalnu grešku i što brži odziv sistema. Isprojektovan je hardver koji je sačinjen od pojačavača snage, motora jednosmerne struje i konvertora učestanosti u napon. Dobijanje boljih rezultata je postignuto modifikacijama sistema, prvenstveno filtriranjem. Odrađena su sva potrebna merenja i ustanovljeno je da sistem daje teorijski očekivane rezultate što je i pokazano u delu 3.3, na slikama 28 i 29.

Moguća optimizacija ovog rada je zamena motora motorom koji ima bolju dinamiku i uz povećanje napona napajanja, i dodavanjem hlađenja na tranzistorima, radi postizanja većih brzina. Ideja za dalji rad na projektu je uzimanje u obzir smer okretanja osovine motora koji se može realizovati uz korišćenje dve diode kao što je prikazano na slici 7. Prate se pojavljivanja uzlaznih ivica signala A i B, i u zavisnosti od toga koji se prvi pojavio se jednoznačno može odrediti smer okretanja osovine motora. Još jedna ideja je da se za ulazni signal koriste prijemnik i predajnik i na taj način je moguće omogućiti kontrolu brzine motora na daljinu.

Isprojektovani analogni sistem automatskog upravljanja pokazuje da se teorijska rešenja podudaraju sa dobijenim izmerenim rezultatima. Dodatno, isprojektovan je sistem za kontrolu brzine motora koji ima dosta mogućnosti za modifikacije i dalje olakšavanje upravljanjem.

# Literatura

- [1] Željko Đurović, Aleksandra Krstić, Predavanja iz predmeta Sistemi Automatskog Upravljanja, dostupno na [https://automatika.etf.bg.ac.rs/images/FAJLOVI\\_srpski/predmeti/izborni\\_kursevi\\_ostali/OE\\_OT/OE3\\_OT3\\_SAU/materijali/sau\\_predavanje\\_1.pdf](https://automatika.etf.bg.ac.rs/images/FAJLOVI_srpski/predmeti/izborni_kursevi_ostali/OE_OT/OE3_OT3_SAU/materijali/sau_predavanje_1.pdf), poslednji put pristupljeno 10. avgust 2023.
- [2] Željko Đurović, Aleksandra Krstić, Predavanja iz predmeta Sistemi Automatskog Upravljanja, dostupno na [https://automatika.etf.bg.ac.rs/images/FAJLOVI\\_srpski/predmeti/izborni\\_kursevi\\_ostali/OE\\_OT/OE3\\_OT3\\_SAU/materijali/Podesavanje\\_parametara\\_PID\\_regulatora.pdf](https://automatika.etf.bg.ac.rs/images/FAJLOVI_srpski/predmeti/izborni_kursevi_ostali/OE_OT/OE3_OT3_SAU/materijali/Podesavanje_parametara_PID_regulatora.pdf), poslednji put pristupljeno 10. avgust 2023.
- [3] Tektronix, Programmer manual, dostupno na <https://download.tek.com/manual/TBS1000-B-EDU-TDS2000-B-C-TDS1000-B-C-EDU-TDS200-TPS2000-Programmer.pdf>, poslednji put pristupljeno 10. avgust 2023.
- [4] Agilen technologies, Programmer manual, dostupno na [http://ecelabs.njit.edu/student\\_resources/33220\\_user\\_guide.pdf](http://ecelabs.njit.edu/student_resources/33220_user_guide.pdf), poslednji put pristupljeno 10. avgust 2023.
- [5] Microchip Arduino Mega 2560, Datasheet, dostupno na <https://content.arduino.cc/assets/ATmega640-1280-1281-2560-2561-Datasheet-DS40002211A.pdf>, poslednji put pristupljeno 10. avgust 2023.
- [6] Vladimir Petrović, Digitalna Obrada Signala, dostupno na [http://tnt.etf.rs/~oe3dos/materijali/vezbe/2020/07\\_Prenosne\\_funkcije/html/prenosneFunkcije.html](http://tnt.etf.rs/~oe3dos/materijali/vezbe/2020/07_Prenosne_funkcije/html/prenosneFunkcije.html), poslednji put pristuljeno 10. avgust 2023.
- [7] Radivoje Đurić, materijali za predmet Osnovi Elektronike, dostupno na <http://oe2oe.etf.bg.ac.rs/>, poslednji put pristupljeno 10. avgust 2023.

- [8] Članak na temu "*How rotary encoder works and interface it with Arduino*", dostupno na <https://lastminuteengineers.com/rotary-encoder-arduino-tutorial/>, poslednji put pristupljeno 10. avgust 2023.
- [9] Dokumentacija za softver "*GNU Octave*", dostupno na <https://docs.octave.org/octave.pdf>, poslednji put pristupljeno 10. avgust 2023.
- [10] Dokumentacija za softver "*CoolTerm*", dostupno na [https://freeware.the-meiers.org/CoolTerm\\_ReadMe.txt.html](https://freeware.the-meiers.org/CoolTerm_ReadMe.txt.html), poslednji put pristupljeno 10. avgust 2023.
- [11] Dokumentacija za "*Python*" funkciju `scipy.optimize.curve_fit` dostupno na [https://docs.scipy.org/doc/scipy/reference/generated/scipy.optimize.curve\\_fit.html](https://docs.scipy.org/doc/scipy/reference/generated/scipy.optimize.curve_fit.html), poslednji put pristupljeno 10. avgust 2023.