

Modelos Depredador-Presa (Lotka-Volterra)

Para la resolución del modelo se utilizan las ecuaciones de Lotka-Volterra, que son un par de ecuaciones diferenciales de primer orden no lineales que se usan para describir dinámicas de sistemas biológicos en los que 2 especies interactúan, una como presa y la otra como depredador.

Las ecuaciones se definen como:

$$\frac{dx}{dt} = x(\alpha - \beta y)$$

$$\frac{dy}{dt} = -y(\gamma - \delta x)$$

donde:

- y es el número de zorros
- x es el número de liebres
- dy/dt y dx/dt representa el crecimiento de las dos poblaciones en el tiempo;
- t representa el tiempo; y
- α , β , γ y δ son parámetros (positivos) que representan las interacciones de las dos especies.

Las ecuaciones las definimos en código como:

```
def get_variacion_presas(presas, predadores, tasa_natalidad_lieb, tasa_mortandad_lieb, dt):  
    return ((tasa_natalidad_lieb * presas) - (tasa_mortandad_lieb * presas * predadores)) * dt  
  
def get_variacion_predadores(presas, predadores, tasa_mortandad_zorr, tasa_natalidad_zorr, dt):  
    return ((tasa_natalidad_zorr * presas * predadores) - (tasa_mortandad_zorr * predadores)) * dt
```

Usando esas ecuaciones y los datos de la cantidad de liebres, zorros, tiempo inicial, etc. Simulamos el modelo en el siguiente bloque de código:

```
def simulacion(dt, tiempo_inicial, presas_iniciales, predadores_iniciales, tasa_natalidad_lieb, tasa_mortandad_lieb,  
              tasa_mortandad_zorr, tasa_natalidad_zorr, cant_muestras):  
    presas_arr = [presas_iniciales]  
    predadores_arr = [predadores_iniciales]  
    tiempo_arr = [tiempo_inicial]  
  
    tiempo = tiempo_inicial  
    presas = presas_iniciales  
    predadores = predadores_iniciales  
  
    for i in range(cant_muestras - 1):  
        tiempo = tiempo + dt  
        presas += get_variacion_presas(presas, predadores, tasa_natalidad_lieb, tasa_mortandad_lieb, dt)  
        predadores += get_variacion_predadores(presas, predadores, tasa_mortandad_zorr, tasa_natalidad_zorr, dt)  
  
        presas_arr.append(presas)  
        predadores_arr.append(predadores)  
        tiempo_arr.append(tiempo)  
  
    return np.array(presas_arr), np.array(predadores_arr), np.array(tiempo_arr)
```

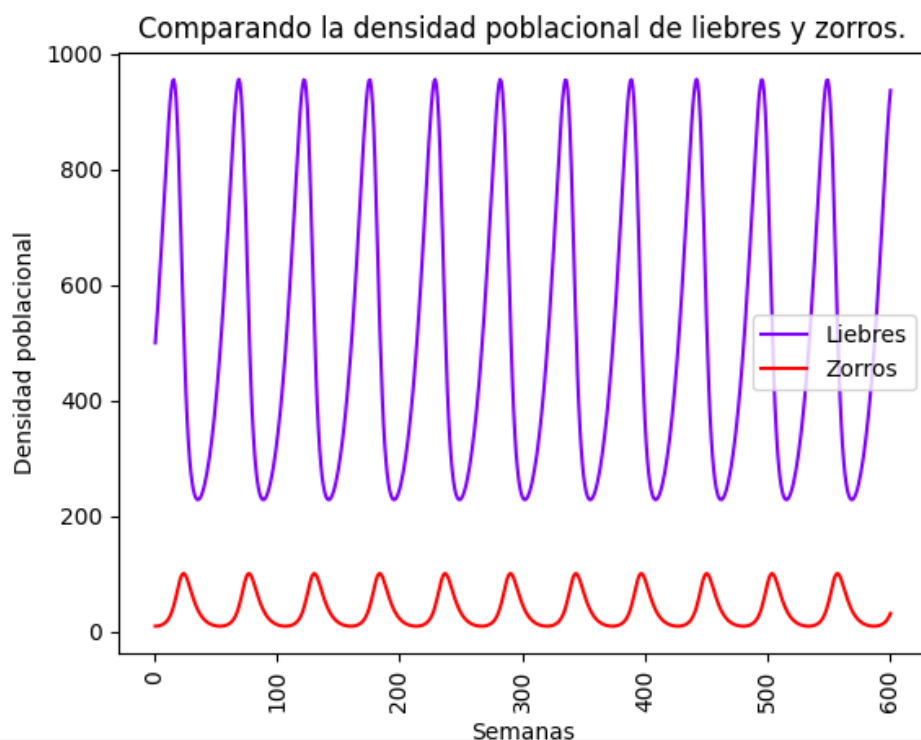
Caso 1

Simulamos el modelo con una cantidad de 500 liebres y 10 zorros para analizar mediante gráficos que pasaba con las poblaciones en un periodo de tiempo.

```
# Caso con 500 liebres y 10 zorros
liebres = 500
zorros = 10
semanas = 600
tiempo_inicial = 1
variacion_tiempo = 1

tasa_natalidad_lieb = 0.08
tasa_mortandad_lieb = 0.002
tasa_mortandad_zorr = 0.2
tasa_natalidad_zorr = 0.0004
```

y los gráficos resultantes fueron:



En este gráfico podemos ver como la densidad poblacional de las liebres será mayor a la de los zorros ya que hay una población de zorros muy chica y la tasa de natalidad de estos es muy baja, mientras que en el caso de las liebres la población es mucho más grande y la tasa de mortalidad es muy baja.



Este gráfico muestra que la relación es cíclica y le da forma a la gráfica.

Caso 2

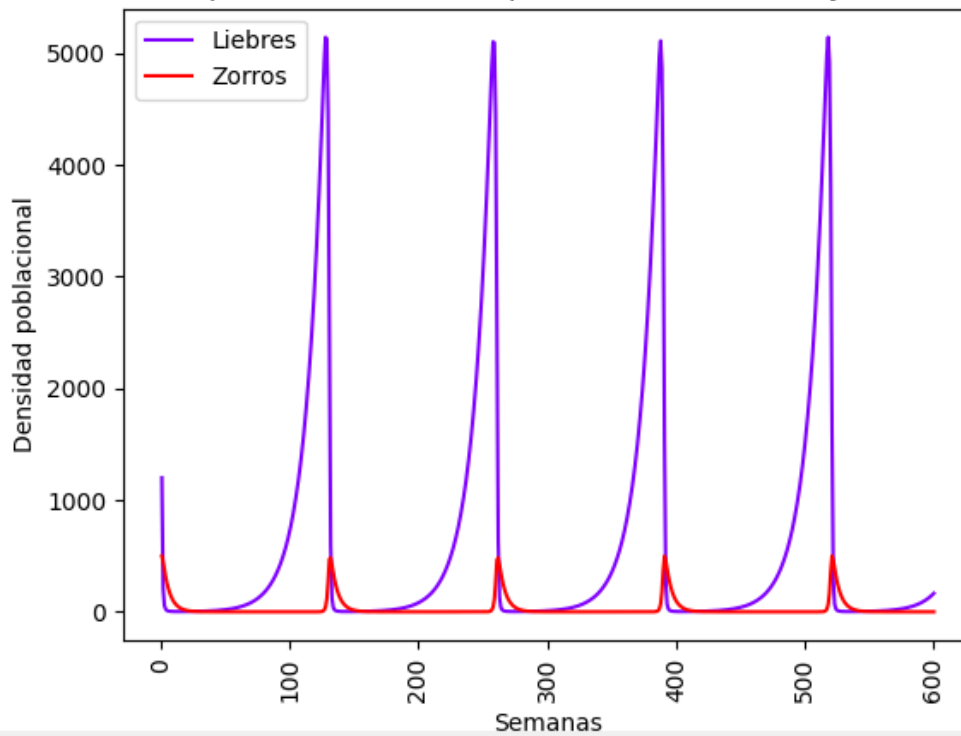
Simulamos otra vez el modelo, pero en este caso cambiamos los valores iniciales, en este caso serán 1200 liebres y 500 zorros.

```
liebres = 1200
zorros = 500
semanas = 600
tiempo_inicial = 1
variacion_tiempo = 1

tasa_natalidad_lieb = 0.075
tasa_mortandad_lieb = 0.0018
tasa_mortandad_zorr = 0.18
tasa_natalidad_zorr = 0.00035
```

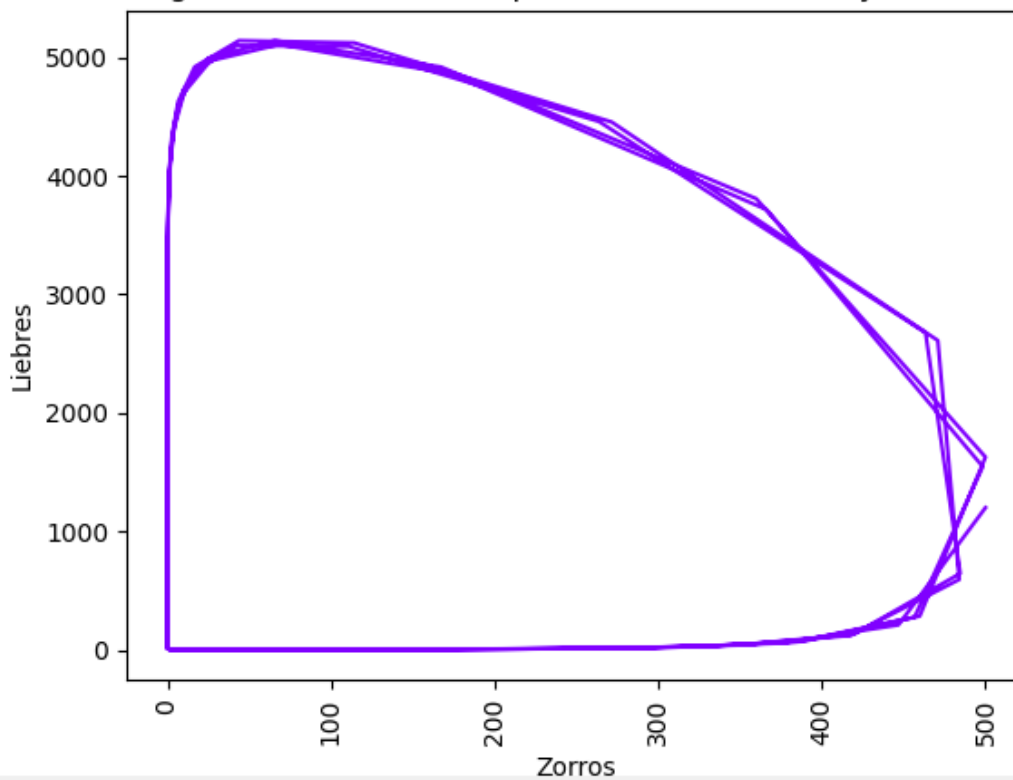
Los gráficos resultantes al modelo fueron:

Comparando la densidad poblacional de liebres y zorros.



En este gráfico se puede ver que las poblaciones llegan a picos muy altos en cantidad de población, pero ya que la tasa de mortalidad, natalidad y la cantidad de zorros es mucho más baja que la de las liebres los picos de la cantidad de la población son menores.

Diagrama de fases de las poblaciones de liebres y de zorros.



Este gráfico muestra que la relación es cíclica.

Caso 3

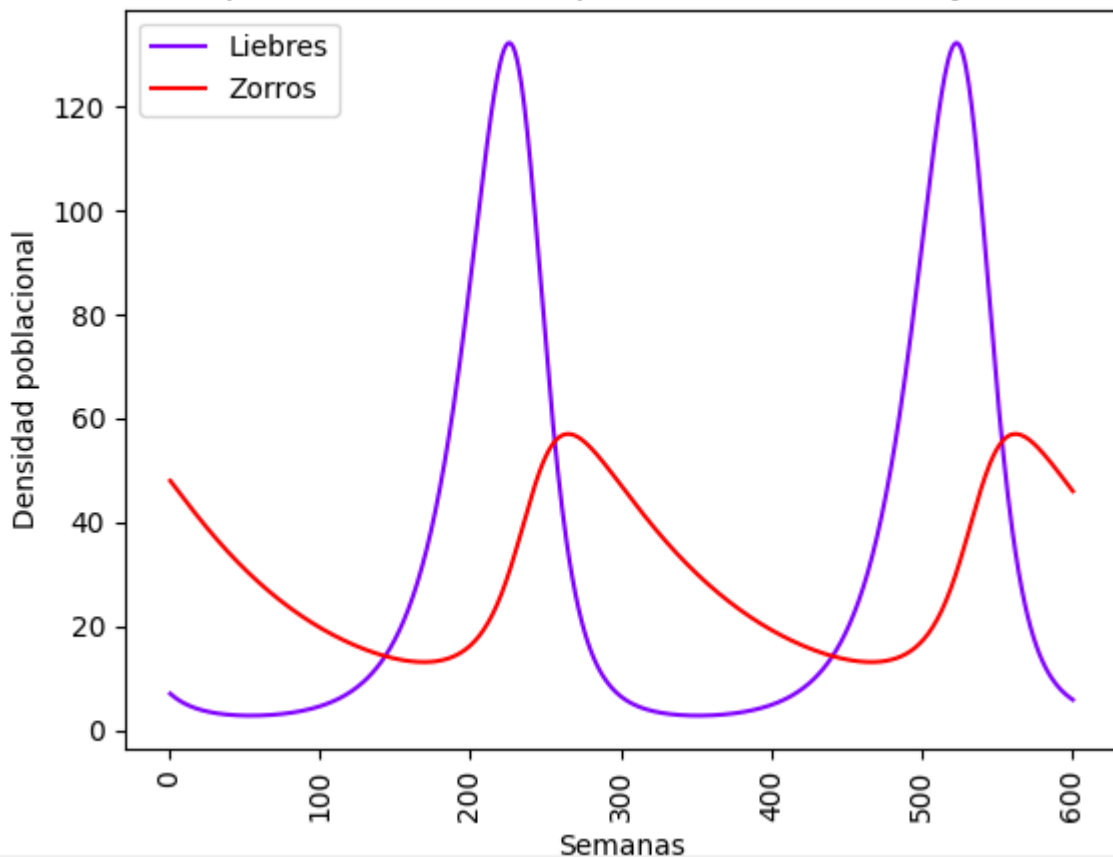
Simulamos otra vez el modelo, pero en este caso cambiamos los valores iniciales, en este caso serán 7 liebres y 48 zorros.

```
liebres = 7
zorros = 48
semanas = 600
tiempo_inicial = 1
variacion_tiempo = 1

tasa_natalidad_lieb = 0.06
tasa_mortandad_lieb = 0.002
tasa_mortandad_zorr = 0.010
tasa_natalidad_zorr = 0.0003
```

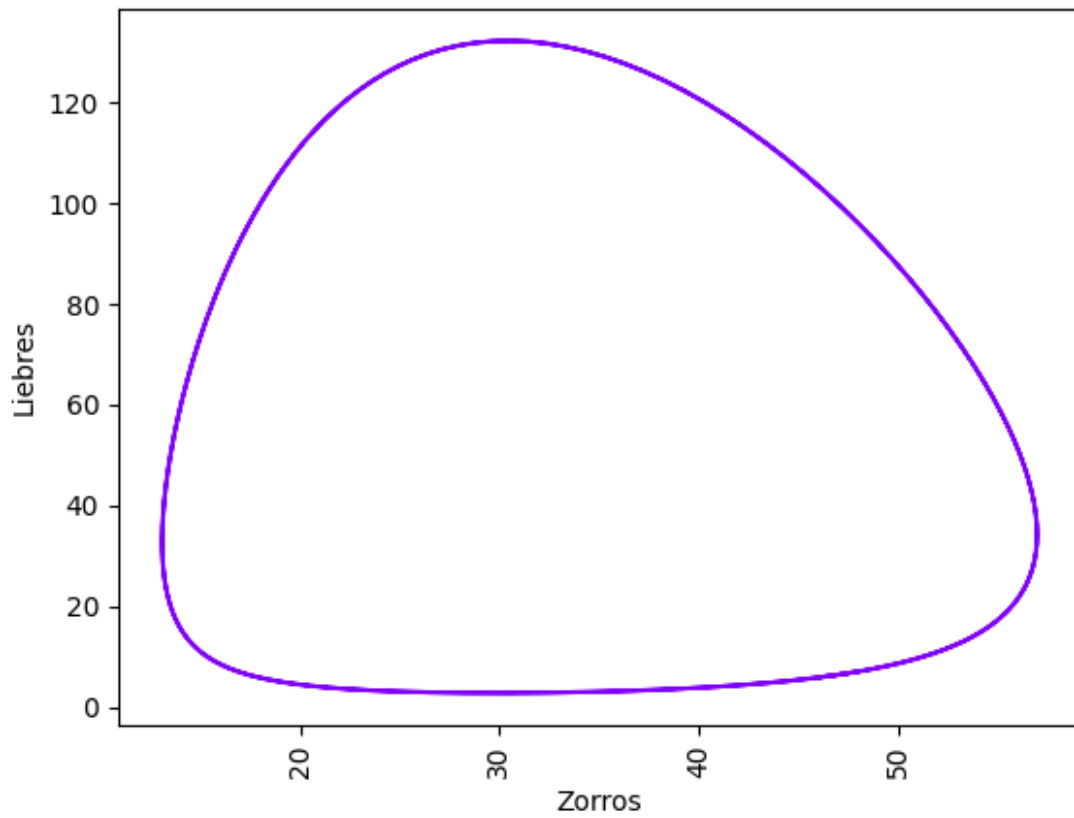
Los gráficos resultantes al modelo fueron:

Comparando la densidad poblacional de liebres y zorros.



En este gráfico podemos ver, a diferencia de en los otros 2, que en momentos la población de zorros será mayor a la de liebres, ya que la población inicial es mayor y tienen una tasa de mortalidad no muy alta lo que hace que no baje tanto la población.

Diagrama de fases de las poblaciones de liebres y de zorros.



Este gráfico muestra que la relación es cíclica.