

Aufgabe

Die Umweltorganisation „DevNull2DivOne“ hat es sich zur Aufgabe gemacht, durch Umwelteinflüsse und Monokultur vernichtete Grünflächen neu zu planen und zu bepflanzen. Die Neubepflanzung der rechteckigen Areale soll dabei einerseits möglichst artgerecht, dicht und divers sein. Jede unterschiedliche Busch- und Baumart benötigt zum guten Wachstum einen individuellen Radius r_i , in dem sich kein anderer Busch oder Baum mitsamt seinem individuellen Radius befinden darf. Die unterschiedlichen Bepflanzungsmöglichkeiten sollen mit Hilfe der im folgenden erläuterten Bewertungsfunktion bewertet werden.

Die zu bestückende Fläche ist ein Rechteck vorgegebener Größe. So soll in einer Zeile der Eingabe Ihres Programms zunächst die Bezeichnung der zu bepflanzenden Fläche stehen. Es folgt eine Zeile mit der Breite b und der Länge l der rechteckigen Fläche. Anschließend werden die individuellen Radien r_i der m verschiedenen Busch- und Baumarten zeilenweise eingegeben. Beinhaltet eine Zeile ein „%-Zeichen, so werden dieses und alle weiteren Zeichen der Zeile als Kommentar gewertet.

Beispiel:

```
Garten von Oma Erna
30 30  % Breite und Höhe in Metern
6      % Apfelbaum
4      % Kirschlorbeer
9      % Kastanie
```

Neben der gewünschten möglichst dichten Bepflanzung soll die ökologisch sinnvolle Artenvielfalt gewahrt bleiben. Eine Bewertung der Artenvielfalt mit m verschiedenen Arten mit den jeweiligen Anzahlen n_i soll anhand des sogenannten Simpson-Index

$$D = 1 - \sum_{i=1}^m \left(\frac{n_i}{n}\right)^2$$

geschehen, wobei $n = \sum_{k=1}^m n_i$ die Gesamtanzahl der Büsche und Bäume angibt. Der Simpson-Index gibt die Wahrscheinlichkeit an, dass zwei rein zufällig ausgewählte Bäume unterschiedlicher Art sind und nimmt somit Werte zwischen 0 und 1 an. Es gilt: Je größer D , desto größer ist die Artenvielfalt.

Da aber auch die Bepflanzung möglichst dicht sein soll, setzt sich die mathematische Größe B zur Bewertung einer Bepflanzung aus dem Produkt des Simpson-Index mit dem insgesamt durch die Bepflanzung abgedeckten Flächenanteil an der Gesamtfläche zusammen, also:

$$A = \frac{\sum_{k=1}^m n_i \cdot \pi \cdot r_i^2}{b \cdot l} \text{ und } B = D \cdot A$$

Zusammengefasst nimmt also auch B Werte zwischen 0 und 1 an und die Bepflanzung genügt umso besser den Anforderungen aus Dichtheit und Diversität, je größer B wird.

Ihr Programm soll die Punkte bestimmen, an denen die Bepflanzungen erfolgen sollen. Wählen Sie als Koordinatenursprung die linke untere Ecke des rechteckigen Waldgebietes. Zur Vereinfachung kann die Dicke der Baumstämme vernachlässigt werden. Zusätzlich soll zu jedem Punkt, an dem ein Busch oder Baum gepflanzt wird, der Radius des Baums sowie die Art angegeben werden. Die Art wird dabei mit Hilfe des Index der jeweiligen Baumart aus der Eingabedatei angegeben. Auf keinen Fall dürfen aber die nötigen Abstände der Arten unterschritten werden.

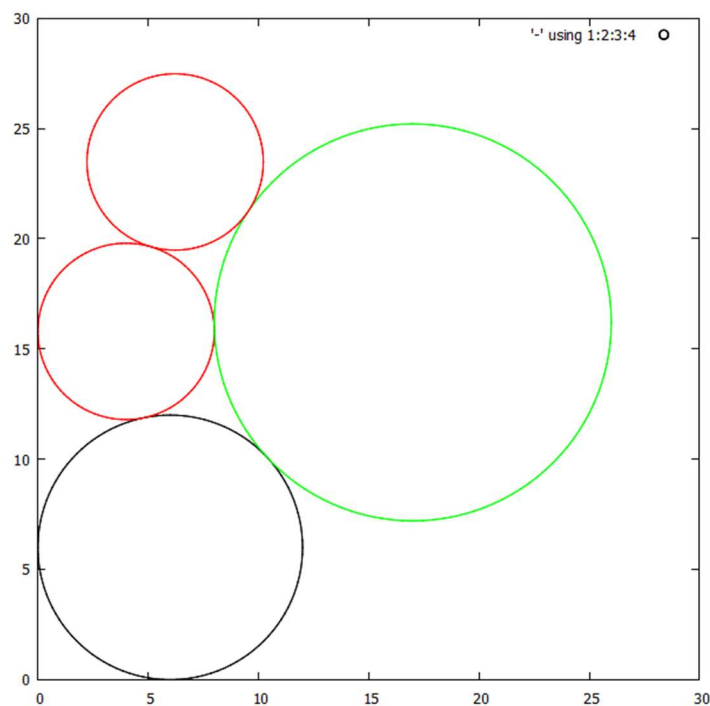
Die Ausgabedatei Ihres Programms soll eine Liste der Form

x-Koordinate y-Koordinate Radius Art-Index

sein, könnte also für das obige Beispiel z.B. so aussehen:

```
6.0 6.0 6.0 0
4.0 15.797958971132712 4.0 1
16.993628957397142 16.20490677797103 9.0 2
6.222052045181779 23.483171050737507 4.0 1
```

Grafisch dargestellt sieht diese Ausgabe so aus:



Es wurden also je eine Kastanie und ein Apfelbaum sowie zwei Kirschlorbeer gepflanzt. Für die Berechnung der Größen D und B erhalten wir also:

$$n_1 = 1, n_2 = 2, n_3 = 1, n = 4, m = 3$$

$$\begin{aligned} D &= 1 - \sum_{i=1}^m \left(\frac{n_i}{n}\right)^2 \\ &= 1 - \left(\frac{1}{4}\right)^2 - \left(\frac{2}{4}\right)^2 - \left(\frac{1}{4}\right)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{5}{8} \\
&= 0.625
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
B &= D \cdot \frac{\sum_{k=1}^m n_i \cdot \pi \cdot r_i^2}{b \cdot l} \\
&= 0.625 \cdot \frac{1 \cdot \pi \cdot 6^2 + 2 \cdot \pi \cdot 4^2 + 1 \cdot \pi \cdot 9^2}{30 \cdot 30} \\
&= 0.625 \cdot \pi \cdot \frac{36 + 32 + 81}{30 \cdot 30} \\
&= 0.3250675731839439
\end{aligned}$$

Am Beispiel erkennen Sie sowohl optisch als auch am recht niedrigen B-Wert, dass es bessere Lösungen geben muss.

Für den Wettbewerb werden zunächst zehn verschiedene Testfälle vorgegeben. Die Aufgabe besteht darin, zu jedem dieser Testfälle eine möglichst gute, gültige Lösung zu finden. Die Güte der Lösung ergibt sich aus dem B-Wert. Je größer dieser ist um so besser wird die Lösung bewertet. Für die Lösung der Testfälle muss nicht zwangsläufig ein einzelnes Programm geschrieben werden. Es können auch verschiedene Programme / Algorithmen eingesetzt werden. Die Programmiersprache kann frei gewählt werden. Lösungen werden über das von uns bereitgestellte GitLab Repository eingereicht und automatisiert analysiert und bewertet.

Die Firma DSA Daten- und Systemtechnik GmbH stellt über den Mathe dual e.V. Geldpreise im Gesamtwert von 1000 EUR für die im Sinne möglichst großer B-Werte besten Lösungen zur Verfügung. Die finale Bewertung eines Testfalls erfolgt mit Hilfe einer Bewertungsfunktion (siehe <https://wettbewerb.mathe-dual.de/score.html>), die bzgl. des B-Wertes überexponentiell ansteigt, also insbesondere sehr gute Optimierungen belohnt. Gegeben ist dabei eine vordefinierte Testsuite mit 10 interessanten Testfällen. Zusätzlich kann pro Team bis zur Hälfte des Wettbewerbszeitraums ein vom Team erstellter Testfall mit maximal 100 Baumarten eingereicht werden. Testfälle können von allen Teams eingesendet werden, die erkennbar ernsthaft am Wettbewerb teilnehmen. Das Team muss dazu zum Zeitpunkt der Einsendung einen Gesamtscore von mindestens 1000 erreicht haben. Testfälle werden vor der Veröffentlichung getestet und können abgelehnt werden, wenn sie zu technischen Problemen führen (z.B. wenn sie zu groß sind um in angemessener Zeit verarbeitet werden zu können). Wenn ein Testfall abgelehnt wird, dann wird dem Team Gelegenheit gegeben diesen zeitnah nachzubessern. Der Gesamtscore des Teams ergibt sich aus der Summe der Bewertungen aller Testfälle der Testsuite. Dazu werden Ihre eingereichten Ausgabedateien bewertet. Die Auszahlung des Preisgeldes ist aber an die Bedingung geknüpft, auch die Entstehung der Ausgabe offenzulegen, z.B. durch die Offenlegung des Quellcodes.

Die Auswertung der Lösungen wird über den gesamten Verlauf des Wettbewerbs ständig aktualisiert und auf der Seite <https://wettbewerb.mathe-dual.de> veröffentlicht.