

Mecânica Clássica I

André Del Bianco Giuffrida

A distância do Periélio ao sol do planeta Marte é de $2,06 \times 10^8 km$, já a distância do afélio é de $2,485 \times 10^8 km$. Suponha que a órbita da terra está no mesmo plano e é circular de raio $1,49 \times 10^8 km$ e o período de 1 ano. Determine com esses dados a velocidade de Marte no Periélio.

Primeiramente vamos escrever a orbita dos dois:

$$r_{Marte}(\theta) = \frac{a(1 - \epsilon^2)}{1 + \epsilon \cos(\theta)}$$

$$r_{Terra}(\theta) = cte$$

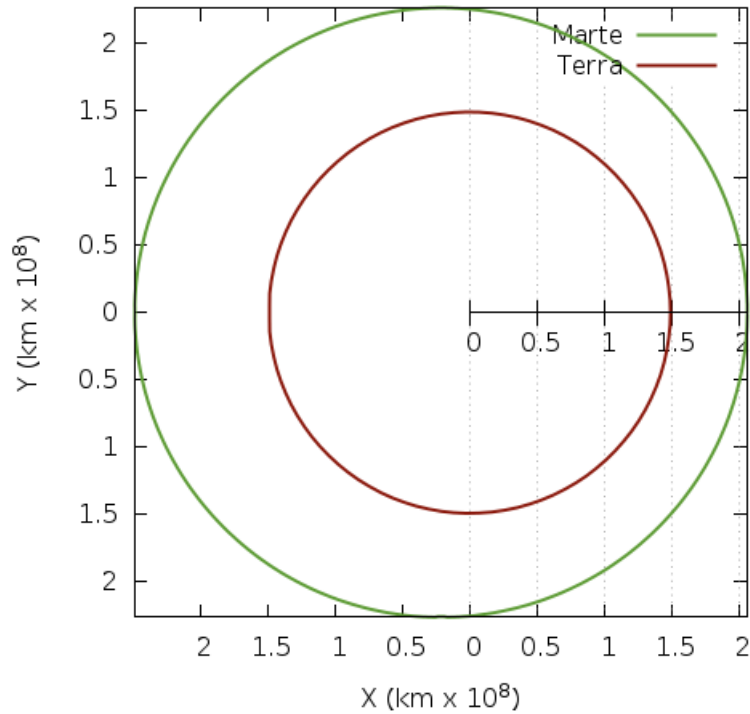


Figure 1: Orbitas

Segundo Kepler "Os quadrados dos períodos de translação dos planetas são proporcionais aos cubos dos semi-eixos maiores de suas órbitas".

$$\frac{(2\pi/\dot{\theta}_{Marte})^2}{((2,06 + 2,485) \times 10^8)^3} = \frac{\text{ano}^2}{(2,98 \times 10^8)^3}$$

E assim obtemos o período de Marte:

$$\frac{1}{\dot{\theta}_{Marte}} = \sqrt{\frac{(2,06 + 2,485)^3}{(2,98)^3}} \frac{\text{ano}}{2\pi}$$

$$\dot{\theta}_{Marte} = \frac{2\pi}{1,88\text{ano}}$$

Para calcular a velocidade de Marte no periélio basta lembrar que $\vec{v} = \dot{r}\hat{r} + r\dot{\theta}\hat{\theta}$ podemos ver que $\dot{r} = 0$ quando $\theta = 0$ pois:

$$\frac{d}{dt}r(\theta) = \dot{r}(\theta) = \frac{a(1 - \epsilon^2)\sin(\theta)\dot{\theta}}{(1 + \epsilon \cos(\theta))^2}$$

$$\dot{r}(0) = 0[km/ano]\hat{r}$$

já na direção $\hat{\theta}$ temos:

$$r_{perielio}\dot{\theta}_{Marte} = 2,06 \times 10^8 \frac{2\pi}{1,88}[km/ano]$$

$$v = 6,8847 \times 10^8[km/ano] = 7,859 \times 10^4[km/h]$$