Projet Actuariat

Solène Corre, Florentin Dehooghe,François Delhaye

$08~\mathrm{avril}~2020$

Table des matières

1	Pré	résentation du projet							
2	Exp	exploration des jeux de données freMPL1 et freMPL2							
	2.1	Premi	ère visualisation des jeux de données	2					
		2.1.1	Nettoyage de données	4					
		2.1.2	Statistiques descriptives	4					
		2.1.3	Représentations graphiques des données	4					
		2.1.4	ACP	4					
			2.1.4.1 Exécution sur nos données freMPL2	5					
		2.1.5	AFC	8					
3	\mathbf{GL}	M		12					
	3.1	3.1 Fréquence des sinistres							
		3.1.1	Présentation des lois utilisables	12					
			3.1.1.1 la loi de Poisson	12					
	3.2	3.2 Sévérité des sinistres							
		3.2.1	Présentation des lois utilisables	14					
3.2.1.1 loi de gamma (ou d'Euler)		3.2.1.1 loi de gamma (ou d'Euler)	14						
		3.2.2	Inverse gauss	16					
4	Bib	oliographie 16							
5	Anı	nnexes 10							
	5.1	.1 Affichage de l'implementation de la fonction nettoyage_dataframe :							
	5.2	5.2 Affichage de l'ensemble des représentations graphiques							

1 Présentation du projet

L'assurance est un contrat par lequel, moyennant le versement d'une prime dont le montant est fixé a priori (en début de période de couverture), l'assureur s'engage à indemniser l'assuré pendant toute la période de couverture (généralement un an). Cette prime doit refléter le risque associé au contrat. Pour chaque police d'assurance, la prime est fonction de variables dites de tarification permettant de segmenter la population en fonction de son risque. Il est usuel d'utiliser une approche fréquence/sévérité ou une approche indemnitaire pour modéliser le coût annuel d'une police d'assurance. Sur les données utilisées dans ce projet, nous utiliserons cette dernière approche car on ne dispose pas des montants individuels de sinistre. Le but de ce projet est de proposer un tarificateur en se basant deux méthodes : les modèles linéaires généralisés (GLM) et les modèles additifs généralisés (GAM). Ces derniers sont une extension des GLM (proposé par McCullagh et Nelder, 1989) en considérant une approche non-paramétrique pour le prédicteur. Un second objectif sera, en plus de calculer une prime pure par police, de déterminer une commerciale intégrant une marge pour risque. Une approche par simulation sera réalisée pour juger de l'adéquation du chargement par rapport à la charge sinistre totale portefeuille.

2 Exploration des jeux de données freMPL1 et freMPL2

Un peu à la manière du machine learning, les données contenues dans freMPL2 serviront de données d'entraînement de notre modèle et les données de freMPL1 serviront pour tester notre modèle final.

2.1 Première visualisation des jeux de données

Les dimmensions du jeu de données **freMPL1** sont (30595, 22). Ainsi, notre jeu contient 30595 données différentes, toutes définies par 22 caractéristiques différentes.

De même, les dimmensions du jeu de données **freMPL2** sont (48295, 22). Ainsi, notre jeu contient 48295 données différentes, toutes définies par 22 caractéristiques différentes.

Les noms des caractéristiques des jeux de données sont les mêmes. es différentes caractéristiques sont :

- **Exposure**: il s'agit d'une donnée de type numérique qui correspond à la fréquence d'exposition aux risques d'un individu sur une année. Par exemple, si l'individu a été exposé 100 jours, le chiffre affiché est 0,27 (= 100/365,25).
- LicAge : c'est un nombre entier de mois correspondant à l'âge de la licence de la personne concernée.
- **RecordBeg** : cela correspond à la date de début d'exposition aux risques.
- **RecordEnd** : c'est la date de fin d'exposition au risque. Si elle n'est pas renseigner, c'est que la personne est toujours exposée.
- **VehAge** : Il correspond à l'âge du véhicule en année(s). Il est composé en 9 catégories distinctes : "0", "1", "2", "3", "4", "5", "6-7", "8-9" et "10+".
- **Gender** : c'est le sexe de l'individu.
- MariStat : il s'agit du statut marital de la personne. Elle est soit célibataire ("Alone") soit autre chose ("Other").
- **SocioCateg**: Cela correspond à la catégorie socioprofessionnelle de l'individu. Les valeurs, comprises entre "CSP1" et "CSP99", correspondent à la classification française (voir lien suivant : https://fr.wikipedia.org/wiki/Professions_et_catégories_socioprofessionnelles_en_France).
- **VehUsage** : Cela correspond à l'utilisation du véhicule par le propriétaire. Il est soit privée ("Private"), soit professionnel ("Professional"), . . .
- **DrivAge** : C'est l'âge du conducteur (en années). Pour rappel, en France, la conduite est possible à partir de 18 ans.
- **HasKmLimit** : il s'agit d'une valeur numérique spécifiant si oui ("1") ou non ("0") l'assurance comporte une limite kilométique.

- **BonusMalus** : c'est un variable de type numérique, dont la valeur est comprise entre 50 et 350, précisant si la personne possède des bonus ou des malus. Si la valeur est inférieure à 100, l'individu a droit à des bonus. Sinon, la personne a des malus.
- VehBody : il s'agit du type de modèle concerné par l'assurance de l'individu.
- VehPrice : c'est un indicateur correspondant au prix du véhicule.
- VehEngine : cela correspond au type de moteur que possède le véhicule.
- VehEnergy : cela correspond au type d'énergie consommé par le véhicule que possède le véhicule
- VehMaxSpeed : c'est la vitesse maximum que peut atteindre le véhicule. Les différentes catégories sont: "1-130 km/h", "130-140 km/h", "140-150 km/h", "150-160 km/h", "160-170 km/h", "170-180 km/h", "180-190 km/h", "190-200 km/h", "200-220 km/h", "220+ km/h".
- **VehClass** : il s'agit de la classe du véhicule.
- RiskVar: Nombre compris entre 1 et 20 correspondant au risque inconnu probable.
- ClaimAmount : c'est le montant total de la garantie) laquelle peut prétendre l'assuré.
- Garage : il s'agit du type de garage auquel se rend l'assuré.
- ClaimInd : c'est un indicateur précisant si oui ou non l'assuré peut prétendre à une garantie.

Regardons maintenant les premiers éléments composant le jeu de données freMPL1:

	1	2	3
Exposure	0.583	0.200	0.083
LicAge	366	187	169
RecordBeg	2004-06-01	2004-10-19	2004-07-16
RecordEnd	NA	NA	2004-08-16
VehAge	2	0	1
Gender	Female	Male	Female
MariStat	Other	Alone	Other
SocioCateg	CSP1	CSP55	CSP1
VehUsage	Professional	Private+trip to office	Professional
DrivAge	55	34	33
HasKmLimit	0	0	0
BonusMalus	72	80	63
VehBody	sedan	microvan	other microvan
VehPrice	D	K	L
VehEngine	injection	direct injection overpowered	direct injection overpowered
VehEnergy	regular	diesel	diesel
VehMaxSpeed	160-170 km/h	170-180 km/h	170-180 km/h
VehClass	В	M1	M1
ClaimAmount	0	0	0
RiskVar	15	20	17
Garage	None	None	None
ClaimInd	0	0	0

et aussi les premiers éléments composants freMPL2:

	1	2	3
Exposure	0.583	0.416	0.583
LicAge	579	361	366
RecordBeg	2004-06-01	2004-01-01	2004-06-01
RecordEnd	NA	2004-06-01	NA
VehAge	10+	1	2
Gender	Male	Female	Female
MariStat	Other	Other	Other
SocioCateg	CSP60	CSP1	CSP1

	1	2	3
VehUsage	Private	Professional	Professional
DrivAge	83	55	55
HasKmLimit	0	0	0
BonusMalus	50	58	72
VehBody	sedan	sedan	sedan
VehPrice	N	D	D
VehEngine	injection	injection	injection
VehEnergy	regular	regular	regular
VehMaxSpeed	190-200 km/h	160 - 170 km/h	160-170 km/h
VehClass	H	В	В
RiskVar	14	15	15
ClaimAmount	0	0	0
Garage	None	None	None
ClaimInd	0	0	0

2.1.1 Nettoyage de données

Remarquons qu'il serait intéressant de faire un peu de nettoyage de données avant d'effectuer quelconques travaux sur celles-ci. Pour cela, nous allons créer une fonction qui servira à nettoyer les 2 dataframes.

Cette fonction (appelée nettoyage_dataframe) prend l'un des deux dataframes en paramètres et effectue les opérations suivantes :

- Suppression des données des individus assurés moins d'un jour (Exposure)
- Modification des données des individus ayant un ClaimAmount négatif
- Suppression de la colonne associée au sexe de la personne
- Suppression de la colonne spécifiant si l'assuré peut prétendre ou non à une prime d'assurance (ClaimInd)
- Réduction du nombre de catégories socioprofessionnels
- Traduction des données (VehBody, MariStat, VehUsage, VehEngine, VehEnergy, Garage)

2.1.2 Statistiques descriptives

Regardons maintenant plus précisement les valeurs particulières de ces colonnes (valeurs minimum et maximum, moyenne, médiane, quantiles, . . .)

On remarquera qu'il existe des données manquantes dans la colonne RecEnd, ce qui signifie que les individus concernés sont toujours assurés.

On peut aussi utiliser la méthode describe du package Hmisc pour avoir un aperçu de la dispersion des données.

Mais cela ne vaut pas une représentation graphique.

2.1.3 Représentations graphiques des données

2.1.4 ACP

L'ACP permet d'analyser et de visualiser un jeu de données contenant des individus décrits par plusieurs variables quantitatives. C'est une méthode statistique qui permet d'explorer des données dites multivariées (données avec plusieurs variables). Chaque variable pourrait être considérée comme une dimension différente. L'analyse en composantes principales est utilisée pour extraire et de visualiser les informations importantes

contenues dans une table de données multivariées. L'ACP synthétise cette information en seulement quelques nouvelles variables appelées composantes principales. Ces nouvelles variables correspondent à une combinaison linéaire des variables originels. Le nombre de composantes principales est inférieur ou égal au nombre de variables d'origine.

2.1.4.1 Exécution sur nos données freMPL2

Attention, les valeurs doivent être numériques.

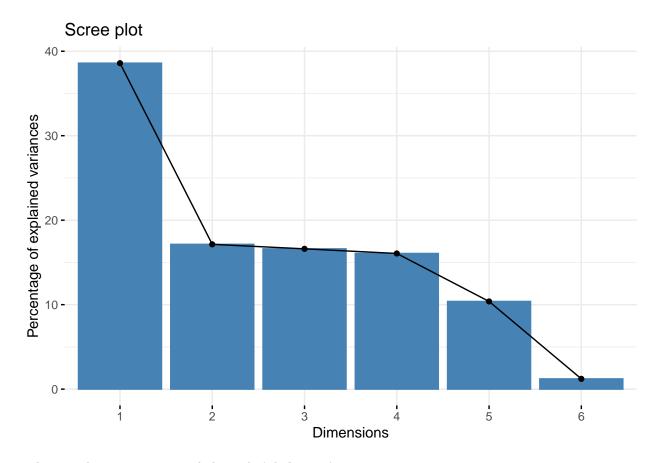
On va donc convertir nos valeurs en numérique :

Certaines colonnes sont catégorisés et pourraient nous être utiles pour éxécuter notre ACP. Il n'est cependant pas judicieux d'appliquer une conversion numérique à ces colonnes puisqu'on leur attribue une valeur arbitraire nous faisant penser à une classification des différents facteurs possibles. Pour éviter cela, on va donc utiliser la méthode model.matrix() qui crée une matrice binaire spécifiant à quel facteur correspond une ligne du dataframe.

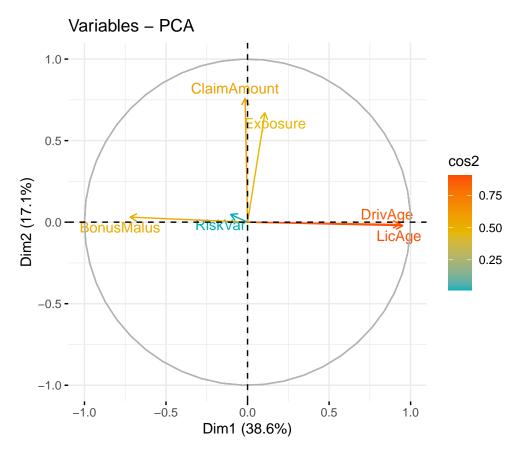
##		(Intercept)	VehAge1	VehAge10+	VehAge2	VehAge3	VehAge4	VehAge5	VehAge6-7
##	1	1	0	1	0	0	0	0	0
##	2	1	1	0	0	0	0	0	0
##	3	1	0	0	1	0	0	0	0
##		1	0	0	0	0	0	0	0
##		1	1	0	0	0	0	0	0
##	6	1	1	0	0	0	0	0	0
##		VehAge8-9							
##	1	0							
##	2	0							
##	3	0							
##	4	0							
##	5	0							
## 6		0							
##		(Intercept)	MariStat	autre					
##	1	1		1					
##	2	1		1					
##	3	1		1					
##	4	1		0					
##	5	1		1					
##	6	1		1					

Affichage du résultat :

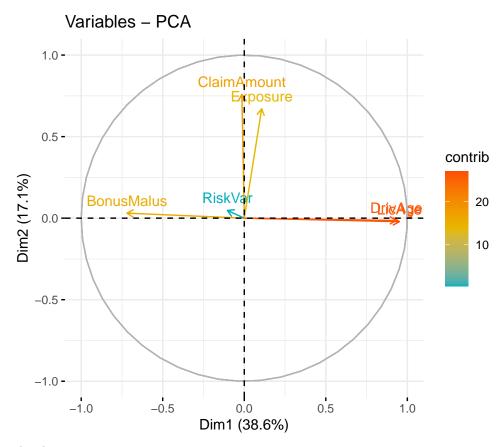
```
##
         eigenvalue variance.percent cumulative.variance.percent
## Dim.1 2.31520784
                           38.586797
                                                          38.58680
## Dim.2 1.02853013
                           17.142169
                                                          55.72897
## Dim.3 0.99649119
                                                          72.33715
                           16.608187
## Dim.4 0.96366164
                           16.061027
                                                          88.39818
## Dim.5 0.62299351
                           10.383225
                                                          98.78141
## Dim.6 0.07311569
                             1.218595
                                                         100.00000
```



utilisation de $\cos 2$ pour juger de la qualité de la représentation :



contribution des colonnes aux dimensions :



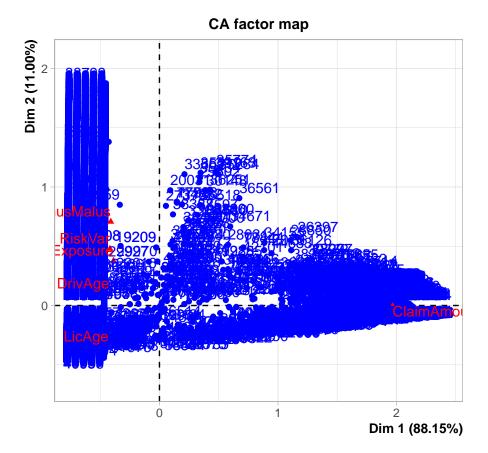
Description des dimensions

Dans les sections précédentes, nous avons décrit comment mettre en évidence les variables en fonction de leurs contributions aux composantes principales.

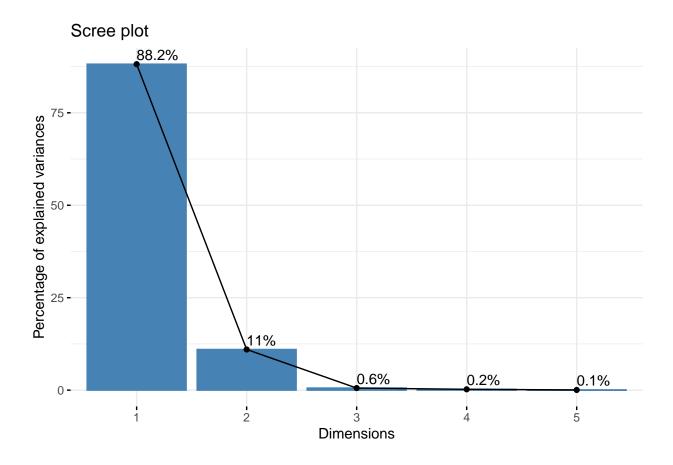
Notez également que la fonction dimdesc() [dans FactoMineR], pour dimension description (en anglais), peut être utilisée pour identifier les variables les plus significativement associées avec une composante principale donnée . Elle peut être utilisée comme suit:

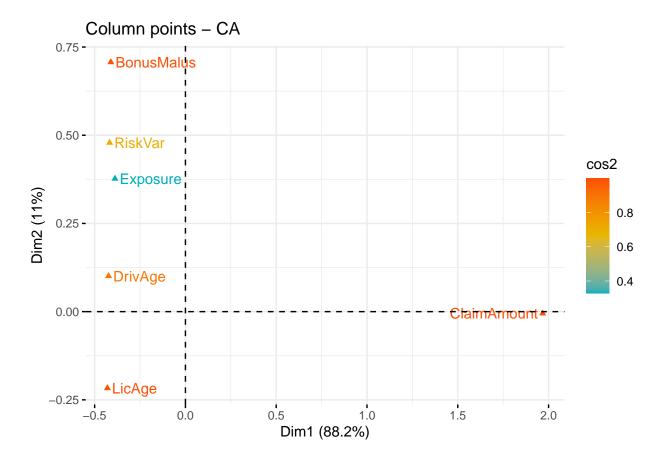
2.1.5 AFC

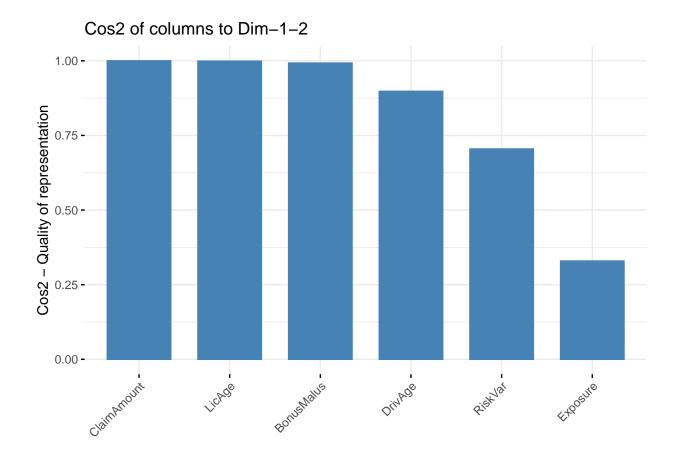
L'analyse factorielle des correspondances est une extension de l'analyse en composantes principales pour analyser l'association entre deux variables qualitatives (ou catégorielles). L'AFC permet de résumer et de visualiser l'information contenue dans le tableau de contingence formé par les deux variables catégorielles. Le tableau de contingence contient les fréquences formées par les deux variables.



##		eigenvalue	variance.percent	<pre>cumulative.variance.percent</pre>
##	Dim.1	0.8368987402	88.15185447	88.15185
##	${\tt Dim.2}$	0.1044266947	10.99942723	99.15128
##	${\tt Dim.3}$	0.0053632523	0.56491976	99.71620
##	Dim.4	0.0021692873	0.22849443	99.94470
##	Dim.5	0.0005250479	0.05530412	100.00000







```
## coord
## LicAge -0.4297012
## DrivAge -0.4235388
## RiskVar -0.4177907
## BonusMalus -0.4107983
## Exposure -0.3880433
## ClaimAmount 1.9675625
```

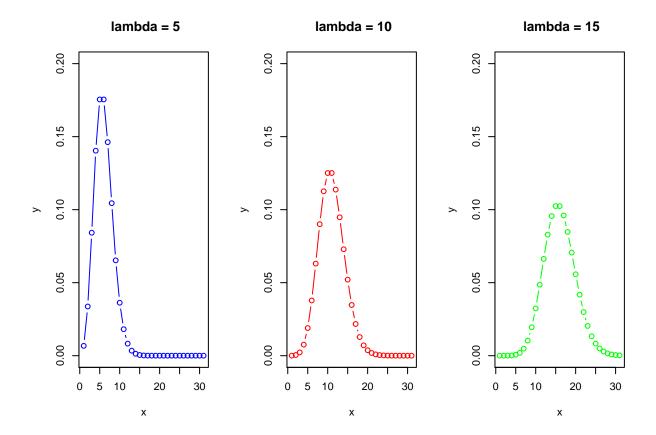
3 GLM

Les lois les plus utilisées sont : - Poisson pour les fréquences des sinistres - Gamma et Inverse gauss pour la sévérité des sinistres

3.1 Fréquence des sinistres

3.1.1 Présentation des lois utilisables

3.1.1.1 la loi de Poisson



Test du modèle GLM avec la loi de Poisson :

```
##
## Call:
  glm(formula = RiskVar ~ DrivAge + VehAge + VehClass + VehBody +
       VehEnergy, family = poisson("log"), data = freMPL2, offset = log(Exposure))
##
## Deviance Residuals:
##
       Min
                      Median
                                   3Q
                                           Max
                 10
## -7.9745 -1.7698
                      0.2224
                               2.7176
                                      13.2888
##
  Coefficients:
##
                           Estimate Std. Error z value Pr(>|z|)
## (Intercept)
                          3.515e+00
                                     1.210e-02 290.407 < 2e-16 ***
## DrivAge
                         -2.799e-03
                                     8.888e-05 -31.488
                                                        < 2e-16 ***
## VehAge1
                         -5.541e-02
                                     6.103e-03
                                                -9.079
                                                        < 2e-16 ***
## VehAge10+
                          9.702e-02
                                     4.991e-03
                                                19.437
                                                        < 2e-16 ***
## VehAge2
                         -5.895e-02
                                     6.039e-03
                                                -9.762
                                                        < 2e-16 ***
## VehAge3
                          1.043e-02 6.193e-03
                                                 1.685 0.092013 .
## VehAge4
                          6.832e-03
                                     6.226e-03
                                                 1.097 0.272487
                          4.730e-02
                                     6.338e-03
## VehAge5
                                                 7.463 8.44e-14 ***
## VehAge6-7
                          3.468e-02 5.847e-03
                                                 5.932 2.99e-09 ***
## VehAge8-9
                          6.245e-02 5.815e-03
                                                10.739 < 2e-16 ***
## VehClassA
                          1.008e-02 8.825e-03
                                                  1.142 0.253440
## VehClassB
                          2.338e-02
                                     7.879e-03
                                                 2.968 0.003000 **
## VehClassH
                         -5.229e-02 8.376e-03 -6.243 4.30e-10 ***
```

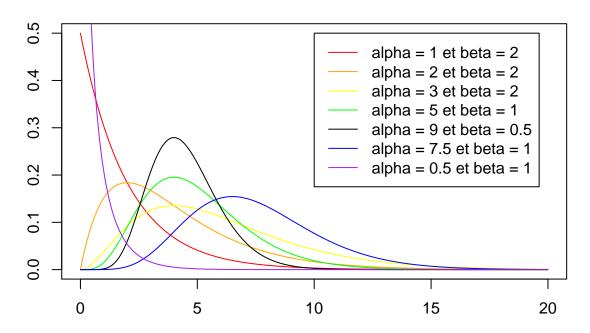
```
## VehClassM1
                        3.697e-02 7.786e-03
                                               4.748 2.06e-06 ***
## VehClassM2
                        1.873e-02 8.196e-03 2.285 0.022285 *
## VehBodymicrovan
                       9.029e-02 1.042e-02
                                               8.666 < 2e-16 ***
## VehBodyautobus
                        8.086e-03 2.049e-02
                                               0.395 0.693148
## VehBodycoupé
                        3.463e-02 9.953e-03
                                               3.480 0.000502 ***
## VehBodyautre microvan 6.972e-03 9.894e-03
                                               0.705 0.481050
## VehBodyberline
                 4.838e-02 7.617e-03
                                               6.353 2.12e-10 ***
## VehBodySUV
                        2.242e-02 9.951e-03
                                               2.253 0.024253 *
## VehBodybreak
                       1.919e-02 9.526e-03
                                              2.015 0.043946 *
## VehBodycamionnette
                       -3.745e-02 1.021e-02 -3.667 0.000245 ***
## VehEnergyGPL
                        7.207e-01 1.669e-01
                                               4.319 1.57e-05 ***
## VehEnergyélectrique
                      -4.001e-01 1.314e-01 -3.045 0.002324 **
                       -6.305e-02 3.118e-03 -20.222 < 2e-16 ***
## VehEnergyessence
## ---
## Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
## (Dispersion parameter for poisson family taken to be 1)
##
##
      Null deviance: 521321 on 47496 degrees of freedom
## Residual deviance: 516924 on 47471 degrees of freedom
## AIC: 723959
## Number of Fisher Scoring iterations: 5
```

3.2 Sévérité des sinistres

3.2.1 Présentation des lois utilisables

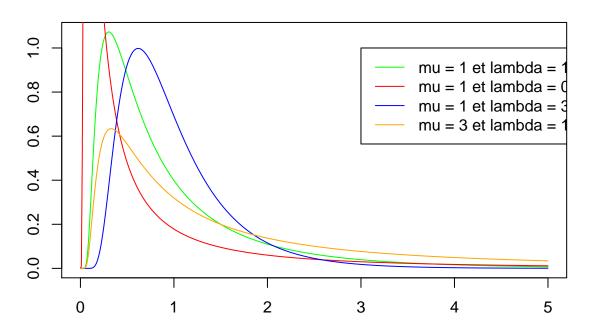
3.2.1.1 loi de gamma (ou d'Euler)

distribution de loi gamma



3.2.2 Inverse gauss

distribution de loi inverse gaussienne



4 Bibliographie

5 Annexes

5.1 Affichage de l'implementation de la fonction nettoyage_dataframe :

```
nettoyage_dataframe <- function(dt){

# Suppression des données des individus assurés moins d'un jour (Exposure)
dt <- subset(dt,dt$Exposure>1/365.25)

# Modification des données des individus ayant un ClaimAmount négatif
dt <- subset(dt,dt$ClaimAmount>=0)

# Suppression de la colonne associée au sexe de la personne et de ClaimInd
dt <- dt[,-6]
dt <- dt[,-21]

# Réduction du nombre de catégories socioprofessionnels
levels(dt$SocioCateg) <- c(levels(dt$SocioCateg), "CSP4", "CSP6",</pre>
```

"CSP9")

```
for (i in 1:dim(dt)[1]){
    if (dt$SocioCateg[i]%in%c("CSP1","CSP16","CSP18","CSP19")){
        dt$SocioCateg[i]<-"CSP1"</pre>
        }
    if (dt$SocioCateg[i]%in%c("CSP2", "CSP20", "CSP21", "CSP22", "CSP23",
                                                                           "CSP25", "CSP26", "CSP27", "CSP28")){
        dt$SocioCateg[i]<-"CSP2"</pre>
    if (dt$SocioCateg[i]%in%c("CSP3", "CSP30", "CSP31", "CSP32", "CSP33",
                                                                           "CSP35", "CSP36", "CSP37", "CSP38", "CSP39")){
        dt$SocioCateg[i]<-"CSP3"
    if (dt$SocioCateg[i]%in%c("CSP40", "CSP41", "CSP42", "CSP43", "CSP46",
                                                                           "CSP47", "CSP48", "CSP49")){
        dt$SocioCateg[i]<-"CSP4"
        }
    if (dt$SocioCateg[i]%in%c("CSP5", "CSP50", "CSP51", "CSP55", "CSP56",
                                                                           "CSP57", "CSP59")){
        dt$SocioCateg[i]<-"CSP5"</pre>
     if \ (dt\$SocioCateg[i]\%in\%c("CSP6", "CSP60", "CSP61", "CSP62", "CSP63", 
                                                                           "CSP65", "CSP66")){
        dt$SocioCateg[i]<-"CSP6"
    if (dt$SocioCateg[i]%in%c("CSP7", "CSP70", "CSP73", "CSP74", "CSP77")){
        dt$SocioCateg[i]<-"CSP7"</pre>
    if (dt$SocioCateg[i]%in%c("CSP9", "CSP91")){
        dt$SocioCateg[i]<-"CSP9"
        }
dt$SocioCateg <- droplevels(dt$SocioCateg)</pre>
# Traduction des données (VehBody, MariStat, VehUsage, VehEngine, VehEnergy, Garage)
for (i in 1:dim(dt)[2]){
    # Type de véhicules
    if (colnames(dt)[i] == "VehBody"){
        levels(dt$VehBody) <- c(levels(dt$VehBody), "autobus", "coupé",</pre>
                                                                           "autre microvan", "berline", "SUV", "break",
                                                                           "camionnette")
        dt$VehBody[dt$VehBody == "bus"]<-"autobus"
        dt$VehBody[dt$VehBody == "coupe"]<-"coupé"</pre>
        dt$VehBody[dt$VehBody == "other microvan"]<-"autre microvan"</pre>
        dt$VehBody[dt$VehBody == "sedan"]<-"berline"</pre>
        dt$VehBody[dt$VehBody == "sport utility vehicle"]<-"SUV"</pre>
        dt$VehBody[dt$VehBody == "station wagon"]<-"break"</pre>
        dt$VehBody[dt$VehBody == "van"]<-"camionnette"</pre>
        dt$VehBody <- droplevels(dt$VehBody)</pre>
    # Statut marital
    if (colnames(dt)[i] == "MariStat"){
        levels(dt$MariStat) <- c(levels(dt$MariStat), "célibataire", "autre")</pre>
        dt$MariStat[dt$MariStat == "Alone"]<-"célibataire"</pre>
        dt$MariStat[dt$MariStat == "Other"]<-"autre"</pre>
```

```
dt$MariStat <- droplevels(dt$MariStat)</pre>
    }
  # Utilisation du véhicule
  if (colnames(dt)[i] == "VehUsage"){
    levels(dt$VehUsage) <- c(levels(dt$VehUsage), "privée",</pre>
                                       "privée et trajet vers bureau", "professionnel",
                                       "trajet professionnel" )
    dt$VehUsage[dt$VehUsage == "Private"]<-"privée"</pre>
    dt$VehUsage[dt$VehUsage == "Private+trip to office"]<-</pre>
    "privée et trajet vers bureau"
    dt$VehUsage[dt$VehUsage == "Professional"]<-"professionnel"</pre>
    dt$VehUsage[dt$VehUsage == "Professional run"]<-</pre>
    "trajet professionnel"
    dt$VehUsage <- droplevels(dt$VehUsage)</pre>
  # Moteur du véhicule
  if (colnames(dt)[i] == "VehEngine"){
    levels(dt$VehEngine) <- c(levels(dt$VehEngine),</pre>
                                        "injection directe surpuissante",
                                        "électrique", "injection surpuissante")
    dt$VehEngine[dt$VehEngine == "direct injection overpowered"]<-
    "injection directe surpuissante"
    dt$VehEngine[dt$VehEngine == "electric"]<-"électrique"</pre>
    dt$VehEngine[dt$VehEngine == "injection overpowered"]<-</pre>
    "injection surpuissante"
    dt$VehEngine <- droplevels(dt$VehEngine)</pre>
  # Energie utilisée par le véhicule
  if (colnames(dt)[i] == "VehEnergy"){
    levels(dt$VehEnergy) <- c(levels(dt$VehEnergy), "électrique", "essence")</pre>
    dt$VehEnergy[dt$VehEnergy == "regular"]<-"essence"</pre>
    dt$VehEnergy[dt$VehEnergy == "eletric"]<-"électrique"</pre>
    dt$VehEnergy <- droplevels(dt$VehEnergy)</pre>
  # Garage
  if (colnames(dt)[i] == "Garage"){
    levels(dt$Garage) <- c(levels(dt$Garage), "aucun", "garage indépendant",</pre>
                                     "concessionnaire")
    dt$Garage[dt$Garage == "None"]<-"aucun"</pre>
    dt$Garage [dt$Garage == "Private garage"]<-"garage indépendant"</pre>
    dt$Garage[dt$Garage == "Collective garage"]<-"concessionnaire"</pre>
    dt$Garage <- droplevels(dt$Garage)</pre>
  }
}
return (dt)
```

5.2 Affichage de l'ensemble des représentations graphiques

