

Projet Actuariat

Solène Corre, Florentin Dehooghe, François Delhaye

27 avril 2020

Table des matières

1	Présentation du projet	2
2	Exploration des jeux de données freMPL1 et freMPL2	2
2.1	Première visualisation des jeux de données	2
2.2	Nettoyage de données	4
2.3	Statistiques descriptives	4
2.4	Représentations graphiques des données	10
2.5	Méthodes des composantes principales	10
2.5.1	Analyse en composantes principales (ACP)	10
2.5.1.1	Calcul de l'ACP	10
2.5.1.2	Analyse des résultats	11
2.5.2	Analyse factorielle des correspondances (AFC)	18
2.5.2.1	Calcul	18
2.5.2.2	Analyse des résultats	19
3	GLM	21
3.1	Qu'est-ce qu'un modèle linéaire généralisé (GLM) ?	21
3.2	Modélisation de la fréquence et de la sévérité des sinistres par les GLM	22
3.2.1	Fréquence des sinistres	22
3.2.2	Sévérité des sinistres	26
3.2.3	Justification des modèles	28
3.2.4	Calcul de la prime pure établi par le GLM	28
3.2.4.1	Calcul de l'espérance du nombre de sinistres ($E(N)$)	28
4	Bibliographie	29
4.1	Internet	29
4.2	Littérature	29

5	Annexes	29
5.1	Affichage de l'implementation de la fonction <code>nettoyage_dataframe</code> :	29
5.2	Affichage d'un exemple d'exécution de la fonction <code>describe</code> du package <code>Hmisc</code>	31
5.3	Affichage de l'ensemble des représentations graphiques	35

1 Présentation du projet

L'assurance est un contrat par lequel, moyennant le versement d'une prime dont le montant est fixé a priori (en début de période de couverture), l'assureur s'engage à indemniser l'assuré pendant toute la période de couverture (généralement un an). Cette prime doit refléter le risque associé au contrat.

Pour chaque police d'assurance, la prime est fonction de variables dites de tarification permettant de segmenter la population en fonction de son risque. Il est usuel d'utiliser une approche fréquence/sévérité ou une approche indemnitaire pour modéliser le coût annuel d'une police d'assurance. Sur les données utilisées dans ce projet, nous utiliserons cette dernière approche car on ne dispose pas des montants individuels de sinistre.

Le but de ce projet est de proposer un tarificateur en se basant deux méthodes : les modèles linéaires généralisés (GLM) et les modèles additifs généralisés (GAM). Ces derniers sont une extension des GLM (proposé par McCullagh et Nelder, 1989) en considérant une approche non-paramétrique pour le prédicteur.

Un second objectif sera, en plus de calculer une prime pure par police, de déterminer une commerciale intégrant une marge pour risque. Une approche par simulation sera réalisée pour juger de l'adéquation du chargement par rapport à la charge sinistre totale portefeuille.

2 Exploration des jeux de données `freMPL1` et `freMPL2`

Un peu à la manière du machine learning, les données contenues dans `freMPL2` serviront de données d'entraînement de notre modèle et les données de `freMPL1` serviront pour tester notre modèle final.

2.1 Première visualisation des jeux de données

Les dimensions du jeu de données **`freMPL1`** sont (30595, 22).

Ainsi, notre jeu contient 30595 données différentes, toutes définies par 22 caractéristiques différentes.

De même, les dimensions du jeu de données **`freMPL2`** sont (48295, 22).

Ainsi, notre jeu contient 48295 données différentes, toutes définies par 22 caractéristiques différentes.

Les noms des caractéristiques des jeux de données sont les mêmes. Les différentes caractéristiques sont :

- **Exposure** : il s'agit d'une donnée de type numérique qui correspond à la fréquence d'exposition aux risques d'un individu sur une année. Par exemple, si l'individu a été exposé 100 jours, le chiffre affiché est 0,27 (= 100/365,25).
- **LicAge** : c'est un nombre entier de mois correspondant à l'âge de la licence de la personne concernée.
- **RecordBeg** : cela correspond à la date de début d'exposition aux risques.
- **RecordEnd** : c'est la date de fin d'exposition au risque. Si elle n'est pas renseignée, c'est que la personne est toujours exposée.
- **VehAge** : Il correspond à l'âge du véhicule en année(s). Il est composé en 9 catégories distinctes : "0", "1", "2", "3", "4", "5", "6-7", "8-9" et "10+".
- **Gender** : c'est le sexe de l'individu.
- **MariStat** : il s'agit du statut marital de la personne. Elle est soit célibataire ("Alone") soit autre chose ("Other").

- **SocioCateg** : Cela correspond à la catégorie socioprofessionnelle de l'individu. Les valeurs, comprises entre "CSP1" et "CSP99", correspondent à la classification française (voir lien suivant : https://fr.wikipedia.org/wiki/Professions_et_cat%C3%A9gories_socioprofessionnelles_en_France).
- **VehUsage** : Cela correspond à l'utilisation du véhicule par le propriétaire. Il est soit privée ("Private"), soit professionnel ("Professional"), ...
- **DrivAge** : C'est l'âge du conducteur (en années). Pour rappel, en France, la conduite est possible à partir de 18 ans.
- **HasKmLimit** : il s'agit d'une valeur numérique spécifiant si oui ("1") ou non ("0") l'assurance comporte une limite kilométrique.
- **BonusMalus** : c'est un variable de type numérique, dont la valeur est comprise entre 50 et 350, précisant si la personne possède des bonus ou des malus. Si la valeur est inférieure à 100, l'individu a droit à des bonus. Sinon, la personne a des malus.
- **VehBody** : il s'agit du type de modèle concerné par l'assurance de l'individu.
- **VehPrice** : c'est un indicateur correspondant au prix du véhicule.
- **VehEngine** : cela correspond au type de moteur que possède le véhicule.
- **VehEnergy** : cela correspond au type d'énergie consommé par le véhicule que possède le véhicule
- **VehMaxSpeed** : c'est la vitesse maximum que peut atteindre le véhicule. Les différentes catégories sont: "1-130 km/h", "130-140 km/h", "140-150 km/h", "150-160 km/h", "160-170 km/h", "170-180 km/h", "180-190 km/h", "190-200 km/h", "200-220 km/h", "220+ km/h".
- **VehClass** : il s'agit de la classe du véhicule.
- **RiskVar** : Nombre compris entre 1 et 20 correspondant au risque inconnu probable.
- **ClaimAmount** : c'est le montant total de la garantie) laquelle peut prétendre l'assuré.
- **Garage** : il s'agit du type de garage auquel se rend l'assuré.
- **ClaimInd** : c'est un indicateur précisant si oui ou non l'assuré peut prétendre à une garantie.

Regardons maintenant les premiers éléments composant le jeu de données **freMPL1** :

	1	2	3
Exposure	0.583	0.200	0.083
LicAge	366	187	169
RecordBeg	2004-06-01	2004-10-19	2004-07-16
RecordEnd	NA	NA	2004-08-16
VehAge	2	0	1
Gender	Female	Male	Female
MariStat	Other	Alone	Other
SocioCateg	CSP1	CSP55	CSP1
VehUsage	Professional	Private+trip to office	Professional
DrivAge	55	34	33
HasKmLimit	0	0	0
BonusMalus	72	80	63
VehBody	sedan	microvan	other microvan
VehPrice	D	K	L
VehEngine	injection	direct injection overpowered	direct injection overpowered
VehEnergy	regular	diesel	diesel
VehMaxSpeed	160-170 km/h	170-180 km/h	170-180 km/h
VehClass	B	M1	M1
ClaimAmount	0	0	0
RiskVar	15	20	17
Garage	None	None	None
ClaimInd	0	0	0

et aussi les premiers éléments composants **freMPL2** :

	1	2	3
Exposure	0.583	0.416	0.583
LicAge	579	361	366
RecordBeg	2004-06-01	2004-01-01	2004-06-01
RecordEnd	NA	2004-06-01	NA
VehAge	10+	1	2
Gender	Male	Female	Female
MariStat	Other	Other	Other
SocioCateg	CSP60	CSP1	CSP1
VehUsage	Private	Professional	Professional
DrivAge	83	55	55
HasKmLimit	0	0	0
BonusMalus	50	58	72
VehBody	sedan	sedan	sedan
VehPrice	N	D	D
VehEngine	injection	injection	injection
VehEnergy	regular	regular	regular
VehMaxSpeed	190-200 km/h	160-170 km/h	160-170 km/h
VehClass	H	B	B
RiskVar	14	15	15
ClaimAmount	0	0	0
Garage	None	None	None
ClaimInd	0	0	0

2.2 Nettoyage de données

Remarquons qu'il serait intéressant de faire un peu de nettoyage de données avant d'effectuer quelconques travaux sur celles-ci. Pour cela, nous allons créer une fonction qui servira à nettoyer les 2 data frames.

Cette fonction (appelée `nettoyage_dataframe`) prend l'un des deux data frames en paramètres et effectue les opérations suivantes :

- Suppression des données des individus assurés moins d'un jour (Exposure)
- Modification des données des individus ayant un ClaimAmount négatif
- Suppression de la colonne associée au sexe de la personne
- Réduction du nombre de catégories socioprofessionnels
- Traduction des données (VehBody, MariStat, VehUsage, VehEngine, VehEnergy, Garage)

2.3 Statistiques descriptives

Regardons maintenant plus précisément les valeurs particulières de ces colonnes (valeurs minimum et maximum, moyenne, médiane, quantiles, ...). Pour cela, on exécute l'instruction **summary(freMPLx)** (et plus précisément **dfSummary(freMPLx)** du package `summarytools` pour l'affichage) ce qui donne les résultats suivants :

- Pour **freMPL1** :

No	Variable	Stats / Values	Freqs (% of Valid)	Missing
1	Exposure [numeric]	Mean (sd) : 0.4 (0.3) min < med < max: 0 < 0.4 < 1 IQR (CV) : 0.5 (0.6)	753 distinct values	0 (0%)

No	Variable	Stats / Values	Freqs (% of Valid)	Missing
2	LicAge [integer]	Mean (sd) : 301.3 (163) min < med < max: 0 < 283 < 940 IQR (CV) : 263 (0.5)	787 distinct values	0 (0%)
3	RecordBeg [Date]	min : 2004-01-01 med : 2004-03-01 max : 2004-12-30 range : 11m 29d	363 distinct values	0 (0%)
4	RecordEnd [Date]	min : 2004-01-03 med : 2004-07-01 max : 2004-12-31 range : 11m 28d	364 distinct values	13984 (46.55%)
5	VehAge [factor]	1. 0 2. 1 3. 10+ 4. 2 5. 3 6. 4 7. 5 8. 6-7 9. 8-9	4573 (15.2%) 4645 (15.5%) 1535 (5.1%) 4839 (16.1%) 3790 (12.6%) 3297 (11.0%) 2722 (9.1%) 2882 (9.6%) 1760 (5.9%)	0 (0%)
6	MariStat [factor]	1. célibataire 2. autre	7303 (24.3%) 22740 (75.7%)	0 (0%)
7	SocioCateg [factor]	1. CSP1 2. CSP2 3. CSP3 4. CSP5 5. CSP6 6. CSP7 7. CSP4 8. CSP9	1803 (6.0%) 830 (2.8%) 487 (1.6%) 19905 (66.3%) 4592 (15.3%) 59 (0.2%) 2361 (7.9%) 6 (0.0%)	0 (0%)
8	VehUsage [factor]	1. privée 2. privée et trajet vers bur 3. professionnel 4. trajet professionnel	9793 (32.6%) 13264 (44.1%) 6407 (21.3%) 579 (1.9%)	0 (0%)
9	DrivAge [integer]	Mean (sd) : 46.3 (14.9) min < med < max: 18 < 45 < 97 IQR (CV) : 23 (0.3)	80 distinct values	0 (0%)
10	HasKmLimit [integer]	Min : 0 Mean : 0.1 Max : 1	0 : 26756 (89.1%) 1 : 3287 (10.9%)	0 (0%)
11	BonusMalus [integer]	Mean (sd) : 64.2 (18.3) min < med < max: 50 < 54 < 272 IQR (CV) : 26 (0.3)	92 distinct values	0 (0%)

No	Variable	Stats / Values	Freqs (% of Valid)	Missing
12	VehBody [factor]	1. cabriolet 2. microvan 3. autobus 4. coupé 5. autre microvan 6. berline 7. SUV 8. break 9. camionnette	1315 (4.4%) 1347 (4.5%) 156 (0.5%) 1302 (4.3%) 1661 (5.5%) 19764 (65.8%) 1823 (6.1%) 1605 (5.3%) 1070 (3.6%)	0 (0%)
13	VehPrice [factor]	1. A · 2. B · 3. C · 4. D · 5. E · 6. F · 7. G · 8. H · 9. I · 10. J · [17 others]	148 (0.5%) 102 (0.3%) 446 (1.5%) 1583 (5.3%) 2177 (7.2%) 2383 (7.9%) 2343 (7.8%) 2362 (7.9%) 2209 (7.4%) 2788 (9.3%) 13502 (44.9%)	0 (0%)
14	VehEngine [factor]	1. carburation 2. GPL 3. injection 4. injection directe surpuis 5. électrique 6. injection surpuissante	508 (1.7%) 2 (0.0%) 20458 (68.1%) 6895 (22.9%) 6 (0.0%) 2174 (7.2%)	0 (0%)
15	VehEnergy [factor]	1. diesel 2. GPL 3. électrique 4. essence	9254 (30.8%) 2 (0.0%) 6 (0.0%) 20781 (69.2%)	0 (0%)
16	VehMaxSpeed [factor]	1. 1-130 km/h 2. 130-140 km/h 3. 140-150 km/h 4. 150-160 km/h 5. 160-170 km/h 6. 170-180 km/h 7. 180-190 km/h 8. 190-200 km/h 9. 200-220 km/h 10. 220+ km/h	212 (0.7%) 1066 (3.5%) 1257 (4.2%) 3801 (12.6%) 5205 (17.3%) 4749 (15.8%) 4593 (15.3%) 3613 (12.0%) 3250 (10.8%) 2297 (7.6%)	0 (0%)
17	VehClass [factor]	1. 0 2. A 3. B 4. H 5. M1 6. M2	743 (2.5%) 2931 (9.8%) 9400 (31.3%) 4804 (16.0%) 7622 (25.4%) 4543 (15.1%)	0 (0%)
18	ClaimAmount [numeric]	Mean (sd) : 259.6 (2337.2) min < med < max: 0 < 0 < 163427 IQR (CV) : 0 (9)	1799 distinct values	0 (0%)

No	Variable	Stats / Values	Freqs (% of Valid)	Missing
19	RiskVar [integer]	Mean (sd) : 13.2 (4.7) min < med < max: 1 < 15 < 20 IQR (CV) : 7 (0.4)	20 distinct values	0 (0%)
20	Garage [factor]	1. aucun 2. garage indépendant 3. concessionnaire	19678 (65.5%) 3870 (12.9%) 6495 (21.6%)	0 (0%)
21	ClaimInd [integer]	Min : 0 Mean : 0.1 Max : 1	0 : 26778 (89.1%) 1 : 3265 (10.9%)	0 (0%)

On constate ainsi que, pour ce data frame, l'âge moyen du conducteur est de 46,3 ans avec pour écart-type 14,9 ans. Le plus jeune conducteur a 18 ans(âge minimum légale pour conduire en France) et le plus âgé a 97 ans. L'écart interquartile (IQR), c'est-à-dire la mesure de dispersion qui s'obtient en faisant la différence entre le premier (25% des valeurs du data frame sont inférieures à ce quartile) et le troisième quartile(75 %), est de 23. Autrement dit, 50% des âges des conducteurs est compris entre 35 et 58 ans. Le coefficient de variation (CV), le rapport entre l'écart-type et la moyenne, est égale à 3.

De même, en ce qui concerne l'usage du véhicule par son propriétaire, on remarquera que la plupart des personnes renseignées utilise leur véhicule pour les trajets privés et pour se rendre à leur bureau (44,1%).

— Pour **freMPL2** :

No	Variable	Stats / Values	Freqs (% of Valid)	Missing
1	Exposure [numeric]	Mean (sd) : 0.4 (0.3) min < med < max: 0 < 0.4 < 1 IQR (CV) : 0.5 (0.6)	755 distinct values	0 (0%)
2	LicAge [integer]	Mean (sd) : 274.2 (161.8) min < med < max: 0 < 246 < 940 IQR (CV) : 255 (0.6)	809 distinct values	0 (0%)
3	RecordBeg [Date]	min : 2004-01-01 med : 2004-03-11 max : 2004-12-30 range : 11m 29d	365 distinct values	0 (0%)
4	RecordEnd [Date]	min : 2004-01-03 med : 2004-07-01 max : 2004-12-31 range : 11m 28d	364 distinct values	22109 (46.55%)
5	VehAge [factor]	1. 0 2. 1 3. 10+ 4. 2 5. 3 6. 4 7. 5 8. 6-7 9. 8-9	4313 (9.1%) 3987 (8.4%) 14347 (30.2%) 4140 (8.7%) 3760 (7.9%) 3658 (7.7%) 3412 (7.2%) 4909 (10.3%) 4971 (10.5%)	0 (0%)
6	MariStat [factor]	1. célibataire 2. autre	13690 (28.8%) 33807 (71.2%)	0 (0%)

No	Variable	Stats / Values	Freqs (% of Valid)	Missing
7	SocioCateg [factor]	1. CSP1 2. CSP2 3. CSP3 4. CSP5 5. CSP6 6. CSP7 7. CSP9 8. CSP4	2366 (5.0%) 1721 (3.6%) 918 (1.9%) 32894 (69.2%) 5731 (12.1%) 80 (0.2%) 9 (0.0%) 3778 (8.0%)	0 (0%)
8	VehUsage [factor]	1. privée 2. privée et trajet vers bur 3. professionnel 4. trajet professionnel	16785 (35.3%) 22051 (46.4%) 7958 (16.8%) 703 (1.5%)	0 (0%)
9	DrivAge [integer]	Mean (sd) : 44.5 (14.7) min < med < max: 18 < 42 < 103 IQR (CV) : 23 (0.3)	83 distinct values	0 (0%)
10	HasKmLimit [integer]	Min : 0 Mean : 0.1 Max : 1	0 : 41029 (86.4%) 1 : 6468 (13.6%)	0 (0%)
11	BonusMalus [integer]	Mean (sd) : 69 (20.4) min < med < max: 50 < 64 < 272 IQR (CV) : 35 (0.3)	108 distinct values	0 (0%)
12	VehBody [factor]	1. cabriolet 2. microvan 3. autobus 4. coupé 5. autre microvan 6. berline 7. SUV 8. break 9. camionnette	1506 (3.2%) 1458 (3.1%) 220 (0.5%) 1761 (3.7%) 1837 (3.9%) 34051 (71.7%) 1974 (4.2%) 2231 (4.7%) 2459 (5.2%)	0 (0%)
13	VehPrice [factor]	1. A · 2. B · 3. C · 4. D · 5. E · 6. F · 7. G · 8. H · 9. I · 10. J · [17 others]	765 (1.6%) 655 (1.4%) 1697 (3.6%) 3617 (7.6%) 3878 (8.2%) 4106 (8.6%) 4184 (8.8%) 3952 (8.3%) 3505 (7.4%) 3898 (8.2%) 17240 (36.3%)	0 (0%)
14	VehEngine [factor]	1. carburation 2. GPL 3. injection 4. injection directe surpuis 5. électrique 6. injection surpuissante	6513 (13.7%) 2 (0.0%) 30663 (64.6%) 6554 (13.8%) 6 (0.0%) 3759 (7.9%)	0 (0%)

No	Variable	Stats / Values	Freqs (% of Valid)	Missing
15	VehEnergy [factor]	1. diesel 2. GPL 3. électrique 4. essence	13521 (28.5%) 2 (0.0%) 6 (0.0%) 33968 (71.5%)	0 (0%)
16	VehMaxSpeed [factor]	1. 1-130 km/h 2. 130-140 km/h 3. 140-150 km/h 4. 150-160 km/h 5. 160-170 km/h 6. 170-180 km/h 7. 180-190 km/h 8. 190-200 km/h 9. 200-220 km/h 10. 220+ km/h	1256 (2.6%) 2286 (4.8%) 4073 (8.6%) 7075 (14.9%) 7915 (16.7%) 7933 (16.7%) 5795 (12.2%) 4567 (9.6%) 3998 (8.4%) 2599 (5.5%)	0 (0%)
17	VehClass [factor]	1. 0 2. A 3. B 4. H 5. M1 6. M2	1901 (4.0%) 4140 (8.7%) 15229 (32.1%) 7034 (14.8%) 11756 (24.8%) 7437 (15.7%)	0 (0%)
18	RiskVar [integer]	Mean (sd) : 13.5 (4.7) min < med < max: 1 < 15 < 20 IQR (CV) : 6 (0.3)	20 distinct values	0 (0%)
19	ClaimAmount [numeric]	Mean (sd) : 86.8 (1232.5) min < med < max: 0 < 0 < 120152.4 IQR (CV) : 0 (14.2)	873 distinct values	0 (0%)
20	Garage [factor]	1. aucun 2. garage indépendant 3. concessionnaire	35092 (73.9%) 4642 (9.8%) 7763 (16.3%)	0 (0%)
21	ClaimInd [integer]	Min : 0 Mean : 0 Max : 1	0 : 45363 (95.5%) 1 : 2134 (4.5%)	0 (0%)

Pour ce data frame, l'âge moyen du conducteur est de 44,5 ans avec pour écart-type 14,7 ans. Le plus jeune conducteur a 18 ans (âge minimum légale pour conduire en France) et le plus âgé a 103 ans. L'écart interquartile (IQR) est de 23 ce qui veut dire que 50% des conducteurs ont un âge compris entre 33 et 56 ans. Le coefficient de variation (CV) est égale à 3.

De même, en ce qui concerne l'usage du véhicule par son propriétaire, on remarquera que la plupart des personnes renseignées utilise leur véhicule pour les trajets privés et pour se rendre à leur bureau (46,4%).

On remarquera également qu'il existe des données manquantes, pour les 2 tableaux de données, dans la colonne RecEnd, ce qui signifie que les individus concernés sont toujours assurés.

On peut aussi utiliser la fonction **describe()** du package Hmisc pour avoir un aperçu de la dispersion des données. En effet, cette fonction détermine le type de la variable (character, factor, numeric,...) et affiche un "résumé" concis en fonction de chacun. Vous trouvez un exemple d'exécution de la fonction describe en annexe.

2.4 Représentations graphiques des données

Dans cette partie, vous allez voir des représentations graphiques des colonnes les plus importantes de nos data frames. L'ensemble des graphiques est cependant disponible dans les annexes de ce rapport.

2.5 Méthodes des composantes principales

Nous allons maintenant rentrer dans des méthodes d'analyse descriptives plus complètes pour nous permettre d'établir nos modèles linéaires. Pour cela, nous allons appliquer les méthodes d'analyse en composantes principales (ACP) et d'analyse factorielle des correspondances (AFC). Le but de ces méthodes est de définir les informations les plus significatives de nos data frames et de découvrir si oui ou non il existe certaines similitudes entre nos différentes informations pour pouvoir obtenir un data frame optimisé sur lequel on appliquera nos 2 modèles linéaires (GLM, GAM).

2.5.1 Analyse en composantes principales (ACP)

L'ACP permet d'analyser et de visualiser un jeu de données contenant des individus décrits par plusieurs variables quantitatives.

C'est une méthode statistique qui permet d'explorer des données dites multivariées (données avec plusieurs variables). Chaque variable pourrait être considérée comme une dimension différente.

L'analyse en composantes principales est utilisée pour extraire et de visualiser les informations importantes contenues dans une table de données multivariées. L'ACP synthétise cette information en seulement quelques nouvelles variables appelées composantes principales. Ces nouvelles variables correspondent à une combinaison linéaire des variables originels. Le nombre de composantes principales est inférieur ou égal au nombre de variables d'origine.

2.5.1.1 Calcul de l'ACP

Pour réaliser le calcul de l'ACP, plusieurs fonctions, de différents packages, sont disponibles dans le logiciel R :

- *prcomp()* et *princomp()* issus du package *stats*
- *PCA()* issu du package *FactoMineR*
- *dudi.pca()* issu du package *ade4*
- *epPCA()* issu du package *ExPosition*.

Parmi ces fonctions, nous avons décidé d'utiliser la fonction **PCA()** du package **FactoMineR** car ce package nous permettra également de réaliser notre seconde analyse. Enfin, pour extraire et visualiser les résultats, nous allons utiliser les fonctions R fournies par le package **factoextra**.

Nous allons donc exécuter l'ACP sur notre tableau `freMPL2` en prenant à ce que l'ensemble des valeurs que nous utilisons soit de type numérique (quitte à réaliser une conversion sur certaines de nos colonnes).

Une fois que nos données ont été converties, il faut veiller à la *standardisation des données*. Pour cela, on normalise nos variables afin que le résultat de l'ACP obtenue ne soient pas affecté (par exemple, par des différences d'unités).

Ainsi, l'objectif est de rendre les variables comparables en les normalisant généralement de manière à ce qu'elles aient un écart type égal à 1 et une moyenne nulle.

L'approche consiste à transformer les données en soustrayant à chaque valeur une valeur de référence (la moyenne de la variable) et en la divisant par l'écart type.

Pour normaliser les données, il est possible d'utiliser la fonction *scale()*. Cependant, par défaut, la fonction *PCA()* normalise automatiquement les données. Nous n'avons pas eu besoin de faire cette transformation.

Réalisons maintenant notre Analyse en Composantes Principales. Pour cela, il faut exécuter la commande suivante :

```
freMPL2.pca <- PCA(freMPL2.active, ncp = 5, graph = FALSE)
```

Notre fonction `PCA()` prend en compte un data frame `freMPL2.active` qui correspond aux colonnes du dataframe `freMPL2` qui sont de type numérique et que l'on souhaite analyser, un paramètre `ncp` qui correspond au nombre de dimensions conservées dans les résultats finaux (par défaut, ce nombre est égal à 3) et un paramètre logique `graph` qui précise si oui (`graph = TRUE`) ou non (`graph = FALSE`) nous voulons qu'un graphique du résultat s'affiche.

La fonction `PCA()` crée un objet contenant de nombreuses informations comme les valeurs propres (la variance du facteur correspondant où un facteur est une combinaison linéaire des variables initiales), la moyenne et l'écart type des variables, le poids de ces variables, ...

2.5.1.2 Analyse des résultats

2.5.1.2.1 Valeurs propres

Regardons d'abord les **valeurs propres**. Elles mesurent la quantité de variance expliquée par chaque axe principal.

Examinons donc ces valeurs propres (eigenvalue en anglais) afin de déterminer le nombre de composantes principales à prendre en considération. Les valeurs propres et la proportion de variances retenues par les composantes principales peuvent être extraites à l'aide de la fonction `get_eigvalue()` du package *factoextra*.

Voici le résultat que l'on obtient :

	eigenvalue	variance.percent	cumulative.variance.percent
Dim.1	2.341	29.259	29.259
Dim.2	1.359	16.990	46.248
Dim.3	1.022	12.780	59.029
Dim.4	0.973	12.157	71.186
Dim.5	0.949	11.865	83.051
Dim.6	0.667	8.336	91.387
Dim.7	0.616	7.702	99.089
Dim.8	0.073	0.911	100.000

Dans ce tableau, nous avons les valeurs propres de chacune des 8 colonnes du dataframe `freMPL2.active` (Exposure, LicAge, DrivAge, HasKmLimit, BonusMalus, RiskVar, ClaimAmount, ClaimInd), la proportion de variance associée et la variance cumulée.

La somme de toutes les valeurs propres donne une variance total de 8 (le nombre de dimensions). Pour obtenir la proportion de variance de la deuxième colonne, il suffit de prendre la valeur propre associée, de diviser cette valeur par le nombre de dimensions et de le mettre en pourcentage. Par exemple, pour la dimension 1, 2,341 divisé par 8 donne 0,29259, ce qui donne 29,259% de la variance. Enfin, la dernière colonne correspond à la somme cumulée des variances. Par exemple, 59.029 correspond à la somme de 12.780 avec 16.990 et 29.259.

On notera ainsi qu'environ 46,25% de la variance totale est expliquée par nos 2 premières dimensions.

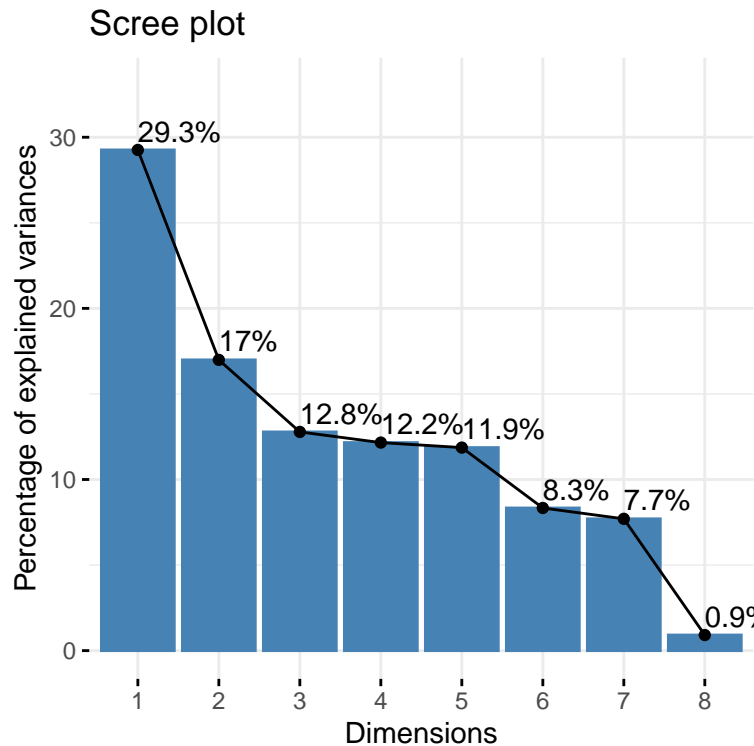
On peut utiliser ses valeurs propres pour déterminer le nombre d'axes principaux à conserver après l'ACP :

- Une valeur propre > 1 indique que la composante principale concernée représente plus de variance par rapport à une seule variable d'origine, lorsque les données sont standardisées. Ceci est généralement utilisé comme seuil à partir duquel les PC sont conservés (Dans ce cas, on aurait 3 composantes principales).

- On peut également limiter le nombre d'axes à un nombre qui représente une certaine fraction de la variance totale. Par exemple, si vous êtes satisfaits avec 70% de la variance totale expliquée, utilisez le nombre d'axes pour y parvenir (Dans ce cas, on aurait 4 dimensions).

Une autre méthode pour déterminer le nombre de composantes principales est de regarder le graphique des valeurs propres (appelé **scree plot**). Le nombre d'axes est déterminé par le point, au-delà duquel les valeurs propres restantes sont toutes relativement petites et de tailles comparables.

Le graphique des valeurs propres peut être généré à l'aide de la fonction `fviz_eig()` ou `fviz_screplot()` du package *factoextra*.



Du graphique ci-dessus, nous pourrions vouloir nous arrêter à la cinquième composante principale puisque environ 83% des informations contenues dans les données sont conservées par les cinq premières composantes principales.

2.5.1.2.2 Les variables

Pour extraire les résultats pour les variables, à partir de l'ACP, il est possible d'utiliser la fonction `get_pca_var()`. Cette fonction retourne une liste d'éléments contenant tous les résultats pour les variables actives (coordonnées, corrélation entre les variables et les axes, cosinus-carré et contributions).

Les composants de `get_pca_var()` peuvent être utilisés dans le graphique des variables comme suit :

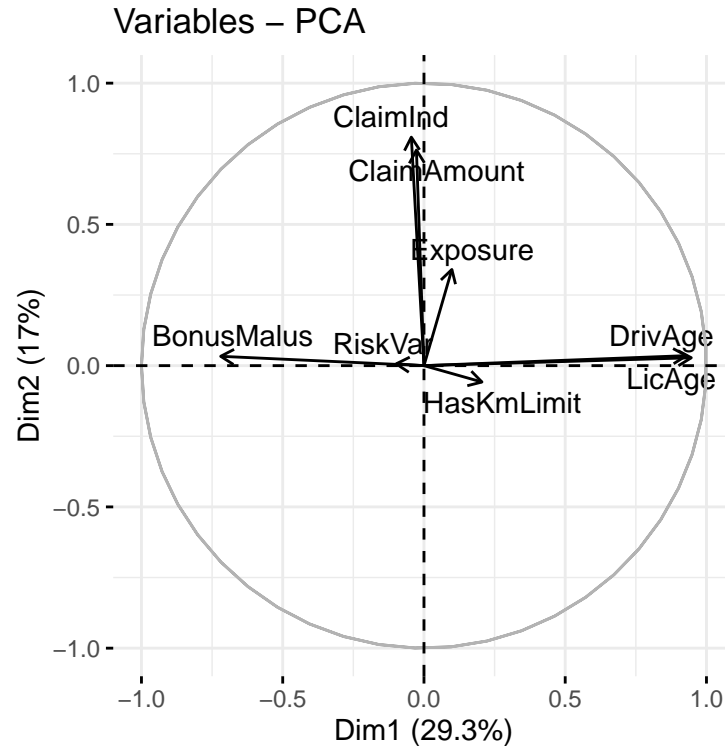
- `get_pca_var()$coord` : coordonnées des variables pour créer un nuage de points.
- `get_pca_var()$cos2` (cosinus carré des variables) : Représente la qualité de représentation des variables sur le graphique de l'ACP. Il est calculé comme étant les coordonnées au carré.
- `get_pca_var()$contrib` : contient les contributions des variables aux composantes principales.

Cercle de corrélation

Dans ce qui va suivre, nous allons visualiser les variables et tirer des conclusions à propos de leurs corrélations.

La corrélation entre une variable et une composante principale est utilisée comme coordonnées de la variable sur la composante principale. La représentation des variables diffère de celle des observations : les observations sont représentées par leurs projections, mais les variables sont représentées par leurs corrélations.

Visualisons d'abord les variables :

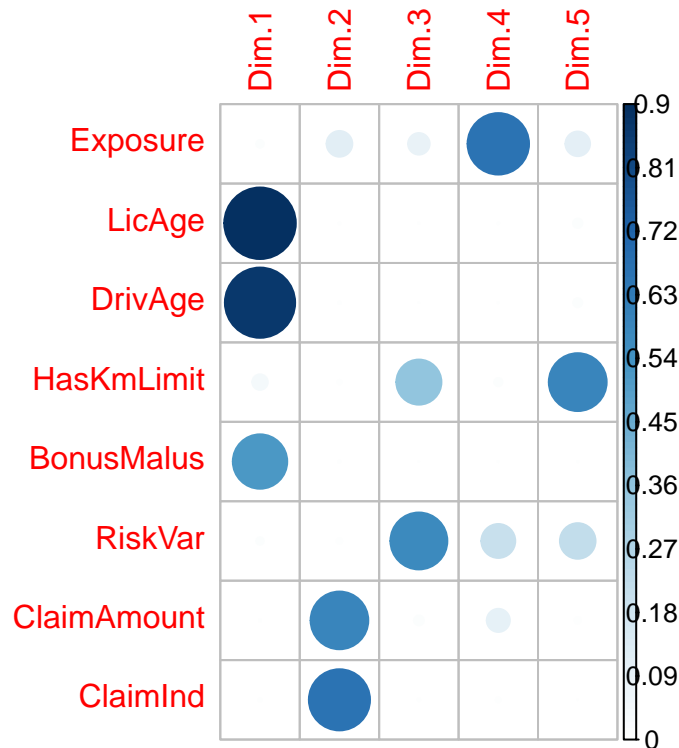


Le graphique ci-dessus est également connu sous le nom de **graphique de corrélation des variables**. Il montre les relations entre toutes les variables. Il peut être interprété comme suit:

- Les variables positivement corrélées sont regroupées.
- Les variables négativement corrélées sont positionnées sur les côtés opposés de l'origine du graphique (quadrants opposés).
- La distance entre les variables et l'origine mesure la qualité de représentation des variables. Les variables qui sont loin de l'origine sont bien représentées par l'ACP.

Qualité de la représentation

Pour visualiser la qualité de la représentation des variables sur la carte de l'ACP, nous allons utiliser le cosinus carré (\cos^2). Visualisons d'abord le cosinus carré des variables sur toutes les dimensions en utilisant le package *corrplot*. Voici le résultat :



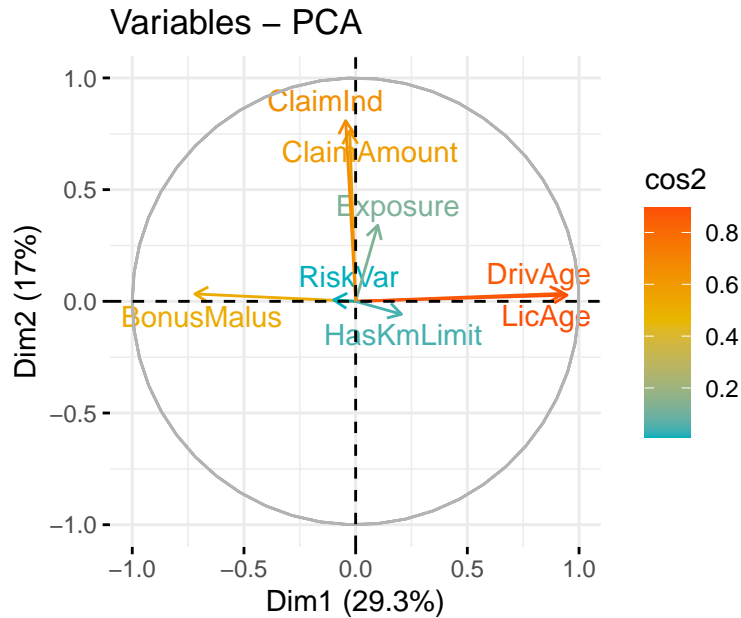
On remarquera qu'avec 5 axes principaux l'ensemble des 8 variables utilisées dans notre ACP sont plutôt bien représentées.

Pour visualiser le cosinus carré, nous aurions pu utiliser aussi la fonction *fviz_cos2()* du package *factoextra* pour créer un diagramme bâton du cosinus carré des variables.

Plus la valeur du cosinus carré est élevée, plus la représentation de la variable sur les axes principaux pris en considération est bonne. Dans ce cas-là, la variable est positionnée à proximité de la circonférence du cercle de corrélation et le point associé dans le tableau de corrélation est gros et de couleur foncé.

Inversement, un faible cosinus carré indique que la variable n'est pas parfaitement représentée par les axes principaux. Dans ce cas, la variable est proche du centre du cercle et le point du tableau de corrélation est petit (voir inexistant).

Il est également possible de colorer les variables en fonction de la valeur de leurs cosinus carré.



On remarquera donc que les variables DrivAge et LicAge sont bien représentées par nos axes principaux tandis que la variable RiskVar n'est pas bien représenté par nos axes.

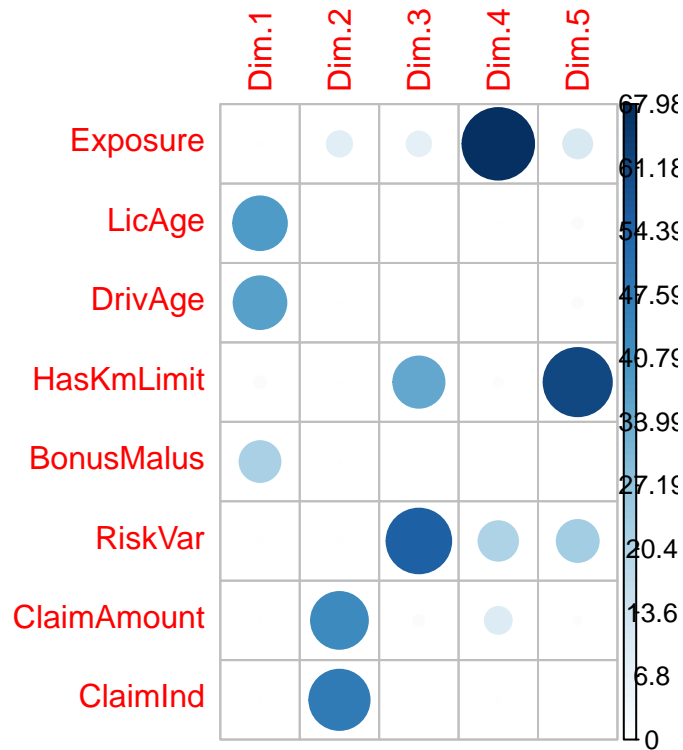
Contribution des variables aux axes principaux

Observons maintenant la contribution des variables aux axes principaux.

Les contributions des variables dans la définition d'un axe principal donné sont exprimées en pourcentage :

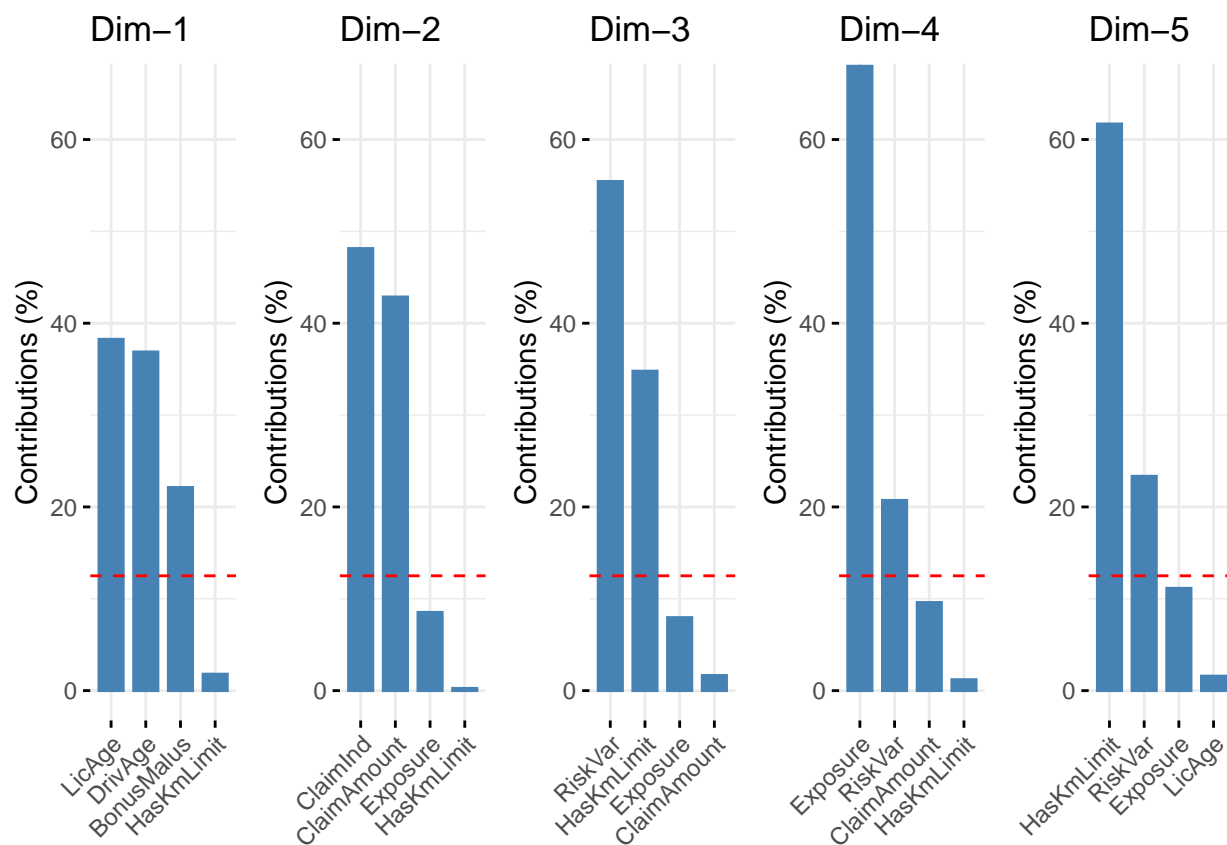
- Les variables corrélées par nos deux premiers axes sont les plus importantes pour expliquer la variabilité dans le jeu de données.
- Les variables qui ne sont pas en corrélation avec un axe ou qui sont corrélées avec les derniers axes sont des variables à faible apport et peuvent être supprimées pour simplifier l'analyse globale.

Comme pour la visualisation du cosinus carré, il est possible d'utiliser la fonction `corrplot()` pour mettre en évidence les variables les plus contributives pour chaque dimension:



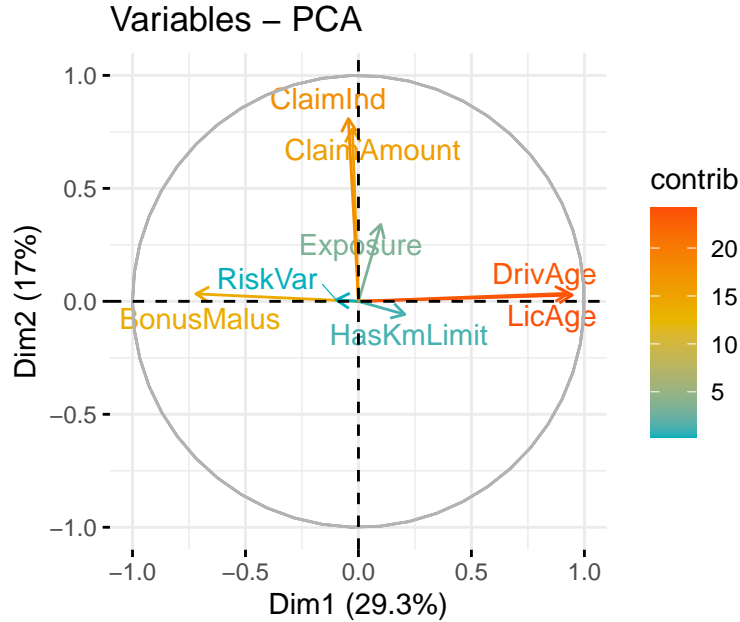
Grâce à ce graphique, on constate, par exemple, que les variables LicAge, DrivAge et BonusMalus représentent la première dimension (le premier axe principal).

La fonction `fviz_contrib()` peut être utilisée pour créer un diagramme bâton de la contribution des variables pour voir plus précisément la répartition des variables selon l'axe principal.



La ligne en pointillé rouge, sur les graphiques ci-dessus, indique la contribution moyenne attendue (dans notre cas, il est de 12,5%). Pour une composante donnée, une variable avec une contribution supérieure à ce seuil pourrait être considérée comme importante pour contribuer à la composante.

Enfin, on peut mettre en évidence les variables les plus importantes sur le graphe de corrélation.



Au final, on notera que 5 de nos variables ont plus d'importances que les autres : l'âge du conducteur, l'âge de la licence de ce conducteur, son bonus ou son malus, s'il a eu un accident pendant qu'il était assuré et le montant auquel il peut prendre prétendre.

On a également vu que nos 8 variables peuvent être réduites en 5 nouvelles variables qui sont des combinaisons linéaires des anciennes variables, sans pour autant perdre d'informations ou très peu (17% de l'ensemble de nos données).

2.5.2 Analyse factorielle des correspondances (AFC)

L'analyse factorielle des correspondances est une extension de l'analyse en composantes principales pour analyser l'association entre deux variables qualitatives (ou catégorielles).

L'AFC permet de résumer et de visualiser l'information contenue dans le tableau de contingence formé par les deux variables catégorielles. Le tableau de contingence contient les fréquences formées par les deux variables. Il retourne les coordonnées des éléments des colonnes et des lignes du tableau de contingence. Ces coordonnées permettent de visualiser graphiquement l'association entre les éléments de lignes et de colonnes dans un graphique à deux dimensions.

Nous verrons donc comment calculer et interpréter l'AFC et nous tenterons de définir les éléments les plus importants expliquant les variations dans le jeu de données.

2.5.2.1 Calcul

Plusieurs fonctions de différents packages sont disponibles dans le logiciel R pour calculer l'AFC:

- `CA()` du package *FactoMineR*
- `ca()` du package *ca*
- `dudi.coa()` du package *ade4*
- `corresp()` du package *MASS*

— *epCA()* du package *ExPositio*

Cependant, nous allons utiliser la fonction *CA()* du package *FactoMineR* pour l'analyse et le package *factoextra* afin d'extraire et de visualiser les résultats de l'AFC.

Réalisons maintenant notre Analyse factorielle des correspondances. Pour cela, il faut exécuter la commande suivante :

```
freMPL2.ca <- CA (freMPL2.active, ncp=5, graph = FALSE)
```

Comme pour la fonction *PCA()* pour l'Analyse des Composantes Principales, notre fonction *CA()* prend en compte le data frame *freMPL2.active* que l'on souhaite analyser, le paramètre *ncp* qui correspond au nombre de dimensions conservées dans les résultats finaux et un paramètre logique *graph* qui précise si oui (*graph = TRUE*) ou non (*graph = FALSE*) nous voulons qu'un graphique du résultat s'affiche.

La fonction *CA()* crée un objet contenant de nombreuses informations sous forme de listes ou de matrices comme les valeurs propres (la variance du facteur correspondant où un facteur est une combinaison linéaire des variables initiales), le poids des lignes et des colonnes, le cosinus carré des lignes et des colonnes ...

2.5.2.2 Analyse des résultats

Pour analyser les résultats de notre AFC, nous pouvons utiliser les fonctions fournies par le package *factoextra* comme :

- *get_eigenvalue(freMPL2.ca)* pour obtenir les valeurs propres expliquées par chaque axe principal
- *fviz_eig(freMPL2.ca)* pour visualiser ces valeurs propres
- *get_ca_row(freMPL2.ca)* et *get_ca_col(freMPL2.ca)* pour avoir les résultats associés aux lignes ou aux colonnes.
- *fviz_ca_row(freMPL2.ca)* et *fviz_ca_col(freMPL2.ca)* pour visualiser ces résultats.

2.5.2.2.1 Conformité statistique : test de chi2

Pour interpréter l'AFC, la première étape consiste à évaluer s'il existe une dépendance significative entre les lignes et les colonnes.

Une méthode consiste à utiliser le test statistique *chi2* pour examiner l'association entre les modalités des lignes et celles des colonnes. Dans notre exemple, l'association est très significative puisque nous avons un résultat pour chi-square égal à 22101115 pour une p-value nulle (Un score élevé signifie un lien fort entre les lignes et les colonnes).

2.5.2.2.2 Valeurs propres

L'observation des valeurs propres permet de déterminer le nombre d'axes principaux à considérer. Elles correspondent à la quantité d'informations retenue par chaque axe. Elles sont grandes pour le premier axe et petites pour l'axe suivant.

Les valeurs propres et la proportion de variances pour les différents axes peuvent être extraites à l'aide de la fonction *get_eigenvalue()*.

	eigenvalue	variance.percent	cumulative.variance.percent
Dim.1	0.837	87.891	87.891
Dim.2	0.104	10.964	98.854
Dim.3	0.005	0.565	99.419
Dim.4	0.002	0.251	99.670
Dim.5	0.002	0.215	99.884
Dim.6	0.001	0.062	99.946
Dim.7	0.001	0.054	100.000

Les dimensions sont ordonnées de manière décroissante et listées en fonction de la quantité de variance expliquée. La dimension 1 explique la plus grande variance, suivie de la dimension 2 et ainsi de suite.

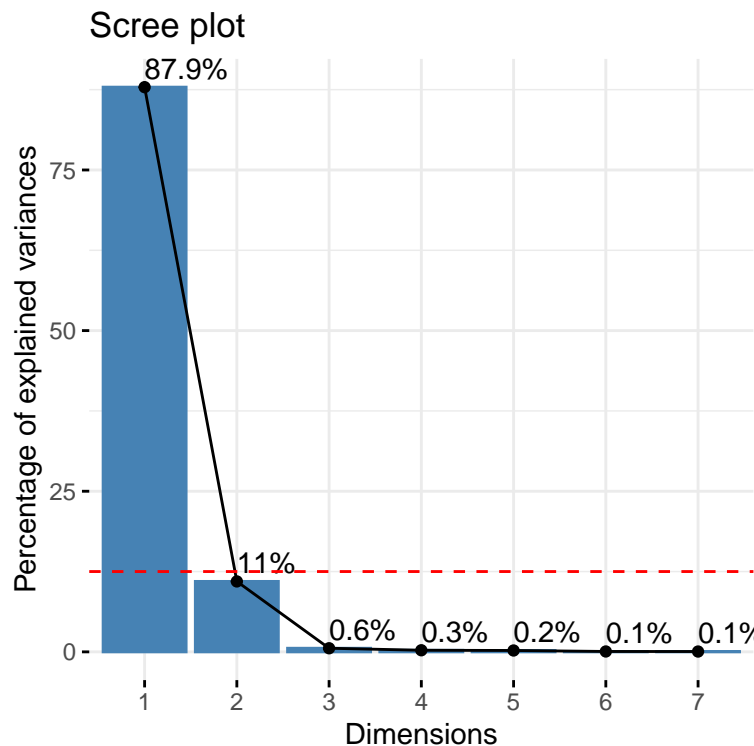
Le pourcentage cumulé expliqué est obtenu en ajoutant les proportions successives de variances expliquées pour obtenir le total courant. Par exemple, 87.89% plus 10.96% est égal à 98.85%. Par conséquent, environ 98.85% de la variance totale est expliquée par les deux premières dimensions.

Les valeurs propres peuvent être utilisées pour déterminer le nombre d'axes à retenir. Il n'y a pas de «règle générale» pour choisir le nombre de dimensions à conserver pour l'interprétation des données.

Dans notre analyse, les deux premiers axes expliquent 98.85% de la variance totale. C'est un pourcentage plus qu'acceptable.

Il est également possible de calculer une valeur propre moyenne au-dessus de laquelle l'axe doit être conservé dans le résultat. Dans notre cas, prenons 12,5% ($1 \times 100 / 8$) comme valeur propre moyenne. Ainsi, tout axe avec une contribution supérieure devrait être considéré comme important et inclus dans la solution pour l'interprétation des données.

On peut voir cela sur le graphique des valeurs propres afin de déterminer le nombre de dimensions à l'aide de la fonction ou `fviz_screplot()`.



Selon le graphique ci-dessus, seule la dimension 1 doit être considérée pour l'interprétation de la solution. La dimension 2 explique seulement 11% de l'inertie totale, ce qui est inférieur à la valeur moyenne des axes (12,5%) et trop petit pour être éventuellement conservé pour une analyse plus approfondie.

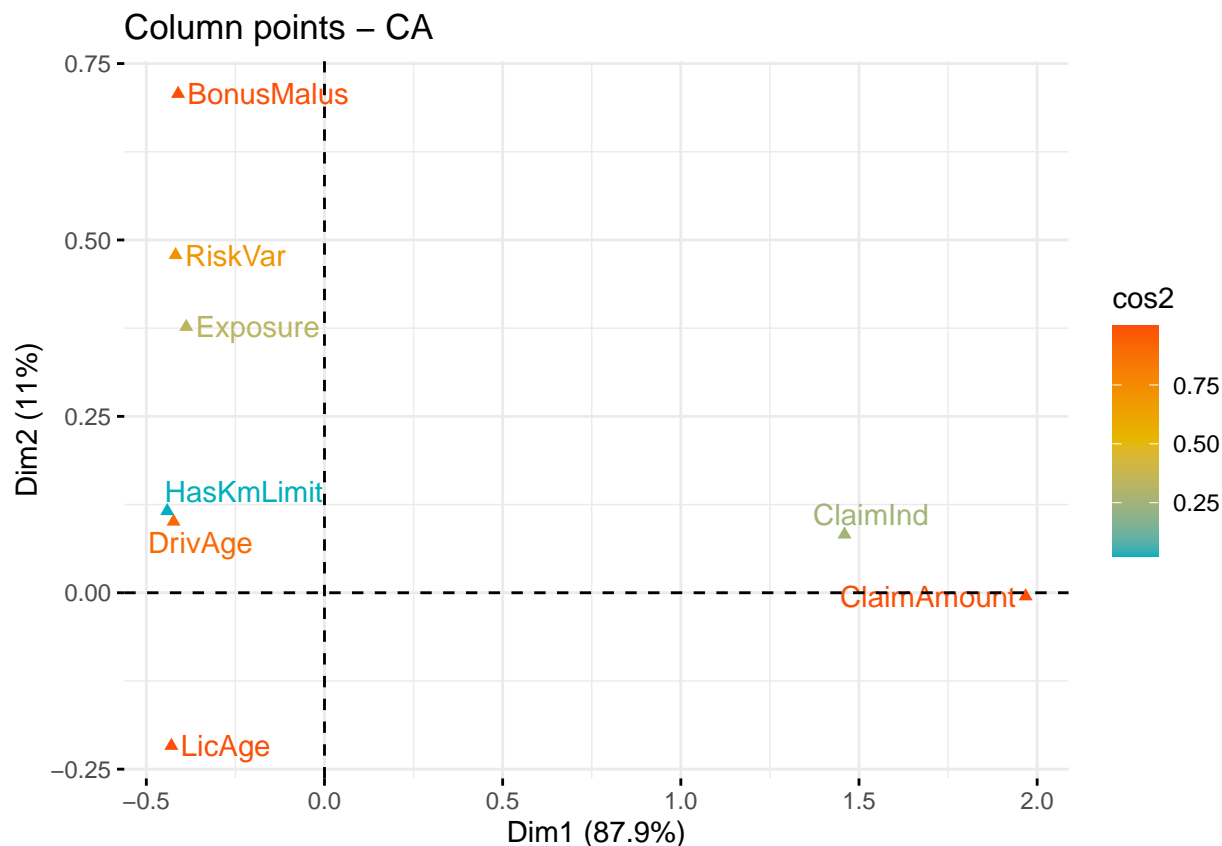
La dimension 1 explique environ 87,9% de l'inertie totale. Plus la rétention est élevée, plus la subtilité contenue dans les données d'origine est conservée dans la solution de l'AFC à faible dimension.

2.5.2.2.3 Les variables colonnes

La fonction `get_ca_col()` sert à extraire les résultats pour les colonnes. Cette fonction renvoie une liste contenant les coordonnées, le cos2, la contribution et l'inertie des colonnes.

Qualité et contribution pour les colonnes

Pour visualiser la qualité et la contribution des colonnes dans notre tableau de données, on peut utiliser la fonction `fviz_ca_col()`. Voici ce qu'elle affiche :



Comme pour l'ACP, on constate que 5 variables sont plutôt bien représentées. En effet, les colonnes `LicAge`, `DrivAge`, `ClaimAmount`, `BonusMalus` et `RiskVar` sont les variables les mieux représentées.

3 GLM

3.1 Qu'est-ce qu'un modèle linéaire généralisé (GLM) ?

Les modèles linéaires généralisés aussi appelés GLM sont une extension des modèles linéaires classiques.

Cependant les modèles linéaires classiques sont utilisés uniquement lorsque la variable réponse est de type numérique continue. Or dans le cas que nous étudions, nous allons principalement utiliser des variables binaires avec lesquelles nous devons utiliser la loi de Bernoulli.

De ce fait l'erreur qui résulte de notre modèle linéaire classique ne peut donc pas suivre une loi normale de moyenne nulle et de variance constante, nos résultats étant soit 0 ou 1.

Un GLM est composé de trois éléments : 1. Un prédicteur linéaire 2. Une fonction de lien 3. Une structure des erreurs

Les prédicteurs linéaires sont un ensemble de variables prédictives induisant une variable dépendante que l'on nomme réponse.

$$\eta = \sum_{j=1}^p \beta_j X_{ij}$$

La fonction de lien est une transformation par une fonction mathématique de la prédiction moyenne. Il s'agit donc d'une fonction qui transforme les valeurs du prédicteur linéaire. G étant ici notre fonction lien

$$g(\eta) = \sum_{j=1}^p \beta_j X_{ij}$$

Le but d'une fonction de lien est primordial dans notre exemple, celle-ci va contraindre les valeurs prédites dans l'échelle des valeurs observées. On comprendra alors que cette fonction lien nous est nécessaire pour pouvoir analyser nos variables binaires.

Enfin la structure des erreurs va donc devoir être adaptée par rapport à nos modèles linéaires classique afin qu'ils puissent correspondre à nos nouvelles données. Pour cela il existe plusieurs lois comme la loi de Poisson ou la loi Binomiale nous offrant une distribution des erreurs et des réponses qui seront différents.

La loi de Poisson est principalement utilisée lorsqu'il s'agit de problèmes de comptage (nombre de poissons dans une rivière, nombre de buts marqués dans une saison etc.)

Lorsque les données sont continues, nous pouvons donc utiliser une distribution Gaussienne, mais il existe également des distributions Binomiales négatives qui a pour but de modéliser des variables de comptage lorsque celles-ci sont sur-dispersées

Ainsi, dans notre cas les distribution de Poisson ou binomiale négative peuvent être utiliser pour représenter les fréquences des sinistres

Et Gamma et Inverse gauss pour représenter la sévérité des sinistres

3.2 Modélisation de la fréquence et de la sévérité des sinistres par les GLM

3.2.1 Fréquence des sinistres

term	estimate	p.value
(Intercept)	6.9628643	0.0439735
Exposure	-0.4120064	0.0000415
LicAge(36,120]	-0.4840756	0.0005126
LicAge(120,240]	-1.0052586	0.0000000
LicAge(240,360]	-1.0183075	0.0000000
LicAge(360,480]	-1.1208177	0.0000000
LicAge(480,600]	-1.1307243	0.0000000
LicAge(600,720]	-1.1706298	0.0000123
LicAge(720,840]	-0.2637456	0.5211232
LicAge(840,960]	-1.2008468	0.2650849
RecordBeg	-0.0006737	0.0133329
VehAge1	-0.1117144	0.2827061
VehAge10+	-0.2887443	0.0067148
VehAge2	0.0113573	0.9098837
VehAge3	-0.0112802	0.9150390
VehAge4	-0.0856112	0.4337510
VehAge5	-0.0767841	0.5006506
VehAge6-7	-0.2038722	0.0638304
VehAge8-9	-0.1936598	0.0819492

term	estimate	p.value
MariStatautre	0.0341948	0.5493174
SocioCategCSP2	0.2569926	0.1116619
SocioCategCSP3	0.3908127	0.0417213
SocioCategCSP5	0.1118151	0.3100986
SocioCategCSP6	0.1372455	0.3387118
SocioCategCSP7	-0.0582791	0.9230801
SocioCategCSP9	1.5229066	0.1655711
SocioCategCSP4	-0.0527210	0.6900158
VehUsageprivée et trajet vers bureau	0.1693123	0.0055453
VehUsageprofessionnel	0.2527165	0.0011836
VehUsagetrajet professionnel	0.2564568	0.1732985
DrivAge(20,30]	-0.2827637	0.3098928
DrivAge(30,40]	0.0587224	0.8381716
DrivAge(40,50]	0.0091927	0.9752087
DrivAge(50,60]	0.1127038	0.7111596
DrivAge(60,70]	0.2563521	0.4240456
DrivAge(70,80]	-0.1061078	0.7637222
DrivAge(80,103]	0.1731499	0.6744158
HasKmLimit1	-0.0860322	0.2568526
BonusMalus(100,350]	0.4668326	0.0000024
VehBodymicrovan	-0.0797464	0.6658024
VehBodyautobus	-0.4562684	0.2468622
VehBodycoupé	-0.0143062	0.9331199
VehBodyautre microvan	-0.1708378	0.3339961
VehBodyberline	-0.0793874	0.5505989
VehBodySUV	-0.0339907	0.8437967
VehBodybreak	-0.5514014	0.0023428
VehBodycamionnette	-0.0105211	0.9562048
VehPriceB	-0.1999650	0.5456917
VehPriceC	0.0611155	0.8155212
VehPriceD	0.0652516	0.7899203
VehPriceE	-0.0148399	0.9522750
VehPriceF	0.0641281	0.7983288
VehPriceG	0.2667176	0.2952041
VehPriceH	0.2709387	0.2999433
VehPriceI	0.3274127	0.2211604
VehPriceJ	0.3643090	0.1788912
VehPriceK	0.4554755	0.0963567
VehPriceL	0.5669349	0.0434730
VehPriceM	0.3471895	0.2323903
VehPriceN	0.5843111	0.0503239
VehPriceO	0.7585132	0.0143776
VehPriceP	0.5883707	0.0707580
VehPriceQ	0.7466495	0.0298297
VehPriceR	0.2966752	0.4262100
VehPriceS	0.7669286	0.0438496
VehPriceT	0.0754401	0.8806599
VehPriceU	0.9421110	0.0208093
VehPriceV	0.5962893	0.2027979
VehPriceW	0.2292679	0.7103900
VehPriceX	1.5779012	0.0088572
VehPriceY	1.0588517	0.1393877

term	estimate	p.value
VehPriceZ	1.0160827	0.2187086
VehPriceZ1	-9.4259987	0.9470633
VehEngineGPL	-9.4919763	0.9670279
VehEngineinjection	0.1870956	0.0721724
VehEngineinjection directe surpuissante	0.1919695	0.2454159
VehEngineélectrique	1.9182223	0.0911457
VehEngineinjection surpuissante	0.2201377	0.1324705
VehEnergyessence	0.0755112	0.4079975
VehMaxSpeed130-140 km/h	0.1516857	0.4193788
VehMaxSpeed140-150 km/h	0.1590380	0.4115637
VehMaxSpeed150-160 km/h	0.2339793	0.2129093
VehMaxSpeed160-170 km/h	0.0231532	0.9055771
VehMaxSpeed170-180 km/h	0.0375168	0.8537598
VehMaxSpeed180-190 km/h	-0.2107113	0.3190017
VehMaxSpeed190-200 km/h	-0.0941137	0.6667033
VehMaxSpeed200-220 km/h	-0.2223910	0.3309089
VehMaxSpeed220+ km/h	-0.0698813	0.7863097
VehClassA	-0.3593371	0.0603089
VehClassB	-0.2855925	0.0833266
VehClassH	-0.1768399	0.2987252
VehClassM1	-0.3153411	0.0395303
VehClassM2	-0.2636539	0.0991249
RiskVar(4,8]	0.0746045	0.5334479
RiskVar(8,12]	0.1593099	0.1605813
RiskVar(12,16]	-0.0056032	0.9589529
RiskVar(16,20]	0.2348330	0.0312220
Garagegarage indépendant	-0.1391102	0.0953419
Garageconcessionnaire	-0.1078103	0.1148547

La fonction tidy de l'extension broom pour récupérer les coefficients du modèle sous la forme d'un tableau de données. On précisera conf.int = TRUE pour obtenir les intervalles de confiance et exponentiate = TRUE pour avoir les odds ratio plutôt que les coefficients bruts.

term	estimate	p.value
(Intercept)	7.4668627	0.0298610
Exposure	-0.4117968	0.0000400
LicAge(36,120]	-0.5117128	0.0002012
LicAge(120,240]	-1.0259759	0.0000000
LicAge(240,360]	-1.0469490	0.0000000
LicAge(360,480]	-1.1412438	0.0000000
LicAge(480,600]	-1.1381157	0.0000000
LicAge(600,720]	-1.1728238	0.0000095
LicAge(720,840]	-0.2845352	0.4856101
LicAge(840,960]	-1.2120721	0.2592178
RecordBeg	-0.0006878	0.0113145
VehUsageprivée et trajet vers bureau	0.1815943	0.0012422
VehUsageprofessionnel	0.2561079	0.0002638
VehUsagetrajet professionnel	0.2554777	0.1634051
DrivAge(20,30]	-0.3086048	0.2594908
DrivAge(30,40]	0.0279437	0.9204286
DrivAge(40,50]	-0.0200307	0.9444458

term	estimate	p.value
DrivAge(50,60]	0.0889374	0.7637358
DrivAge(60,70]	0.2467301	0.4274333
DrivAge(70,80]	-0.1082620	0.7496485
DrivAge(80,103]	0.1605590	0.6867966
BonusMalus(100,350]	0.4779550	0.0000012
VehBodymicrovan	-0.0337112	0.8429793
VehBodyautobus	-0.4828871	0.2126856
VehBodycoupé	-0.0705839	0.6664556
VehBodyautre microvan	-0.1228752	0.4484234
VehBodyberline	-0.1839101	0.1357855
VehBodySUV	-0.0076381	0.9612629
VehBodybreak	-0.6199900	0.0003251
VehBodycamionnette	-0.1496120	0.3671344
VehEngineGPL	-8.4817375	0.9514403
VehEngineinjection	0.3859816	0.0000008
VehEngineinjection directe surpuissante	0.4918119	0.0000003
VehEngineélectrique	2.0211510	0.0693986
VehEngineinjection surpuissante	0.4212702	0.0001331
VehClassA	-0.4778405	0.0017230
VehClassB	-0.3895424	0.0035476
VehClassH	-0.1676421	0.2354253
VehClassM1	-0.3884454	0.0030839
VehClassM2	-0.3059190	0.0290152
RiskVar(4,8]	0.0899900	0.4501603
RiskVar(8,12]	0.1471524	0.1927509
RiskVar(12,16]	-0.0052311	0.9615005
RiskVar(16,20]	0.2197260	0.0426542

comparaison modèle initial et modèle final :

	glm initial	glm final	différence
AIC	1.6543763×10^4	1.6512361×10^4	31.4021078
déviante nulle	1.6694188×10^4	1.6694188×10^4	0
déviante	1.6345763×10^4	1.6424361×10^4	78.5978922
nombre d'itération	11	10	1

```
##   DrivAge frequence_observed_somme frequence_predite_init_model_somme
## 1  (17,20]                20                20.00
## 2  (20,30]               402               401.61
## 3  (30,40]               604               603.19
## 4  (40,50]               411               411.09
## 5  (50,60]               401               400.39
## 6  (60,70]               197               196.70
## 7  (70,80]                69               69.10
## 8 (80,103]                30               29.99
##   frequence_predite_final_model_somme
## 1                20.02
## 2               401.72
## 3               604.41
## 4               411.68
```

```
## 5          400.60
## 6          197.33
## 7           68.82
## 8           29.93

## VehAge frequence_observee_somme frequence_predite_init_model_somme
## 1      0                    216                    215.75
## 2      1                    190                    190.00
## 3     10+                    534                    533.24
## 4      2                    230                    229.90
## 5      3                    192                    192.10
## 6      4                    180                    179.69
## 7      5                    163                    162.99
## 8     6-7                    211                    210.87
## 9     8-9                    218                    217.53
## frequence_predite_final_model_somme
## 1                    202.91
## 2                    195.65
## 3                    574.70
## 4                    207.94
## 5                    175.03
## 6                    173.75
## 7                    154.82
## 8                    223.01
## 9                    226.70
```

3.2.2 Sévérité des sinistres

```
glmsevinit <- glm(ClaimAmount~.,offset = log(Exposure), family=Gamma(link = "log"), data=freMPL2.poscla
#glmsevfinit<- step(glmsevinit)
glmsevfinit <- glm(ClaimAmount~Exposure + RecordBeg + RecordEnd + VehAge + MariStat +
  VehUsage + DrivAge + HasKmLimit + BonusMalus + VehBody +
  VehEngine + VehEnergy + RiskVar + Garage,offset = log(Exposure), family=Gamma(link = "log"), data=f

## [1] "AIC"

## [1] 19697.05

## [1] "null.deviance"

## [1] 2778.377

## [1] "deviance"

## [1] 1476.992

## [1] "iter"

## [1] 16
```

term	estimate
(Intercept)	-8.4119714
Exposure	2.5445700
RecordBeg	0.0161986
RecordEnd	-0.0146892
VehAge1	0.2182607
VehAge10+	-0.3092158
VehAge2	0.2810346
VehAge3	-0.1652363
VehAge4	0.0650921
VehAge5	0.3597720
VehAge6-7	0.0722282
VehAge8-9	-0.1264581
MariStatautre	0.0541055
VehUsageprivée et trajet vers bureau	0.0871634
VehUsageprofessionnel	0.0936730
VehUsagetrajet professionnel	-0.4119612
DrivAge(20,30]	-0.0122474
DrivAge(30,40]	-0.0024355
DrivAge(40,50]	-0.4484889
DrivAge(50,60]	-0.1564020
DrivAge(60,70]	-0.0347648
DrivAge(70,80]	0.1694154
DrivAge(80,103]	-0.1987792
HasKmLimit1	-0.2504636
BonusMalus(100,350]	0.0913762
VehBodymicrovan	1.2003943
VehBodyautobus	-0.3374956
VehBodycoupé	0.1025867
VehBodyautre microvan	0.6546677
VehBodyberline	0.3128977
VehBodySUV	0.1284262
VehBodybreak	0.8458628
VehBodycamionnette	-0.0332507
VehEngineinjection	-0.4245634
VehEngineinjection directe surpuissante	-0.6972335
VehEngineélectrique	-1.2208309
VehEngineinjection surpuissante	-0.4937916
VehEnergyessence	-0.5248213
RiskVar(4,8]	-0.0602993
RiskVar(8,12]	-0.3073964
RiskVar(12,16]	0.0320538
RiskVar(16,20]	-0.0255154
Garagegarage indépendant	0.1161529
Garageconcessionnaire	0.1012833

comparaison modèle initial et modèle final :

	glm initial	glm final	différence
AIC	1.9707406×10^4	1.9697051×10^4	10.3551383
déviance nulle	2778.3773086	2778.3773086	0
déviance	1377.2371305	1476.9916263	99.7544959

	glm initial	glm final	différence
nombre d'itération	25	16	9

3.2.3 Justification des modèles

Le résumé de notre modèle révèle des informations intéressantes. La performance d'une régression logistique est évaluée avec des métriques clés spécifiques :

- AIC (Critère d'information d'Akaike): Il mesure l'ajustement lorsqu'une pénalité est appliquée au nombre de paramètres. Des valeurs AIC plus petites indiquent que le modèle est plus proche de la vérité.
- Null deviance : Il s'agit de la déviance du modèle nul, c'est-à-dire qu'il n'est caractérisé par aucun facteur.
- Residual deviance : Il s'agit de la déviance du modèle avec toutes les variables.
- Number of Fisher Scoring iterations : Il s'agit du nombre d'itérations avant la convergence.

3.2.4 Calcul de la prime pure établi par le GLM

```
##      identifiant_individu prediction_moyenne_frequence
## 7                        1                        0.11
## 24                       2                        0.04
## 34                       3                        0.08
## 51                       4                        0.09
## 54                       5                        0.13
## 67                       6                        0.14
##      prediction_moyenne_severite prime_pure
## 7                        1491.58    164.0738
## 24                       NA          NA
## 34                       NA          NA
## 51                       NA          NA
## 54                       NA          NA
## 67                        1230.13    172.2182
```

Soit X le coût monétaire au risque

Selon le modèle général,

$$X = \sum_{i=1}^N B_k$$

où N correspond au nombre de sinistres
et B_k correspond au montant de sinistres

Autrement dit, N représente la fréquence (variable discrète) et B_k la sévérité (variable continue positive)

En admettant que la fréquence n'a pas d'influence sur la sévérité et que les montants des sinistres ont le même comportement aléatoire, on a : $E(X) = E(N) \cdot E(B)$ (prime pure).

Comment calculer $E(N)$? Comment calculer $E(B)$?

3.2.4.1 Calcul de l'espérance du nombre de sinistres ($E(N)$)

fonction de lien logit :

$$\log_{it}(x) = \ln\left(\frac{x}{1-x}\right)$$

fonction réciproque :

$$\text{sigmoid}(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}}$$

4 Bibliographie

4.1 Internet

- Pour la documentation R : <https://www.rdocumentation.org/>
- Pour l'analyse en composantes principales : <http://www.sthda.com/french/articles/38-methodes-des-composantes-principales-dans-r-guide-pratique/73-acp-analyse-en-composantes-principales-avec-r-l-essentiel/>
- Pour l'analyse factorielle des correspondances : <http://www.sthda.com/french/articles/38-methodes-des-composantes-principales-dans-r-guide-pratique/74-afc-analyse-factorielle-des-correspondances-avec-r-l-essentiel/>

4.2 Littérature

5 Annexes

5.1 Affichage de l'implémentation de la fonction `nettoyage_dataframe` :

```
nettoyage_dataframe <- function(dt){  
  
  # Suppression des données des individus assurés moins d'un jour (Exposure)  
  dt <- subset(dt,dt$Exposure>1/365.25)  
  
  # Modification des données des individus ayant un ClaimAmount négatif  
  dt <- subset(dt,dt$ClaimAmount>=0)  
  
  # Suppression de la colonne associée au sexe de la personne et de ClaimInd  
  dt <- dt[,-6]  
  dt <- dt[,-21]  
  
  # Réduction du nombre de catégories socioprofessionnels  
  levels(dt$SocioCateg) <- c(levels(dt$SocioCateg), "CSP4", "CSP6",  
                             "CSP9")  
  
  for (i in 1:dim(dt)[1]){  
    if (dt$SocioCateg[i]%in%c("CSP1","CSP16","CSP18","CSP19")){  
      dt$SocioCateg[i]<-"CSP1"  
    }  
    if (dt$SocioCateg[i]%in%c("CSP2", "CSP20", "CSP21", "CSP22", "CSP23",  
                              "CSP25", "CSP26","CSP27", "CSP28")){  
      dt$SocioCateg[i]<-"CSP2"  
    }  
    if (dt$SocioCateg[i]%in%c("CSP3", "CSP30", "CSP31", "CSP32", "CSP33",  
                              "CSP35", "CSP36","CSP37", "CSP38", "CSP39")){  
      dt$SocioCateg[i]<-"CSP3"  
    }  
    if (dt$SocioCateg[i]%in%c("CSP40", "CSP41", "CSP42", "CSP43", "CSP46",
```

```

        "CSP47", "CSP48", "CSP49")){
    dt$SocioCateg[i] <- "CSP4"
  }
  if (dt$SocioCateg[i] %in% c("CSP5", "CSP50", "CSP51", "CSP55", "CSP56",
    "CSP57", "CSP59")){
    dt$SocioCateg[i] <- "CSP5"
  }
  if (dt$SocioCateg[i] %in% c("CSP6", "CSP60", "CSP61", "CSP62", "CSP63",
    "CSP65", "CSP66")){
    dt$SocioCateg[i] <- "CSP6"
  }
  if (dt$SocioCateg[i] %in% c("CSP7", "CSP70", "CSP73", "CSP74", "CSP77")){
    dt$SocioCateg[i] <- "CSP7"
  }
  if (dt$SocioCateg[i] %in% c("CSP9", "CSP91")){
    dt$SocioCateg[i] <- "CSP9"
  }
}
dt$SocioCateg <- droplevels(dt$SocioCateg)

# Traduction des données (VehBody, MariStat, VehUsage, VehEngine, VehEnergy, Garage)
for (i in 1:dim(dt)[2]){
  # Type de véhicules
  if (colnames(dt)[i] == "VehBody"){
    levels(dt$VehBody) <- c(levels(dt$VehBody), "autobus", "coupé",
      "autre microvan", "berline", "SUV", "break",
      "camionnette")
    dt$VehBody[dt$VehBody == "bus"] <- "autobus"
    dt$VehBody[dt$VehBody == "coupe"] <- "coupé"
    dt$VehBody[dt$VehBody == "other microvan"] <- "autre microvan"
    dt$VehBody[dt$VehBody == "sedan"] <- "berline"
    dt$VehBody[dt$VehBody == "sport utility vehicle"] <- "SUV"
    dt$VehBody[dt$VehBody == "station wagon"] <- "break"
    dt$VehBody[dt$VehBody == "van"] <- "camionnette"
    dt$VehBody <- droplevels(dt$VehBody)
  }
  # Statut marital
  if (colnames(dt)[i] == "MariStat"){
    levels(dt$MariStat) <- c(levels(dt$MariStat), "célibataire", "autre")
    dt$MariStat[dt$MariStat == "Alone"] <- "célibataire"
    dt$MariStat[dt$MariStat == "Other"] <- "autre"
    dt$MariStat <- droplevels(dt$MariStat)
  }
  # Utilisation du véhicule
  if (colnames(dt)[i] == "VehUsage"){
    levels(dt$VehUsage) <- c(levels(dt$VehUsage), "privée",
      "privée et trajet vers bureau", "professionnel",
      "trajet professionnel" )
    dt$VehUsage[dt$VehUsage == "Private"] <- "privée"
    dt$VehUsage[dt$VehUsage == "Private+trip to office"] <-
      "privée et trajet vers bureau"
    dt$VehUsage[dt$VehUsage == "Professional"] <- "professionnel"
    dt$VehUsage[dt$VehUsage == "Professional run"] <-
      "trajet professionnel"
  }
}

```

```

    dt$VehUsage <- droplevels(dt$VehUsage)
  }
  # Moteur du véhicule
  if (colnames(dt)[i]=="VehEngine"){
    levels(dt$VehEngine) <- c(levels(dt$VehEngine),
                              "injection directe surpuissante",
                              "électrique", "injection surpuissante")

    dt$VehEngine[dt$VehEngine == "direct injection overpowered"]<-
    "injection directe surpuissante"
    dt$VehEngine[dt$VehEngine == "electric"]<-"électrique"
    dt$VehEngine[dt$VehEngine == "injection overpowered"]<-
    "injection surpuissante"
    dt$VehEngine <- droplevels(dt$VehEngine)
  }
  # Energie utilisée par le véhicule
  if (colnames(dt)[i]=="VehEnergy"){
    levels(dt$VehEnergy) <- c(levels(dt$VehEnergy), "électrique", "essence")
    dt$VehEnergy[dt$VehEnergy == "regular"]<-"essence"
    dt$VehEnergy[dt$VehEnergy == "eletric"]<-"électrique"
    dt$VehEnergy <- droplevels(dt$VehEnergy)
  }
  # Garage
  if (colnames(dt)[i]=="Garage"){
    levels(dt$Garage) <- c(levels(dt$Garage), "aucun", "garage indépendant",
                          "concessionnaire")

    dt$Garage[dt$Garage == "None"]<-"aucun"
    dt$Garage[dt$Garage == "Private garage"]<-"garage indépendant"
    dt$Garage[dt$Garage == "Collective garage"]<-"concessionnaire"
    dt$Garage <- droplevels(dt$Garage)
  }
}
return (dt)
}

```

5.2 Affichage d'un exemple d'exécution de la fonction describe du package Hmisc

```

## freMPL2
##
## 21 Variables      47497 Observations
## -----
## Exposure
##      n missing distinct      Info      Mean      Gmd      .05      .10
## 47497      0      755    0.999    0.437    0.3222    0.047    0.083
##      .25      .50      .75      .90      .95
## 0.187    0.416    0.666    0.833    0.916
##
## lowest : 0.003 0.005 0.006 0.008 0.009, highest: 0.994 0.996 0.997 0.998 1.000
## -----
## LicAge
##      n missing distinct      Info      Mean      Gmd      .05      .10
## 47497      0      809      1    274.2    182.7      60      86
##      .25      .50      .75      .90      .95

```

```

##      141      246      396      500      566
##
## lowest :    0    1    2    3    4, highest: 887 912 914 930 940
## -----
## RecordBeg
##      n      missing      distinct      Info      Mean      Gmd      .05
##    47497          0          365      0.937 2004-04-19      128.7 2004-01-01
##      .10      .25      .50      .75      .90      .95
## 2004-01-01 2004-01-01 2004-03-11 2004-07-26 2004-10-29 2004-12-01
##
## lowest : 2004-01-01 2004-01-02 2004-01-03 2004-01-04 2004-01-05
## highest: 2004-12-26 2004-12-27 2004-12-28 2004-12-29 2004-12-30
## -----
## RecordEnd
##      n      missing      distinct      Info      Mean      Gmd      .05
##    25388      22109          364      0.999 2004-07-04      113.7 2004-02-01
##      .10      .25      .50      .75      .90      .95
## 2004-02-25 2004-04-07 2004-07-01 2004-10-01 2004-11-23 2004-12-01
##
## lowest : 2004-01-03 2004-01-04 2004-01-05 2004-01-06 2004-01-07
## highest: 2004-12-27 2004-12-28 2004-12-29 2004-12-30 2004-12-31
## -----
## VehAge
##      n      missing      distinct
##    47497          0          9
##
## lowest : 0    1    10+ 2    3    , highest: 3    4    5    6-7 8-9
##
## Value      0    1    10+    2    3    4    5    6-7    8-9
## Frequency  4313 3987 14347 4140 3760 3658 3412 4909 4971
## Proportion 0.091 0.084 0.302 0.087 0.079 0.077 0.072 0.103 0.105
## -----
## MariStat
##      n      missing      distinct
##    47497          0          2
##
## Value      célibataire      autre
## Frequency      13690      33807
## Proportion      0.288      0.712
## -----
## SocioCateg
##      n      missing      distinct
##    47497          0          8
##
## lowest : CSP1 CSP2 CSP3 CSP5 CSP6, highest: CSP5 CSP6 CSP7 CSP9 CSP4
##
## Value      CSP1 CSP2 CSP3 CSP5 CSP6 CSP7 CSP9 CSP4
## Frequency  2366 1721  918 32894 5731  80  9 3778
## Proportion 0.050 0.036 0.019 0.693 0.121 0.002 0.000 0.080
## -----
## VehUsage
##      n      missing      distinct
##    47497          0          4
##

```



```

## Value                privée privée et trajet vers bureau
## Frequency            16785                        22051
## Proportion           0.353                        0.464
##
## Value                professionnel      trajet professionnel
## Frequency            7958                        703
## Proportion           0.168                        0.015
## -----
## DrivAge
##      n missing distinct      Info      Mean      Gmd      .05      .10
##  47497      0      83      1  44.48  16.61      25      27
##    .25    .50    .75    .90    .95
##    32     42     55     65     72
##
## lowest :  18  19  20  21  22, highest:  96  97  98 102 103
## -----
## HasKmLimit
##      n missing distinct      Info      Sum      Mean      Gmd
##  47497      0      2  0.353    6468  0.1362  0.2353
##
## -----
## BonusMalus
##      n missing distinct      Info      Mean      Gmd      .05      .10
##  47497      0    108  0.954      69  21.99      50      50
##    .25    .50    .75    .90    .95
##    50     64     85    100    100
##
## lowest :  50  51  52  53  54, highest: 220 230 256 258 272
## -----
## VehBody
##      n missing distinct
##  47497      0      9
##
## lowest : cabriolet      microvan      autobus      coupé      autre microvan
## highest: autre microvan berline      SUV      break      camionnette
##
## cabriolet (1506, 0.032), microvan (1458, 0.031), autobus (220, 0.005), coupé
## (1761, 0.037), autre microvan (1837, 0.039), berline (34051, 0.717), SUV (1974,
## 0.042), break (2231, 0.047), camionnette (2459, 0.052)
## -----
## VehPrice
##      n missing distinct
##  47497      0      27
##
## lowest : A  B  C  D  E , highest: W  X  Y  Z  Z1
## -----
## VehEngine
##      n missing distinct
##  47497      0      6
##
## lowest : carburation      GPL      injection
## highest: GPL      injection      injection directe surpuissant
##
## carburation (6513, 0.137), GPL (2, 0.000), injection (30663, 0.646), injection

```

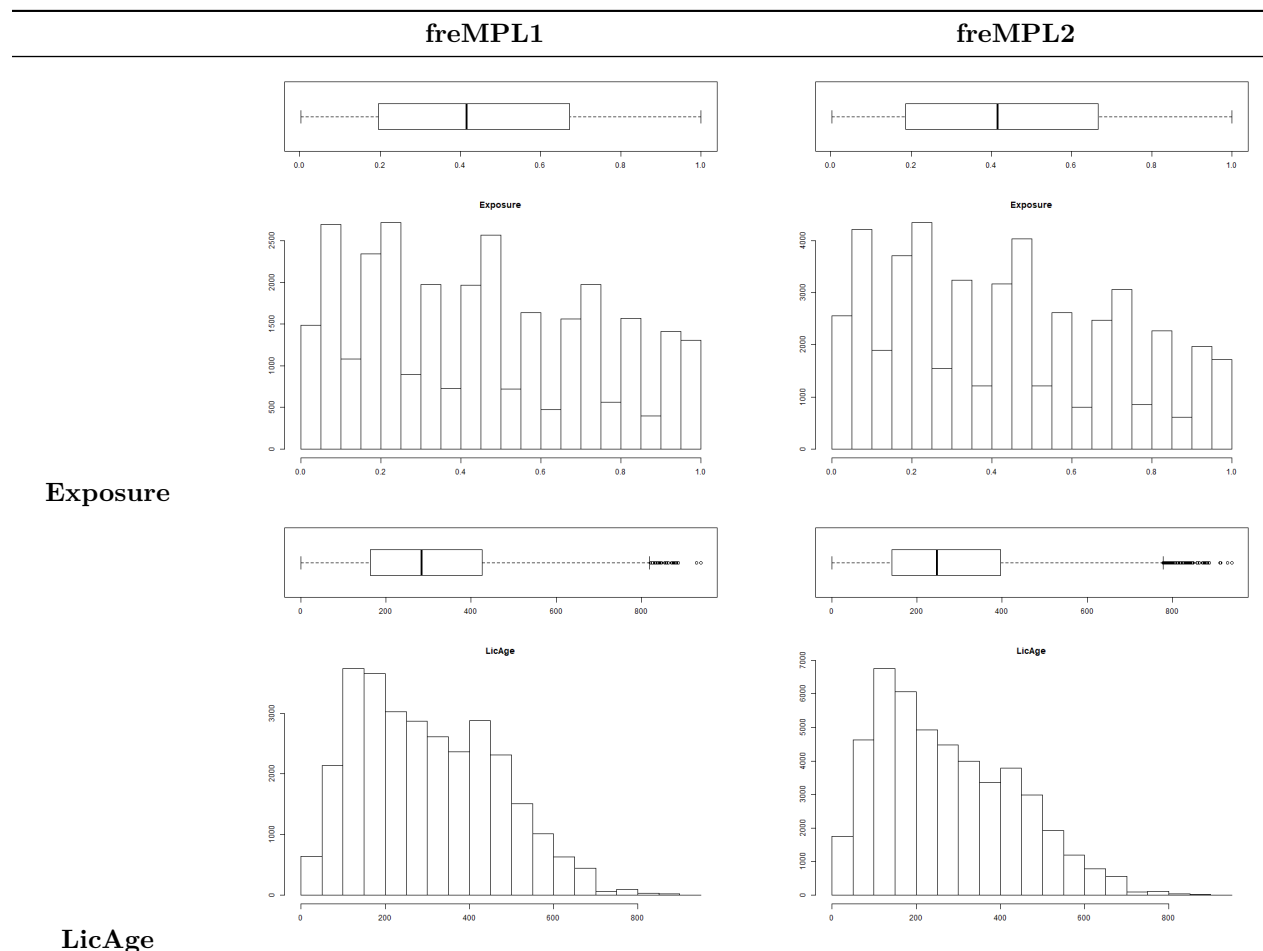
```

## directe surpuissante (6554, 0.138), électrique (6, 0.000), injection
## surpuissante (3759, 0.079)
## -----
## VehEnergy
##      n missing distinct
## 47497      0          4
##
## Value      diesel      GPL électrique      essence
## Frequency    13521          2          6      33968
## Proportion    0.285      0.000      0.000      0.715
## -----
## VehMaxSpeed
##      n missing distinct
## 47497      0          10
##
## lowest : 1-130 km/h  130-140 km/h 140-150 km/h 150-160 km/h 160-170 km/h
## highest: 170-180 km/h 180-190 km/h 190-200 km/h 200-220 km/h 220+ km/h
##
## Value      1-130 km/h 130-140 km/h 140-150 km/h 150-160 km/h 160-170 km/h
## Frequency      1256      2286      4073      7075      7915
## Proportion      0.026      0.048      0.086      0.149      0.167
##
## Value      170-180 km/h 180-190 km/h 190-200 km/h 200-220 km/h 220+ km/h
## Frequency      7933      5795      4567      3998      2599
## Proportion      0.167      0.122      0.096      0.084      0.055
## -----
## VehClass
##      n missing distinct
## 47497      0          6
##
## lowest : 0  A  B  H  M1, highest: A  B  H  M1 M2
##
## Value      0      A      B      H      M1      M2
## Frequency  1901  4140 15229  7034 11756  7437
## Proportion 0.040 0.087 0.321 0.148 0.248 0.157
## -----
## RiskVar
##      n missing distinct      Info      Mean      Gmd      .05      .10
## 47497      0          20      0.994      13.51      5.238      4          7
##      .25      .50      .75      .90      .95
##      11      15      17      19      20
##
## lowest : 1  2  3  4  5, highest: 16 17 18 19 20
##
## Value      1      2      3      4      5      6      7      8      9      10      11
## Frequency    590    501    754    700    1154    1041    1889    1630    1361    1513    2934
## Proportion 0.012 0.011 0.016 0.015 0.024 0.022 0.040 0.034 0.029 0.032 0.062
##
## Value      12      13      14      15      16      17      18      19      20
## Frequency    2896    3172    2496    5434    5632    4047    3078    3270    3405
## Proportion 0.061 0.067 0.053 0.114 0.119 0.085 0.065 0.069 0.072
## -----
## ClaimAmount
##      n missing distinct      Info      Mean      Gmd      .05      .10

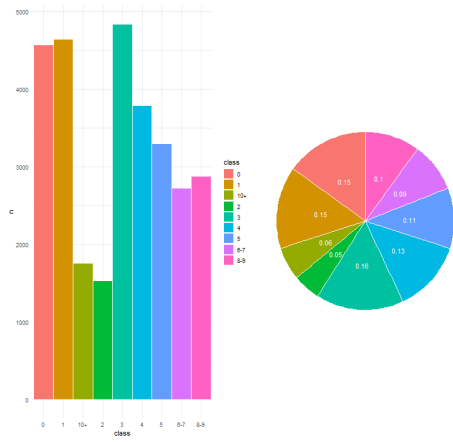
```

```
##      47497      0      873      0.129      86.83      170.3      0      0
##      .25      .50      .75      .90      .95
##      0      0      0      0      0
##
## lowest :      0.00      0.48      1.00      1.80      9.16
## highest: 57085.76 66892.58 80562.15 98152.44 120152.44
## -----
## Garage
##      n missing distinct
##      47497      0      3
##
## Value          aucun garage indépendant      concessionnaire
## Frequency          35092          4642          7763
## Proportion          0.739          0.098          0.163
## -----
## ClaimInd
##      n missing distinct      Info      Sum      Mean      Gmd
##      47497      0      2      0.129      2134      0.04493      0.08582
##
## -----
```

5.3 Affichage de l'ensemble des représentations graphiques

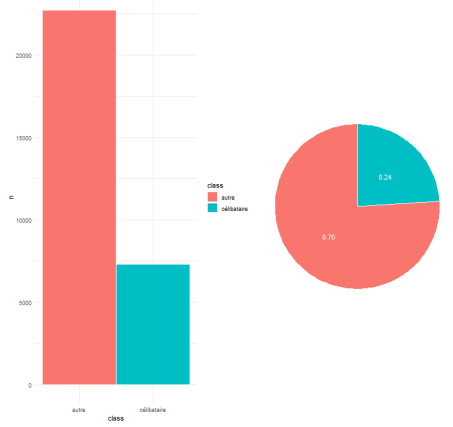
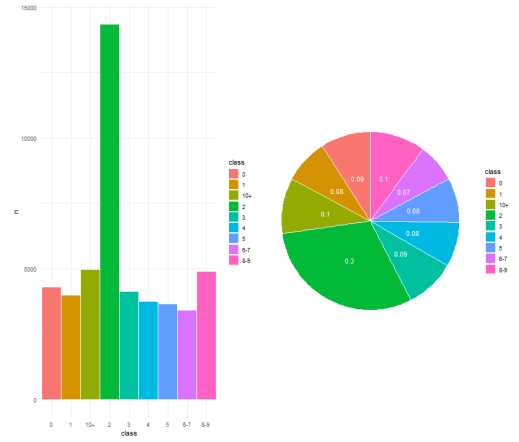


freMPL1

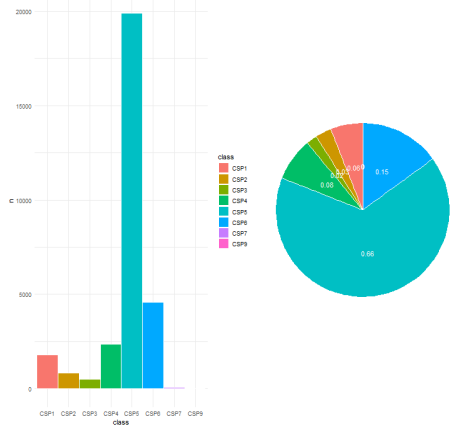
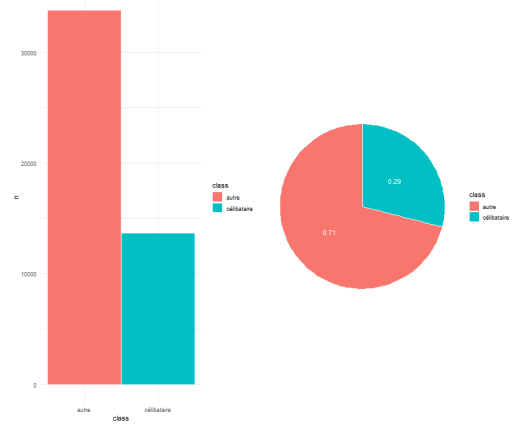


VehAge

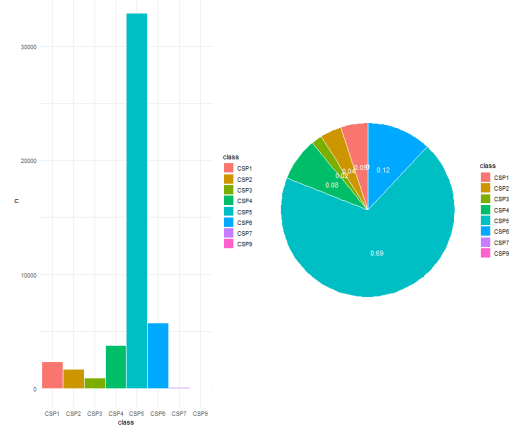
freMPL2



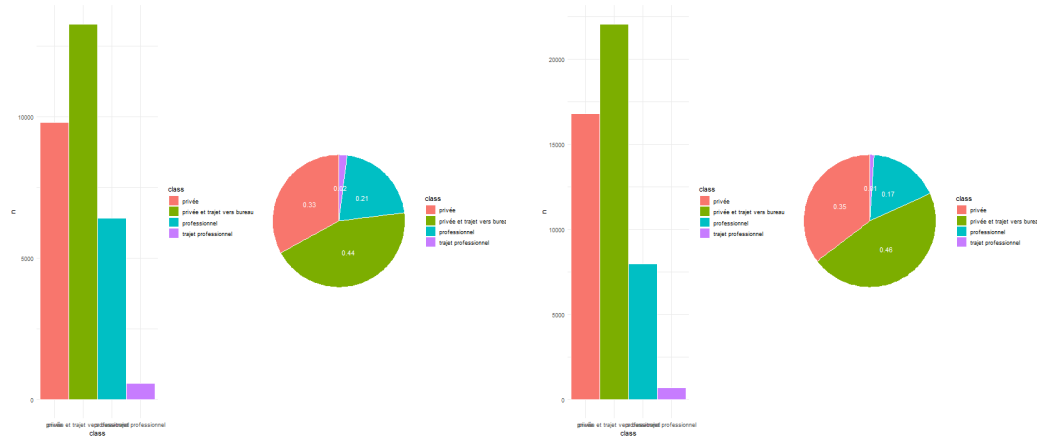
MariStat



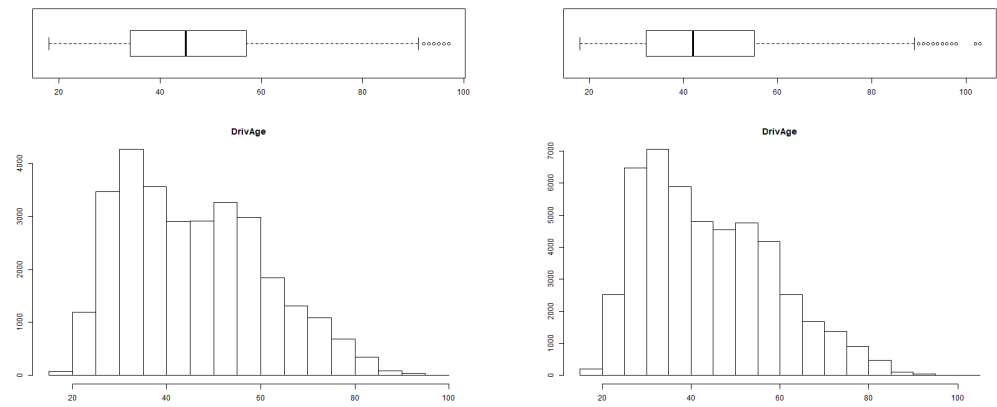
SocioCateg



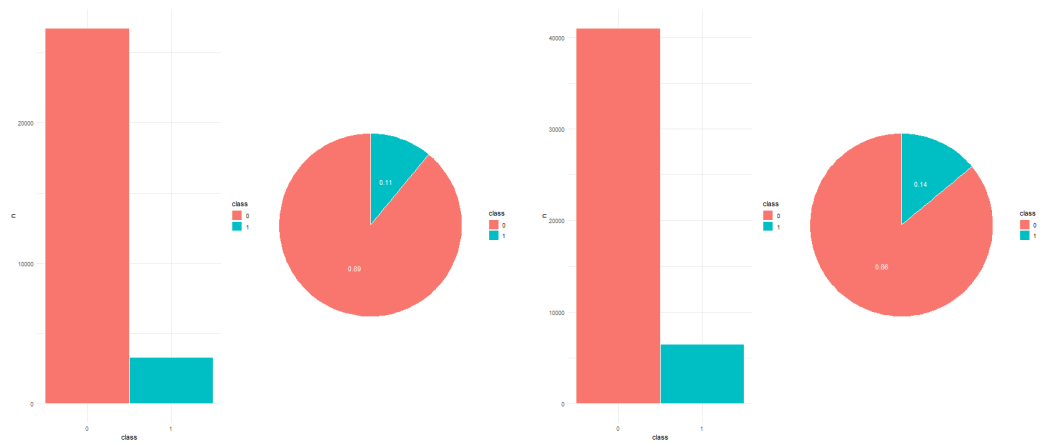
VehUsage



DrivAge

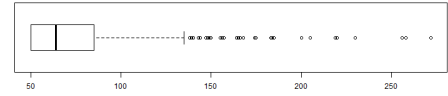
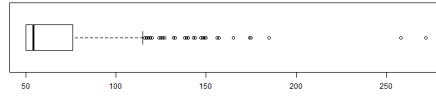


HasKmLimit



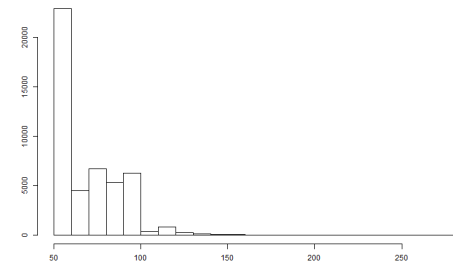
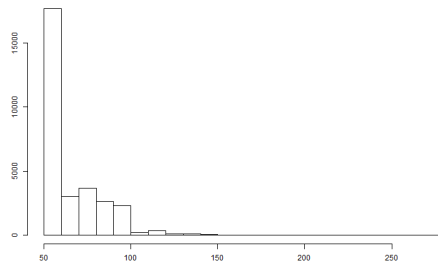
freMPL1

freMPL2

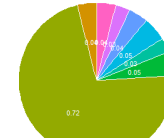
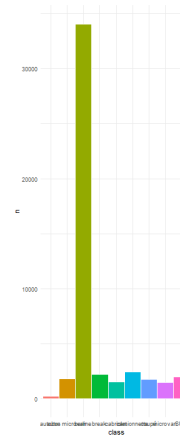
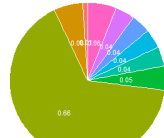
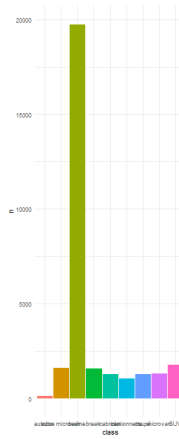


BonusMalus

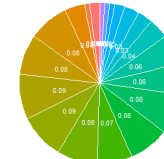
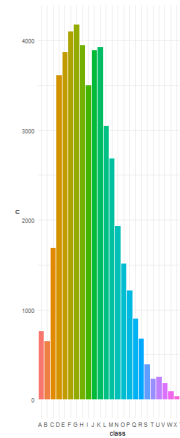
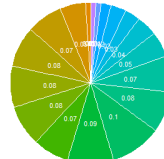
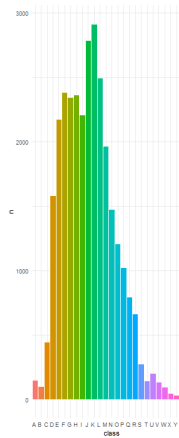
BonusMalus



BonusMalus

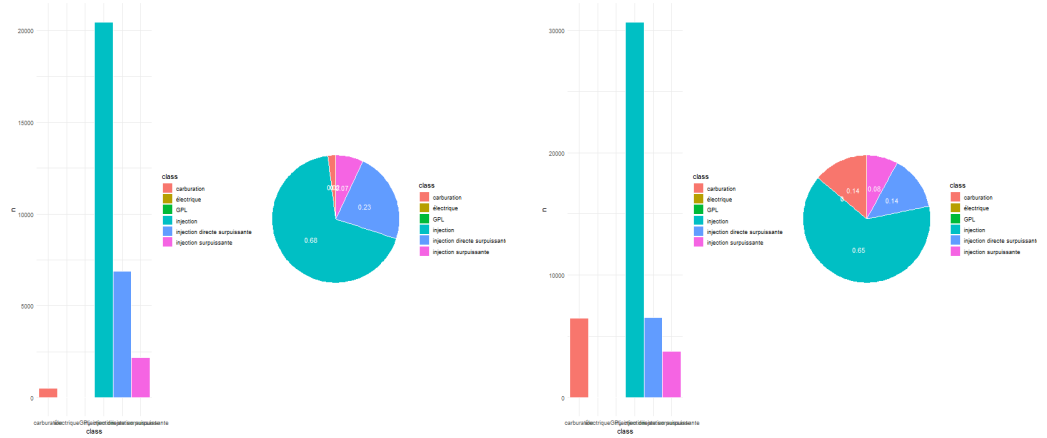


VehBody

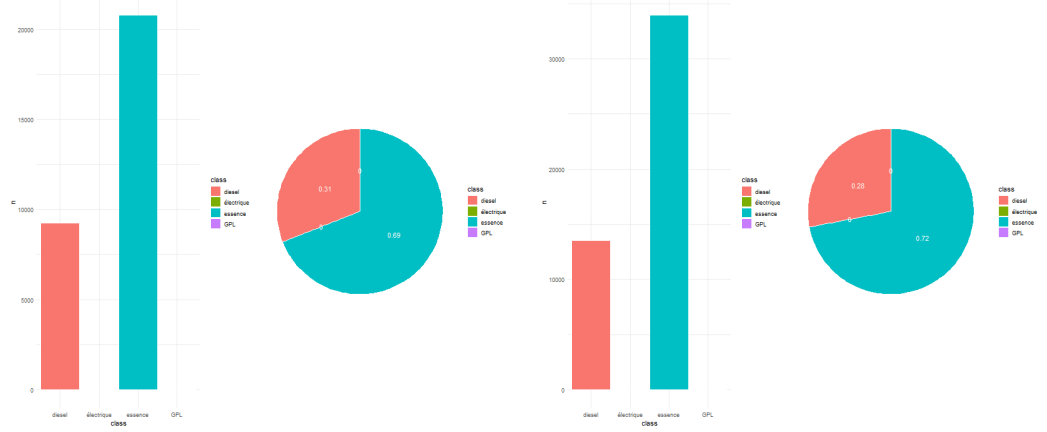


VehPrice

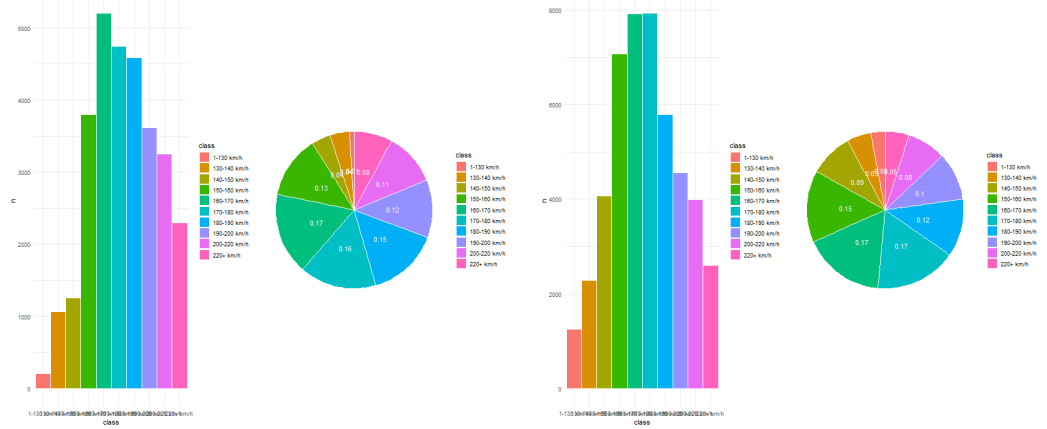
VehEngine



VehEnergy



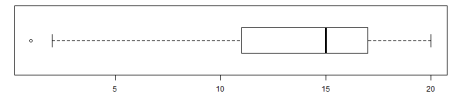
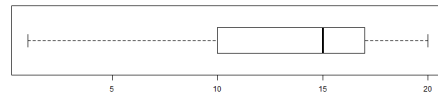
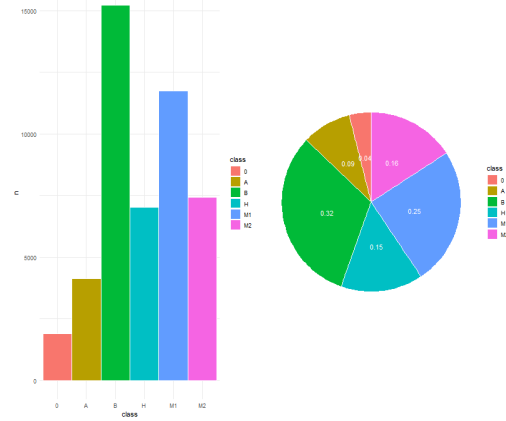
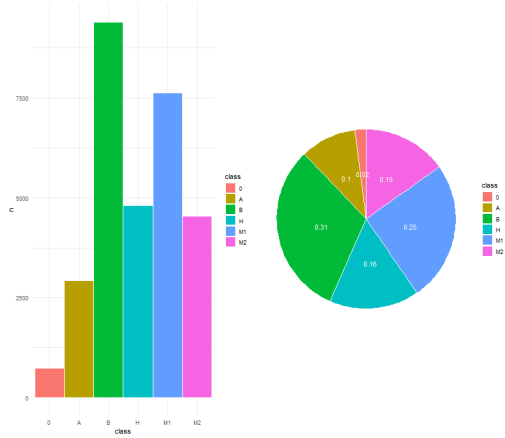
VehMaxSpeed



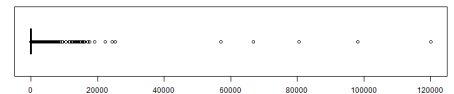
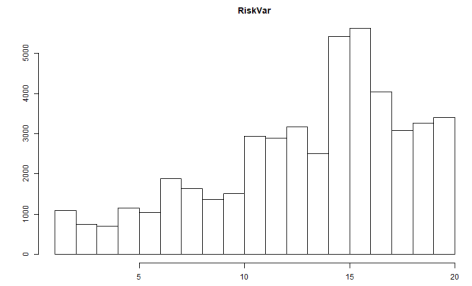
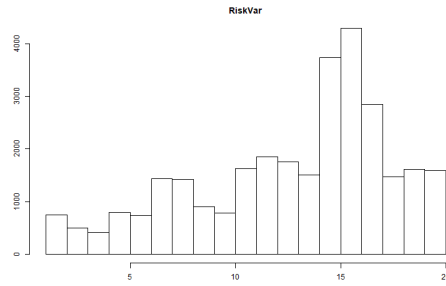
freMPL1

freMPL2

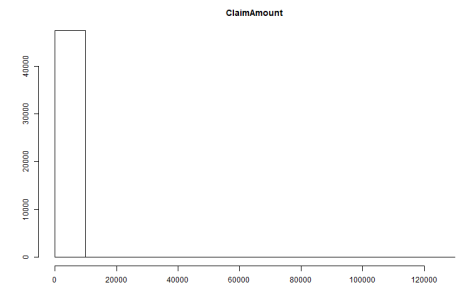
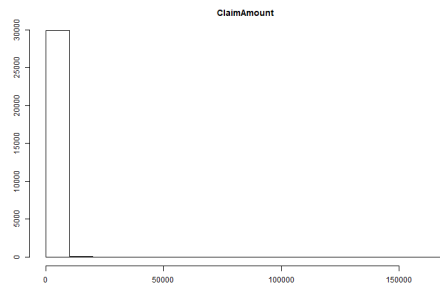
VehClass



RiskVar



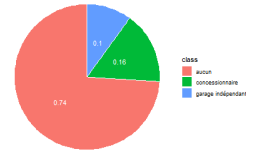
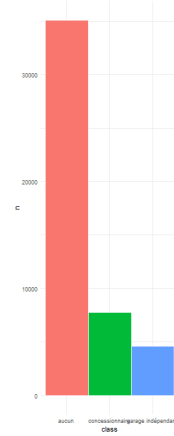
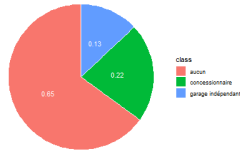
ClaimAmount



freMPL1

freMPL2

Garage



ClaimInd

