Projet Actuariat

Solène Corre, Florentin Dehooghe, François Delhaye

$27~\mathrm{avril}~2020$

Table des matières

1	Pré	sentati	on du pr	ojet	2
2	Exp	oloratio	on des jeu	ax de données freMPL1 et freMPL2	2
	2.1	Premi	ère visualis	sation des jeux de données	2
	2.2	Netto	vage de doi	nnées	4
	2.3	Statist	iques desc	riptives	4
	2.4	Repré	sentations	graphiques des données	10
	2.5	Métho	des des co	mposantes principales	10
		2.5.1	Analyse e	en composantes principales (ACP)	10
			2.5.1.1	Calcul de l'ACP	10
			2.5.1.2	Analyse des résultats	11
		2.5.2	Analyse f	actorielle des correspondances (AFC)	18
			2.5.2.1	Calcul	18
			2.5.2.2	Analyse des résultats	19
3	GL	\mathbf{M}			21
	3.1	Qu'est	-ce qu'un	modèle linéaire généralisé (GLM) ?	21
	3.2	Modél	isation de	la fréquence et de la sévérité des sinistres par les GLM	22
		3.2.1	Fréquence	e des sinistres	22
		3.2.2	Sévérité d	les sinistres	24
		3.2.3	Justificat	ion des modèles	24
		3.2.4	Calcul de	la prime pure établi par le GLM	24
			3.2.4.1	Calcul de l'espérance du nombre de sinistres $(E(N))$	25
4	Bib	liograp	ohie		25
	4.1	Intern	et		25
	4.2	Littéra	ature		25

5	Anı	nexes	2!
	5.1	Affichage de l'implementation de la fonction nettoyage_dataframe :	2
	5.2	Affichage d'un exemple d'exécution de la fonction describe du package Hmisc $\dots \dots$	2
	5.3	Affichage de l'ensemble des représentations graphiques	3

1 Présentation du projet

L'assurance est un contrat par lequel, moyennant le versement d'une prime dont le montant est fixé a priori (en début de période de couverture), l'assureur s'engage à indemniser l'assuré pendant toute la période de couverture (généralement un an). Cette prime doit refléter le risque associé au contrat. Pour chaque police d'assurance, la prime est fonction de variables dites de tarification permettant de segmenter la population en fonction de son risque. Il est usuel d'utiliser une approche fréquence/sévérité ou une approche indemnitaire pour modéliser le coût annuel d'une police d'assurance. Sur les données utilisées dans ce projet, nous utiliserons cette dernière approche car on ne dispose pas des montants individuels de sinistre. Le but de ce projet est de proposer un tarificateur en se basant deux méthodes : les modèles linéaires généralisés (GLM) et les modèles additifs généralisés (GAM). Ces derniers sont une extension des GLM (proposé par McCullagh et Nelder, 1989) en considérant une approche non-paramétrique pour le prédicteur. Un second objectif sera, en plus de calculer une prime pure par police, de déterminer une commerciale intégrant une marge pour risque. Une approche par simulation sera réalisée pour juger de l'adéquation du chargement par rapport à la charge sinistre totale portefeuille.

2 Exploration des jeux de données freMPL1 et freMPL2

Un peu à la manière du machine learning, les données contenues dans freMPL2 serviront de données d'entraînement de notre modèle et les données de freMPL1 serviront pour tester notre modèle final.

2.1 Première visualisation des jeux de données

Les dimmensions du jeu de données **freMPL1** sont (30595, 22). Ainsi, notre jeu contient 30595 données différentes, toutes définies par 22 caractéristiques différentes.

De même, les dimmensions du jeu de données **freMPL2** sont (48295, 22). Ainsi, notre jeu contient 48295 données différentes, toutes définies par 22 caractéristiques différentes.

Les noms des caractéristiques des jeux de données sont les mêmes, es différentes caractéristiques sont :

- **Exposure** : il s'agit d'une donnée de type numérique qui correspond à la fréquence d'exposition aux risques d'un individu sur une année. Par exemple, si l'individu a été exposé 100 jours, le chiffre affiché est 0.27 (= 100/365,25).
- LicAge : c'est un nombre entier de mois correspondant à l'âge de la licence de la personne concernée.
- **RecordBeg**: cela correspond à la date de début d'exposition aux risques.
- **RecordEnd** : c'est la date de fin d'exposition au risque. Si elle n'est pas renseigner, c'est que la personne est toujours exposée.
- **VehAge** : Il correspond à l'âge du véhicule en année(s). Il est composé en 9 catégories distinctes : "0", "1", "2", "3", "4", "5", "6-7", "8-9" et "10+".
- **Gender** : c'est le sexe de l'individu.
- MariStat : il s'agit du statut marital de la personne. Elle est soit célibataire ("Alone") soit autre chose ("Other").
- **SocioCateg**: Cela correspond à la catégorie socioprofessionnelle de l'individu. Les valeurs, comprises entre "CSP1" et "CSP99", correspondent à la classification française (voir lien suivant : https://fr.wikipedia.org/wiki/Professions_et_catégories_socioprofessionnelles_en_France).

- **VehUsage** : Cela correspond à l'utilisation du véhicule par le propriétaire. Il est soit privée ("Private"), soit professionnel ("Professional"), . . .
- **DrivAge** : C'est l'âge du conducteur (en années). Pour rappel, en France, la conduite est possible à partir de 18 ans.
- **HasKmLimit** : il s'agit d'une valeur numérique spécifiant si oui ("1") ou non ("0") l'assurance comporte une limite kilométique.
- **BonusMalus** : c'est un variable de type numérique, dont la valeur est comprise entre 50 et 350, précisant si la personne possède des bonus ou des malus. Si la valeur est inférieure à 100, l'individu a droit à des bonus. Sinon, la personne a des malus.
- VehBody : il s'agit du type de modèle concerné par l'assurance de l'individu.
- VehPrice : c'est un indicateur correspondant au prix du véhicule.
- VehEngine : cela correspond au type de moteur que possède le véhicule.
- VehEnergy : cela correspond au type d'énergie consommé par le véhicule que possède le véhicule
- VehMaxSpeed : c'est la vitesse maximum que peut atteindre le véhicule. Les différentes catégories sont: "1-130 km/h", "130-140 km/h", "140-150 km/h", "150-160 km/h", "160-170 km/h", "170-180 km/h", "180-190 km/h", "190-200 km/h", "200-220 km/h", "220+ km/h".
- VehClass : il s'agit de la classe du véhicule.
- RiskVar: Nombre compris entre 1 et 20 correspondant au risque inconnu probable.
- ClaimAmount : c'est le montant total de la garantie) laquelle peut prétendre l'assuré.
- Garage : il s'agit du type de garage auquel se rend l'assuré.
- ClaimInd : c'est un indicateur précisant si oui ou non l'assuré peut prétendre à une garantie.

Regardons maintenant les premiers éléments composant le jeu de données freMPL1 :

	1	2	3
Exposure	0.583	0.200	0.083
LicAge	366	187	169
RecordBeg	2004-06-01	2004-10-19	2004-07-16
RecordEnd	NA	NA	2004-08-16
VehAge	2	0	1
Gender	Female	Male	Female
MariStat	Other	Alone	Other
SocioCateg	CSP1	CSP55	CSP1
VehUsage	Professional	Private+trip to office	Professional
DrivAge	55	34	33
HasKmLimit	0	0	0
BonusMalus	72	80	63
VehBody	sedan	microvan	other microvan
VehPrice	D	K	${f L}$
VehEngine	injection	direct injection overpowered	direct injection overpowered
VehEnergy	regular	diesel	diesel
VehMaxSpeed	160 - 170 km/h	170 - 180 km/h	170 - 180 km/h
VehClass	В	M1	M1
ClaimAmount	0	0	0
RiskVar	15	20	17
Garage	None	None	None
ClaimInd	0	0	0

et aussi les premiers éléments composants freMPL2 :

	1	2	3
Exposure	0.583	0.416	0.583
LicAge	579	361	366

	1	2	3
RecordBeg	2004-06-01	2004-01-01	2004-06-01
RecordEnd	NA	2004-06-01	NA
VehAge	10+	1	2
Gender	Male	Female	Female
MariStat	Other	Other	Other
SocioCateg	CSP60	CSP1	CSP1
VehUsage	Private	Professional	Professional
DrivAge	83	55	55
HasKmLimit	0	0	0
BonusMalus	50	58	72
VehBody	sedan	sedan	sedan
VehPrice	N	D	D
VehEngine	injection	injection	injection
VehEnergy	regular	regular	regular
VehMaxSpeed	190-200 km/h	160 - 170 km/h	160-170 km/h
VehClass	Н	В	В
RiskVar	14	15	15
ClaimAmount	0	0	0
Garage	None	None	None
ClaimInd	0	0	0

2.2 Nettoyage de données

Remarquons qu'il serait intéressant de faire un peu de nettoyage de données avant d'effectuer quelconques travaux sur celles-ci. Pour cela, nous allons créer une fonction qui servira à nettoyer les 2 data frames.

Cette fonction (appelée nettoyage_dataframe) prend l'un des deux data frames en paramètres et effectue les opérations suivantes :

- Suppression des données des individus assurés moins d'un jour (Exposure)
- Modification des données des individus ayant un ClaimAmount négatif
- Suppression de la colonne associée au sexe de la personne
- Réduction du nombre de catégories socioprofessionnels
- Traduction des données (VehBody, MariStat, VehUsage, VehEngine, VehEnergy, Garage)

2.3 Statistiques descriptives

Regardons maintenant plus précisement les valeurs particulières de ces colonnes (valeurs minimum et maximum, moyenne, médiane, quantiles, ...). Pour cela, on exécute l'instruction **summary(freMPLx)** (et plus précisement **dfSummary(freMPLx)** du package summarytools pour l'affichage) ce qui donne les résultats suivants :

— Pour **freMPL1**:

No	Variable	Stats / Values	Freqs (% of Valid)	Missing
1	Exposure [numeric]	Mean (sd): 0.4 (0.3) min < med < max: 0 < 0.4 < 1 IQR (CV): 0.5 (0.6)	753 distinct values	0 (0%)

No	Variable	Stats / Values	Freqs (% of Valid)	Missing
2	LicAge	Mean (sd) : 301.3 (163)	787 distinct values	0
	[integer]	$\min < \max < \max$:		(0%)
		0 < 283 < 940		
		IQR (CV) : 263 (0.5)		
3	RecordBeg	$\min: 2004-01-01$	363 distinct values	0
	[Date]	med: 2004-03-01		(0%)
		$\max: 2004-12-30$		
		range: 11m 29d		
4	RecordEnd	$\min: 2004-01-03$	364 distinct values	13984
	[Date]	med: 2004-07-01		(46.55%)
		$\max: 2004-12-31$		
		range: 11m 28d		
5	VehAge	1. 0	$4573 \ (15.2\%)$	0
	[factor]	2. 1	$4645 \ (15.5\%)$	(0%)
		3. 10+	1535~(~5.1%)	
		4. 2	$4839 \ (16.1\%)$	
		5. 3	$3790 \ (12.6\%)$	
		6. 4	$3297 \ (11.0\%)$	
		7. 5	2722 (9.1%)	
		8. 6-7	2882~(~9.6%)	
		9. 8-9	1760~(~5.9%)	
6	MariStat	1. célibataire	7303~(24.3%)	0
	[factor]	2. autre	22740~(75.7%)	(0%)
7	SocioCateg	1. CSP1	1803~(~6.0%)	0
	[factor]	2. CSP2	830 (2.8%)	(0%)
		3. CSP3	487~(~1.6%)	
		4. CSP5	19905~(66.3%)	
		5. CSP6	$4592 \ (15.3\%)$	
		6. CSP7	59~(~0.2%)	
		7. CSP4	2361~(~7.9%)	
		8. CSP9	6~(~0.0%)	
8	VehUsage	1. privée	$9793 \ (32.6\%)$	0
	[factor]	2. privée et trajet vers bur	13264~(44.1%)	(0%)
		3. professionnel	6407 (21.3%)	
		4. trajet professionnel	579 (1.9%)	
9	DrivAge	Mean $(sd): 46.3 (14.9)$	80 distinct values	0
	[integer]	$\min < \max < \max$:		(0%)
		18 < 45 < 97		
		IQR (CV) : 23 (0.3)		
10	HasKmLimit	Min:0	0:26756~(89.1%)	0
	[integer]	Mean: 0.1	$1:3287\ (10.9\%)$	(0%)
		Max:1		
11	BonusMalus	Mean $(sd): 64.2 (18.3)$	92 distinct values	0
	[integer]	$\min < \max < \max$:		(0%)
	-	50 < 54 < 272		
		IQR (CV) : 26 (0.3)		

No	Variable	Stats / Values	Freqs (% of Valid)	Missing
12	VehBody	1. cabriolet	1315 (4.4%)	0
	[factor]	2. microvan	1347 (4.5%)	(0%)
		3. autobus	156 (0.5%)	
		4. coupé	1302 (4.3%)	
		5. autre microvan	1661 (5.5%)	
		6. berline	19764 (65.8%)	
		7. SUV	1823 (6.1%)	
		8. break	$1605 \; (\; 5.3\%)$	
		9. camionnette	1070 (3.6%)	
13	VehPrice	1. A ·	148~(~0.5%)	0
	[factor]	2. B·	102~(~0.3%)	(0%)
		3. C·	446~(~1.5%)	
		4. D ·	1583~(~5.3%)	
		5. E ·	$2177 \ (\ 7.2\%)$	
		6. F ·	$2383 \ (7.9\%)$	
		7. G·	$2343 \ (7.8\%)$	
		8. H·	2362~(~7.9%)	
		9. I ·	2209 (7.4%)	
		10. J·	2788 (9.3%)	
		[17 others]	13502 (44.9%)	
14	VehEngine	1. carburation	508 (1.7%)	0
	[factor]	2. GPL	2 (0.0%)	(0%)
	. ,	3. injection	20458 (68.1%)	,
		4. injection directe surpuis	$6895 \; (22.9\%)^{'}$	
		5. électrique	6 (0.0%)	
		6. injection surpuissante	2174 (7.2%)	
15	VehEnergy	1. diesel	9254 (30.8%)	0
_	[factor]	2. GPL	2 (0.0%)	(0%)
	[]	3. électrique	6 (0.0%)	(-, -,
		4. essence	20781 (69.2%)	
16	VehMaxSpeed	1. 1-130 km/h	212 (0.7%)	0
10	[factor]	2. 130-140 km/h	1066 (3.5%)	(0%)
	[]	3. 140-150 km/h	1257 (4.2%)	(0,0)
		4. 150-160 km/h	3801 (12.6%)	
		5. 160-170 km/h	5205 (17.3%)	
		6. 170-180 km/h	4749 (15.8%)	
		7. 180-190 km/h	4593 (15.3%)	
		8. 190-200 km/h	3613 (12.0%)	
		9. 200-220 km/h	3250 (10.8%)	
		10. 220+ km/h	2297 (7.6%)	
17	VehClass	1. 0	743 (2.5%)	0
11	[factor]	2. A	2931 (9.8%)	(0%)
	[lactor]	2. A 3. B	9400 (31.3%)	(070)
			,	
		4. H	4804 (16.0%)	
		5. M1	7622 (25.4%)	
10	C1 · A	6. M2	4543 (15.1%)	0
18	ClaimAmount	Mean (sd): 259.6 (2337.2)	1799 distinct values	0
	[numeric]	$\min < \max < \max$		(0%)
		0 < 0 < 163427		
		IQR (CV) : 0 (9)		

No	Variable	Stats / Values	Freqs (% of Valid)	Missing
19	RiskVar [integer]	Mean (sd): 13.2 (4.7) min < med < max: 1 < 15 < 20 IQR (CV): 7 (0.4)	20 distinct values	0 (0%)
20	Garage [factor]	1. aucun 2. garage indépendant 3. concessionnaire	19678 (65.5%) 3870 (12.9%) 6495 (21.6%)	0 (0%)
21	$\begin{array}{c} {\rm ClaimInd} \\ {\rm [integer]} \end{array}$	Min: 0 Mean: 0.1 Max: 1	0:26778 (89.1%) 1:3265 (10.9%)	0 (0%)

On constate ainsi que, pour ce data frame, l'âge moyen du conducteur est de 46,3 ans avec pour écart-type 14,9 ans. Le plus jeune conducteur a 18 ans(âge minimum légale pour conduire en France) et le plus âgé a 97 ans. L'écart interquartile (IQR), c'est-à-dire la mesure de dispersion qui s'obtient en faisant la différence entre le premier (25% des valeurs du data frame sont inférieures à ce quartile) et le troisième quartile(75%), est de 23. Autrement dit, 50% des âges des conducteurs est compris entre 35 et 58 ans. Le coefficient de variation (CV), le rapport entre l'écart-type et la moyenne, est égale à 3. De même, en ce qui concerne l'usage du véhicule par son propriétaire, on remarquera que la plupart des personnes renseignées utilise leur véhicule pour les trajets privés et pour se rendre à leur bureau (44,1%).

— Pour freMPL2:

No	Variable	Stats / Values	Freqs (% of Valid)	Missing
1	Exposure [numeric]	Mean (sd): $0.4 (0.3)$ min < med < max: 0 < 0.4 < 1	755 distinct values	0 (0%)
2	LicAge [integer]	IQR (CV): 0.5 (0.6) Mean (sd): 274.2 (161.8) min < med < max: 0 < 246 < 940	809 distinct values	0 (0%)
3	RecordBeg [Date]	IQR (CV): 255 (0.6) min: 2004-01-01 med: 2004-03-11 max: 2004-12-30 range: 11m 29d	365 distinct values	0 (0%)
4	RecordEnd [Date]	min: 2004-01-03 med: 2004-07-01 max: 2004-12-31 range: 11m 28d	364 distinct values	22109 (46.55%)
5	VehAge [factor] MariStat	1. 0 2. 1 3. 10+ 4. 2 5. 3 6. 4 7. 5 8. 6-7 9. 8-9 1. célibataire	4313 (9.1%) 3987 (8.4%) 14347 (30.2%) 4140 (8.7%) 3760 (7.9%) 3658 (7.7%) 3412 (7.2%) 4909 (10.3%) 4971 (10.5%) 13690 (28.8%)	0 (0%)
U	[factor]	2. autre	33807 (71.2%)	(0%)

No	Variable	Stats / Values	Freqs (% of Valid)	Missing
7	SocioCateg	1. CSP1	2366 (5.0%)	0
	[factor]	2. CSP2	$1721 \ (\ 3.6\%)$	(0%)
		3. CSP3	918 (1.9%)	
		4. CSP5	32894 (69.2%)	
		5. CSP6	5731 (12.1%)	
		6. CSP7	80 (0.2%)	
		7. CSP9	9 (0.0%)	
		8. CSP4	3778 (8.0%)	
8	VehUsage	1. privée	$16785\ (35.3\%)$	0
	[factor]	2. privée et trajet vers bur	22051 (46.4%)	(0%)
	. ,	3. professionnel	7958 (16.8%)	,
		4. trajet professionnel	703 (1.5%)	
9	DrivAge	Mean (sd): 44.5 (14.7)	83 distinct values	0
	[integer]	$\min < \max < \max$:	es distillet vardes	(0%)
	[mogor]	18 < 42 < 103		(070)
		IQR (CV) : 23 (0.3)		
10	HasKmLimit	Min: 0	0:41029~(86.4%)	0
10	[integer]	Mean: 0.1	1:6468 (13.6%)	(0%)
	[mteger]	Max : 1	1 . 0403 (13.070)	(070)
11	BonusMalus	Mean (sd): 69 (20.4)	108 distinct values	0
11		` ' ' ' '	108 distinct values	
	[integer]	$\min < \text{med} < \max:$		(0%)
		50 < 64 < 272		
1.0	77.1D 1	IQR (CV) : 35 (0.3)	1500 (0.004)	0
12	VehBody	1. cabriolet	1506 (3.2%)	0
	[factor]	2. microvan	1458 (3.1%)	(0%)
		3. autobus	220 (0.5%)	
		4. coupé	1761 (3.7%)	
		5. autre microvan	1837 (3.9%)	
		6. berline	$34051 \ (71.7\%)$	
		7. SUV	1974~(~4.2%)	
		8. break	2231~(~4.7%)	
		9. camionnette	2459 (5.2%)	
13	VehPrice	1. A ·	765~(~1.6%)	0
	[factor]	2. B·	655~(~1.4%)	(0%)
		3. C·	1697 (3.6%)	
		4. D ·	3617~(~7.6%)	
		5. E·	$3878 \; (\; 8.2\%)$	
		6. F·	4106 (8.6%)	
		7. G·	4184 (8.8%)	
		8. H·	$3952\ (8.3\%)$	
		9. I ·	3505 (7.4%)	
		10. J·	3898 (8.2%)	
		[17 others]	17240 (36.3%)	
14	VehEngine	1. carburation	6513 (13.7%)	0
	[factor]	2. GPL	2 (0.0%)	(0%)
	[]	3. injection	30663 (64.6%)	(0,0)
		4. injection directe surpuis	6554 (13.8%)	
		5. électrique	6 (0.0%)	
		6. injection surpuissante	3759 (7.9%)	
		o. injection surpuissance	9199 (1.970)	

No	Variable	Stats / Values	Freqs (% of Valid)	Missing
15	VehEnergy	1. diesel	13521 (28.5%)	0
	[factor]	2. GPL	2(0.0%)	(0%)
		3. électrique	6 (0.0%)	
		4. essence	33968 (71.5%)	
16	VehMaxSpeed	1. 1-130 km/h	1256 (2.6%)	0
	[factor]	2. 130-140 km/h	2286 (4.8%)	(0%)
		$3.\ 140\text{-}150\ \mathrm{km/h}$	4073 (8.6%)	
		$4.\ 150\text{-}160\ \mathrm{km/h}$	7075~(14.9%)	
		$5.\ 160\text{-}170\ \mathrm{km/h}$	7915~(16.7%)	
		6. 170-180 km/h	7933~(16.7%)	
		$7.\ 180-190\ \mathrm{km/h}$	5795~(12.2%)	
		8. 190-200 km/h	4567 (9.6%)	
		9. 200-220 km/h	3998 (8.4%)	
17		$10.\ 220 + \ \text{km/h}$	2599~(~5.5%)	
	VehClass	1. 0	1901 (4.0%)	0
	[factor]	2. A	4140 (8.7%)	(0%)
		3. B	15229 (32.1%)	
		4. H	7034~(14.8%)	
		5. M1	11756 (24.8%)	
		6. M2	7437 (15.7%)	
18	RiskVar	Mean $(sd): 13.5 (4.7)$	20 distinct values	0
	[integer]	$\min < \max < \max$:		(0%)
		1 < 15 < 20		
		IQR (CV) : 6 (0.3)		
19	ClaimAmount	Mean (sd) : 86.8 (1232.5)	873 distinct values	0
	[numeric]	$\min < \max < \max$:		(0%)
		0 < 0 < 120152.4		
		IQR (CV) : 0 (14.2)		
20	Garage	1. aucun	35092 (73.9%)	0
	[factor]	2. garage indépendant	4642 (9.8%)	(0%)
		3. concessionnaire	7763~(16.3%)	
21	ClaimInd	Min:0	0:45363~(95.5%)	0
	[integer]	Mean:0	1:2134~(~4.5%)	(0%)
		Max:1		

Pour ce data frame, l'âge moyen du conducteur est de 44,5 ans avec pour écart-type 14,7 ans. Le plus jeune conducteur a 18 ans(âge minimum légale pour conduire en France) et le plus âgé a 103 ans. L'écart interquartile (IQR) est de 23 ce qui veut dire que 50% des conducteurs ont un âge compris entre 33 et 56 ans. Le coefficient de variation (CV) est égale à 3. De même, en ce qui concerne l'usage du véhicule par son propriétaire, on remarquera que la plupart des personnes renseignées utilise leur véhicule pour les trajets privés et pour se rendre à leur bureau (46,4%).

On remarquera également qu'il existe des données manquantes, pour les 2 tableaux de données, dans la colonne RecEnd, ce qui signifie que les individus concernés sont toujours assurés.

On peut aussi utiliser la fonction **describe()** du package Hmisc pour avoir un aperçu de la dispersion des données. En effet, cette fonction détermine le type de la variable (character, factor, numeric,...) et affiche un "résumé" concis en fonction de chacun. Vous trouvez un exemple d'exécution de la focntion describe en annexe.

2.4 Représentations graphiques des données

Dans cette partie, vous allez voir des représentations graphiques des colonnes les plus importantes de nos data frames. L'ensemble des graphiques est cependant disponible dans les annexes de ce rapport.

2.5 Méthodes des composantes principales

Nous allons maintenant rentrer dans des méthodes d'analyse descriptives plus complètes pour nous permettre d'établir nos modèles linéaires. Pour cela, nous allons appliquer les méthodes d'analyse en composantes principales (ACP) et d'analyse factorielle des correspondances (AFC). Le but de ces méthodes est de définir les informations les plus significatives de nos data frames et de découvrir si oui ou non il existe certaines similitudes entre nos différentes informations pour pouvoir obtenir un data frame optimisé sur lequel on appliquera nos 2 modèles linéaires (GLM, GAM).

2.5.1 Analyse en composantes principales (ACP)

L'ACP permet d'analyser et de visualiser un jeu de données contenant des individus décrits par plusieurs variables quantitatives. C'est une méthode statistique qui permet d'explorer des données dites multivariées (données avec plusieurs variables). Chaque variable pourrait être considérée comme une dimension différente. L'analyse en composantes principales est utilisée pour extraire et de visualiser les informations importantes contenues dans une table de données multivariées. L'ACP synthétise cette information en seulement quelques nouvelles variables appelées composantes principales. Ces nouvelles variables correspondent à une combinaison linéaire des variables originels. Le nombre de composantes principales est inférieur ou égal au nombre de variables d'origine.

2.5.1.1 Calcul de l'ACP

Pour réaliser le calcul de l'ACP, plusieurs fonctions, de différents packages, sont disponibles dans le logiciel R \cdot

- prcomp() et princomp() issus du package stats
- PCA() issu du package FactoMineR
- dudi.pca() issu du package ade4
- *epPCA()* issu du package *ExPosition*.

Parmi ces fonctions, nous avons decider d'utiliser la fonction **PCA()** du package **FactoMineR** car ce package nous permettra également de réaliser notre seconde analyse. Enfin, pour extraire et visualiser les résultats, nous allons utiliser les fonctions R fournies par le package **factoextra**.

Nous allons donc exécuter l'ACP sur notre tableau freMPL2 en prenant à ce que l'ensemble des valeurs que nous utilisons soit de type numérique (quitte à réaliser une conversion sur certaines de nos colonnes).

Une fois que nos données ont été converties, il faut veiller à la standardisation des données. Pour cela, on normalise nos variables afin que le résultat de l'ACP obtenue ne soient pas affecté (par exemple, par des différences d'unités). Ainsi, l'objectif est de rendre les variables comparables en les normalisant généralement de manière à ce qu'elles aient un écart type égal à 1 et une moyenne nulle. L'approche consiste à transformer les données en soustrayant à chaque valeur une valeur de référence (la moyenne de la variable) et en la divisant par l'écart type. Pour normaliser les données, il est possible d'utiliser la fonction scale(). Cependant, par défaut, le fonction PCA() normalise automatiquement les données. Nous n'avons pas eu besoin de faire cette transformation.

Réalisons maintenant notre Analyse en Composantes Principales. Pour cela, il faut exécuter la commande suivante :

```
freMPL2.pca <- PCA(freMPL2.active, ncp = 5, graph = FALSE)</pre>
```

Notre fonction PCA() prend en compte un data frame freMPL2.active qui correspond aux colonnes du data-frame freMPL2 qui sont de type numérique et que l'on souhaite analyser, un paramètre ncp qui correspond au nombre de dimensions conservées dans les résultats finaux (par défaut, ce nombre est égal à 3) et un paramètre logique graph qui précise si oui (graph = TRUE) ou non (graph = FALSE) nous voulons qu'un graphique du résultat s'affiche.

La fonction PCA() crée un objet contenant de nombreuses informations comme les valeurs propres (la variance du facteur correspondant où un facteur est une combinaison linéaire des variables initiales), la moyenne et l'écart type des variables, le poids de ces variables, . . .

2.5.1.2 Analyse des résultats

2.5.1.2.1 Valeurs propres

Regardons d'abord les **valeurs propres**. Elles mesurent la quantité de variance expliquée par chaque axe prinicipal.

Examinons donc ces valeurs propres (eigenvalue en anglais) afin de déterminer le nombre de composantes principales à prendre en considération. Les valeurs propres et la proportion de variances retenues par les composantes principales peuvent être extraites à l'aide de la fonction get_eignevalue() du package factoextra.

٦	/oici	16	résultat	ane	l'on	obtient	
١.	OICL	16	resultat	aue	1 011	obuent	

	eigenvalue	variance.percent	cumulative.variance.percent
Dim.1	2.341	29.259	29.259
Dim.2	1.359	16.990	46.248
Dim.3	1.022	12.780	59.029
Dim.4	0.973	12.157	71.186
Dim.5	0.949	11.865	83.051
Dim.6	0.667	8.336	91.387
Dim.7	0.616	7.702	99.089
Dim.8	0.073	0.911	100.000

Dans ce tableau, nous avons les valeurs propres de chacune des 8 colonnes du dataframe freMPL2.active (Exposure, LicAge, DrivAge, HasKmLimit, BonusMalus, RiskVar, ClaimAmount, ClaimInd), la proportion de variance associée et la variance cumulée.

La somme de toutes les valeurs propres donne une variance total de 8 (le nombre de dimensions). Pour obtenir la proportion de variance de la deuxième colonne, il suffit de prendre la valeur propre associée, de diviser cette valeur par le nombre de dimensions et de le mettre en pourcentage. Par exemple, pour la dimension 1, 2,341 divisé par 8 donne 0,29259, ce qui donne 29,259% de la variance. Enfin, la dernière colonne correspond à la somme cumulée des variances. Par exemple, 59.029 correspond à la somme de 12.780 avec 16.990 et 29.259.

On notera ainsi qu'environ 46,25% de la variance totale est expliquée par nos 2 premières dimensions.

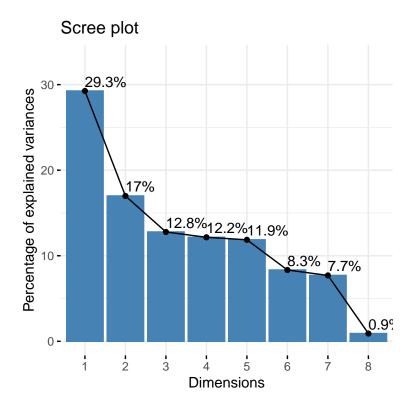
On peut utiliser ses valeurs propres pour déterminer le nombre d'axes principaux à conserver après l'ACP:

— Une valeur propre > 1 indique que la composante principale concernée représente plus de variance par rapport à une seule variable d'origine, lorsque les données sont standardisées. Ceci est généralement utilisé comme seuil à partir duquel les PC sont conservés (Dans ce cas, on aurait 3 composantes principales).

— On peut également limiter le nombre d'axes à un nombre qui représente une certaine fraction de la variance totale. Par exemple, si vous êtes satisfaits avec 70% de la variance totale expliquée, utilisez le nombre d'axes pour y parvenir (Dans ce cas, on aurait 4 dimensions).

Une autre méthode pour déterminer le nombre de composantes principales est de regarder le graphique des valeurs propres (appelé **scree plot**). Le nombre d'axes est déterminé par le point, au-delà duquel les valeurs propres restantes sont toutes relativement petites et de tailles comparables.

Le graphique des valeurs propres peut être généré à l'aide de la fonction fviz_eig() ou fviz_screeplot() du package factoextra.



Du graphique ci-dessus, nous pourrions vouloir nous arrêter à la cinquième composante principale puisque environ 83% des informations contenues dans les données sont conservées par les cinq premières composantes principales.

2.5.1.2.2 Les variables

Pour extraire les résultats pour les variables, à partir de l'ACP, il est possible d'utiliser la fonction $get_pca_var()$. Cette fonction retourne une liste d'éléments contenant tous les résultats pour les variables actives (coordonnées, corrélation entre les variables et les axes, cosinus-carré et contributions).

Les composants de get pca var() peuvent être utilisés dans le graphique des variables comme suit :

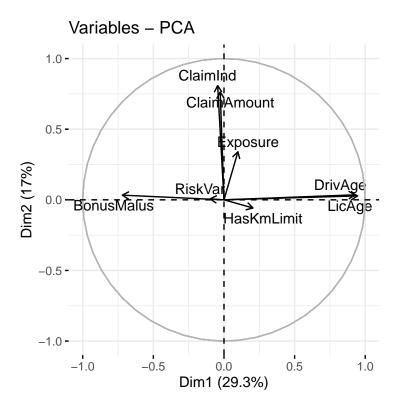
- get_pca_var()\$coord : coordonnées des variables pour créer un nuage de points.
- get pca var()\$contrib: contient les contributions des variables aux composantes principales.

Cercle de corrélation

Dans ce qui va suivre, nous allons visualiser les variables et tirer des conclusions à propos de leurs corrélations.

La corrélation entre une variable et une composante principale est utilisée comme coordonnées de la variable sur la composante principale. La représentation des variables diffère de celle des observations : les observations sont représentées par leurs projections, mais les variables sont représentées par leurs corrélations.

Visualisons d'abord les variables :

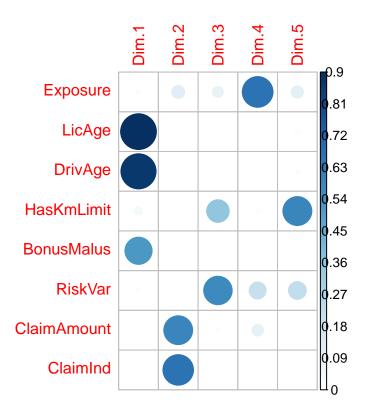


Le graphique ci-dessus est également connu sous le nom de **graphique de corrélation des variables**. Il montre les relations entre toutes les variables. Il peut être interprété comme suit:

- Les variables positivement corrélées sont regroupées.
- Les variables négativement corrélées sont positionnées sur les côtés opposés de l'origine du graphique (quadrants opposés).
- La distance entre les variables et l'origine mesure la qualité de représentation des variables. Les variables qui sont loin de l'origine sont bien représentées par l'ACP.

Qualité de la représentation

Pour visualiser la qualité de la représentation des variables sur la carte de l'ACP, nous allons utiliser le cosinus carré (cos2). Visualisons d'abord le cosinus carré des variables sur toutes les dimensions en utilisant le package corrplot. Voici le résultat :

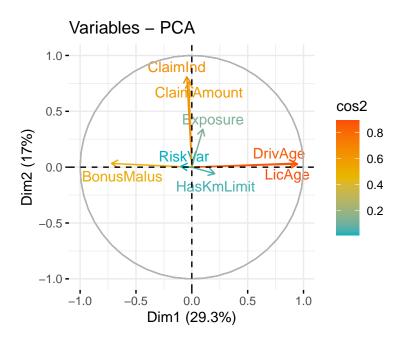


On remarquera qu'avec 5 axes principaux l'ensemble des 8 variables utilisées dans notre ACP sont plutôt bien représentées.

Pour visualiser le cosinus carré, nous aurions pu utiliser aussi la fonction fviz_cos2() du package factoextra pour créer un diagramme bâton du cosinus carré des variables.

Plus la valeur du cosinus carré est élévée, plus la réprésentation de la variable sur les axes prinicipaux pris en considération est bonne. Dans ce cas-là, la variable est positionnée à proximité de la circonférence du cercle de corrélation et le point associé dans le tableau de corrélation est gros et de couleur foncé. Inversement, un faible cosinus carré indique que la variable n'est pas parfaitement représentée par les axes principaux. Dans ce cas, la variable est proche du centre du cercle et le point du tableau de corrélation est petit (voir inexistant).

Il est également possible de colorer les variables en fonction de la valeur de leurs cosinus carré.



On remarquera donc que les variables DrivAge et LicAge sont bien représentées par nos axes principaux tandis que la variable RiskVar n'est pas bien représenté par nos axes.

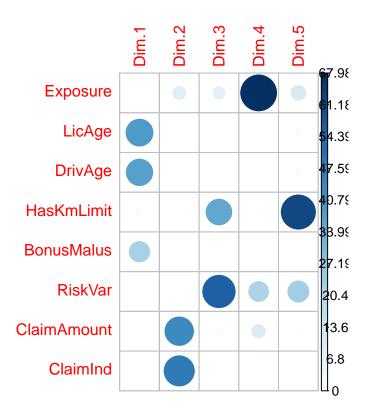
Contribution des variables aux axes principaux

Observons maintenant la contribution des variables aux axes principaux.

Les contributions des variables dans la définition d'un axe principal donné sont exprimées en pourcentage :

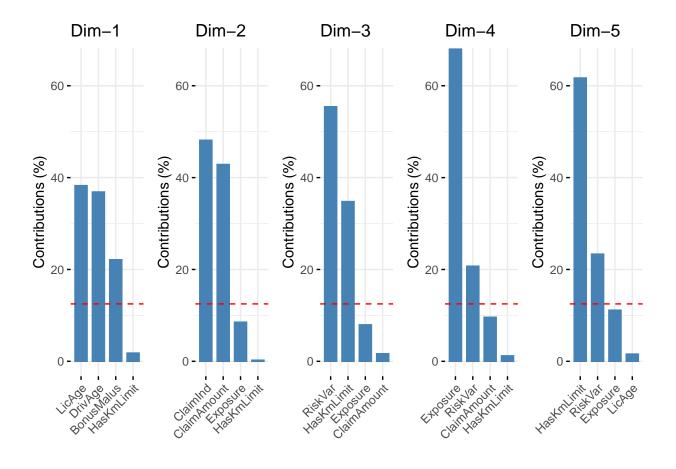
- Les variables corrélées par nos deux premiers axes sont les plus importantes pour expliquer la variabilité dans le jeu de données.
- Les variables qui ne sont pas en corrélation avec un axe ou qui sont corrélées avec les derniers axes sont des variables à faible apport et peuvent être supprimées pour simplifier l'analyse globale.

Comme pour la visualisation du cosinus carré, il est possible d'utiliser la fonction corrplot() pour mettre en évidence les variables les plus contributives pour chaque dimension:



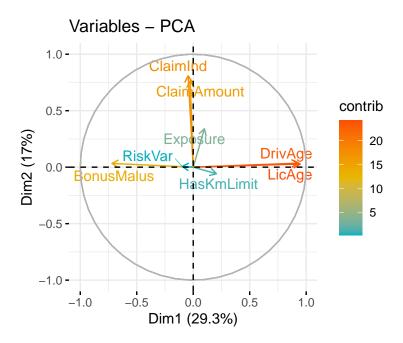
Grâce à ce graphique, on constate, par exemple, que les variables LicAge, DrivAge et BonusMalus représentent la première dimension (le premier axe principal).

La fonction $fviz_contrib()$ peut être utilisée pour créer un diagramme bâton de la contribution des variables pour voir plus précisement la répartition des variables selon l'axe principal.



La ligne en pointillé rouge, sur les graphiques ci-dessus, indique la contribution moyenne attendue (dans notre cas, il est de 12,5%). Pour une composante donnée, une variable avec une contribution supérieure à ce seuil pourrait être considérée comme importante pour contribuer à la composante.

Enfin, on peut mettre en évidence les variables les plus importantes sur le graphe de corrélation.



Au final, on notera que 5 de nos variables ont plus d'importances que les autres : l'age du conducteur, l'âge de la licence de ce conducteur, son bonus ou son malus, s'il a eu un accident pendant qu'il était assuré et le montant auquel il peut prendre prétendre. On a également vu que nos 8 variables peuvent être réduites en 5 nouvelles variables qui sont des combinaisons linéaires des anciennes variables, sans pour autant perdre d'informations ou très peu (17% de l'ensemble de nos données).

2.5.2 Analyse factorielle des correspondances (AFC)

L'analyse factorielle des correspondances est une extension de l'analyse en composantes principales pour analyser l'association entre deux variables qualitatives (ou catégorielles). L'AFC permet de résumer et de visualiser l'information contenue dans le tableau de contingence formé par les deux variables catégorielles. Le tableau de contingence contient les fréquences formées par les deux variables. Il retourne les coordonnées des éléments des colonnes et des lignes du tableau de contingence. Ces coordonnées permettent de visualiser graphiquement l'association entre les éléments de lignes et de colonnes dans un graphique à deux dimensions.

Nous verrons donc comment calculer et interpréter l'AFC et nous tenterons de définir les éléments les plus importants expliquant les variations dans le jeu de données.

2.5.2.1 Calcul

Plusieurs fonctions de différents packages sont disponibles dans le logiciel R pour calculer l'AFC:

- CA() du package FactoMineR
- ca() du package ca
- dudi.coa() du package ade4
- corresp() du package MASS
- epCA() du package ExPositio

Cependant, nous allons utiliser la fonction CA() du package FactoMineR pour l'analyse et le package factoextra afin d'extraire et de visualiser les résultats de l'AFC.

Réalisons maintenant notre Analyse factorielle des correspondances. Pour cela, il faut exécuter la commande suivante :

```
freMPL2.ca <- CA (freMPL2.active, ncp=5, graph = FALSE)</pre>
```

Comme pour la fonction PCA() pour l'Analyse des Composantes Principales, notre fonction CA() prend en compte le data frame freMPL2.active que l'on souhaite analyser, le paramètre ncp qui correspond au nombre de dimensions conservées dans les résultats finaux et un paramètre logique graph qui précise si oui (graph = TRUE) ou non (graph = FALSE) nous voulons qu'un graphique du résultat s'affiche.

La fonction CA() crée un objet contenant de nombreuses informations sous forme de listes ou de matrices comme les valeurs propres (la variance du facteur correspondant où un facteur est une combinaison linéaire des variables initiales), le poids des lignes et des colonnes, le cosinus carré des lignes et des colonnes . . .

2.5.2.2 Analyse des résultats

Pour analyser les résultats de notre AFC, nous pouvons utiliser les fonctions fournies par le package factoextra comme :

- get_eigenvalue(freMPL2.ca) pour obtenir les valeurs propres expliquées par chaque axe principal
- fviz_eig(freMPL2.ca) pour visualiser ces valeurs propres
- get_ca_row(freMPL2.ca) et get_ca_col(freMPL2.ca) pour avoir les résultats associés aux lignes ou aux colonnes.
- fviz_ca_row(freMPL2.ca) et fviz_ca_col(freMPL2.ca) pour visualiser ces résultats.

2.5.2.2.1 Conformité statistique : test de chi2

Pour interpréter l'AFC, la première étape consiste à évaluer s'il existe une dépendance significative entre les lignes et les colonnes. Une méthode consiste à utiliser le test statistique *chi2* pour examiner l'association entre les modalités des lignes et celles des colonnes. Dans notre exemple, l'association est très significative puisque nous avons un résultat pour chi-square égal à 22101115 pour une p-value nulle (Un score élevé signifie un lien fort entre les lignes et les colonnes).

2.5.2.2.2 Valeurs propres

L'observation des valeurs propres permet de déterminer le nombre d'axes principaux à considérer. Elles correspondent à la quantité d'informations retenue par chaque axe. Elles sont grandes pour le premier axe et petites pour l'axe suivant. Les valeurs propres et la proportion de variances pour les différents axes peuvent être extraites à l'aide de la fonction $get_eigenvalue()$.

	eigenvalue	variance.percent	cumulative.variance.percent
Dim.1	0.837	87.891	87.891
Dim.2	0.104	10.964	98.854
Dim.3	0.005	0.565	99.419
Dim.4	0.002	0.251	99.670
Dim.5	0.002	0.215	99.884
Dim.6	0.001	0.062	99.946
Dim.7	0.001	0.054	100.000

Les dimensions sont ordonnées de manière décroissante et listées en fonction de la quantité de variance expliquée. La dimension 1 explique la plus grande variance, suivie de la dimension 2 et ainsi de suite.

Le pourcentage cumulé expliqué est obtenu en ajoutant les proportions successives de variances expliquées

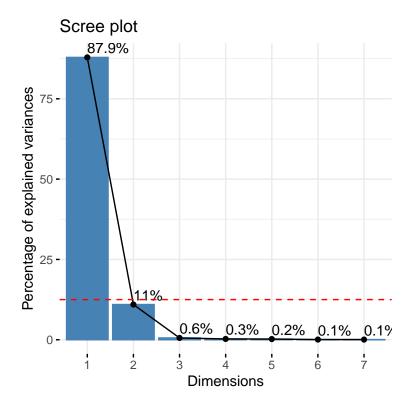
pour obtenir le total courant. Par exemple, 87.89% plus 10.96% est égal à 98.85%. Par conséquent, environ 98.85% de la variance totale est expliquée par les deux premières dimensions.

Les valeurs propres peuvent être utilisées pour déterminer le nombre d'axes à retenir. Il n'y a pas de «règle générale» pour choisir le nombre de dimensions à conserver pour l'interprétation des données.

Dans notre analyse, les deux premiers axes expliquent 98.85% de la variance totale. C'est un pourcentage plus qu'acceptable.

Il est également possible de calculer une valeur propre moyenne au-dessus de laquelle l'axe doit être conservé dans le résultat. Dans notre cas, prenons 12.5% (1*100/8) comme valeur propre moyenne. Ainsi, tout axe avec une contribution supérieure devrait être considéré comme important et inclus dans la solution pour l'interprétation des données.

On peut voir cela sur le graphique des valeurs propres afin de déterminer le nombre de dimensions à l'aide de la fonction ou $fviz_screeplot()$.



Selon le graphique ci-dessus, seule la dimension 1 doit être considérées pour l'interprétation de la solution. La dimension 2 explique seulement 11% de l'inertie totale, ce qui est inférieur à la valeur moyenne des axes (12,5%) et trop petit pour être éventuellement conservé pour une analyse plus approfondie.

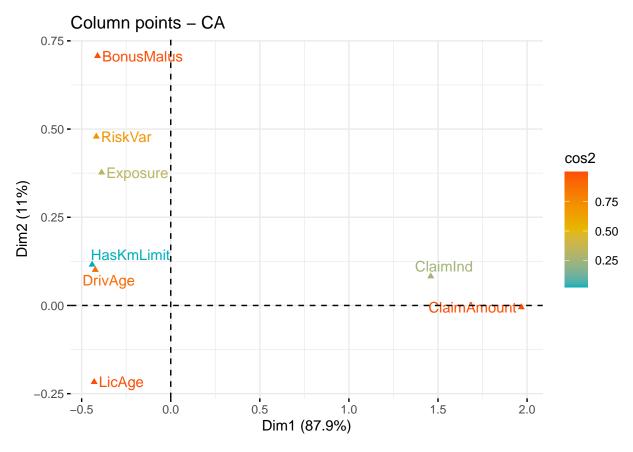
La dimension 1 explique environ 87,9% de l'inertie totale. Plus la rétention est élevée, plus la subtilité contenue dans les données d'origine est conservée dans la solution de l'AFC à faible dimension.

2.5.2.2.3 Les variables colonnes

La fonction $get_ca_col()$ sert à extraire les résultats pour les colonnes. Cette fonction renvoie une liste contenant les coordonnées, le cos2, la contribution et l'inertie des colonnes.

Qualité et contribution pour les colonnes

Pour visualiser la qualité et la contribution des colonnes dans notre tableau de données, on peut utiliser la fonction $fviz_ca_col()$. Voici ce qu'elle affiche :



Comme pour l'ACP, on constate que 5 variables sont plutôt bien représentés. En effet, les colonnes LicAge, DrivAge, ClaimAmount, BonusMalus et RiskVar sont les variables les mieux représentées.

3 GLM

3.1 Qu'est-ce qu'un modèle linéaire généralisé (GLM) ?

Les modèles linéaires généralisés aussi appelés GLM sont une extension des modèles linéaires classiques.

Cependant les modèles linéaires classiques sont utilisés uniquement lorsque la variable réponse est de type numérique continue. Or dans le cas que nous étudions, nous allons principalement utiliser des variables binaires avec lesquelles nous devrons utiliser la loi de Bernouilli. De ce fait l'erreur qui résulte de notre modèle linéaire classique ne peut donc pas suivre une loi normale de moyenne nulle et de variance constante, nos résultats étant soit 0 ou 1.

Un GLM est composé de trois éléments : 1. Un prédicteur linéaire 2. Une fonction de lien 3. Une structure des erreurs

Les prédicteurs linéaires sont un ensemble de variables prédictives induisant une variable dépendante que l'on nomme réponse.

$$\eta = \sum_{j=1}^{p} \beta_j X_{ij}$$

La fonction de lien est une transformation par une fonction mathématique de la prédiction moyenne. Il s'agit donc d'une fonction qui transforme les valeurs du prédicteur linéaire. G étant ici notre fonction lien

$$g(\mathfrak{t}_y) = \sum_{j=1}^p \beta_j \ X_{ij}$$

Le but d'une fonction de lien est primordial dans notre exemple, celle-ci va contraindre les valeurs prédites dans l'échelle des valeurs observées. On comprendra alors que cette fonction lien nous est nécessaire pour pouvoir analyser nos variables binaires.

Enfin la structure des erreurs va donc devoir être adaptée par rapport à nos modèles linéaires classique afin qu'ils puissent correspondre à nos nouvelles données. Pour cela il existe plusieurs lois comme la loi de Poisson ou la loi Binomiale nous offrant une distribution des erreurs et des réponses qui seront différents.

La loi de Poisson est principalement utilisée lorsqu'il s'agit de problèmes de comptage (nombre de poissons dans une rivière, nombre de buts marqués dans une saison etc.)

Lorsque les données sont continues, nous pouvons donc utiliser une distribution Gaussienne, mais il existe également des distributions Binomiales négatives qui a pour but de modéliser des variables de comptage lorsque celles-ci sont sur-dispersées

Ainsi, dans notre cas les distribution de Poisson ou binomiale négative peuvent être utiliser pour représenter les fréquences des sinistres

Et Gamma et Inverse gauss pour représenter la sévérité des sinistres

3.2 Modélisation de la fréquence et de la sévérité des sinistres par les GLM

3.2.1 Fréquence des sinistres

[1] 10

```
glmfreq1 <- glm(ClaimInd-., offset = log(Exposure), family=binomial(link="logit"), data=freMPL2.freq)
glmfreq <- step(glmfreq1)

## [1] "AIC"

## [1] 16512.36

## [1] "null.deviance"

## [1] 16694.19

## [1] "deviance"

## [1] 16424.36

## [1] "iter"</pre>
```

```
{\tt ClaimInd\ Predict\_ClaimInd\ difference}
##
## 1
              0
                      0.05183183 0.05183183
## 2
              0
                      0.04264521 0.04264521
## 3
              0
                      0.04987519 0.04987519
## 4
              0
                      0.02949297 0.02949297
## 5
              0
                      0.01373098 0.01373098
## 6
              0
                      0.05177154 0.05177154
## 7
                      0.10987374 0.89012626
              1
## 8
              0
                      0.09807513 0.09807513
## 9
              0
                      0.03014301 0.03014301
## 10
              0
                      0.05207465 0.05207465
```

La fonction tidy de l'extension broom pour récupérer les coefficients du modèle sous la forme d'un tableau de données. On précisera conf.int = TRUE pour obtenir les intervalles de confiance et exponentiate = TRUE pour avoir les odds ratio plutôt que les coefficients bruts.

term	estimate
(Intercept)	7.4668627
Exposure	-0.4117968
LicAge(36,120]	-0.5117128
LicAge(120,240]	-1.0259759
LicAge(240,360]	-1.0469490
LicAge(360,480]	-1.1412438
LicAge(480,600]	-1.1381157
LicAge(600,720]	-1.1728238
LicAge(720,840]	-0.2845352
LicAge(840,960]	-1.2120721
RecordBeg	-0.0006878
VehUsageprivée et trajet vers bureau	0.1815943
VehUsageprofessionnel	0.2561079
VehUsagetrajet professionnel	0.2554777
DrivAge(20,30]	-0.3086048
DrivAge(30,40]	0.0279437
DrivAge(40,50]	-0.0200307
DrivAge(50,60]	0.0889374
DrivAge(60,70]	0.2467301
DrivAge(70,80]	-0.1082620
DrivAge(80,103]	0.1605590
BonusMalus(100,350]	0.4779550
VehBodymicrovan	-0.0337112
VehBodyautobus	-0.4828871
VehBodycoupé	-0.0705839
VehBodyautre microvan	-0.1228752
VehBodyberline	-0.1839101
VehBodySUV	-0.0076381
VehBodybreak	-0.6199900
VehBodycamionnette	-0.1496120
VehEngineGPL	-8.4817375
VehEngineinjection	0.3859816
VehEngineinjection directe surpuissante	0.4918119
VehEngineélectrique	2.0211510
VehEngineinjection surpuissante	0.4212702
VehClassA	-0.4778405

term	estimate
VehClassB	-0.3895424
VehClassH	-0.1676421
VehClassM1	-0.3884454
VehClassM2	-0.3059190
RiskVar(4,8]	0.0899900
RiskVar(8,12]	0.1471524
RiskVar(12,16]	-0.0052311
RiskVar(16,20]	0.2197260

3.2.2 Sévérité des sinistres

```
glmsev1 <- glm(ClaimAmount~.,offset = log(Exposure), family=Gamma(link = "log"), data=freMPL2.posclaim)
glmsev <- step(glmsev1)
glmsev <- glmimprove2</pre>
```

3.2.3 Justification des modèles

Le résumé de notre modèle révèle des informations intéressantes. La performance d'une régression logistique est évaluée avec des métriques clés spécifiques : - AIC (Critère d'information d'Akaike): Il mesure l'ajustement lorsqu'une pénalité est appliquée au nombre de paramètres. Des valeurs AIC plus petites indiquent que le modèle est plus proche de la vérité. - Null deviance : Il s'agit de la déviance du modèle nul, c'est-à-dire qu'il n'est caractérisé par aucun facteur. - Residual deviance : Il s'agit de la déviance du modèle avec toutes les variables. - Number of Fisher Scoring iterations : Il s'agit du nombre d'itérations avant la convergence.

3.2.4 Calcul de la prime pure établi par le GLM

```
##
      identifiant_individu prediction_moyenne_frequence
## 7
                                                        0.11
## 24
                           2
                                                        0.04
## 34
                           3
                                                        0.08
## 51
                           4
                                                        0.09
## 54
                           5
                                                        0.13
## 67
                           6
                                                        0.14
##
      prediction_moyenne_severite prime_pure
## 7
                                       164.0738
                            1491.58
## 24
                                  NA
                                              NA
## 34
                                  NA
                                              NA
## 51
                                  NA
                                              NA
## 54
                                  NA
                                              NA
## 67
                            1230.13
                                       172.2182
```

Soit X le coût monétaire au risque

Selon le modèle général, X = SOMME de 1 à N des Bk

où N correspond au nombre de sinistres et Bk correspond au montant de sinistres

Autrement dit, N représente la fréquence (variable discrète) et Bk la sévérité (variable continue positive)

En admettant que la fréquence n'a pas d'influence sur la sévérité et que les montants des sinistres ont le même comportement aléatoire, on a : E(X) = E(N).E(B) (prime pure).

Comment calculer E(N)? Comment calculer E(B)?

3.2.4.1 Calcul de l'espérance du nombre de sinistres (E(N))

```
fonction de lien logit : logit(x) = ln(X/(1-x)) fonction réciproque : sigmoid(x) = 1/(1+exp(-x))
     Exposure
                 LicAge RecordBeg RecordEnd VehAge MariStat SocioCateg VehUsage
## 1
        0.583 (480,600] 2004-06-01
                                          <NA>
                                                  10+
                                                          autre
                                                                      CSP6
                                                                             privée
      DrivAge HasKmLimit BonusMalus VehBody VehPrice VehEngine VehEnergy
## 1 (80,103]
                        0
                            (49,100] berline
                                                    N injection
      VehMaxSpeed VehClass RiskVar ClaimAmount Garage ClaimInd
## 1 190-200 km/h
                          H (12,16]
                                               0 aucun
```

4 Bibliographie

4.1 Internet

- Pour la documentation R : https://www.rdocumentation.org/
- Pour l'analyse en composantes prinicipales : http://www.sthda.com/french/articles/38-methodes-des-composantes-principales-dans-r-guide-pratique/73-acp-analyse-en-composantes-principales-avec-r-l-essentiel/
- Pour l'analyse factorielle des correspondances : http://www.sthda.com/french/articles/38-methodes-des-composantes-principales-dans-r-guide-pratique/74-afc-analyse-factorielle-des-correspondances-avec-r-l-essentiel/

4.2 Littérature

5 Annexes

5.1 Affichage de l'implementation de la fonction nettoyage_dataframe :

```
dt$SocioCateg[i]<-"CSP1"
    }
  if (dt$SocioCateg[i]%in%c("CSP2", "CSP20", "CSP21", "CSP22", "CSP23",
                                     "CSP25", "CSP26", "CSP27", "CSP28")){
    dt$SocioCateg[i]<-"CSP2"</pre>
  if (dt$SocioCateg[i]%in%c("CSP3", "CSP30", "CSP31", "CSP32", "CSP33",
                                     "CSP35", "CSP36", "CSP37", "CSP38", "CSP39")){
    dt$SocioCateg[i]<-"CSP3"
  if (dt$SocioCateg[i]%in%c("CSP40", "CSP41", "CSP42", "CSP43", "CSP46",
                                     "CSP47", "CSP48", "CSP49")){
    dt$SocioCateg[i]<-"CSP4"
  if (dt$SocioCateg[i]%in%c("CSP5", "CSP50", "CSP51", "CSP55", "CSP56",
                                     "CSP57", "CSP59")){
    dt$SocioCateg[i]<-"CSP5"
    }
  if (dt$SocioCateg[i]%in%c("CSP6", "CSP60", "CSP61", "CSP62", "CSP63",
                                     "CSP65", "CSP66")){
    dt$SocioCateg[i]<-"CSP6"</pre>
  if (dt$SocioCateg[i]%in%c("CSP7", "CSP70", "CSP73", "CSP74", "CSP77")){
    dt$SocioCateg[i]<-"CSP7"
    }
  if (dt$SocioCateg[i]%in%c("CSP9", "CSP91")){
    dt$SocioCateg[i]<-"CSP9"
}
dt$SocioCateg <- droplevels(dt$SocioCateg)</pre>
# Traduction des données (VehBody, MariStat, VehUsage, VehEngine, VehEnergy, Garage)
for (i in 1:dim(dt)[2]){
 # Type de véhicules
  if (colnames(dt)[i] == "VehBody"){
    levels(dt$VehBody) <- c(levels(dt$VehBody), "autobus", "coupé",</pre>
                                     "autre microvan", "berline", "SUV", "break",
                                     "camionnette")
    dt$VehBody[dt$VehBody == "bus"]<-"autobus"
    dt$VehBody[dt$VehBody == "coupe"]<-"coupé"</pre>
    dt$VehBody[dt$VehBody == "other microvan"]<-"autre microvan"</pre>
    dt$VehBody[dt$VehBody == "sedan"]<-"berline"</pre>
    dt$VehBody[dt$VehBody == "sport utility vehicle"]<-"SUV"</pre>
    dt$VehBody[dt$VehBody == "station wagon"]<-"break"</pre>
    dt$VehBody[dt$VehBody == "van"]<-"camionnette"</pre>
    dt$VehBody <- droplevels(dt$VehBody)</pre>
  # Statut marital
  if (colnames(dt)[i] == "MariStat"){
    levels(dt$MariStat) <- c(levels(dt$MariStat), "célibataire", "autre")</pre>
    dt$MariStat[dt$MariStat == "Alone"]<-"célibataire"</pre>
    dt$MariStat[dt$MariStat == "Other"]<-"autre"</pre>
    dt$MariStat <- droplevels(dt$MariStat)</pre>
    }
```

```
# Utilisation du véhicule
    if (colnames(dt)[i] == "VehUsage"){
      levels(dt$VehUsage) <- c(levels(dt$VehUsage), "privée",</pre>
                                         "privée et trajet vers bureau", "professionnel",
                                         "trajet professionnel" )
      dt$VehUsage[dt$VehUsage == "Private"]<-"privée"</pre>
      dt$VehUsage[dt$VehUsage == "Private+trip to office"]<-</pre>
      "privée et trajet vers bureau"
      dt$VehUsage[dt$VehUsage == "Professional"] <- "professionnel"</pre>
      dt$VehUsage[dt$VehUsage == "Professional run"]<-</pre>
      "trajet professionnel"
      dt$VehUsage <- droplevels(dt$VehUsage)</pre>
    # Moteur du véhicule
    if (colnames(dt)[i] == "VehEngine"){
      levels(dt$VehEngine) <- c(levels(dt$VehEngine),</pre>
                                           "injection directe surpuissante",
                                          "électrique", "injection surpuissante")
      dt$VehEngine[dt$VehEngine == "direct injection overpowered"]<-
      "injection directe surpuissante"
      dt$VehEngine[dt$VehEngine == "electric"]<-"électrique"</pre>
      dt$VehEngine[dt$VehEngine == "injection overpowered"]<-</pre>
      "injection surpuissante"
      dt$VehEngine <- droplevels(dt$VehEngine)</pre>
      }
    # Energie utilisée par le véhicule
    if (colnames(dt)[i] == "VehEnergy"){
      levels(dt$VehEnergy) <- c(levels(dt$VehEnergy), "électrique", "essence")</pre>
      dt$VehEnergy[dt$VehEnergy == "regular"]<-"essence"</pre>
      dt$VehEnergy[dt$VehEnergy == "eletric"]<-"électrique"</pre>
      dt$VehEnergy <- droplevels(dt$VehEnergy)</pre>
      }
    # Garage
    if (colnames(dt)[i] == "Garage"){
      levels(dt$Garage) <- c(levels(dt$Garage), "aucun", "garage indépendant",</pre>
                                       "concessionnaire")
      dt$Garage[dt$Garage == "None"]<-"aucun"</pre>
      dt$Garage [dt$Garage == "Private garage"] <- "garage indépendant"</pre>
      dt$Garage[dt$Garage == "Collective garage"]<-"concessionnaire"</pre>
      dt$Garage <- droplevels(dt$Garage)</pre>
    }
  }
  return (dt)
}
```

5.2 Affichage d'un exemple d'exécution de la fonction describe du package Hmisc

```
## freMPL2
##
## 21 Variables 47497 Observations
## ------## Exposure
```

```
n missing distinct Info Mean Gmd .05 .10
##
     47497 \qquad \qquad 0 \qquad \quad 755 \qquad 0.999 \qquad 0.437 \quad 0.3222 \qquad 0.047 \qquad 0.083
##
                     .75 .90 .95
    . 25
             .50
##
    ##
                                   0.916
## lowest : 0.003 0.005 0.006 0.008 0.009, highest: 0.994 0.996 0.997 0.998 1.000
## LicAge
  n missing distinct Info Mean Gmd .05 .10
47497 0 809 1 274.2 182.7 60 86
##
                    .75
     . 25
             .50
                            .90 .95
            246 396 500
      141
                                    566
##
##
## lowest : 0 1 2 3 4, highest: 887 912 914 930 940
## -----
## RecordBeg
    n missing distinct Info Mean Gmd
47497 0 365 0.937 2004-04-19 128.7
.10 .25 .50 .75 .90 .95
##
                                                     Gmd
##
                                                   128.7 2004-01-01
## 2004-01-01 2004-01-01 2004-03-11 2004-07-26 2004-10-29 2004-12-01
## lowest : 2004-01-01 2004-01-02 2004-01-03 2004-01-04 2004-01-05
## highest: 2004-12-26 2004-12-27 2004-12-28 2004-12-29 2004-12-30
## ------
## RecordEnd

    n
    missing
    distinct
    Info
    Mean
    Gmd

    25388
    22109
    364
    0.999
    2004-07-04
    113.7

    .10
    .25
    .50
    .75
    .90
    .95

                                                     \operatorname{\mathsf{Gmd}}
                                                    113.7 2004-02-01
##
## 2004-02-25 2004-04-07 2004-07-01 2004-10-01 2004-11-23 2004-12-01
## lowest : 2004-01-03 2004-01-04 2004-01-05 2004-01-06 2004-01-07
## highest: 2004-12-27 2004-12-28 2004-12-29 2004-12-30 2004-12-31
## VehAge
  n missing distinct
##
    47497 0
## lowest: 0 1 10+2 3 , highest: 3 4 5 6-7 8-9
##
## Value 0
                   1 10+ 2 3 4 5 6-7
## Frequency 4313 3987 14347 4140 3760 3658 3412 4909 4971
## Proportion 0.091 0.084 0.302 0.087 0.079 0.077 0.072 0.103 0.105
## ------
## MariStat
## n missing distinct
    47497 0 2
##
##
## Value célibataire autre
                         33807
## Frequency 13690
## Proportion 0.288 0.712
## SocioCateg
## n missing distinct
## 47497 0 8
```

```
##
## lowest : CSP1 CSP2 CSP3 CSP5 CSP6, highest: CSP5 CSP6 CSP7 CSP9 CSP4
           CSP1 CSP2 CSP3 CSP5 CSP6 CSP7 CSP9 CSP4
## Value
## Frequency 2366 1721 918 32894 5731
                                     80
## Proportion 0.050 0.036 0.019 0.693 0.121 0.002 0.000 0.080
## -----
## VehUsage
   n missing distinct
##
    47497 0
##
## Value
                              privée privée et trajet vers bureau
## Frequency
                              16785
                                                       22051
## Proportion
                              0.353
                                                       0.464
##
                                    trajet professionnel
## Value
                    professionnel
                               7958
## Frequency
                                                         703
                              0.168
## Proportion
                                                       0.015
## DrivAge
##
    n missing distinct Info Mean
                                          Gmd .05
                                                          .10
    47497 0 83
                           1 44.48 16.61 25
                                                            27
                                   .95
##
      . 25
              .50
                     .75
                            .90
       32
              42
                     55
                            65
##
##
## lowest: 18 19 20 21 22, highest: 96 97 98 102 103
## HasKmLimit
     n missing distinct
                           {\tt Info}
                                   \operatorname{\mathtt{Sum}}
                                           Mean
                                                    Gmd
     47497
                           0.353
##
          0 2
                                    6468 0.1362 0.2353
##
## BonusMalus
                                         Gmd .05
21.99 50
##
                           Info Mean
    n missing distinct
                                                          .10
##
    47497
          0 108
                          0.954
                                   69
                                                            50
                    .75
             .50
##
      . 25
                           .90
                                    .95
##
      50
              64
                     85
                            100
                                   100
##
## lowest : 50 51 52 53 54, highest: 220 230 256 258 272
## VehBody
##
   n missing distinct
##
    47497
##
                                                       autre microvan
## lowest : cabriolet microvan autobus
                                              coupé
                                   SUV
## highest: autre microvan berline
                                               break
                                                           camionnette
## cabriolet (1506, 0.032), microvan (1458, 0.031), autobus (220, 0.005), coupé
## (1761, 0.037), autre microvan (1837, 0.039), berline (34051, 0.717), SUV (1974,
## 0.042), break (2231, 0.047), camionnette (2459, 0.052)
## -----
## VehPrice
  n missing distinct
##
##
    47497
          0
```

```
##
## lowest : A B C D E , highest: W X Y Z Z1
## VehEngine
##
     n missing distinct
##
    47497
          0
## lowest : carburation
                                 GPL
                                                          injection
## highest: GPL
                                 injection
                                                          injection directe surpuissant
##
## carburation (6513, 0.137), GPL (2, 0.000), injection (30663, 0.646), injection
## directe surpuissante (6554, 0.138), électrique (6, 0.000), injection
## surpuissante (3759, 0.079)
## -----
## VehEnergy
##
   n missing distinct
##
    47497
           0
##
                         GPL électrique
             diesel
## Value
                                       essence
## Frequency
              13521
                                       33968
## Proportion
              0.285
                       0.000
                              0.000
                                        0.715
## ------
## VehMaxSpeed
##
       n missing distinct
##
    47497
              0
## lowest : 1-130 km/h 130-140 km/h 140-150 km/h 150-160 km/h 160-170 km/h
## highest: 170-180 km/h 180-190 km/h 190-200 km/h 200-220 km/h 220+ km/h
            1-130 km/h 130-140 km/h 140-150 km/h 150-160 km/h 160-170 km/h
## Value
## Frequency
                 1256
                           2286
                                     4073
                                               7075
                                                          7915
## Proportion
                0.026
                          0.048
                                    0.086
                                               0.149
                                                         0.167
##
          170-180 km/h 180-190 km/h 190-200 km/h 200-220 km/h
                                                      220+ km/h
## Value
## Frequency
                 7933
                        5795
                                  4567
                                               3998
                                                          2599
## Proportion
                0.167
                          0.122
                                    0.096
                                               0.084
                                                         0.055
## VehClass
##
       n missing distinct
##
    47497
           0
## lowest : O A B H M1, highest: A B H M1 M2
## Value
              0
                       В
                           H M1
                  Α
## Frequency 1901 4140 15229 7034 11756 7437
## Proportion 0.040 0.087 0.321 0.148 0.248 0.157
## RiskVar
                                                .05
##
       n missing distinct
                          Info
                                 Mean
                                         Gmd
                                                       .10
                    20
##
    47497
             0
                         0.994
                                 13.51
                                        5.238
                                                4
                                                         7
      .25
##
             .50
                    .75
                           .90
                                  .95
##
      11
             15
                    17
                           19
##
## lowest : 1 2 3 4 5, highest: 16 17 18 19 20
```

```
##
## Value
          1 2
                     3
                          4
                                5
                                    6
                                         7
                                              8
                                                       10
                         700 1154 1041 1889 1630 1361 1513 2934
## Frequency 590 501
                    754
## Proportion 0.012 0.011 0.016 0.015 0.024 0.022 0.040 0.034 0.029 0.032 0.062
## Value
             12
                13
                      14
                           15
                               16
                                    17
                                         18
## Frequency 2896 3172 2496 5434 5632 4047 3078 3270 3405
## Proportion 0.061 0.067 0.053 0.114 0.119 0.085 0.065 0.069 0.072
## -----
## ClaimAmount
                                               .05
     n missing distinct Info Mean
                                                      .10
                                       Gmd
                        0.129
                                86.83
##
    47497
           0 873
                                       170.3
                                                0
      .25
                  .75
             .50
                          .90
                                 .95
##
##
       0
             0
                    0
                            0
                                   0
##
## lowest :
         0.00
                  0.48
                         1.00
                                 1.80
                                            9.16
## highest: 57085.76 66892.58 80562.15 98152.44 120152.44
## Garage
   n missing distinct
##
    47497
          0
##
## Value
                    aucun garage indépendant concessionnaire
## Frequency
                    35092
                                   4642
                                                  7763
                    0.739
                                   0.098
## Proportion
                                                  0.163
## ClaimInd
##
    n missing distinct Info
                                 Sum
                                        Mean
                                                Gmd
                         0.129
    47497 0 2
                                 2134 0.04493 0.08582
##
##
```

5.3 Affichage de l'ensemble des représentations graphiques

