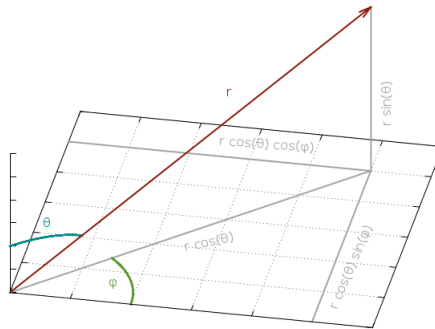


Mecânica Clássica I Coordenadas - Esféricas

Anderson Thiago
André Del Bianco Giuffrida
Gabriela Curti
Priscila França Guidini

Para tratar problemas de Mecânica Clássica, é comum utilizar-mos três sistemas de coordenadas: Esféricas, Cilíndricas e Cartesianas.

A maior diferença entre coordenadas esféricas e cartesianas é visualizar que os versores $\hat{r}, \hat{\theta}, \hat{\varphi}$ variam com o tempo, diferente de $\hat{i}, \hat{j}, \hat{k}$ que são fixos, de modo que:



$$\begin{cases} x = r \sin(\theta) \cos(\varphi) \\ y = r \sin(\theta) \sin(\varphi) \\ z = r \cos(\theta) \end{cases}$$

Pela Figura podemos ver que a posição é dada pelo vetor \vec{r} , onde:

$$\vec{r} = r \hat{r}$$

e:

$$\vec{r} = r \sin(\theta) \cos(\varphi) \hat{i} + r \sin(\theta) \sin(\varphi) \hat{j} + r \cos(\theta) \hat{k}$$

de modo que \hat{r} :

$$\hat{r} = \sin(\theta)\cos(\varphi)\hat{i} + \sin(\theta)\sin(\varphi)\hat{j} + \cos(\theta)\hat{k}$$

além disso temos:

$$\hat{\varphi} = \hat{k} \times \hat{r} = -\sin(\varphi)\hat{i} + \cos(\varphi)\hat{j}$$

e

$$\hat{\theta} = \hat{\varphi} \times \hat{r} = \cos(\theta)\cos(\varphi)\hat{i} + \cos(\theta)\sin(\varphi)\hat{j} - \sin(\theta)\hat{k}$$

Com os versores definidos podemos calcular a aceleração e a velocidade em coordenadas esféricas.

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} = \dot{\vec{r}} = \dot{r}\hat{r} + r\dot{\theta}\hat{\theta} + (r\dot{\varphi}\sin(\theta))\hat{\varphi}$$

$$\begin{aligned} \vec{a} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = & + (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2 - r\dot{\varphi}^2\sin^2(\theta))\hat{r} \\ & + (r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta} - r\dot{\varphi}^2\sin(\theta)\cos(\theta))\hat{\theta} \\ & + (r\ddot{\varphi}\sin(\theta) + 2\dot{r}\dot{\varphi}\sin(\theta) + 2r\dot{\theta}\dot{\varphi}\cos(\theta))\hat{\varphi} \end{aligned}$$

Vemos nas equações acima que alguns termos são reconhecíveis como:

$\dot{r}\hat{r}$ Velocidade radial: velocidade com que o objeto se aproxima ou se afasta da origem na direção radial.

$r\dot{\theta}\hat{\theta}$ e $r\sin(\theta)\dot{\varphi}\hat{\varphi}$ Velocidade tangencial: é perpendicular a \hat{r} sendo orientada na direção azimutal ou polar.

$\ddot{r}\hat{r}$ Aceleração centripeta: Característico de movimentos curvilíneos ou circulares. Ela é perpendicular à velocidade e aponta para o centro da trajetória.

$r\ddot{\theta}\hat{\theta}$ Aceleração angular: é a variação da velocidade angular no tempo

$2\dot{r}\dot{\theta}\hat{\theta}$ e $2\dot{r}\sin(\theta)\dot{\varphi}\hat{\varphi}$ Aceleração de Coriolis: Aceleração de um corpo que se move em relação a um sistema de referência, medida em outro sistema de referência que apresenta uma aceleração angular em relação ao primeiro.