

$$\begin{array}{c}
\frac{x \in \text{Domain}([x : \text{num}, y : \text{num}])}{[x : \text{num}, y : \text{num}] \vdash x : \text{num}} \quad \frac{y \in \text{Domain}([x : \text{num}, y : \text{num}])}{[x : \text{num}, y : \text{num}] \vdash y : \text{num}} \\
\hline
[x : \text{num}, y : \text{num}] \vdash x + y : \text{num} \\
\hline
\emptyset \vdash \lambda(x : \text{num}, y : \text{num}).x + y : (\text{num}, \text{num}) \rightarrow \text{num} \quad \emptyset \vdash 8 : \text{num} \\
\hline
\emptyset \vdash (\lambda(x : \text{num}, y : \text{num}).x + y)(8) : \text{no type}
\end{array}$$

$$\begin{array}{c}
\frac{\emptyset \vdash \text{false} : \text{bool} \quad \frac{x \in \text{Domain}([x : \text{num}])}{[x : \text{num}] \vdash x : \text{num}}}{\emptyset \vdash \lambda(x : \text{num}).x : \text{num} \rightarrow \text{num}} \quad \frac{[y : \text{num}] \vdash 2 : \text{num}}{\emptyset \vdash \lambda(y : \text{num}).2 : \text{num} \rightarrow \text{num}} \\
\hline
\emptyset \vdash \text{if false } (\lambda(x : \text{num}).x) (\lambda(y : \text{num}).2) : \text{num} \rightarrow \text{num} \quad \emptyset \vdash 57 : \text{num} \\
\hline
\emptyset \vdash (\text{if false } (\lambda(x : \text{num}).x) (\lambda(y : \text{num}).2))(57) : \text{num}
\end{array}$$

$$\begin{array}{c}
\frac{y \in \text{Domain}(\Gamma)}{\Gamma \vdash y : \text{num} \rightarrow \text{bool}} \quad \frac{\frac{x \in \text{Domain}(\Gamma)}{\Gamma \vdash x : \text{num}} \quad \Gamma \vdash 17 : \text{num}}{\Gamma \vdash x + 17 : \text{num}} \\
\hline
\Gamma \vdash y(x + 17) : \text{bool} \\
\hline
\emptyset \vdash \lambda(x : \text{num}, y : \text{num} \rightarrow \text{bool}).y(x + 17) : (\text{num}, \text{num} \rightarrow \text{bool}) \rightarrow \text{bool} \quad \emptyset \vdash 42 : \text{num} \\
\hline
\emptyset \vdash (\lambda(x : \text{num}, y : \text{num} \rightarrow \text{bool}).y(x + 17))(42, \lambda(x : \text{num}).x > 72) : \text{bool}
\end{array}$$

where  $\Gamma = [x : \text{num}, y : \text{num} \rightarrow \text{bool}]$  and  $\Gamma' = [x : \text{num}]$