

Метод Гаусса

Система линейных уравнений

$$\begin{cases} a_{00}x_0 + a_{01}x_1 + a_{02}x_2 = b_0 \\ a_{10}x_0 + a_{11}x_1 + a_{12}x_2 = b_1 \\ a_{20}x_0 + a_{21}x_1 + a_{22}x_2 = b_2 \end{cases}$$

Этап 1: • единицы на главной диагонали

1			
0	1		
0	0	1	

• нули ниже главной диагонали

Этап 2: • обратная подстановка

$$\begin{aligned} x_2 &= b_2 \\ x_1 &= \frac{b_1 - a_{12}x_2}{a_{11}} \\ x_0 &= \frac{b_0 - a_{01}x_1 - a_{02}x_2}{a_{00}} \end{aligned}$$

Алгоритм

① Проверить условие $a_{00} \neq a_{11} \neq a_{22} \neq 0$
в случае необходимости поменять строки местами

② Составить матрицу коэффициентов уравнения

$$\begin{array}{cccc|l} a_{00} & a_{01} & a_{02} & a_{03} & b_0 \\ a_{10} & a_{11} & a_{12} & a_{13} & b_1 \\ a_{20} & a_{21} & a_{22} & a_{23} & b_2 \end{array}$$

③ Цикл по i (i -индекс целевой строки)

запомнить значение a_{ii}

цикл $\left[\begin{array}{l} \text{разделить } i\text{-ю строку на значение } a_{ii} \end{array} \right.$

цикл по k (k -индекс строк ниже i -ой строки)

запомнить значение $-a_{ki}$

цикл $\left[\begin{array}{l} \text{умножить } i\text{-ю строку на значение } -a_{ki} \\ \text{и сложить с } k\text{-ой строкой} \end{array} \right.$

④

④ Обратная подстановка (расчет по уравнениям)

$$x_2 = a_{23}$$

$$x_1 = (a_{13} - a_{12} x_2) / a_{11}$$

$$x_0 = (a_{03} - a_{01} x_1 - a_{02} x_2) / a_{00}$$

$$a_{00} = a_{11} = a_{22} = 1$$

$$\begin{aligned} x_2 &= a_{23} \\ x_1 &= a_{13} - a_{12} x_2 \\ x_0 &= a_{03} - a_{01} x_1 - a_{02} x_2 \end{aligned}$$

Проверка решения (подстановка в исходную систему уравнений)

Цикл по i

$S = 0$

Цикл по j

$S += a_{ij} \cdot x_j$

$S = S - a_{i, n-1}$

вывод значения S

Метод Гаусса - Зейделя

$$\begin{cases} a_{00}x_0 + a_{01}x_1 + a_{02}x_2 = a_{03} \\ a_{10}x_0 + a_{11}x_1 + a_{12}x_2 = a_{13} \\ a_{20}x_0 + a_{21}x_1 + a_{22}x_2 = a_{23} \end{cases}$$

Алгоритм

- ① Проверить условие $a_{00} \neq a_{11} \neq a_{22} \neq 0$
В случае необходимости поменять строки местами
- ② Составить матрицу коэффициентов уравнения

a_{00}	a_{01}	a_{02}	a_{03}
a_{10}	a_{11}	a_{12}	a_{13}
a_{20}	a_{21}	a_{22}	a_{23}
- ③ Объявить векторы решения $old_x[3] = \{0, 0, 0\}$
 $new_x[3] = \{0, 0, 0\}$
- ④ Переприсваивание векторов (значения new_x записать в old_x)
- ⑤ Вычислить новые значения вектора new_x

$$\begin{aligned} x_0 &= \frac{a_{03} - a_{01}x_1 - a_{02}x_2}{a_{00}} \\ x_1 &= \frac{a_{13} - a_{10}x_0 - a_{12}x_2}{a_{11}} \\ x_2 &= \frac{a_{23} - a_{20}x_0 - a_{21}x_1}{a_{22}} \end{aligned}$$

old_x

new_x

Вычисляем новые значения, используя старые значения

⑥ найти массив погрешностей $error[3] = \{0, 0, 0\}$

$$error_i = \left| \frac{new_x_i - old_x_i}{new_x_i} \right|$$

⑦ найти максимальное значение погрешности MAX

⑧ Повторять пункты ④-⑦, если $MAX > \epsilon$
