

Projet Actuariat

Solène Corre, Florentin Dehooghe, François Delhay

22 avril 2020

Table des matières

1	Présentation du projet	2
2	Exploration des jeux de données freMPL1 et freMPL2	2
2.1	Première visualisation des jeux de données	2
2.2	Nettoyage de données	4
2.3	Statistiques descriptives	4
2.4	Représentations graphiques des données	10
2.5	Méthodes des composantes principales	10
2.5.1	Analyse en composantes principales (ACP)	10
2.5.1.1	Calcul de l'ACP	10
2.5.1.2	Analyse des résultats	11
2.5.2	Analyse factorielle des correspondances (AFC)	18
2.5.2.1	Calcul	18
2.5.2.2	Analyse des résultats	19
2.5.2.3	Les variables colonnes	20
3	GLM	21
3.1	Fréquence des sinistres	22
3.1.1	Présentation des lois utilisables	22
3.1.2	Exécution du GLM sur notre tableau freMPL2	22
3.2	Sévérité des sinistres	24
3.2.1	Présentation des lois utilisables	24
3.2.1.1	loi de gamma (ou d'Euler)	24
3.2.1.2	Inverse gauss	25
3.2.2	Calcul de la prime pure	28

4	Bibliographie	28
4.1	Internet	28
4.2	Littérature	28
5	Annexes	28
5.1	Affichage de l'implementation de la fonction <code>nettoyage_dataframe</code> :	28
5.2	Affichage d'un exemple d'exécution de la fonction <code>describe</code> du package <code>Hmisc</code>	30
5.3	Affichage de l'ensemble des représentations graphiques	34

1 Présentation du projet

L'assurance est un contrat par lequel, moyennant le versement d'une prime dont le montant est fixé a priori (en début de période de couverture), l'assureur s'engage à indemniser l'assuré pendant toute la période de couverture (généralement un an). Cette prime doit refléter le risque associé au contrat. Pour chaque police d'assurance, la prime est fonction de variables dites de tarification permettant de segmenter la population en fonction de son risque. Il est usuel d'utiliser une approche fréquence/sévérité ou une approche indemnitaire pour modéliser le coût annuel d'une police d'assurance. Sur les données utilisées dans ce projet, nous utiliserons cette dernière approche car on ne dispose pas des montants individuels de sinistre. Le but de ce projet est de proposer un tarificateur en se basant deux méthodes : les modèles linéaires généralisés (GLM) et les modèles additifs généralisés (GAM). Ces derniers sont une extension des GLM (proposé par McCullagh et Nelder, 1989) en considérant une approche non-paramétrique pour le prédicteur. Un second objectif sera, en plus de calculer une prime pure par police, de déterminer une commerciale intégrant une marge pour risque. Une approche par simulation sera réalisée pour juger de l'adéquation du chargement par rapport à la charge sinistre totale portefeuille.

2 Exploration des jeux de données `freMPL1` et `freMPL2`

Un peu à la manière du machine learning, les données contenues dans `freMPL2` serviront de données d'entraînement de notre modèle et les données de `freMPL1` serviront pour tester notre modèle final.

2.1 Première visualisation des jeux de données

Les dimensions du jeu de données **`freMPL1`** sont (30595, 22). Ainsi, notre jeu contient 30595 données différentes, toutes définies par 22 caractéristiques différentes.

De même, les dimensions du jeu de données **`freMPL2`** sont (48295, 22). Ainsi, notre jeu contient 48295 données différentes, toutes définies par 22 caractéristiques différentes.

Les noms des caractéristiques des jeux de données sont les mêmes. Les différentes caractéristiques sont :

- **Exposure** : il s'agit d'une donnée de type numérique qui correspond à la fréquence d'exposition aux risques d'un individu sur une année. Par exemple, si l'individu a été exposé 100 jours, le chiffre affiché est 0,27 (= 100/365,25).
- **LicAge** : c'est un nombre entier de mois correspondant à l'âge de la licence de la personne concernée.
- **RecordBeg** : cela correspond à la date de début d'exposition aux risques.
- **RecordEnd** : c'est la date de fin d'exposition au risque. Si elle n'est pas renseignée, c'est que la personne est toujours exposée.
- **VehAge** : Il correspond à l'âge du véhicule en année(s). Il est composé en 9 catégories distinctes : "0", "1", "2", "3", "4", "5", "6-7", "8-9" et "10+".

- **Gender** : c’est le sexe de l’individu.
- **MariStat** : il s’agit du statut marital de la personne. Elle est soit célibataire (“Alone”) soit autre chose (“Other”).
- **SocioCateg** : Cela correspond à la catégorie socioprofessionnelle de l’individu. Les valeurs, comprises entre “CSP1” et “CSP99”, correspondent à la classification française (voir lien suivant : https://fr.wikipedia.org/wiki/Professions_et_cat%C3%A9gories_socioprofessionnelles_en_France).
- **VehUsage** : Cela correspond à l’utilisation du véhicule par le propriétaire. Il est soit privée (“Private”), soit professionnel (“Professional”), ...
- **DrivAge** : C’est l’âge du conducteur (en années). Pour rappel, en France, la conduite est possible à partir de 18 ans.
- **HasKmLimit** : il s’agit d’une valeur numérique spécifiant si oui (“1”) ou non (“0”) l’assurance comporte une limite kilométrique.
- **BonusMalus** : c’est un variable de type numérique, dont la valeur est comprise entre 50 et 350, précisant si la personne possède des bonus ou des malus. Si la valeur est inférieure à 100, l’individu a droit à des bonus. Sinon, la personne a des malus.
- **VehBody** : il s’agit du type de modèle concerné par l’assurance de l’individu.
- **VehPrice** : c’est un indicateur correspondant au prix du véhicule.
- **VehEngine** : cela correspond au type de moteur que possède le véhicule.
- **VehEnergy** : cela correspond au type d’énergie consommé par le véhicule que possède le véhicule
- **VehMaxSpeed** : c’est la vitesse maximum que peut atteindre le véhicule. Les différentes catégories sont: “1-130 km/h”, “130-140 km/h”, “140-150 km/h”, “150-160 km/h”, “160-170 km/h”, “170-180 km/h”, “180-190 km/h”, “190-200 km/h”, “200-220 km/h”, “220+ km/h”.
- **VehClass** : il s’agit de la classe du véhicule.
- **RiskVar** : Nombre compris entre 1 et 20 correspondant au risque inconnu probable.
- **ClaimAmount** : c’est le montant total de la garantie) laquelle peut prétendre l’assuré.
- **Garage** : il s’agit du type de garage auquel se rend l’assuré.
- **ClaimInd** : c’est un indicateur précisant si oui ou non l’assuré peut prétendre à une garantie.

Regardons maintenant les premiers éléments composant le jeu de données **freMPL1** :

	1	2	3
Exposure	0.583	0.200	0.083
LicAge	366	187	169
RecordBeg	2004-06-01	2004-10-19	2004-07-16
RecordEnd	NA	NA	2004-08-16
VehAge	2	0	1
Gender	Female	Male	Female
MariStat	Other	Alone	Other
SocioCateg	CSP1	CSP55	CSP1
VehUsage	Professional	Private+trip to office	Professional
DrivAge	55	34	33
HasKmLimit	0	0	0
BonusMalus	72	80	63
VehBody	sedan	microvan	other microvan
VehPrice	D	K	L
VehEngine	injection	direct injection overpowered	direct injection overpowered
VehEnergy	regular	diesel	diesel
VehMaxSpeed	160-170 km/h	170-180 km/h	170-180 km/h
VehClass	B	M1	M1
ClaimAmount	0	0	0
RiskVar	15	20	17
Garage	None	None	None
ClaimInd	0	0	0

et aussi les premiers éléments composants **freMPL2** :

	1	2	3
Exposure	0.583	0.416	0.583
LicAge	579	361	366
RecordBeg	2004-06-01	2004-01-01	2004-06-01
RecordEnd	NA	2004-06-01	NA
VehAge	10+	1	2
Gender	Male	Female	Female
MariStat	Other	Other	Other
SocioCateg	CSP60	CSP1	CSP1
VehUsage	Private	Professional	Professional
DrivAge	83	55	55
HasKmLimit	0	0	0
BonusMalus	50	58	72
VehBody	sedan	sedan	sedan
VehPrice	N	D	D
VehEngine	injection	injection	injection
VehEnergy	regular	regular	regular
VehMaxSpeed	190-200 km/h	160-170 km/h	160-170 km/h
VehClass	H	B	B
RiskVar	14	15	15
ClaimAmount	0	0	0
Garage	None	None	None
ClaimInd	0	0	0

2.2 Nettoyage de données

Remarquons qu'il serait intéressant de faire un peu de nettoyage de données avant d'effectuer quelconques travaux sur celles-ci. Pour cela, nous allons créer une fonction qui servira à nettoyer les 2 data frames.

Cette fonction (appelée `nettoyage_dataframe`) prend l'un des deux data frames en paramètres et effectue les opérations suivantes :

- Suppression des données des individus assurés moins d'un jour (Exposure)
- Modification des données des individus ayant un ClaimAmount négatif
- Suppression de la colonne associée au sexe de la personne
- Réduction du nombre de catégories socioprofessionnels
- Traduction des données (VehBody, MariStat, VehUsage, VehEngine, VehEnergy, Garage)

2.3 Statistiques descriptives

Regardons maintenant plus précisément les valeurs particulières de ces colonnes (valeurs minimum et maximum, moyenne, médiane, quantiles, ...). Pour cela, on exécute l'instruction **summary(freMPLx)** (et plus précisément **dfSummary(freMPLx)** du package `summarytools` pour l'affichage) ce qui donne les résultats suivants :

- Pour **freMPL1** :

No	Variable	Stats / Values	Freqs (% of Valid)	Missing
1	Exposure [numeric]	Mean (sd) : 0.4 (0.3) min < med < max: 0 < 0.4 < 1 IQR (CV) : 0.5 (0.6)	753 distinct values	0 (0%)
2	LicAge [integer]	Mean (sd) : 301.3 (163) min < med < max: 0 < 283 < 940 IQR (CV) : 263 (0.5)	787 distinct values	0 (0%)
3	RecordBeg [Date]	min : 2004-01-01 med : 2004-03-01 max : 2004-12-30 range : 11m 29d	363 distinct values	0 (0%)
4	RecordEnd [Date]	min : 2004-01-03 med : 2004-07-01 max : 2004-12-31 range : 11m 28d	364 distinct values	13984 (46.55%)
5	VehAge [factor]	1. 0 2. 1 3. 10+ 4. 2 5. 3 6. 4 7. 5 8. 6-7 9. 8-9	4573 (15.2%) 4645 (15.5%) 1535 (5.1%) 4839 (16.1%) 3790 (12.6%) 3297 (11.0%) 2722 (9.1%) 2882 (9.6%) 1760 (5.9%)	0 (0%)
6	MariStat [factor]	1. célibataire 2. autre	7303 (24.3%) 22740 (75.7%)	0 (0%)
7	SocioCateg [factor]	1. CSP1 2. CSP2 3. CSP3 4. CSP5 5. CSP6 6. CSP7 7. CSP4 8. CSP9	1803 (6.0%) 830 (2.8%) 487 (1.6%) 19905 (66.3%) 4592 (15.3%) 59 (0.2%) 2361 (7.9%) 6 (0.0%)	0 (0%)
8	VehUsage [factor]	1. privée 2. privée et trajet vers bur 3. professionnel 4. trajet professionnel	9793 (32.6%) 13264 (44.1%) 6407 (21.3%) 579 (1.9%)	0 (0%)
9	DrivAge [integer]	Mean (sd) : 46.3 (14.9) min < med < max: 18 < 45 < 97 IQR (CV) : 23 (0.3)	80 distinct values	0 (0%)
10	HasKmLimit [integer]	Min : 0 Mean : 0.1 Max : 1	0 : 26756 (89.1%) 1 : 3287 (10.9%)	0 (0%)
11	BonusMalus [integer]	Mean (sd) : 64.2 (18.3) min < med < max: 50 < 54 < 272 IQR (CV) : 26 (0.3)	92 distinct values	0 (0%)

No	Variable	Stats / Values	Freqs (% of Valid)	Missing
12	VehBody [factor]	1. cabriolet 2. microvan 3. autobus 4. coupé 5. autre microvan 6. berline 7. SUV 8. break 9. camionnette	1315 (4.4%) 1347 (4.5%) 156 (0.5%) 1302 (4.3%) 1661 (5.5%) 19764 (65.8%) 1823 (6.1%) 1605 (5.3%) 1070 (3.6%)	0 (0%)
13	VehPrice [factor]	1. A · 2. B · 3. C · 4. D · 5. E · 6. F · 7. G · 8. H · 9. I · 10. J · [17 others]	148 (0.5%) 102 (0.3%) 446 (1.5%) 1583 (5.3%) 2177 (7.2%) 2383 (7.9%) 2343 (7.8%) 2362 (7.9%) 2209 (7.4%) 2788 (9.3%) 13502 (44.9%)	0 (0%)
14	VehEngine [factor]	1. carburation 2. GPL 3. injection 4. injection directe surpuis 5. électrique 6. injection surpuissante	508 (1.7%) 2 (0.0%) 20458 (68.1%) 6895 (22.9%) 6 (0.0%) 2174 (7.2%)	0 (0%)
15	VehEnergy [factor]	1. diesel 2. GPL 3. électrique 4. essence	9254 (30.8%) 2 (0.0%) 6 (0.0%) 20781 (69.2%)	0 (0%)
16	VehMaxSpeed [factor]	1. 1-130 km/h 2. 130-140 km/h 3. 140-150 km/h 4. 150-160 km/h 5. 160-170 km/h 6. 170-180 km/h 7. 180-190 km/h 8. 190-200 km/h 9. 200-220 km/h 10. 220+ km/h	212 (0.7%) 1066 (3.5%) 1257 (4.2%) 3801 (12.6%) 5205 (17.3%) 4749 (15.8%) 4593 (15.3%) 3613 (12.0%) 3250 (10.8%) 2297 (7.6%)	0 (0%)
17	VehClass [factor]	1. 0 2. A 3. B 4. H 5. M1 6. M2	743 (2.5%) 2931 (9.8%) 9400 (31.3%) 4804 (16.0%) 7622 (25.4%) 4543 (15.1%)	0 (0%)
18	ClaimAmount [numeric]	Mean (sd) : 259.6 (2337.2) min < med < max: 0 < 0 < 163427 IQR (CV) : 0 (9)	1799 distinct values	0 (0%)

No	Variable	Stats / Values	Freqs (% of Valid)	Missing
19	RiskVar [integer]	Mean (sd) : 13.2 (4.7) min < med < max: 1 < 15 < 20 IQR (CV) : 7 (0.4)	20 distinct values	0 (0%)
20	Garage [factor]	1. aucun 2. garage indépendant 3. concessionnaire	19678 (65.5%) 3870 (12.9%) 6495 (21.6%)	0 (0%)
21	ClaimInd [integer]	Min : 0 Mean : 0.1 Max : 1	0 : 26778 (89.1%) 1 : 3265 (10.9%)	0 (0%)

On constate ainsi que, pour ce data frame, l'âge moyen du conducteur est de 46,3 ans avec pour écart-type 14,9 ans. Le plus jeune conducteur a 18 ans(âge minimum légale pour conduire en France) et le plus âgé a 97 ans. L'écart interquartile (IQR), c'est-à-dire la mesure de dispersion qui s'obtient en faisant la différence entre le premier (25% des valeurs du data frame sont inférieures à ce quartile) et le troisième quartile(75 %), est de 23. Autrement dit, 50% des âges des conducteurs est compris entre 35 et 58 ans. Le coefficient de variation (CV), le rapport entre l'écart-type et la moyenne, est égale à 3. De même, en ce qui concerne l'usage du véhicule par son propriétaire, on remarquera que la plupart des personnes renseignées utilise leur véhicule pour les trajets privés et pour se rendre à leur bureau (44,1%).

— Pour **freMPL2** :

No	Variable	Stats / Values	Freqs (% of Valid)	Missing
1	Exposure [numeric]	Mean (sd) : 0.4 (0.3) min < med < max: 0 < 0.4 < 1 IQR (CV) : 0.5 (0.6)	755 distinct values	0 (0%)
2	LicAge [integer]	Mean (sd) : 274.2 (161.8) min < med < max: 0 < 246 < 940 IQR (CV) : 255 (0.6)	809 distinct values	0 (0%)
3	RecordBeg [Date]	min : 2004-01-01 med : 2004-03-11 max : 2004-12-30 range : 11m 29d	365 distinct values	0 (0%)
4	RecordEnd [Date]	min : 2004-01-03 med : 2004-07-01 max : 2004-12-31 range : 11m 28d	364 distinct values	22109 (46.55%)
5	VehAge [factor]	1. 0 2. 1 3. 10+ 4. 2 5. 3 6. 4 7. 5 8. 6-7 9. 8-9	4313 (9.1%) 3987 (8.4%) 14347 (30.2%) 4140 (8.7%) 3760 (7.9%) 3658 (7.7%) 3412 (7.2%) 4909 (10.3%) 4971 (10.5%)	0 (0%)
6	MariStat [factor]	1. célibataire 2. autre	13690 (28.8%) 33807 (71.2%)	0 (0%)

No	Variable	Stats / Values	Freqs (% of Valid)	Missing
7	SocioCateg [factor]	1. CSP1 2. CSP2 3. CSP3 4. CSP5 5. CSP6 6. CSP7 7. CSP9 8. CSP4	2366 (5.0%) 1721 (3.6%) 918 (1.9%) 32894 (69.2%) 5731 (12.1%) 80 (0.2%) 9 (0.0%) 3778 (8.0%)	0 (0%)
8	VehUsage [factor]	1. privée 2. privée et trajet vers bur 3. professionnel 4. trajet professionnel	16785 (35.3%) 22051 (46.4%) 7958 (16.8%) 703 (1.5%)	0 (0%)
9	DrivAge [integer]	Mean (sd) : 44.5 (14.7) min < med < max: 18 < 42 < 103 IQR (CV) : 23 (0.3)	83 distinct values	0 (0%)
10	HasKmLimit [integer]	Min : 0 Mean : 0.1 Max : 1	0 : 41029 (86.4%) 1 : 6468 (13.6%)	0 (0%)
11	BonusMalus [integer]	Mean (sd) : 69 (20.4) min < med < max: 50 < 64 < 272 IQR (CV) : 35 (0.3)	108 distinct values	0 (0%)
12	VehBody [factor]	1. cabriolet 2. microvan 3. autobus 4. coupé 5. autre microvan 6. berline 7. SUV 8. break 9. camionnette	1506 (3.2%) 1458 (3.1%) 220 (0.5%) 1761 (3.7%) 1837 (3.9%) 34051 (71.7%) 1974 (4.2%) 2231 (4.7%) 2459 (5.2%)	0 (0%)
13	VehPrice [factor]	1. A · 2. B · 3. C · 4. D · 5. E · 6. F · 7. G · 8. H · 9. I · 10. J · [17 others]	765 (1.6%) 655 (1.4%) 1697 (3.6%) 3617 (7.6%) 3878 (8.2%) 4106 (8.6%) 4184 (8.8%) 3952 (8.3%) 3505 (7.4%) 3898 (8.2%) 17240 (36.3%)	0 (0%)
14	VehEngine [factor]	1. carburation 2. GPL 3. injection 4. injection directe surpuis 5. électrique 6. injection surpuissante	6513 (13.7%) 2 (0.0%) 30663 (64.6%) 6554 (13.8%) 6 (0.0%) 3759 (7.9%)	0 (0%)

No	Variable	Stats / Values	Freqs (% of Valid)	Missing
15	VehEnergy [factor]	1. diesel 2. GPL 3. électrique 4. essence	13521 (28.5%) 2 (0.0%) 6 (0.0%) 33968 (71.5%)	0 (0%)
16	VehMaxSpeed [factor]	1. 1-130 km/h 2. 130-140 km/h 3. 140-150 km/h 4. 150-160 km/h 5. 160-170 km/h 6. 170-180 km/h 7. 180-190 km/h 8. 190-200 km/h 9. 200-220 km/h 10. 220+ km/h	1256 (2.6%) 2286 (4.8%) 4073 (8.6%) 7075 (14.9%) 7915 (16.7%) 7933 (16.7%) 5795 (12.2%) 4567 (9.6%) 3998 (8.4%) 2599 (5.5%)	0 (0%)
17	VehClass [factor]	1. 0 2. A 3. B 4. H 5. M1 6. M2	1901 (4.0%) 4140 (8.7%) 15229 (32.1%) 7034 (14.8%) 11756 (24.8%) 7437 (15.7%)	0 (0%)
18	RiskVar [integer]	Mean (sd) : 13.5 (4.7) min < med < max: 1 < 15 < 20 IQR (CV) : 6 (0.3)	20 distinct values	0 (0%)
19	ClaimAmount [numeric]	Mean (sd) : 86.8 (1232.5) min < med < max: 0 < 0 < 120152.4 IQR (CV) : 0 (14.2)	873 distinct values	0 (0%)
20	Garage [factor]	1. aucun 2. garage indépendant 3. concessionnaire	35092 (73.9%) 4642 (9.8%) 7763 (16.3%)	0 (0%)
21	ClaimInd [integer]	Min : 0 Mean : 0 Max : 1	0 : 45363 (95.5%) 1 : 2134 (4.5%)	0 (0%)

Pour ce data frame, l'âge moyen du conducteur est de 44,5 ans avec pour écart-type 14,7 ans. Le plus jeune conducteur a 18 ans(âge minimum légale pour conduire en France) et le plus âgé a 103 ans. L'écart interquartile (IQR) est de 23 ce qui veut dire que 50% des conducteurs ont un âge compris entre 33 et 56 ans. Le coefficient de variation (CV) est égale à 3. De même, en ce qui concerne l'usage du véhicule par son propriétaire, on remarquera que la plupart des personnes renseignées utilise leur véhicule pour les trajets privés et pour se rendre à leur bureau (46,4%).

On remarquera également qu'il existe des données manquantes, pour les 2 tableaux de données, dans la colonne RecEnd, ce qui signifie que les individus concernés sont toujours assurés.

On peut aussi utiliser la fonction **describe()** du package Hmisc pour avoir un aperçu de la dispersion des données. En effet, cette fonction détermine le type de la variable (character, factor, numeric,...) et affiche un "résumé" concis en fonction de chacun. Vous trouvez un exemple d'exécution de la fonction describe en annexe.

2.4 Représentations graphiques des données

Dans cette partie, vous allez voir des représentations graphiques des colonnes les plus importantes de nos data frames. L'ensemble des graphiques est cependant disponible dans les annexes de ce rapport.

2.5 Méthodes des composantes principales

Nous allons maintenant rentrer dans des méthodes d'analyse descriptives plus complètes pour nous permettre d'établir nos modèles linéaires. Pour cela, nous allons appliquer les méthodes d'analyse en composantes principales (ACP) et d'analyse factorielle des correspondances (AFC). Le but de ces méthodes est de définir les informations les plus significatives de nos data frames et de découvrir si oui ou non il existe certaines similitudes entre nos différentes informations pour pouvoir obtenir un data frame optimisé sur lequel on appliquera nos 2 modèles linéaires (GLM, GAM).

2.5.1 Analyse en composantes principales (ACP)

L'ACP permet d'analyser et de visualiser un jeu de données contenant des individus décrits par plusieurs variables quantitatives. C'est une méthode statistique qui permet d'explorer des données dites multivariées (données avec plusieurs variables). Chaque variable pourrait être considérée comme une dimension différente. L'analyse en composantes principales est utilisée pour extraire et de visualiser les informations importantes contenues dans une table de données multivariées. L'ACP synthétise cette information en seulement quelques nouvelles variables appelées composantes principales. Ces nouvelles variables correspondent à une combinaison linéaire des variables originels. Le nombre de composantes principales est inférieur ou égal au nombre de variables d'origine.

2.5.1.1 Calcul de l'ACP

Pour réaliser le calcul de l'ACP, plusieurs fonctions, de différents packages, sont disponibles dans le logiciel R :

- *prcomp()* et *princomp()* issus du package *stats*
- *PCA()* issu du package *FactoMineR*
- *dudi.pca()* issu du package *ade4*
- *epPCA()* issu du package *ExPosition*.

Parmi ces fonctions, nous avons décidé d'utiliser la fonction **PCA()** du package **FactoMineR** car ce package nous permettra également de réaliser notre seconde analyse. Enfin, pour extraire et visualiser les résultats, nous allons utiliser les fonctions R fournies par le package **factoextra**.

Nous allons donc exécuter l'ACP sur notre tableau `freMPL2` en prenant à ce que l'ensemble des valeurs que nous utilisons soit de type numérique (quitte à réaliser une conversion sur certaines de nos colonnes).

Une fois que nos données ont été converties, il faut veiller à la *standardisation des données*. Pour cela, on normalise nos variables afin que le résultat de l'ACP obtenue ne soient pas affecté (par exemple, par des différences d'unités). Ainsi, l'objectif est de rendre les variables comparables en les normalisant généralement de manière à ce qu'elles aient un écart type égal à 1 et une moyenne nulle. L'approche consiste à transformer les données en soustrayant à chaque valeur une valeur de référence (la moyenne de la variable) et en la divisant par l'écart type. Pour normaliser les données, il est possible d'utiliser la fonction *scale()*. Cependant, par défaut, la fonction `PCA()` normalise automatiquement les données. Nous n'avons pas eu besoin de faire cette transformation.

Réalisons maintenant notre Analyse en Composantes Principales. Pour cela, il faut exécuter la commande suivante :

```
freMPL2.pca <- PCA(freMPL2.active, ncp = 5, graph = FALSE)
```

Notre fonction `PCA()` prend en compte un data frame `freMPL2.active` qui correspond aux colonnes du data-frame `freMPL2` qui sont de type numérique et que l'on souhaite analyser, un paramètre `ncp` qui correspond au nombre de dimensions conservées dans les résultats finaux (par défaut, ce nombre est égal à 3) et un paramètre logique `graph` qui précise si oui (`graph = TRUE`) ou non (`graph = FALSE`) nous voulons qu'un graphique du résultat s'affiche.

La fonction `PCA()` crée un objet contenant de nombreuses informations comme les valeurs propres (la variance du facteur correspondant où un facteur est une combinaison linéaire des variables initiales), la moyenne et l'écart type des variables, le poids de ces variables, ...

2.5.1.2 Analyse des résultats

2.5.1.2.1 Valeurs propres

Regardons d'abord les **valeurs propres**. Elles mesurent la quantité de variance expliquée par chaque axe principal.

Examinons donc ces valeurs propres (eigenvalue en anglais) afin de déterminer le nombre de composantes principales à prendre en considération. Les valeurs propres et la proportion de variances retenues par les composantes principales peuvent être extraites à l'aide de la fonction `get_eigvalue()` du package *factoextra*.

Voici le résultat que l'on obtient :

	eigenvalue	variance.percent	cumulative.variance.percent
Dim.1	2.3406825	29.2585314	29.25853
Dim.2	1.3591915	16.9898931	46.24842
Dim.3	1.0224108	12.7801347	59.02856
Dim.4	0.9725772	12.1572151	71.18577
Dim.5	0.9492393	11.8654911	83.05127
Dim.6	0.6668717	8.3358964	91.38716
Dim.7	0.6161375	7.7017189	99.08888
Dim.8	0.0728895	0.9111193	100.00000

Dans ce tableau, nous avons les valeurs propres de chacune des 8 colonnes du dataframe `freMPL2.active` (Exposure, LicAge, DrivAge, HasKmLimit, BonusMalus, RiskVar, ClaimAmount, ClaimInd), la proportion de variance associée et la variance cumulée.

La somme de toutes les valeurs propres donne une variance total de 8 (le nombre de dimensions). Pour obtenir la proportion de variance de la deuxième colonne, il suffit de prendre la valeur propre associée, de diviser cette valeur par le nombre de dimensions et de le mettre en pourcentage. Par exemple, pour la dimension 1, 2,3406825 divisé par 8 donne 0,29258531, ce qui donne 29,2585314% de la variance. Enfin, la dernière colonne correspond à la somme cumulée des variances. Par exemple, 59.02856 correspond à la somme de 12.7801347 avec 16.9898931 et 29.2585314.

On notera ainsi qu'environ 46,25% de la variance totale est expliquée par nos 2 premières dimensions.

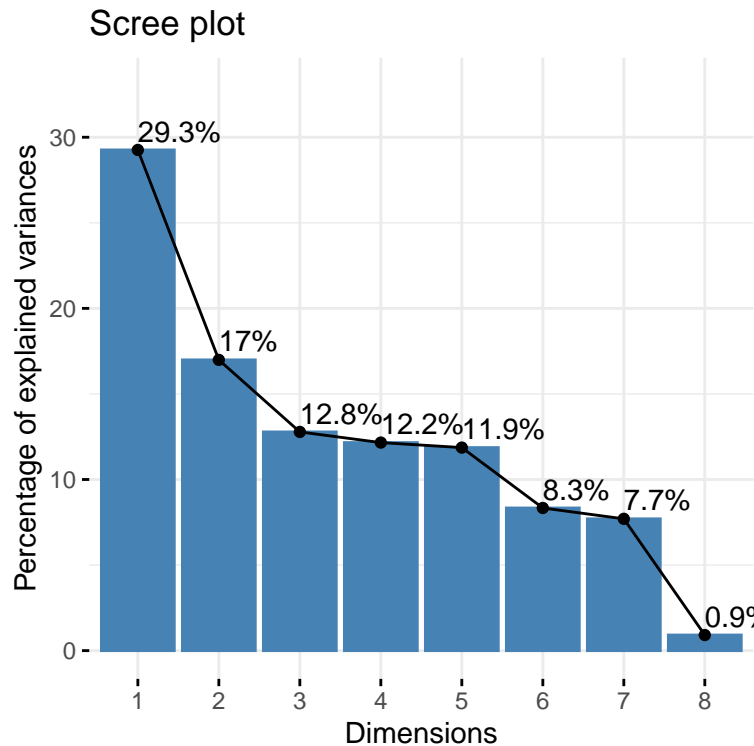
On peut utiliser ses valeurs propres pour déterminer le nombre d'axes principaux à conserver après l'ACP :

- Une valeur propre > 1 indique que la composante principale concernée représente plus de variance par rapport à une seule variable d'origine, lorsque les données sont standardisées. Ceci est généralement utilisé comme seuil à partir duquel les PC sont conservés (Dans ce cas, on aurait 3 composantes principales).

- On peut également limiter le nombre d'axes à un nombre qui représente une certaine fraction de la variance totale. Par exemple, si vous êtes satisfaits avec 70% de la variance totale expliquée, utilisez le nombre d'axes pour y parvenir (Dans ce cas, on aurait 4 dimensions).

Une autre méthode pour déterminer le nombre de composantes principales est de regarder le graphique des valeurs propres (appelé **scree plot**). Le nombre d'axes est déterminé par le point, au-delà duquel les valeurs propres restantes sont toutes relativement petites et de tailles comparables.

Le graphique des valeurs propres peut être généré à l'aide de la fonction `fviz_eig()` ou `fviz_screplot()` du package *factoextra*.



Du graphique ci-dessus, nous pourrions vouloir nous arrêter à la cinquième composante principale puisque environ 83% des informations contenues dans les données sont conservées par les cinq premières composantes principales.

2.5.1.2.2 Les variables

Pour extraire les résultats pour les variables, à partir de l'ACP, il est possible d'utiliser la fonction `get_pca_var()`. Cette fonction retourne une liste d'éléments contenant tous les résultats pour les variables actives (coordonnées, corrélation entre les variables et les axes, cosinus-carré et contributions).

Les composants de `get_pca_var()` peuvent être utilisés dans le graphique des variables comme suit :

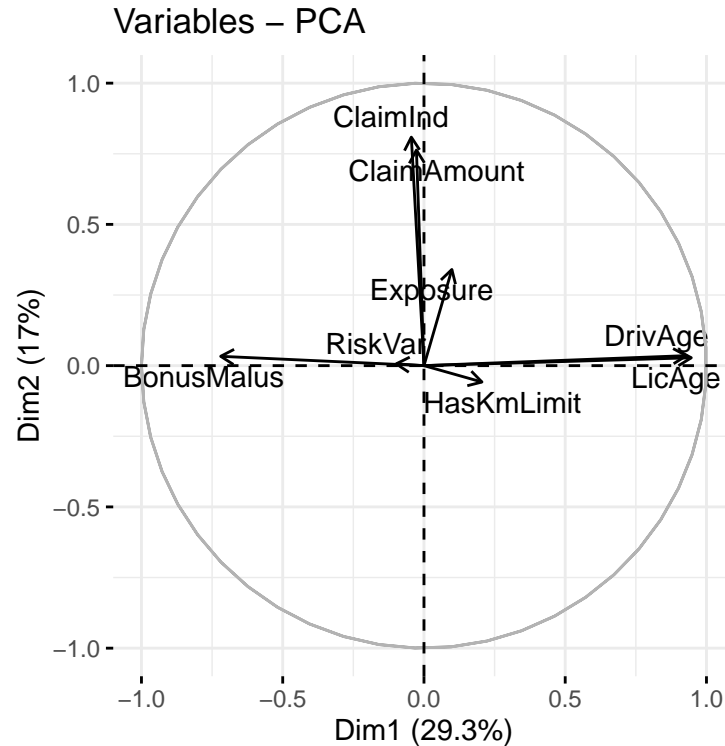
- `get_pca_var()$coord` : coordonnées des variables pour créer un nuage de points.
- `get_pca_var()$cos2` (cosinus carré des variables) : Représente la qualité de représentation des variables sur le graphique de l'ACP. Il est calculé comme étant les coordonnées au carré.
- `get_pca_var()$contrib` : contient les contributions des variables aux composantes principales.

Cercle de corrélation

Dans ce qui va suivre, nous allons visualiser les variables et tirer des conclusions à propos de leurs corrélations.

La corrélation entre une variable et une composante principale est utilisée comme coordonnées de la variable sur la composante principale. La représentation des variables diffère de celle des observations : les observations sont représentées par leurs projections, mais les variables sont représentées par leurs corrélations.

Visualisons d'abord les variables :

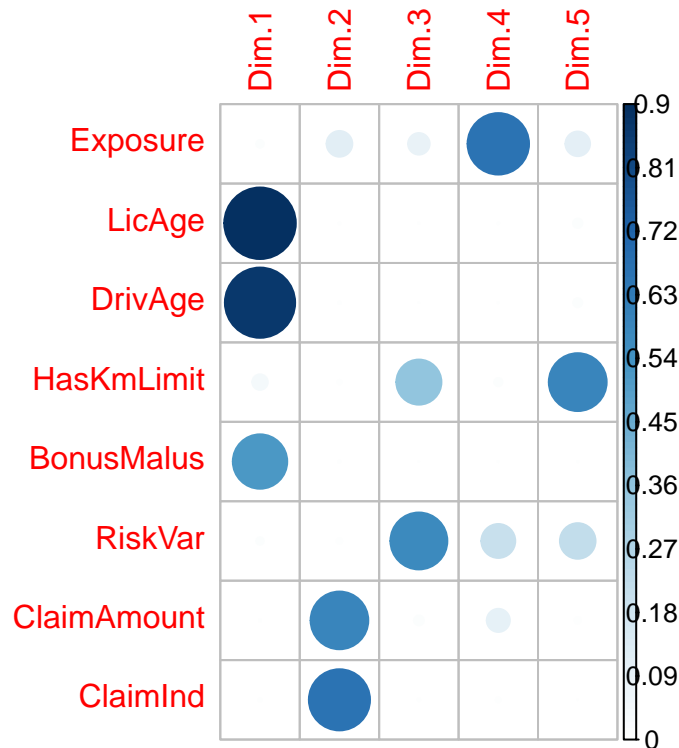


Le graphique ci-dessus est également connu sous le nom de **graphique de corrélation des variables**. Il montre les relations entre toutes les variables. Il peut être interprété comme suit:

- Les variables positivement corrélées sont regroupées.
- Les variables négativement corrélées sont positionnées sur les côtés opposés de l'origine du graphique (quadrants opposés).
- La distance entre les variables et l'origine mesure la qualité de représentation des variables. Les variables qui sont loin de l'origine sont bien représentées par l'ACP.

Qualité de la représentation

Pour visualiser la qualité de la représentation des variables sur la carte de l'ACP, nous allons utiliser le cosinus carré (\cos^2). Visualisons d'abord le cosinus carré des variables sur toutes les dimensions en utilisant le package *corrplot*. Voici le résultat :

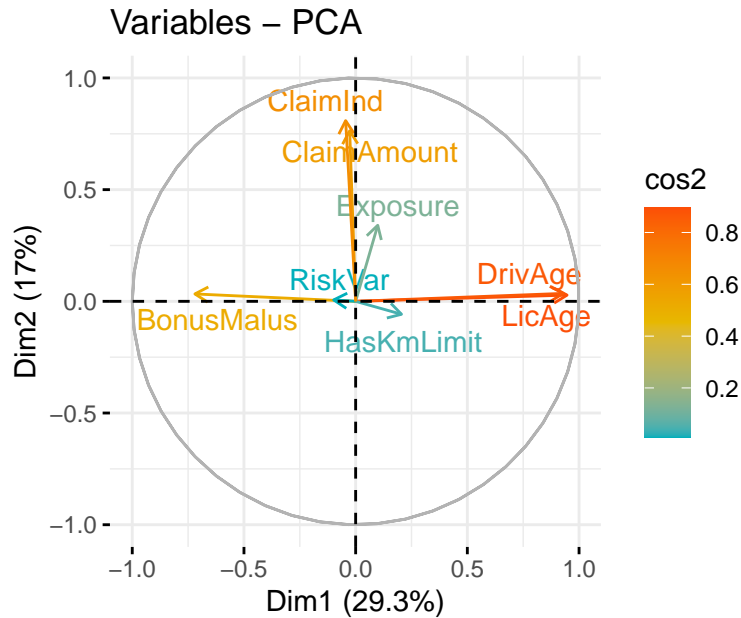


On remarquera qu'avec 5 axes principaux l'ensemble des 8 variables utilisées dans notre ACP sont plutôt bien représentées.

Pour visualiser le cosinus carré, nous aurions pu utiliser aussi la fonction `fviz_cos2()` du package *factoextra* pour créer un diagramme bâton du cosinus carré des variables.

Plus la valeur du cosinus carré est élevée, plus la représentation de la variable sur les axes principaux pris en considération est bonne. Dans ce cas-là, la variable est positionnée à proximité de la circonférence du cercle de corrélation et le point associé dans le tableau de corrélation est gros et de couleur foncé. Inversement, un faible cosinus carré indique que la variable n'est pas parfaitement représentée par les axes principaux. Dans ce cas, la variable est proche du centre du cercle et le point du tableau de corrélation est petit (voir inexistant).

Il est également possible de colorer les variables en fonction de la valeur de leurs cosinus carré.



On remarquera donc que les variables DrivAge et LicAge sont bien représentées par nos axes principaux tandis que la variable RiskVar n'est pas bien représenté par nos axes.

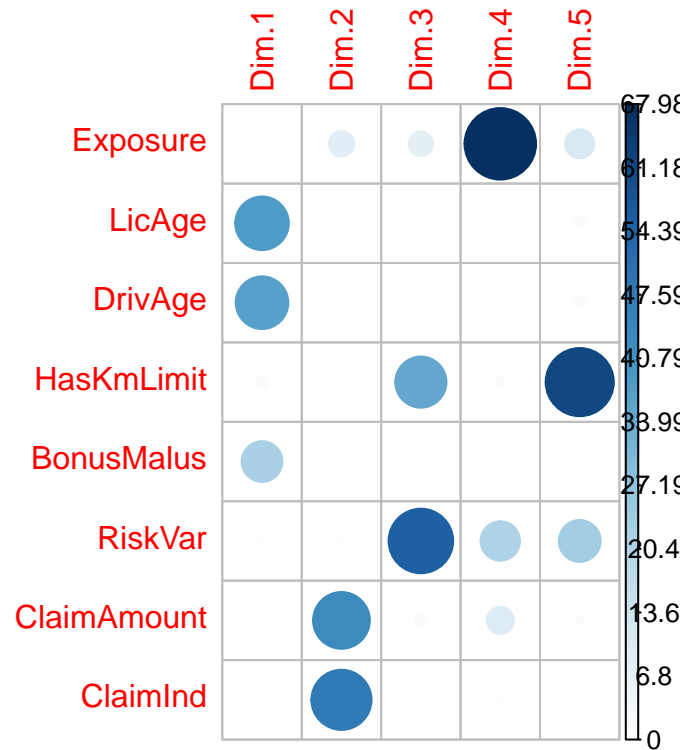
Contribution des variables aux axes principaux

Observons maintenant la contribution des variables aux axes principaux.

Les contributions des variables dans la définition d'un axe principal donné sont exprimées en pourcentage :

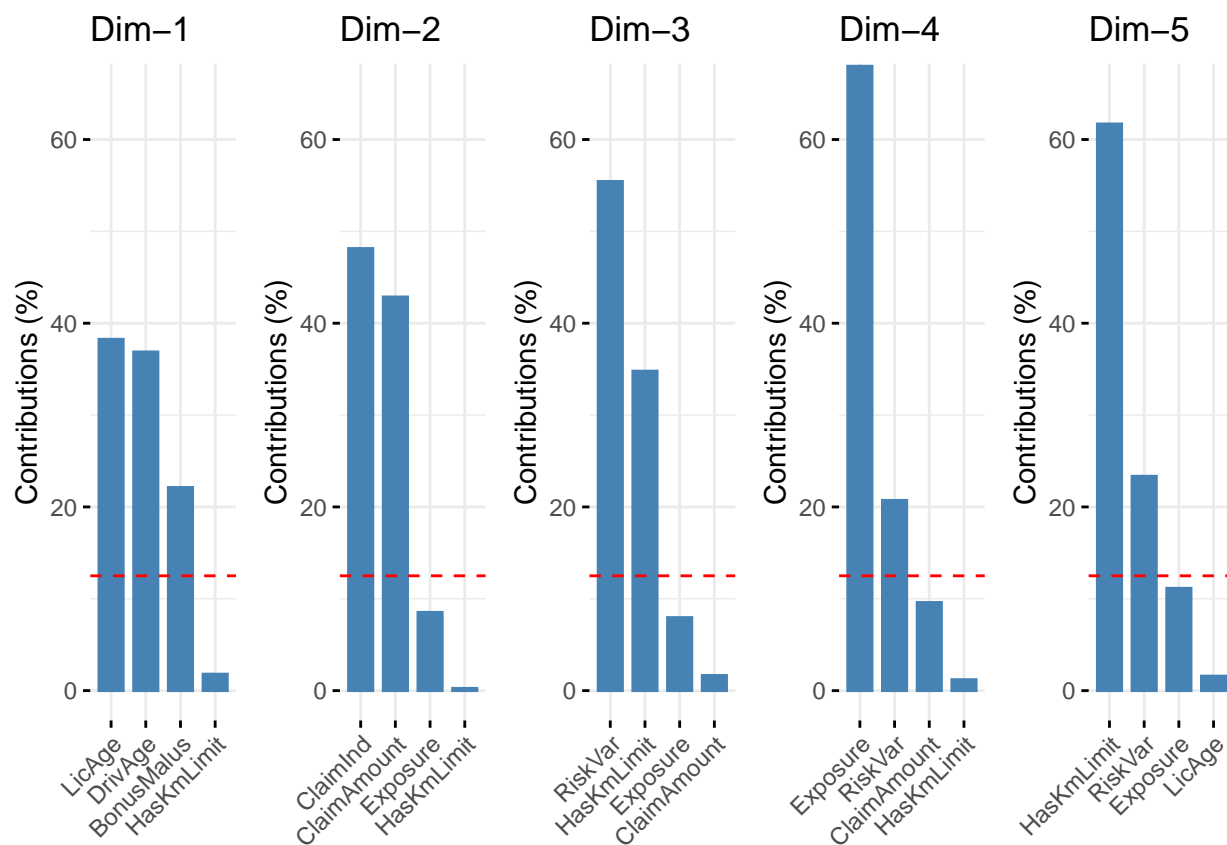
- Les variables corrélées par nos deux premiers axes sont les plus importantes pour expliquer la variabilité dans le jeu de données.
- Les variables qui ne sont pas en corrélation avec un axe ou qui sont corrélées avec les derniers axes sont des variables à faible apport et peuvent être supprimées pour simplifier l'analyse globale.

Comme pour la visualisation du cosinus carré, il est possible d'utiliser la fonction `corrplot()` pour mettre en évidence les variables les plus contributives pour chaque dimension:



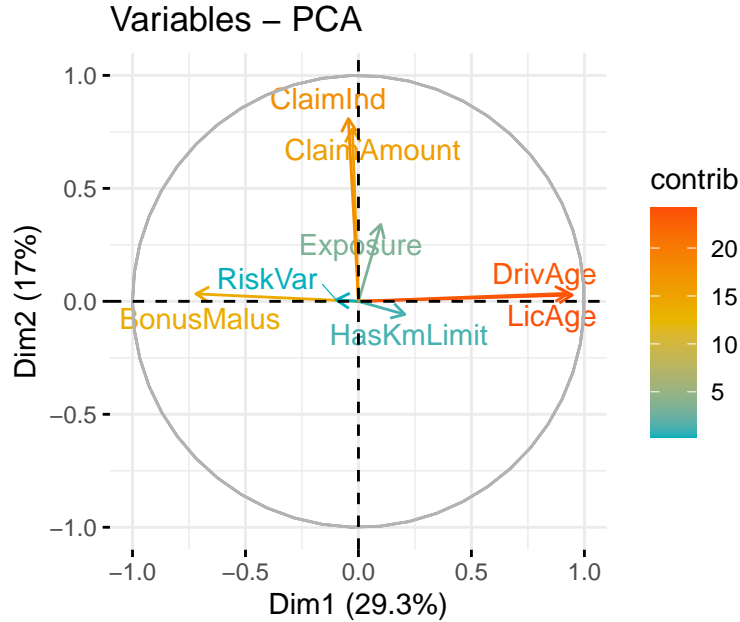
Grâce à ce graphique, on constate, par exemple, que les variables LicAge, DrivAge et BonusMalus représentent la première dimension (le premier axe principal).

La fonction `fviz_contrib()` peut être utilisée pour créer un diagramme bâton de la contribution des variables pour voir plus précisément la répartition des variables selon l'axe principal.



La ligne en pointillé rouge, sur les graphiques ci-dessus, indique la contribution moyenne attendue (dans notre cas, il est de 12,5%). Pour une composante donnée, une variable avec une contribution supérieure à ce seuil pourrait être considérée comme importante pour contribuer à la composante.

Enfin, on peut mettre en évidence les variables les plus importantes sur le graphe de corrélation.



Au final, on notera que 5 de nos variables ont plus d'importances que les autres : l'âge du conducteur, l'âge de la licence de ce conducteur, son bonus ou son malus, s'il a eu un accident pendant qu'il était assuré et le montant auquel il peut prendre prétendre. On a également vu que nos 8 variables peuvent être réduites en 5 nouvelles variables qui sont des combinaisons linéaires des anciennes variables, sans pour autant perdre d'informations ou très peu (17% de l'ensemble de nos données).

2.5.2 Analyse factorielle des correspondances (AFC)

L'analyse factorielle des correspondances est une extension de l'analyse en composantes principales pour analyser l'association entre deux variables qualitatives (ou catégorielles). L'AFC permet de résumer et de visualiser l'information contenue dans le tableau de contingence formé par les deux variables catégorielles. Le tableau de contingence contient les fréquences formées par les deux variables. Il retourne les coordonnées des éléments des colonnes et des lignes du tableau de contingence. Ces coordonnées permettent de visualiser graphiquement l'association entre les éléments de lignes et de colonnes dans un graphique à deux dimensions.

Nous verrons donc comment calculer et interpréter l'AFC et nous tenterons de définir les éléments les plus importants expliquant les variations dans le jeu de données.

2.5.2.1 Calcul

Plusieurs fonctions de différents packages sont disponibles dans le logiciel R pour calculer l'AFC:

- `CA()` du package *FactoMineR*
- `ca()` du package *ca*
- `dudi.coa()` du package *ade4*
- `corresp()` du package *MASS*
- `epCA()` du package *ExPositio*

Cependant, nous allons utiliser la fonction `CA()` du package *FactoMineR* pour l'analyse et le package *factoextra* afin d'extraire et de visualiser les résultats de l'AFC.

Réalisons maintenant notre Analyse factorielle des correspondances. Pour cela, il faut exécuter la commande suivante :

```
freMPL2.ca <- CA (freMPL2.active, ncp=5, graph = FALSE)
```

Comme pour la fonction `PCA()` pour l'Analyse des Composantes Principales, notre fonction `CA()` prend en compte le data frame `freMPL2.active` que l'on souhaite analyser, le paramètre `ncp` qui correspond au nombre de dimensions conservées dans les résultats finaux et un paramètre logique `graph` qui précise si oui (`graph = TRUE`) ou non (`graph = FALSE`) nous voulons qu'un graphique du résultat s'affiche.

La fonction `CA()` crée un objet contenant de nombreuses informations sous forme de listes ou de matrices comme les valeurs propres (la variance du facteur correspondant où un facteur est une combinaison linéaire des variables initiales), le poids des lignes et des colonnes, le cosinus carré des lignes et des colonnes ...

2.5.2.2 Analyse des résultats

Pour analyser les résultats de notre AFC, nous pouvons utiliser les fonctions fournies par le package *factoextra* comme :

- `get_eigenvalue(freMPL2.ca)` pour obtenir les valeurs propres expliquées par chaque axe principal
- `fviz_eig(freMPL2.ca)` pour visualiser ces valeurs propres
- `get_ca_row(freMPL2.ca)` et `get_ca_col(freMPL2.ca)` pour avoir les résultats associés aux lignes ou aux colonnes.
- `fviz_ca_row(freMPL2.ca)` et `fviz_ca_col(freMPL2.ca)` pour visualiser ces résultats.

2.5.2.2.1 Conformité statistique : test de χ^2

Pour interpréter l'AFC, la première étape consiste à évaluer s'il existe une dépendance significative entre les lignes et les colonnes. Une méthode consiste à utiliser le test statistique *chi2* pour examiner l'association entre les modalités des lignes et celles des colonnes. Dans notre exemple, l'association est très significative puisque nous avons un résultat pour chi-square égal à 22101115 pour une p-value nulle (Un score élevé signifie un lien fort entre les lignes et les colonnes).

2.5.2.2.2 Valeurs propres

L'observation des valeurs propres permet de déterminer le nombre d'axes principaux à considérer. Elles correspondent à la quantité d'informations retenue par chaque axe. Elles sont grandes pour le premier axe et petites pour l'axe suivant. Les valeurs propres et la proportion de variances pour les différents axes peuvent être extraites à l'aide de la fonction `get_eigenvalue()`.

	eigenvalue	variance.percent	cumulative.variance.percent
Dim.1	0.8368753	87.8905723	87.89057
Dim.2	0.1043926	10.9635560	98.85413
Dim.3	0.0053764	0.5646464	99.41877
Dim.4	0.0023879	0.2507810	99.66956
Dim.5	0.0020457	0.2148462	99.88440
Dim.6	0.0005902	0.0619872	99.94639
Dim.7	0.0005105	0.0536109	100.00000

Les dimensions sont ordonnées de manière décroissante et listées en fonction de la quantité de variance expliquée. La dimension 1 explique la plus grande variance, suivie de la dimension 2 et ainsi de suite.

Le pourcentage cumulé expliqué est obtenu en ajoutant les proportions successives de variances expliquées

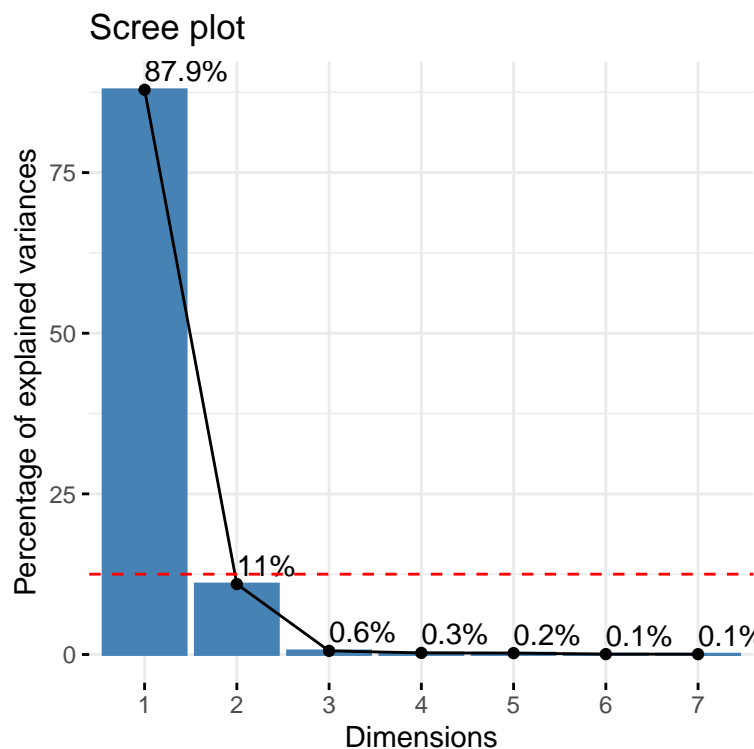
pour obtenir le total courant. Par exemple, 87.89% plus 10.96% est égal à 98.85%. Par conséquent, environ 98.85% de la variance totale est expliquée par les deux premières dimensions.

Les valeurs propres peuvent être utilisées pour déterminer le nombre d'axes à retenir. Il n'y a pas de «règle générale» pour choisir le nombre de dimensions à conserver pour l'interprétation des données.

Dans notre analyse, les deux premiers axes expliquent 98.85% de la variance totale. C'est un pourcentage plus qu'acceptable.

Il est également possible de calculer une valeur propre moyenne au-dessus de laquelle l'axe doit être conservé dans le résultat. Dans notre cas, prenons 12,5% ($1 \times 100 / 8$) comme valeur propre moyenne. Ainsi, tout axe avec une contribution supérieure devrait être considéré comme important et inclus dans la solution pour l'interprétation des données.

On peut voir cela sur le graphique des valeurs propres afin de déterminer le nombre de dimensions à l'aide de la fonction ou `fviz_screplot()`.



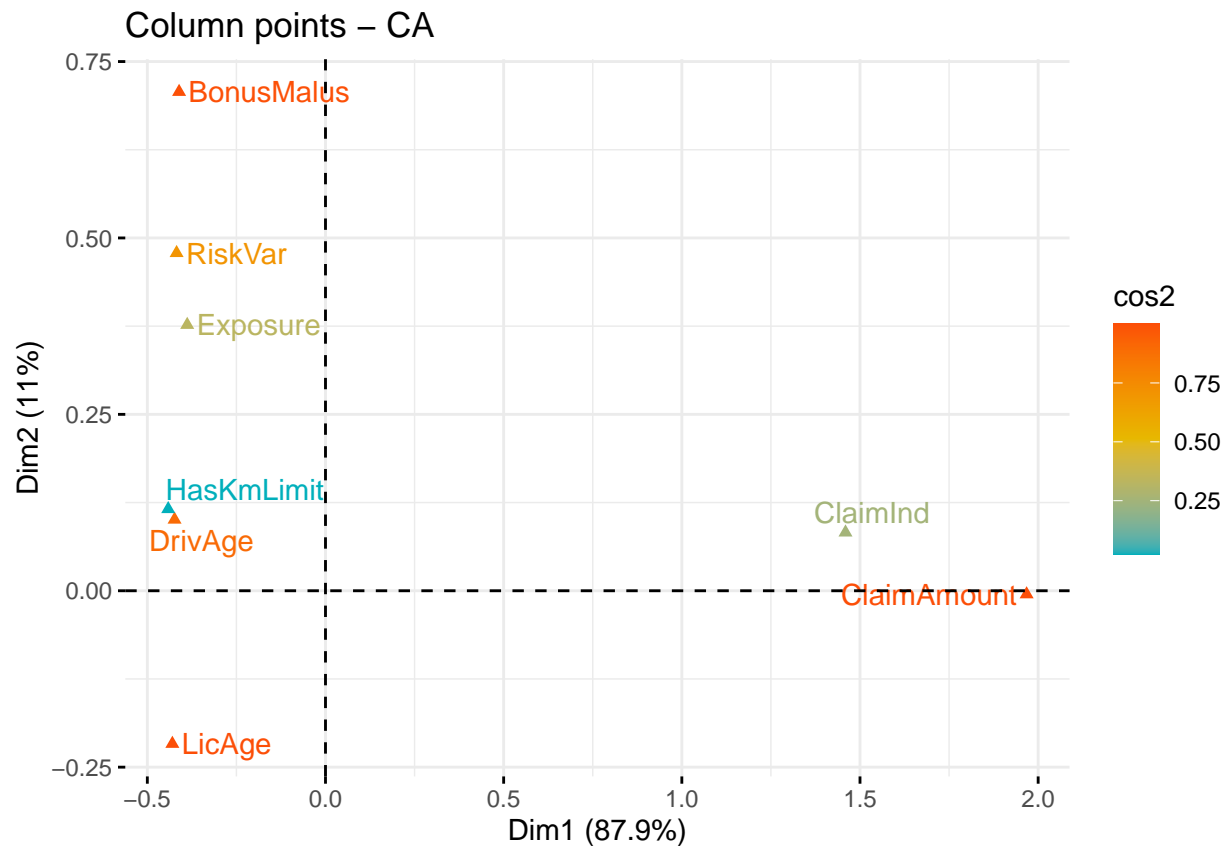
Selon le graphique ci-dessus, seule la dimension 1 doit être considérée pour l'interprétation de la solution. La dimension 2 explique seulement 11% de l'inertie totale, ce qui est inférieur à la valeur moyenne des axes (12,5%) et trop petit pour être éventuellement conservé pour une analyse plus approfondie.

La dimension 1 explique environ 87,9% de l'inertie totale. Plus la rétention est élevée, plus la subtilité contenue dans les données d'origine est conservée dans la solution de l'AFC à faible dimension.

2.5.2.3 Les variables colonnes

La fonction `get_ca_col()` sert à extraire les résultats pour les colonnes. Cette fonction renvoie une liste contenant les coordonnées, le cos2, la contribution et l'inertie des colonnes.

Pour visualiser la qualité et la contribution des colonnes dans notre tableau de données, on peut utiliser la fonction `fviz_ca_col()`. Voici ce qu'elle affiche :



Comme pour l'ACP, on constate que 5 variables sont plutôt bien représentées. En effet, les colonnes LicAge, DrivAge, ClaimAmount, BonusMalus et RiskVar sont les variables les mieux représentées.

3 GLM

Les modèles linéaires généralisés aussi appelés GLM sont une extension des modèles linéaires classiques.

Cependant les modèles linéaires classiques sont utilisés uniquement lorsque la variable réponse est de type numérique continue. Or dans le cas que nous étudions, nous allons principalement utiliser des variables binaires avec lesquelles nous devons utiliser la loi de Bernoulli. De ce fait l'erreur qui résulte de notre modèle linéaire classique ne peut donc pas suivre une loi normale de moyenne nulle et de variance constante, nos résultats étant soit 0 ou 1.

Un GLM est composé de trois éléments : 1. Un prédicteur linéaire 2. Une fonction de lien 3. Une structure des erreurs

Les prédicteurs linéaires sont un ensemble de variables prédictives induisant une variable dépendante que l'on nomme réponse.

$$\eta = \sum_{j=1}^p \beta_j X_{ij}$$

La fonction de lien est une transformation par une fonction mathématique de la prédiction moyenne. Il s'agit donc d'une fonction qui transforme les valeurs du prédicteur linéaire. G étant ici notre fonction lien

$$g(\eta_y) = \sum_{j=1}^p \beta_j X_{ij}$$

Le but d'une fonction de lien est primordial dans notre exemple, celle-ci va contraindre les valeurs prédites dans l'échelle des valeurs observées. On comprendra alors que cette fonction lien nous est nécessaire pour pouvoir analyser nos variables binaires.

Enfin la structure des erreurs va donc devoir être adaptée par rapport à nos modèles linéaires classique afin qu'ils puissent correspondre à nos nouvelles données. Pour cela il existe plusieurs lois comme la loi de Poisson ou la loi Binomiale nous offrant une distribution des erreurs et des réponses qui seront différents.

La loi de Poisson est principalement utilisée lorsqu'il s'agit de problèmes de comptage (nombre de poissons dans une rivière, nombre de buts marqués dans une saison etc.)

Lorsque les données sont continues, nous pouvons donc utiliser une distribution Gaussienne, mais il existe également des distributions Binomiales négatives qui a pour but de modéliser des variables de comptage lorsque celles-ci sont sur-dispersées

Ainsi, dans notre cas les distribution de Poisson ou binomiale négative peuvent être utiliser pour représenter les fréquences des sinistres

Et Gamma et Inverse gauss pour représenter la sévérité des sinistres

3.1 Fréquence des sinistres

3.1.1 Présentation des lois utilisables

3.1.2 Exécution du GLM sur notre tableau freMPL2

Test du modèle GLM avec la loi de Poisson :

```
#calibration d'une loi de Poisson
glm1 <- glm(ClaimInd~DrivAge+VehAge+VehUsage+BonusMalus+VehBody+VehMaxSpeed, offset = log(Exposure), family = poisson)
summary(glm1)
```

```
##
## Call:
## glm(formula = ClaimInd ~ DrivAge + VehAge + VehUsage + BonusMalus +
##      VehBody + VehMaxSpeed, family = poisson("log"), data = freMPL2,
##      offset = log(Exposure))
##
## Deviance Residuals:
##      Min       1Q   Median       3Q      Max
## -0.7406  -0.3540  -0.2683  -0.1758   3.5785
##
## Coefficients:
##              Estimate Std. Error z value Pr(>|z|)
## (Intercept)    -1.451769    0.299832  -4.842 1.29e-06 ***
## DrivAge(20,25]    -0.572739    0.239860  -2.388 0.016949 *
## DrivAge(25,30]    -0.869588    0.232667  -3.737 0.000186 ***
## DrivAge(30,35]    -0.819072    0.231959  -3.531 0.000414 ***
## DrivAge(35,40]    -0.745800    0.232851  -3.203 0.001360 **
```

```
## DrivAge(40,45] -0.842333 0.235696 -3.574 0.000352 ***
## DrivAge(45,50] -0.936159 0.236941 -3.951 7.78e-05 ***
## DrivAge(50,55] -0.920040 0.236138 -3.896 9.77e-05 ***
## DrivAge(55,60] -0.847122 0.237082 -3.573 0.000353 ***
## DrivAge(60,65] -0.786225 0.244622 -3.214 0.001309 **
## DrivAge(65,70] -0.775962 0.254946 -3.044 0.002337 **
## DrivAge(70,75] -1.011553 0.270779 -3.736 0.000187 ***
## DrivAge(75,80] -1.418121 0.316862 -4.476 7.62e-06 ***
## DrivAge(80,104] -0.677142 0.293429 -2.308 0.021017 *
## VehAge1 -0.098937 0.099875 -0.991 0.321874
## VehAge10+ -0.230448 0.085593 -2.692 0.007095 **
## VehAge2 0.023017 0.095496 0.241 0.809536
## VehAge3 0.005242 0.100133 0.052 0.958247
## VehAge4 -0.055284 0.102154 -0.541 0.588384
## VehAge5 -0.040324 0.105113 -0.384 0.701252
## VehAge6-7 -0.140546 0.099284 -1.416 0.156894
## VehAge8-9 -0.100558 0.099237 -1.013 0.310909
## VehUsageprivée et trajet vers bureau 0.138089 0.054904 2.515 0.011899 *
## VehUsageprofessionnel 0.190700 0.068017 2.804 0.005051 **
## VehUsagetrajet professionnel 0.161592 0.176992 0.913 0.361246
## BonusMalus(100,350] 0.504666 0.093149 5.418 6.03e-08 ***
## VehBodymicrovan 0.107266 0.165941 0.646 0.518013
## VehBodyautobus -0.189304 0.374354 -0.506 0.613080
## VehBodycoupé -0.011214 0.158709 -0.071 0.943670
## VehBodyautre microvan -0.003269 0.159403 -0.021 0.983636
## VehBodyberline -0.112103 0.120714 -0.929 0.353061
## VehBodySUV 0.134478 0.149639 0.899 0.368820
## VehBodybreak -0.445587 0.167322 -2.663 0.007744 **
## VehBodycamionnette 0.209691 0.155274 1.350 0.176868
## VehMaxSpeed130-140 km/h -0.052937 0.167987 -0.315 0.752667
## VehMaxSpeed140-150 km/h -0.017114 0.160254 -0.107 0.914955
## VehMaxSpeed150-160 km/h 0.109537 0.153027 0.716 0.474113
## VehMaxSpeed160-170 km/h 0.006457 0.154812 0.042 0.966729
## VehMaxSpeed170-180 km/h 0.116861 0.155896 0.750 0.453492
## VehMaxSpeed180-190 km/h -0.079147 0.162400 -0.487 0.626004
## VehMaxSpeed190-200 km/h 0.097111 0.163630 0.593 0.552859
## VehMaxSpeed200-220 km/h 0.063538 0.166487 0.382 0.702729
## VehMaxSpeed220+ km/h 0.277671 0.171568 1.618 0.105571
```

```
## ---
## Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

```
## (Dispersion parameter for poisson family taken to be 1)
```

```
## Null deviance: 12564 on 47496 degrees of freedom
```

```
## Residual deviance: 12410 on 47454 degrees of freedom
```

```
## AIC: 16764
```

```
##
```

```
## Number of Fisher Scoring iterations: 6
```

```
#glm1$aic
#glm1$null.deviance
#glm1$deviance
#glm1$iter
predict1 <- predict(glm1, freMPL2, type = 'response')
```

```
recap1 <- data.frame(ClaimInd = freMPL2$ClaimInd,
                     Predict_ClaimInd = predict1,
                     difference = abs(freMPL2$ClaimInd- predict1))
head(recap1,10)
```

```
##      ClaimInd Predict_ClaimInd difference
## 1          0      0.05426268 0.05426268
## 2          0      0.03828256 0.03828256
## 3          0      0.06060942 0.06060942
## 4          0      0.02965685 0.02965685
## 5          0      0.01052081 0.01052081
## 6          0      0.04753376 0.04753376
## 7          1      0.06880799 0.93119201
## 8          0      0.06867037 0.06867037
## 9          0      0.02019737 0.02019737
## 10         0      0.05467572 0.05467572
```

```
recap1[recap1$difference<0.5 & recap1$ClaimInd == 1,]
```

```
## [1] ClaimInd      Predict_ClaimInd difference
## <0 rows> (or 0-length row.names)
```

Ce modèle ne fonctionne pas pour prédire les ClaimInd égaux à 1

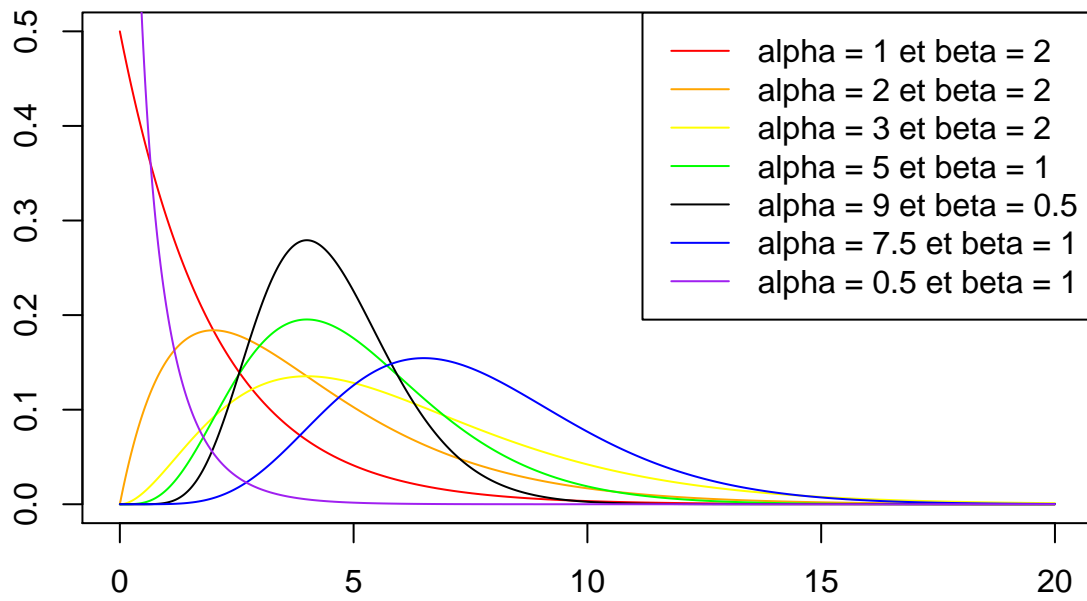
Le résumé de notre modèle révèle des informations intéressantes. La performance d'une régression logistique est évaluée avec des métriques clés spécifiques : - AIC (Critère d'information d'Akaike): Il mesure l'ajustement lorsqu'une pénalité est appliquée au nombre de paramètres. Des valeurs AIC plus petites indiquent que le modèle est plus proche de la vérité. - Null deviance : Il s'agit de la déviance du modèle nul, c'est-à-dire qu'il est caractérisé par aucun facteur. - Residual deviance : Il s'agit de la déviance du modèle avec toutes les variables. - Number of Fisher Scoring iterations : Il s'agit du nombre d'itérations avant la convergence.

3.2 Sévérité des sinistres

3.2.1 Présentation des lois utilisables

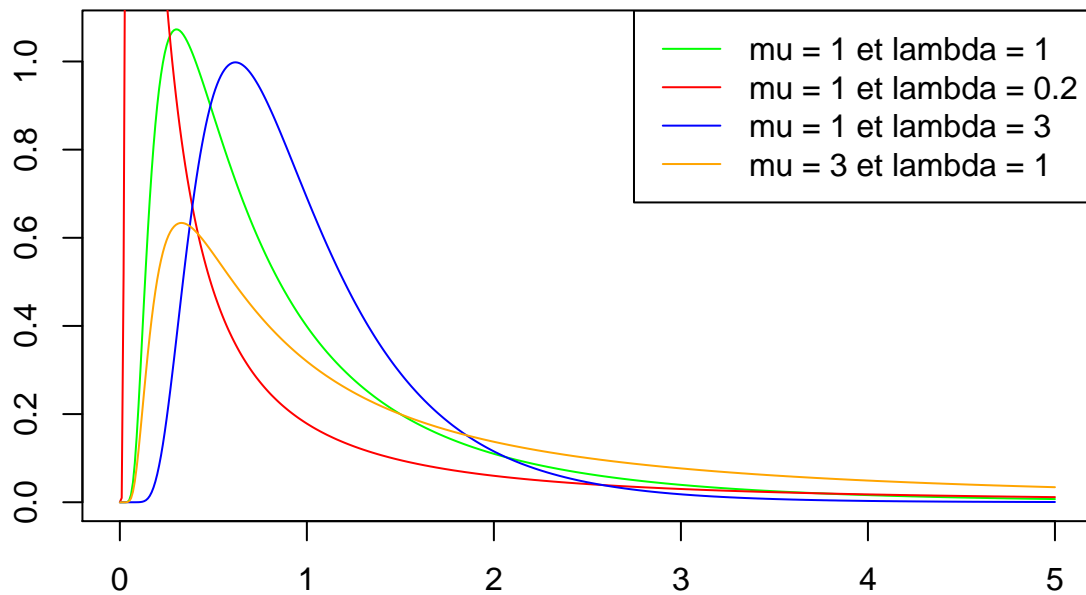
3.2.1.1 loi de gamma (ou d'Euler)

distribution de loi gamma



3.2.1.2 Inverse gauss

distribution de loi inverse gaussienne



```
##
## Call:
## glm(formula = ClaimAmount ~ DrivAge + VehAge + VehUsage + BonusMalus +
##      VehBody + VehMaxSpeed, family = poisson(link = "log"), data = freMPL2,
##      offset = ClaimInd)
##
## Deviance Residuals:
##      Min       1Q   Median       3Q      Max
## -76.73  -13.41  -10.78   -8.93   875.26
##
## Coefficients:
##              Estimate Std. Error z value Pr(>|z|)
## (Intercept)      5.456643   0.007017   777.652 <2e-16 ***
## DrivAge(20,25]    -0.424181   0.005738  -73.923 <2e-16 ***
## DrivAge(25,30]    -0.973242   0.005656 -172.068 <2e-16 ***
## DrivAge(30,35]    -1.064342   0.005651 -188.360 <2e-16 ***
## DrivAge(35,40]    -0.303377   0.005570  -54.468 <2e-16 ***
## DrivAge(40,45]    -0.809725   0.005685 -142.422 <2e-16 ***
## DrivAge(45,50]    -1.177359   0.005798 -203.072 <2e-16 ***
## DrivAge(50,55]    -1.004243   0.005742 -174.880 <2e-16 ***
## DrivAge(55,60]    -0.609482   0.005697 -106.984 <2e-16 ***
## DrivAge(60,65]    -0.576607   0.005887  -97.942 <2e-16 ***
## DrivAge(65,70]    -0.467455   0.006060  -77.134 <2e-16 ***
## DrivAge(70,75]    -0.787713   0.006473 -121.685 <2e-16 ***
## DrivAge(75,80]    -1.756620   0.008901 -197.342 <2e-16 ***
## DrivAge(80,104]    0.092281   0.006397   14.426 <2e-16 ***
```

```

## VehAge1                0.329440    0.002300   143.255    <2e-16 ***
## VehAge10+              -0.147633    0.002128   -69.363    <2e-16 ***
## VehAge2                 0.420784    0.002251   186.928    <2e-16 ***
## VehAge3                 0.208768    0.002397    87.085    <2e-16 ***
## VehAge4                 0.130719    0.002472    52.884    <2e-16 ***
## VehAge5                 0.805306    0.002168   371.458    <2e-16 ***
## VehAge6-7              -0.032855    0.002438   -13.478    <2e-16 ***
## VehAge8-9              -0.205910    0.002566   -80.249    <2e-16 ***
## VehUsageprivée et trajet vers bureau 0.173977    0.001266   137.379    <2e-16 ***
## VehUsageprofessionnel   0.249854    0.001522   164.168    <2e-16 ***
## VehUsagetrajet professionnel -0.096946    0.004608   -21.037    <2e-16 ***
## BonusMalus(100,350]    0.996682    0.001638   608.318    <2e-16 ***
## VehBodymicrovan        1.077846    0.003330   323.654    <2e-16 ***
## VehBodyautobus         -0.479404    0.009816   -48.841    <2e-16 ***
## VehBodycoupé           -0.136407    0.003936   -34.655    <2e-16 ***
## VehBodyautre microvan   0.238155    0.003566    66.777    <2e-16 ***
## VehBodyberline         -0.198333    0.002929   -67.716    <2e-16 ***
## VehBodySUV             -0.003896    0.003591    -1.085     0.278
## VehBodybreak           -0.257014    0.003834   -67.030    <2e-16 ***
## VehBodycamionnette      0.212400    0.003678    57.745    <2e-16 ***
## VehMaxSpeed130-140 km/h -0.910847    0.003628  -251.047    <2e-16 ***
## VehMaxSpeed140-150 km/h -0.547519    0.003201  -171.020    <2e-16 ***
## VehMaxSpeed150-160 km/h -0.639480    0.003051  -209.598    <2e-16 ***
## VehMaxSpeed160-170 km/h -0.614308    0.003054  -201.139    <2e-16 ***
## VehMaxSpeed170-180 km/h -0.295551    0.003043   -97.128    <2e-16 ***
## VehMaxSpeed180-190 km/h -1.092236    0.003359  -325.157    <2e-16 ***
## VehMaxSpeed190-200 km/h -0.624298    0.003331  -187.439    <2e-16 ***
## VehMaxSpeed200-220 km/h -0.726016    0.003448  -210.556    <2e-16 ***
## VehMaxSpeed220+ km/h   -0.501455    0.003596  -139.461    <2e-16 ***
## ---
## Signif. codes:  0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
##
## (Dispersion parameter for poisson family taken to be 1)
##
## Null deviance: 25385264 on 47496 degrees of freedom
## Residual deviance: 23249752 on 47454 degrees of freedom
## AIC: Inf
##
## Number of Fisher Scoring iterations: 8

## ClaimAmount Predict_ClaimAmount difference
## 1          0          97.38378  97.38378
## 2          0          67.96897  67.96897
## 3          0          74.46994  74.46994
## 4          0         210.30779  210.30779
## 5          0         136.20994  136.20994
## 6          0         136.20994  136.20994
## 7         1204         263.98761  940.01239
## 8          0          97.11561  97.11561
## 9          0          41.29664  41.29664
## 10         0         102.21140  102.21140

```

3.2.2 Calcul de la prime pure

Soit X le coût monétaire au risque

Selon le modèle général, $X = \text{SOMME de } 1 \text{ à } N \text{ des } B_k$

où N correspond au nombre de sinistres et B_k correspond au montant de sinistres

Autrement dit, N représente la fréquence (variable discrète) et B_k la sévérité (variable continue positive)

En admettant que la fréquence n'a pas d'influence sur la sévérité et que les montants des sinistres ont le même comportement aléatoire, on a : $E(X) = E(N).E(B)$ (prime pure).

Comment calculer $E(N)$? Comment calculer $E(B)$?

4 Bibliographie

4.1 Internet

- Pour la documentation R : <https://www.rdocumentation.org/>
- Pour l'analyse en composantes principales : <http://www.sthda.com/french/articles/38-methodes-des-composantes-principales-dans-r-guide-pratique/73-acp-analyse-en-composantes-principales-avec-r-l-essentiel/>
- Pour l'analyse factorielle des correspondances : <http://www.sthda.com/french/articles/38-methodes-des-composantes-principales-dans-r-guide-pratique/74-afc-analyse-factorielle-des-correspondances-avec-r-l-essentiel/>

4.2 Littérature

5 Annexes

5.1 Affichage de l'implémentation de la fonction `nettoyage_dataframe` :

```
nettoyage_dataframe <- function(dt){  
  
  # Suppression des données des individus assurés moins d'un jour (Exposure)  
  dt <- subset(dt,dt$Exposure>1/365.25)  
  
  # Modification des données des individus ayant un ClaimAmount négatif  
  dt <- subset(dt,dt$ClaimAmount>=0)  
  
  # Suppression de la colonne associée au sexe de la personne et de ClaimInd  
  dt <- dt[,-6]  
  dt <- dt[,-21]  
  
  # Réduction du nombre de catégories socioprofessionnels  
  levels(dt$SocioCateg) <- c(levels(dt$SocioCateg), "CSP4", "CSP6",  
                             "CSP9")  
  for (i in 1:dim(dt)[1]){  
    if (dt$SocioCateg[i]%in%c("CSP1","CSP16","CSP18","CSP19")){  
      dt$SocioCateg[i]<-"CSP1"  
    }  
    if (dt$SocioCateg[i]%in%c("CSP2", "CSP20", "CSP21", "CSP22", "CSP23",
```

```

                                "CSP25", "CSP26", "CSP27", "CSP28"))){
  dt$SocioCateg[i] <- "CSP2"
}
if (dt$SocioCateg[i] %in% c("CSP3", "CSP30", "CSP31", "CSP32", "CSP33",
                             "CSP35", "CSP36", "CSP37", "CSP38", "CSP39")){
  dt$SocioCateg[i] <- "CSP3"
}
if (dt$SocioCateg[i] %in% c("CSP40", "CSP41", "CSP42", "CSP43", "CSP46",
                             "CSP47", "CSP48", "CSP49")){
  dt$SocioCateg[i] <- "CSP4"
}
if (dt$SocioCateg[i] %in% c("CSP5", "CSP50", "CSP51", "CSP55", "CSP56",
                             "CSP57", "CSP59")){
  dt$SocioCateg[i] <- "CSP5"
}
if (dt$SocioCateg[i] %in% c("CSP6", "CSP60", "CSP61", "CSP62", "CSP63",
                             "CSP65", "CSP66")){
  dt$SocioCateg[i] <- "CSP6"
}
if (dt$SocioCateg[i] %in% c("CSP7", "CSP70", "CSP73", "CSP74", "CSP77")){
  dt$SocioCateg[i] <- "CSP7"
}
if (dt$SocioCateg[i] %in% c("CSP9", "CSP91")){
  dt$SocioCateg[i] <- "CSP9"
}
}
dt$SocioCateg <- droplevels(dt$SocioCateg)

# Traduction des données (VehBody, MariStat, VehUsage, VehEngine, VehEnergy, Garage)
for (i in 1:dim(dt)[2]){
  # Type de véhicules
  if (colnames(dt)[i] == "VehBody"){
    levels(dt$VehBody) <- c(levels(dt$VehBody), "autobus", "coupé",
                             "autre microvan", "berline", "SUV", "break",
                             "camionnette")
    dt$VehBody[dt$VehBody == "bus"] <- "autobus"
    dt$VehBody[dt$VehBody == "coupe"] <- "coupé"
    dt$VehBody[dt$VehBody == "other microvan"] <- "autre microvan"
    dt$VehBody[dt$VehBody == "sedan"] <- "berline"
    dt$VehBody[dt$VehBody == "sport utility vehicle"] <- "SUV"
    dt$VehBody[dt$VehBody == "station wagon"] <- "break"
    dt$VehBody[dt$VehBody == "van"] <- "camionnette"
    dt$VehBody <- droplevels(dt$VehBody)
  }
  # Statut marital
  if (colnames(dt)[i] == "MariStat"){
    levels(dt$MariStat) <- c(levels(dt$MariStat), "célibataire", "autre")
    dt$MariStat[dt$MariStat == "Alone"] <- "célibataire"
    dt$MariStat[dt$MariStat == "Other"] <- "autre"
    dt$MariStat <- droplevels(dt$MariStat)
  }
  # Utilisation du véhicule
  if (colnames(dt)[i] == "VehUsage"){
    levels(dt$VehUsage) <- c(levels(dt$VehUsage), "privée",

```

```

                                "privée et trajet vers bureau", "professionnel",
                                "trajet professionnel" )
dt$VehUsage[dt$VehUsage == "Private"]<-"privée"
dt$VehUsage[dt$VehUsage == "Private+trip to office"]<-
"privée et trajet vers bureau"
dt$VehUsage[dt$VehUsage == "Professional"]<-"professionnel"
dt$VehUsage[dt$VehUsage == "Professional run"]<-
"trajet professionnel"
dt$VehUsage <- droplevels(dt$VehUsage)
}
# Moteur du véhicule
if (colnames(dt)[i]=="VehEngine"){
  levels(dt$VehEngine) <- c(levels(dt$VehEngine),
                             "injection directe surpuissante",
                             "électrique", "injection surpuissante")
  dt$VehEngine[dt$VehEngine == "direct injection overpowered"]<-
"injection directe surpuissante"
  dt$VehEngine[dt$VehEngine == "electric"]<-"électrique"
  dt$VehEngine[dt$VehEngine == "injection overpowered"]<-
"injection surpuissante"
  dt$VehEngine <- droplevels(dt$VehEngine)
}
# Energie utilisée par le véhicule
if (colnames(dt)[i]=="VehEnergy"){
  levels(dt$VehEnergy) <- c(levels(dt$VehEnergy), "électrique", "essence")
  dt$VehEnergy[dt$VehEnergy == "regular"]<-"essence"
  dt$VehEnergy[dt$VehEnergy == "eletric"]<-"électrique"
  dt$VehEnergy <- droplevels(dt$VehEnergy)
}
# Garage
if (colnames(dt)[i]=="Garage"){
  levels(dt$Garage) <- c(levels(dt$Garage), "aucun", "garage indépendant",
                         "concessionnaire")
  dt$Garage[dt$Garage == "None"]<-"aucun"
  dt$Garage[dt$Garage == "Private garage"]<-"garage indépendant"
  dt$Garage[dt$Garage == "Collective garage"]<-"concessionnaire"
  dt$Garage <- droplevels(dt$Garage)
}
}
return (dt)
}

```

5.2 Affichage d'un exemple d'exécution de la fonction describe du package Hmisc

```

## freMPL2
##
## 21 Variables      47497 Observations
## -----
## Exposure
##      n missing distinct    Info    Mean    Gmd    .05    .10
## 47497      0      755    0.999    0.437    0.3222    0.047    0.083
##    .25    .50    .75    .90    .95

```

```

##      0.187      0.416      0.666      0.833      0.916
##
## lowest : 0.003 0.005 0.006 0.008 0.009, highest: 0.994 0.996 0.997 0.998 1.000
## -----
## LicAge
##      n missing distinct      Info      Mean      Gmd      .05      .10
##    47497      0      809      1    274.2    182.7      60      86
##      .25      .50      .75      .90      .95
##      141      246      396      500      566
##
## lowest : 0 1 2 3 4, highest: 887 912 914 930 940
## -----
## RecordBeg
##      n missing distinct      Info      Mean      Gmd      .05
##    47497      0      365    0.937 2004-04-19    128.7 2004-01-01
##      .10      .25      .50      .75      .90      .95
## 2004-01-01 2004-01-01 2004-03-11 2004-07-26 2004-10-29 2004-12-01
##
## lowest : 2004-01-01 2004-01-02 2004-01-03 2004-01-04 2004-01-05
## highest: 2004-12-26 2004-12-27 2004-12-28 2004-12-29 2004-12-30
## -----
## RecordEnd
##      n missing distinct      Info      Mean      Gmd      .05
##    25388    22109      364    0.999 2004-07-04    113.7 2004-02-01
##      .10      .25      .50      .75      .90      .95
## 2004-02-25 2004-04-07 2004-07-01 2004-10-01 2004-11-23 2004-12-01
##
## lowest : 2004-01-03 2004-01-04 2004-01-05 2004-01-06 2004-01-07
## highest: 2004-12-27 2004-12-28 2004-12-29 2004-12-30 2004-12-31
## -----
## VehAge
##      n missing distinct
##    47497      0      9
##
## lowest : 0 1 10+ 2 3 , highest: 3 4 5 6-7 8-9
##
## Value      0 1 10+ 2 3 4 5 6-7 8-9
## Frequency 4313 3987 14347 4140 3760 3658 3412 4909 4971
## Proportion 0.091 0.084 0.302 0.087 0.079 0.077 0.072 0.103 0.105
## -----
## MariStat
##      n missing distinct
##    47497      0      2
##
## Value      célibataire      autre
## Frequency      13690      33807
## Proportion      0.288      0.712
## -----
## SocioCateg
##      n missing distinct
##    47497      0      8
##
## lowest : CSP1 CSP2 CSP3 CSP5 CSP6, highest: CSP5 CSP6 CSP7 CSP9 CSP4
##

```

```

## Value      CSP1  CSP2  CSP3  CSP5  CSP6  CSP7  CSP9  CSP4
## Frequency  2366  1721   918 32894  5731   80    9  3778
## Proportion 0.050 0.036 0.019 0.693 0.121 0.002 0.000 0.080
## -----
## VehUsage
##      n  missing distinct
##  47497      0      4
##
## Value                  privée privée et trajet vers bureau
## Frequency                16785                22051
## Proportion                0.353                0.464
##
## Value                  professionnel      trajet professionnel
## Frequency                7958                703
## Proportion                0.168                0.015
## -----
## DrivAge
##      n  missing distinct      Info      Mean      Gmd      .05      .10
##  47497      0      83      1    44.48    16.61     25     27
##      .25      .50      .75      .90      .95
##      32      42      55      65      72
##
## lowest :  18  19  20  21  22, highest:  96  97  98 102 103
## -----
## HasKmLimit
##      n  missing distinct      Info      Sum      Mean      Gmd
##  47497      0      2    0.353    6468    0.1362    0.2353
##
## -----
## BonusMalus
##      n  missing distinct      Info      Mean      Gmd      .05      .10
##  47497      0    108    0.954     69    21.99     50     50
##      .25      .50      .75      .90      .95
##      50      64      85    100    100
##
## lowest :  50  51  52  53  54, highest: 220 230 256 258 272
## -----
## VehBody
##      n  missing distinct
##  47497      0      9
##
## lowest : cabriolet      microvan      autobus      coupé      autre microvan
## highest: autre microvan berline      SUV      break      camionnette
##
## cabriolet (1506, 0.032), microvan (1458, 0.031), autobus (220, 0.005), coupé
## (1761, 0.037), autre microvan (1837, 0.039), berline (34051, 0.717), SUV (1974,
## 0.042), break (2231, 0.047), camionnette (2459, 0.052)
## -----
## VehPrice
##      n  missing distinct
##  47497      0      27
##
## lowest : A  B  C  D  E , highest: W  X  Y  Z  Z1
## -----

```



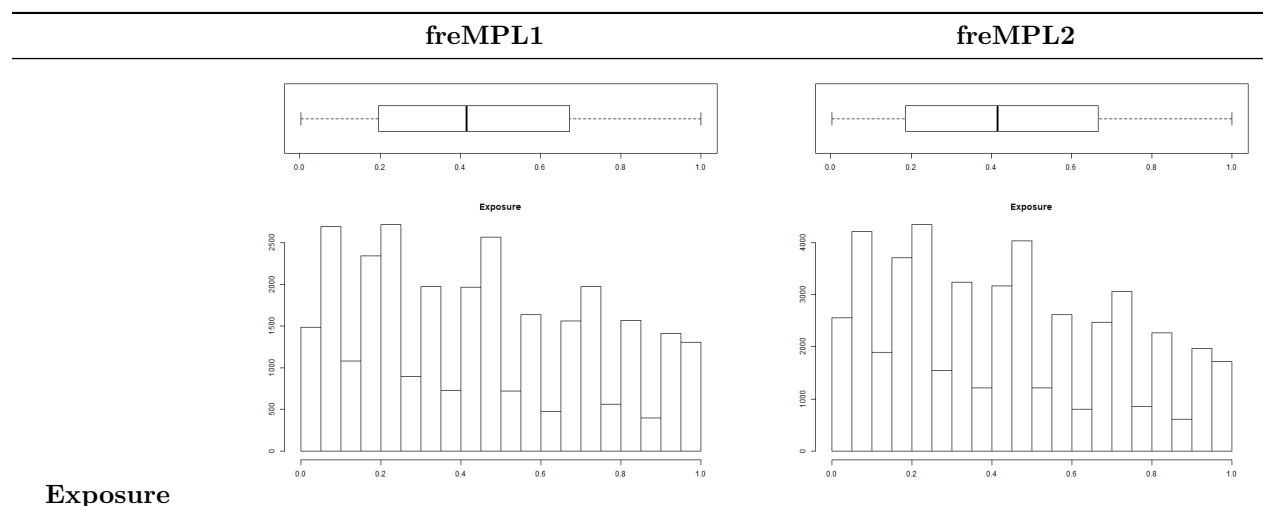
```

## VehEngine
##      n missing distinct
##    47497      0      6
##
## lowest : carburation          GPL          injection
## highest: GPL                injection      injection directe surpuissant
##
## carburation (6513, 0.137), GPL (2, 0.000), injection (30663, 0.646), injection
## directe surpuissante (6554, 0.138), électrique (6, 0.000), injection
## surpuissante (3759, 0.079)
## -----
## VehEnergy
##      n missing distinct
##    47497      0      4
##
## Value      diesel      GPL électrique      essence
## Frequency    13521         2         6      33968
## Proportion    0.285      0.000      0.000      0.715
## -----
## VehMaxSpeed
##      n missing distinct
##    47497      0      10
##
## lowest : 1-130 km/h  130-140 km/h 140-150 km/h 150-160 km/h 160-170 km/h
## highest: 170-180 km/h 180-190 km/h 190-200 km/h 200-220 km/h 220+ km/h
##
## Value      1-130 km/h 130-140 km/h 140-150 km/h 150-160 km/h 160-170 km/h
## Frequency    1256      2286      4073      7075      7915
## Proportion    0.026      0.048      0.086      0.149      0.167
##
## Value      170-180 km/h 180-190 km/h 190-200 km/h 200-220 km/h 220+ km/h
## Frequency    7933      5795      4567      3998      2599
## Proportion    0.167      0.122      0.096      0.084      0.055
## -----
## VehClass
##      n missing distinct
##    47497      0      6
##
## lowest : 0  A  B  H  M1, highest: A  B  H  M1 M2
##
## Value      0  A  B  H  M1  M2
## Frequency  1901 4140 15229 7034 11756 7437
## Proportion 0.040 0.087 0.321 0.148 0.248 0.157
## -----
## RiskVar
##      n missing distinct      Info      Mean      Gmd      .05      .10
##    47497      0      20      0.994      13.51      5.238      4      7
##      .25      .50      .75      .90      .95
##      11      15      17      19      20
##
## lowest : 1  2  3  4  5, highest: 16 17 18 19 20
##
## Value      1  2  3  4  5  6  7  8  9  10  11
## Frequency  590 501 754 700 1154 1041 1889 1630 1361 1513 2934

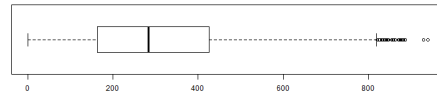
```

```
## Proportion 0.012 0.011 0.016 0.015 0.024 0.022 0.040 0.034 0.029 0.032 0.062
##
## Value      12      13      14      15      16      17      18      19      20
## Frequency  2896  3172  2496  5434  5632  4047  3078  3270  3405
## Proportion 0.061 0.067 0.053 0.114 0.119 0.085 0.065 0.069 0.072
## -----
## ClaimAmount
##      n missing distinct      Info      Mean      Gmd      .05      .10
##  47497      0      873    0.129    86.83   170.3      0      0
##    .25    .50    .75    .90    .95
##      0      0      0      0      0
##
## lowest :      0.00      0.48      1.00      1.80      9.16
## highest: 57085.76 66892.58 80562.15 98152.44 120152.44
## -----
## Garage
##      n missing distinct
##  47497      0      3
##
## Value      aucun garage indépendant      concessionnaire
## Frequency      35092      4642      7763
## Proportion      0.739      0.098      0.163
## -----
## ClaimInd
##      n missing distinct      Info      Sum      Mean      Gmd
##  47497      0      2    0.129    2134  0.04493  0.08582
##
## -----
```

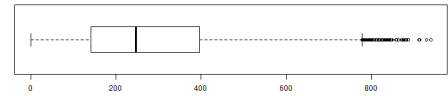
5.3 Affichage de l'ensemble des représentations graphiques



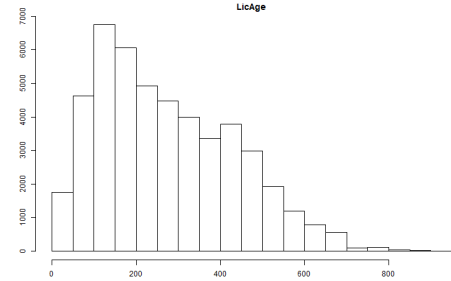
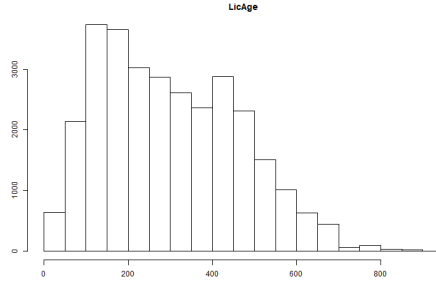
freMPL1



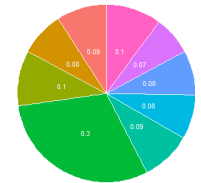
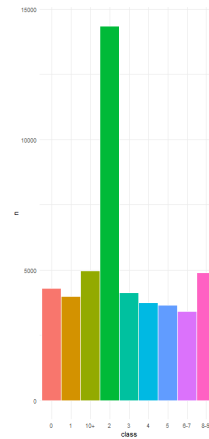
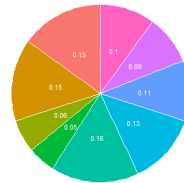
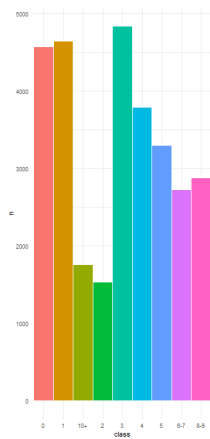
freMPL2



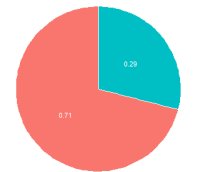
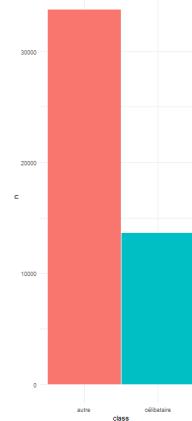
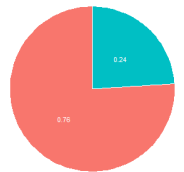
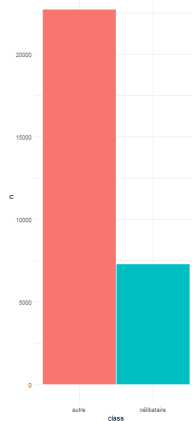
LicAge



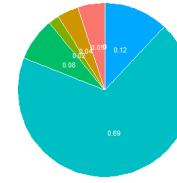
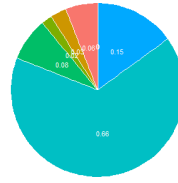
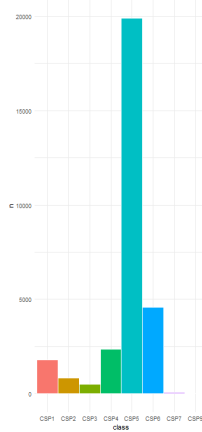
VehAge



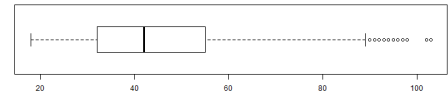
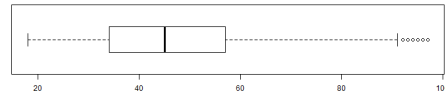
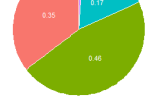
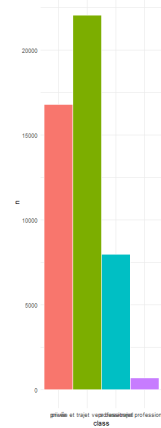
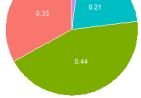
MariStat



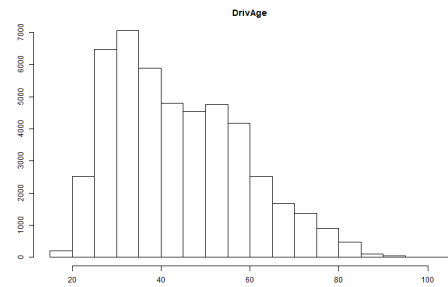
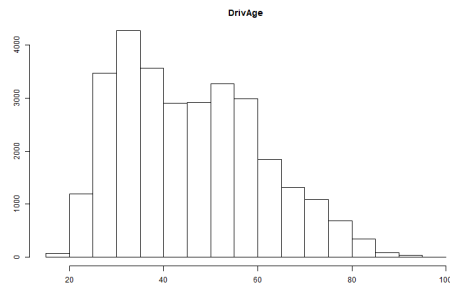
SocioCateg



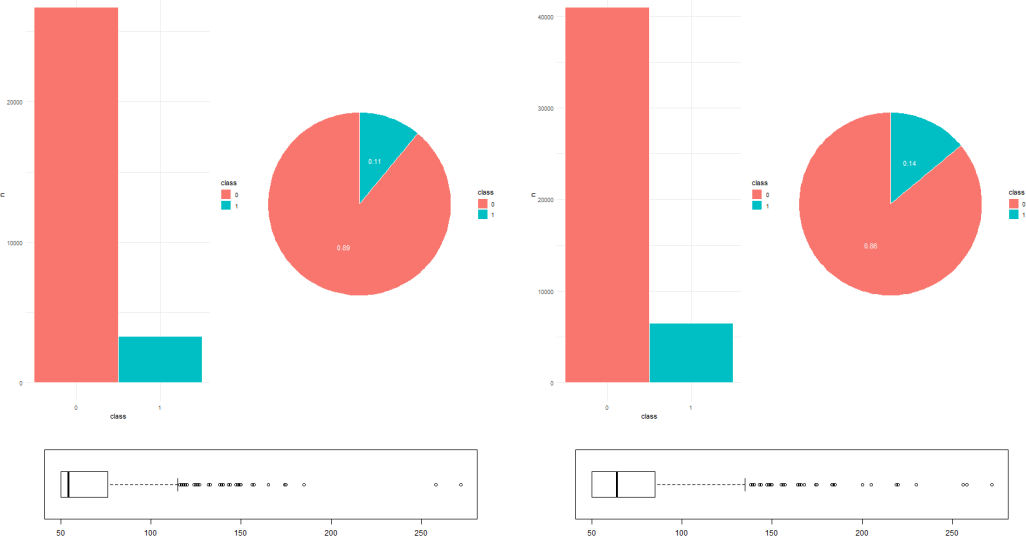
VehUsage



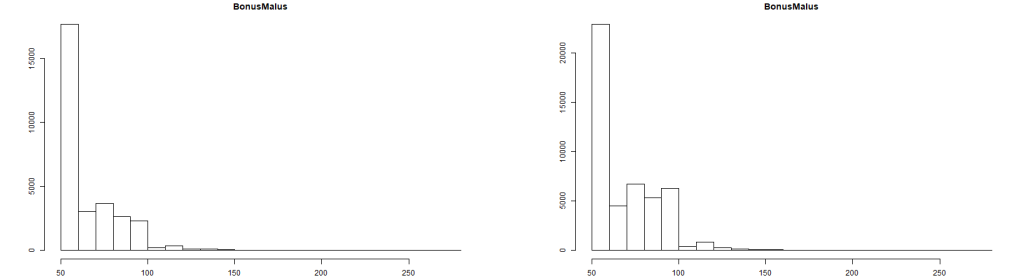
DrivAge



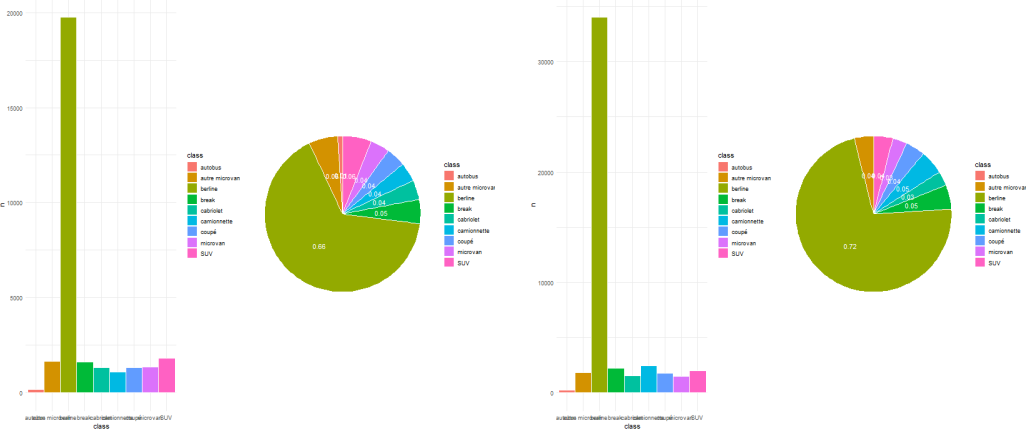
HasKMLimit



BonusMalus



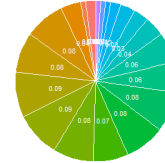
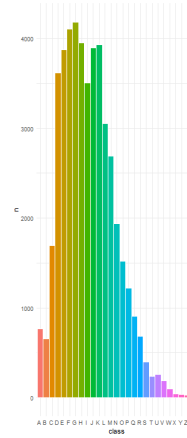
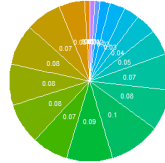
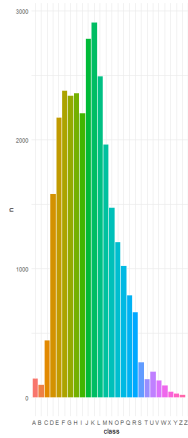
VehBody



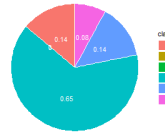
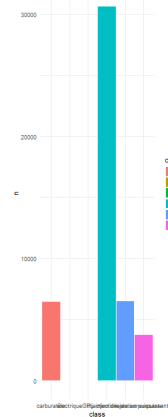
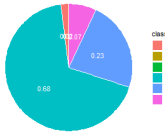
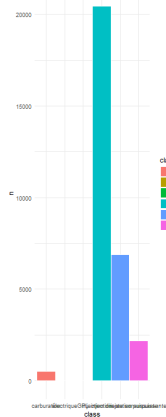
freMPL1

freMPL2

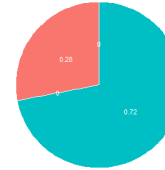
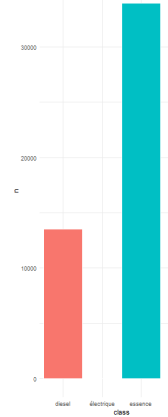
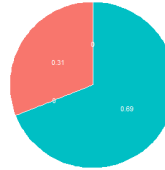
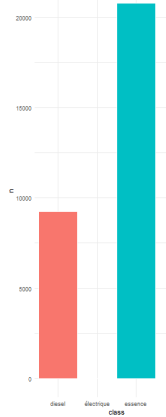
VehPrice



VehEngine



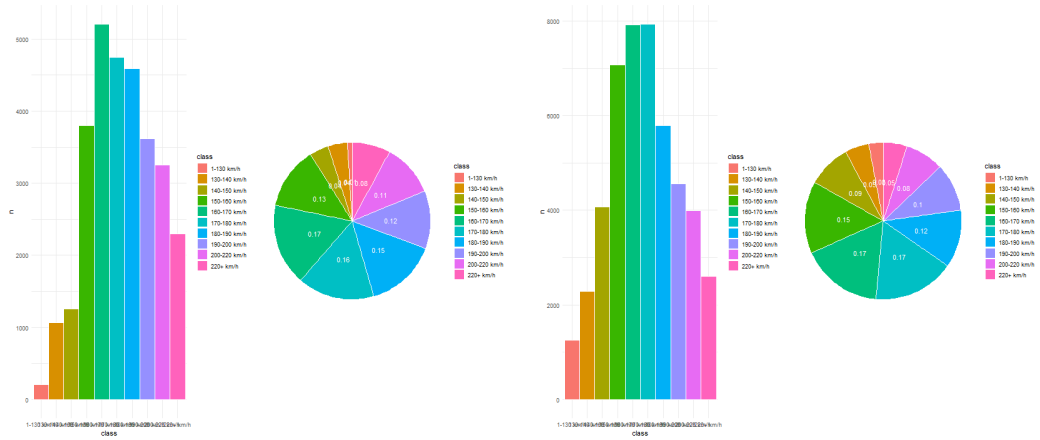
VehEnergy



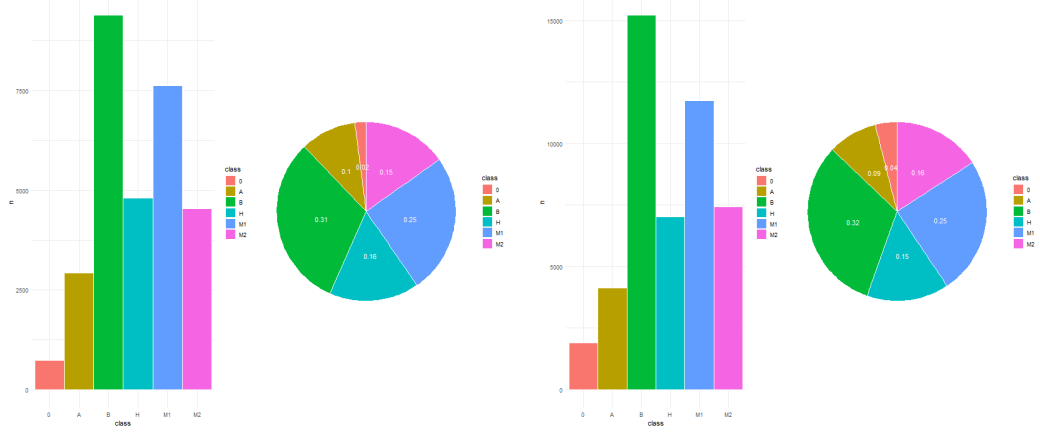
freMPL1

freMPL2

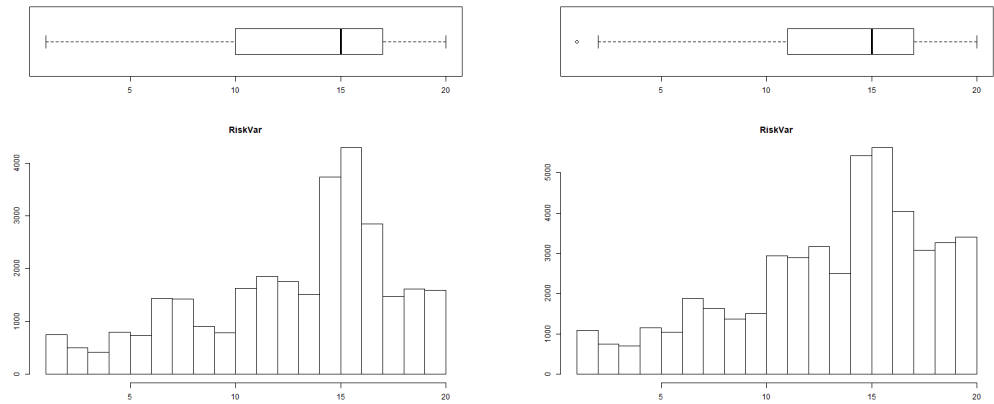
VehMaxSpeed



VehClass

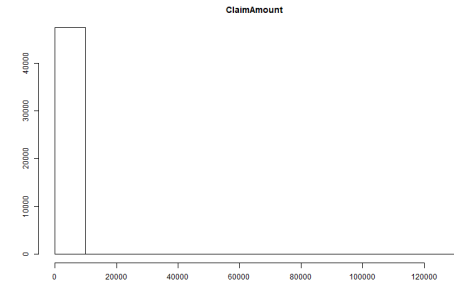
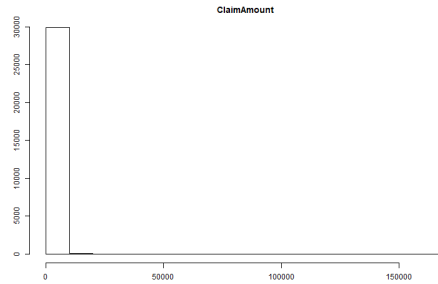
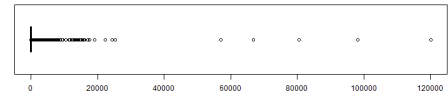


RiskVar

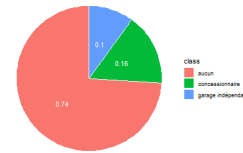
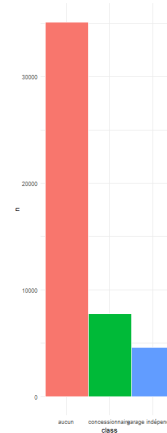
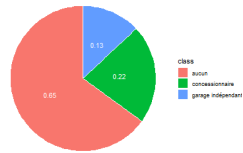


freMPL1

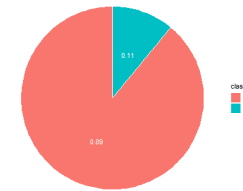
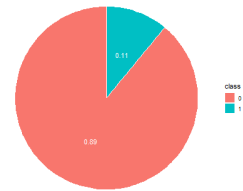
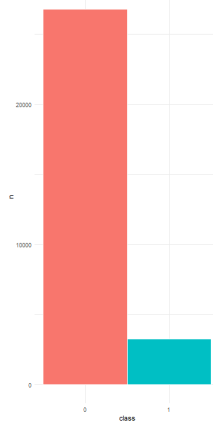
freMPL2



ClaimAmount



Garage



ClaimInd