

# Proiect la Probabilități și Statistică

An II, grupele 241 și 243

## Precizări importante

1. Proiectele se realizează în echipă de 2-4 persoane. Fiecare echipa va desemna un lider care va fi precizat în documentație.

2. Liderul echipei va trimite pe adresa [simona.cojoclea@fmi.unibuc.ro](mailto:simona.cojoclea@fmi.unibuc.ro) până la data de **1 februarie 2025 ora 22:00** o singură arhivă care va conține fișierele sursă ale proiectului împreună cu documentația.

3. Documentația este **obligatorie** și lipsa ei atrage necorectarea proiectului.

4. Documentația trebuie să conțină :

-numele membrilor echipei

-descrierea problemei

-aspecte teoretice folosite în rezolvarea problemei care depășesc nivelul cursului

-reprezentări grafice și orice altă formă multimedia oportună proiectului

-precizări privind pachete software folosite și surse de inspirație

-codul și comentarea acestuia, precum și a soluției prezentate

-identificarea unor eventuale dificultăți în realizarea cerințelor

-probleme care au rămas deschise în urma implementării actuale

-concluzii

**OBS:** Documentația se dorește o prezentare *completă* a proiectului astfel încât evaluarea acestuia să poată fi făcută facil și nu o documentație uzuală pentru un produs software.

5. Dacă la oricare din cele 3 proiecte se realizează cerințe suplimentare față de cele date, cerințe care să fie relevante, se poate obține un bonus de **5p**, fără însă ca nota finală asociată laboratorului să poată depăși **50 p**.

## Cerinte:

- I. Se consideră o activitate care presupune parcurgerea secvențială a  $n$  etape. Timpul necesar finalizării etapei  $i$  de către o persoană A este o variabilă aleatoare  $T_i \sim \text{Exp}(\lambda_i)$ . După finalizarea etapei  $i$ , A va trece în etapa  $i+1$  cu probabilitatea  $\alpha_i$  sau va opri lucrul cu probabilitatea  $1-\alpha_i$ . Fie  $T$  timpul total petrecut de persoana A în realizarea activității respective.

- 1) Construiți un algoritm în R care simulează  $10^6$  valori pentru v.a.  $T$  și în baza acestora aproximați  $E(T)$ . Reprezentați grafic într-o manieră adecvată valorile obținute pentru  $T$ . Ce puteți spune despre repartiția lui  $T$ ?
- 2) Calculați valoarea exactă a lui  $E(T)$  și comparați cu valoarea obținută prin simulare.
- 3) În baza simulărilor de la 1) aproximați probabilitatea ca persoana A să finalizeze activitatea.
- 4) În baza simulărilor de la 1) aproximați probabilitatea ca persoana A să finalizeze activitatea într-un timp mai mic sau egal cu  $\sigma$ .
- 5) În baza simulărilor de la 1) determinați timpul minim și respectiv timpul maxim în care persoana A finalizează activitatea și reprezentați grafic timpurile de finalizare a activității din fiecare simulare. Ce puteți spune despre repartiția acestor timpuri de finalizare a activității?
- 6) În baza simulărilor de la 1) aproximați probabilitatea ca persoana A să se oprească din lucru înainte de etapa  $k$ , unde  $1 < k \leq n$ . Reprezentați grafic probabilitățile obținute într-o manieră corespunzătoare. Ce puteți spune despre repartiția probabilităților obținute?

II. Construiți o aplicație Shiny([Shiny - Welcome to Shiny](#)) în care să prezentați cele 5 formulări alternative pentru repartiția Negativ Binomială([Negative binomial distribution - Wikipedia](#)), cu toate parametrizările cunoscute și cu repartițiile înrudite, împreună cu exemple de utilizare a repartiției. În realizarea temei se urmăresc în mod prioritar următoarele aspecte:

- 1) Reprezentarea grafică a funcției de masă și respectiv a funcției de repartiție cu diferiți parametri
- 2) Construirea unei animații care să pună în evidență schimbarea formei funcțiilor de la 1) pe măsură ce parametrii se modifică(vezi Wikipedia)
- 3) Ilustrarea unor exemple de aplicații în care repartiția Negativ Binomială este relevantă

III. Construiți o aplicație Shiny în care să reprezentați grafic funcțiile de repartiție pentru următoarele variabile aleatoare:

- 1)  $X, 3-2X, X^2, \sum_{i=1}^n X_i, \sum_{i=1}^n X_i^2$ , unde  $X, X_1, X_2, \dots, X_n$  i.i.d.  $\sim N(0,1)$ ,  $n \in \mathbb{N}$  fixat
- 2)  $X, 3-2X, X^2, \sum_{i=1}^n X_i, \sum_{i=1}^n X_i^2$ , unde  $X, X_1, X_2, \dots, X_n$  i.i.d.  $\sim N(\mu, \sigma^2)$ ,  $\mu \in \mathbb{R}, \sigma > 0$   
 $n \in \mathbb{N}$  fixat
- 3)  $X, 2+5X, X^2, \sum_{i=1}^n X_i$ , unde  $X, X_1, X_2, \dots, X_n$  i.i.d.  $\sim \text{Exp}(\lambda)$ ,  $\lambda > 0$ ,  $n \in \mathbb{N}$  fixat
- 4)  $X, 3X-2, X^2, \sum_{i=1}^n X_i$ , unde  $X, X_1, X_2, \dots, X_n$  i.i.d.  $\sim \text{Pois}(\lambda)$ ,  $\lambda > 0$ ,  $n \in \mathbb{N}$  fixat
- 5)  $X, 5X-4, X^3, \sum_{i=1}^n X_i$ , unde  $X, X_1, X_2, \dots, X_n$  i.i.d.  $\sim \text{Binom}(r, p)$ ,  $r \in \mathbb{N}$ ,  $p \in (0,1)$ ,  
 $n \in \mathbb{N}$  fixat