

# 核磁共振实验

1946 年，斯坦福大学的布洛赫（F.Block）和哈佛大学的珀赛尔（E.M.Purcell）分别通过液体水和石蜡发现了核磁共振现象，并由此获得 1952 年的诺贝尔奖，开创了磁共振研究领域，此后12位科学家在此领域获得诺贝尔奖。

当前，核磁共振技术作为一种边缘学科，涉及物理、电子、计算机、磁学、化学、医学等多个领域。根据应用领域，大致可以将核磁共振技术分为三大类：一、医学领域，主要是核磁共振成像；二、化学领域，主要应用于化学分析；三、工业应用，作为分析仪器检测物质含量等。近年来，应用于工业领域的核磁共振分析仪器发展非常迅速，如用核磁共振方法检测种子含油量、含水量，核磁共振测井以及勘探水资源等。

## 【实验目的】

1. 了解核磁共振的基本原理；
2. 学会用扫场法观察核磁共振现象；
3. 测定  $^1\text{H}$  核和  $^{19}\text{F}$  核的  $g$  因子和磁旋比  $\gamma$  值。

## 【预备问题】

1. 熟悉示波器的使用

在完成本实验前需要系统学习示波器的使用知识，建议做过示波器实验的同学选本项目。

## 【实验原理】

### 一、核磁共振原理

大家知道，在微观世界中物理量只能取分立数值的现象很普遍，本实验涉及到的原子核自旋角动量也不能连续变化，只能取分立值：

$$P = \frac{1}{2\pi} \sqrt{I \cdot (I+1)} \cdot h$$

公式中  $h$  为普朗克常数。  $I$  为自旋量子数，只能取 0, 1, 2, 3, ... 等整数或 1/2, 3/2, 5/2 ... 等半整数。对不同的核素， $I$  分别有不同的确定数值，本实验涉及的  $^1\text{H}$  核（质子）和氟核  $^{19}\text{F}$  的自旋量子数  $I$  都等于 1/2。

原子核的自旋角动量在空间某一方向的分量也不能连续变化，只能取分立的数值：

$$P_z = \frac{m}{2\pi} h$$

$P_z$  为自旋角动量在  $z$  轴方向的分量，量子数  $m$  只能取  $I, I-1, \dots, -I+1, -I$  等  $(2I+1)$  个数值。

自旋角动量不为零的原子核具有与之相联系的核自旋磁矩，其大小为：

$$\mu = g \cdot \frac{e}{2M} \cdot P \quad (1)$$

其中  $e$  为质子的电荷,  $M$  为质子的质量。  $g$  由原子核结构决定, 称为兰德  $g$  因子, 值得注意的是它可能是正数, 也可能是负数, 因此核磁矩的方向可能与核自旋动量方向相同, 也可能相反。

与核自旋角动量一样, 在任意给定  $z$  方向核磁矩也只能取  $(2I+1)$  个分立的数值:

$$\mu_z = g \frac{e}{2M} P_z = gm \frac{eh}{4\pi M} \quad (2)$$

原子核的磁矩通常用  $\mu_N = eh/(4\pi M)$  作为单位,  $\mu_N$  称为核磁子, 采用  $\mu_N$  作为核磁矩的单位后,

$$\mu_z = gm\mu_N \quad (3)$$

除了用  $g$  因子表征核的磁性质外, 通常引入另一个可以由实验测量的物理量—磁旋比, 它定义为原子核的磁矩与自旋角动量的比值:

$$\gamma = \frac{\mu}{P} = \frac{ge}{2M} = \frac{2\pi\mu_N}{h} g \quad (4)$$

相应地有  $\mu = \gamma P$ 、 $\mu_z = \gamma P_z$ 。

当无磁场时, 每一个原子核的能级相同。当施加一个外磁场  $\vec{B}$  后, 情况发生变化。为了方便起见, 通常把  $\vec{B}$  的方向规定为  $z$  方向,  $\vec{B}$  与磁矩的相互作用能为:

$$E = -\vec{\mu} \cdot \vec{B} = -\mu_z \cdot B_z = -\frac{1}{2\pi} \gamma m h B \quad (5)$$

$m$  取值不同, 核磁矩的能量也就不同。从而原来简并的同一能级分裂为  $(2I+1)$  个能级, 对于  $^1\text{H}$  和  $^{19}\text{F}$  核而言,  $I = 1/2$ ,  $m$  取  $1/2$  和  $-1/2$  两个数值, 施加磁场前后的能级分别如图 1 中的 (a) 和 (b) 所示。

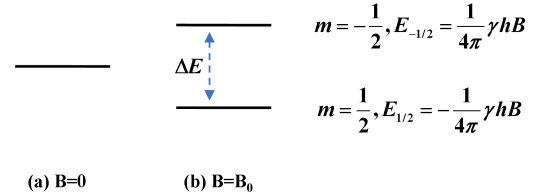


图 1 施加磁场前后的能级变化

当施加外磁场以后, 原子核在不同能级上的粒子数服从玻尔兹曼分布, 由  $\Delta E$  大小、系统的温度和系统总粒子数决定, 处在下能级的粒子数要比上能级的多。这时, 若在与  $\vec{B}$  垂直的方向上再施加上一个高频电磁场 (通常为射频场), 当射频场的频率满足  $h\nu = \Delta E$  时会引起原子核在上下能级之间跃迁, 但由于一开始处在下能级的核比在上能级的核要多, 因此净效果是上跃迁的比下跃迁的多, 从而使系统的总能量增加, 这相当于系统从射频场中吸收了能量。

我们把  $h\nu = \Delta E$  时引起的上述跃迁称为共振跃迁, 简称为共振。共振条件要求:

$$\nu = \frac{\gamma}{2\pi} B \quad (6)$$

通过量未知原子核的共振频率 $\nu_N$ 便可求出待测原子核 $\gamma$ 值（通常用 $\gamma/2\pi$ 值表征）或 $g$ 因子；

$$\frac{\gamma}{2\pi} = \frac{\nu_N}{B} \quad (7)$$

$$g = (\mu_N / h)^{-1} \nu_N / B \quad (8)$$

其中 $\mu_N/h = 7.6225914\text{MHz/T}$ 。 $g$ 因子的公认值：H核  $g_H=5.5857$ ，F核  $g_F=5.2567$ 。

## 二、扫场方法观察核磁共振

通过上述讨论，要发生共振必须满足(5)式，通常有两种方法观察共振现象：一种是固定 $\bar{B}$ ，连续改变射场的频率，这种方法称为扫频方法；另一种方法，也就是本实验采用的方法，即固定射场的频率，连续改变磁场的大小，这种方法称为扫场方法。

我们可以采用电磁铁的磁场与交变磁场的叠加场（磁场的方向为 $z$ 方向）

$$\bar{B} = B_0 \bar{z} + \bar{B}' \cos(100\pi t) \bar{z} \quad (9)$$

其中 $B_0$ 为电磁铁的磁感应强度， $B'$ 为交变磁场的幅度，交变磁场一般采用市电频率，即50Hz。为了容易找到共振信号，一方面要加大 $B'$ ，另一方面要调节射频场的频率 $\nu$ ，使 $2\pi\nu/\gamma$ 落在 $(B_0 - B')$ 到 $(B_0 + B')$ 的范围内。此时在磁场变化的某些时刻的总磁场 $B = 2\pi\nu/\gamma$ ，在这些时刻就能观察到共振信号，如图2所示。

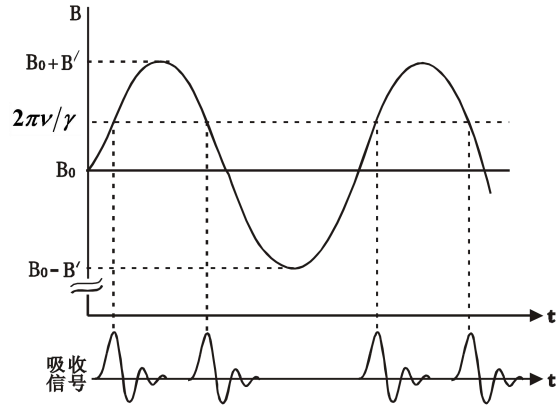


图2（扫场法）磁场与吸收信号随时间变化示意图

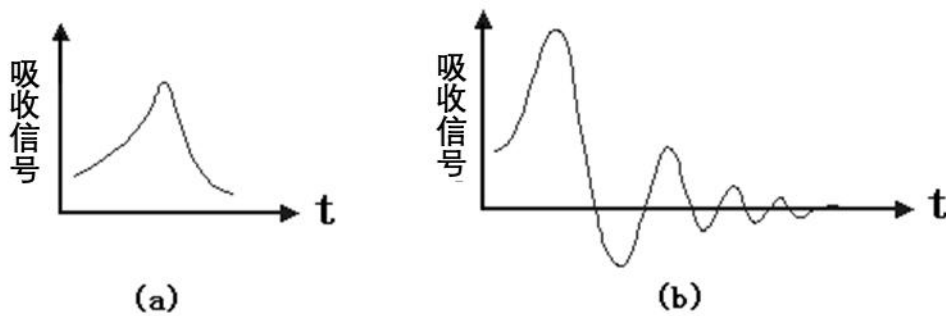


图3 水样品 (a) 与聚四氟乙烯样品 (b) 的吸收信号

如果磁场的变化不是太快，而是缓慢通过与频率 $\nu$ 对应的磁场时，用一定的方法可以检测到系统对射频场的吸收信号，如图3(a)所示，称为一手曲线，这种曲线具有洛伦兹型曲线的特征。但是，如果扫场变化太快，也就是通过共振点的时间比弛豫时间小得多，这时共振吸收信号在通过共振点之后，会出现衰减振荡。这个衰减的振荡称为“尾波”，如图3(b)。扫场变化的快慢是相对具体样品而言的，例如，本实验采用的扫场的磁场，对于聚四氟乙烯样品而言，其吸收信号将如图3(a)所示，而对液态的水样品而言却是变化太快的磁场，其

吸收信号将如图 3(b) 所示。

对于 3(b) 的情况，磁场越均匀，尾波中振荡的次数越多。因此一旦观察到共振信号以后，应进一步仔细调节探测器的探测线圈和样品在磁场中的位置，使尾波中振荡的次数最多，亦即使探头处在磁场最均匀的位置。

由图 3 可知，只要  $2\pi\nu/\gamma$  落在  $B_0 - B' \sim B_0 + B'$  范围内就能观察到共振信号，但这时  $2\pi\nu/\gamma$  未必正好等于  $B_0$ ，从图上可以看出，此时各个共振信号发生的时间间隔并不相等，共振信号在示波器上的排列不均匀。只有当  $2\pi\nu/\gamma = B_0$  时，它们才均匀排列，这时共振发生在交变磁场过零时刻，从示波器的时间标尺可测出它们的时间间隔为 10ms。当然，当  $2\pi\nu/\gamma = B_0 - B'$  或  $2\pi\nu/\gamma = B_0 + B'$  时，在示波器上也能观察到均匀排列的共振信号，但它们的时间间隔是 20 ms，只有当共振信号均匀排列而且间隔为 10ms 时才有  $2\pi\nu/\gamma = B_0$ ，这时频率计的读数才是与  $B_0$  对应的原子核的共振频率。

## 【实验仪器】

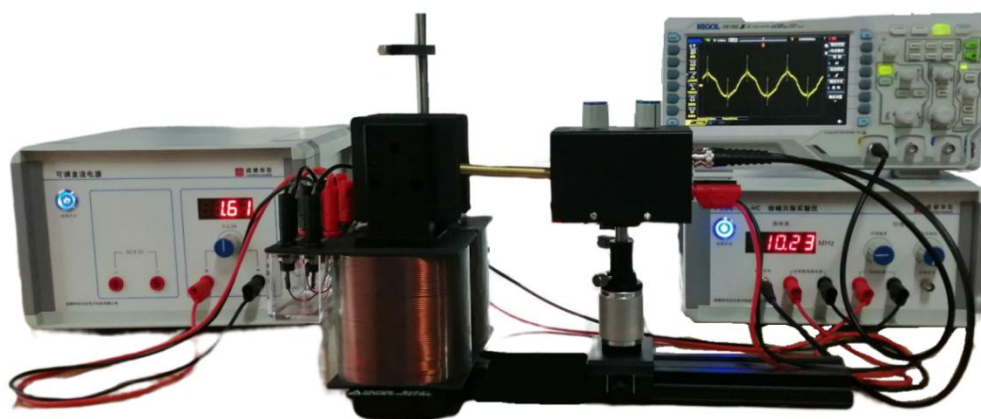


图 4 核磁共振实验仪器

实验仪器包括示波器、电源、核磁共振实验仪以及测试平台等。

### 1. 电源

具有两个通道的输出：交流输出通道，可输出 6.3V 交流信号；直流恒流输出通道，可输出 0~3.5A 可调的恒流信号。本实验中，我们只用到直流恒流输出通道。另外，在电源上安装了电流显示窗口，可以显示输出的电流值。

### 2. 核磁共振测试仪

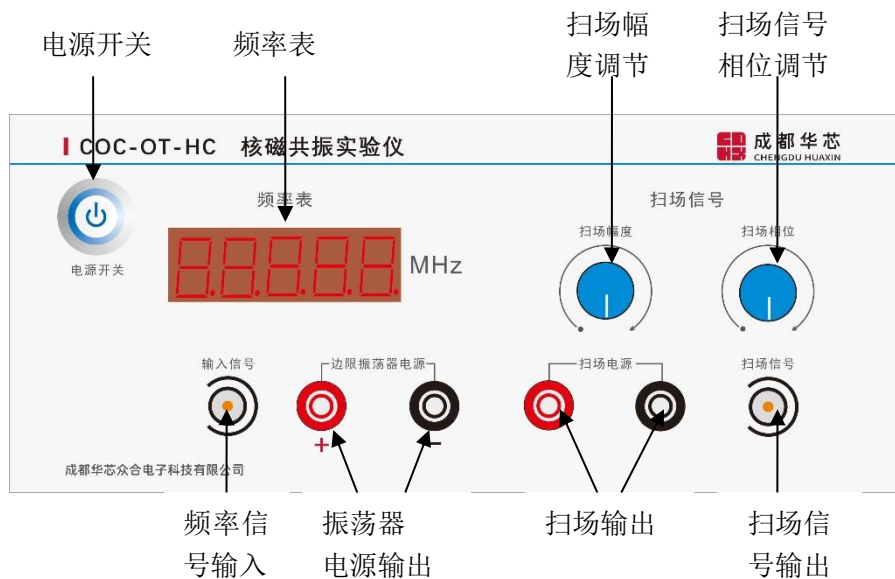


图 5 核磁共振实验仪面板

核磁共振测试仪面板如图，其中频率信号输入端用来输入核磁共振的频率信号，并通过频率表显示核磁共振的频率。面板上还配有振荡器电源与扫场电源接口，以及扫场幅度、与扫场信号相位调节旋钮。

### 3. 测试平台

测试平台如图 6 所示，待测样品可以放入探测器探头中，通过调节升降架高度，可以使探测器的探头平移进出磁场间隙中。

扫场线圈用来产生一个频率为 50Hz、幅度大小在零点几高斯到十几高斯的可调交变磁场，用于观察共振信号，扫场线圈的电流由核磁共振测试仪的扫场输出端提供，扫场的幅度可通过面板上的旋钮调节。

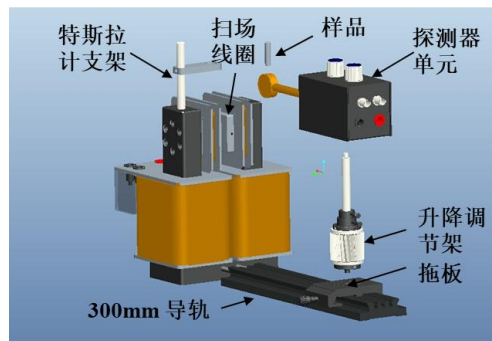


图 6 测试平台

本实验提供的探测器，由射频线圈和边限振荡器组成。探测器的探头与探测样品分离，样品可以在探头内插拔，便于测试更换样品，用户也可以自制样品，具有很大的拓展性。其中一个的样品为掺有硫酸铜的水，另一个为固态的聚四氟乙烯。

边限振荡器是处于振荡与不振荡边缘状态的  $LC$  振荡器（也有翻译为边缘振荡器 *marginal oscillator*），样品放在振荡线圈中，振荡线圈和样品一起放在磁铁中。当振荡器的振荡频率近似等于共振频率发生共振时，样品吸收增强，振荡变弱。经过内部电路，可以把共振吸收的信号检测出来，进而用示波器显示。振荡器未经检波的高频信号经由频率输出端直接输出到数字频率计，从而可直接读出射频场的频率。

4. 特斯拉计

量程为0-2000mT，它可以测量探头法向磁场的磁感应强度。本实验测量中，需缓慢转动探头，找到读数最大处。

5. 测试样品

本实验的测试样品包括掺有硫酸铜的水、聚四氟乙烯以及一个可以盛放纯水的小试管。

表1 测试样品相关参数

样品	原子核	丰度	<i>g</i>
掺有硫酸铜的水	<sup>1</sup> H	99.9%	5.5857
聚四氟乙烯	<sup>19</sup> F	100%	5.2567
纯水	<sup>1</sup> H	99.9%	5.5857

【实验内容与步骤】

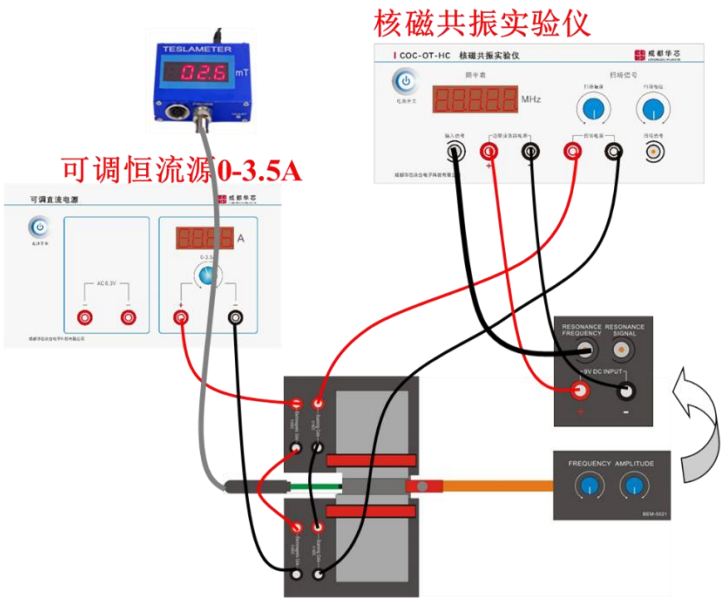


图7 核磁共振实验接线图

一、观察掺有硫酸铜的水和聚四氟乙烯样品的核磁共振现象（使用示波器观察）

1. 按图 7 连接导线。。
2. 小心地将掺有硫酸铜的水样品放入探测线圈中，并轻轻地推动导轨上的拖板，使探测线圈和样品大致置于磁场的中心。**注意：由于玻璃元件，放置样品需小心。**
3. 打开所有设备电源开关。调节恒流源0-3.5A励磁电流输出为0A。调节核磁共振实验仪的扫描幅度调节旋钮“AMPLITUDE”到较大幅度（一般为总输出的1/3圈，即转小半圈左右）。调节探测器单元的幅度调节旋钮“AMPLITUDE”到最右边（即顺时针旋到底）。
4. 按示波器“AUTO”按钮，此时应该可以在示波器上看到一个类似正弦波的图形。如波



形不稳定，可以按示波器右侧“TRIGGER”区“MENU”按钮，在屏幕右侧弹出菜单中设置触发模式为 AC（市电触发）。建议设置通道CH1的电压增益为100mV，设置时间增益为5ms，示波器设置 Acquire->获取方式->高分辨率

5. 调节探测器单元的频率调节旋钮“FREQUENCY”到较小的数值（例如10.0MHz，频率显示在实验仪的频率表中）。
6. 慢慢地调节恒电流源0-3.5A的旋钮（即增加电磁铁线圈的励磁电流，加大磁场强度），直到在示波器上原来正弦波的基础上看到振荡波形（共振信号，图8），若共振信号太大或太小，可以调节示波器电压增益旋钮。
7. 慢慢的调节扫场电源幅度调节旋钮“AMPLITUDE”，使共振信号幅度最大（若信号移位或者消失，可以微调励磁电流旋钮（0-3.5A）使其再出现）。
8. 慢慢的移动导轨上的拖板和升降调节架，即改变样品在磁场中的位置，找到共振信号最大的位置，对于水样品，应尽可能使尾波中振荡的次数最多。（若信号移位或者消失，可以微调励磁电流旋钮便可使其出现）。
9. 微调励磁电流（0-3.5A）大小，使共振信号在横轴方向均匀分布（即几个信号在示波器x轴方向上等间距，即  $T_1 = T_2$ ），如图8。
10. 换上聚四氟乙烯样品，重复上述步骤。

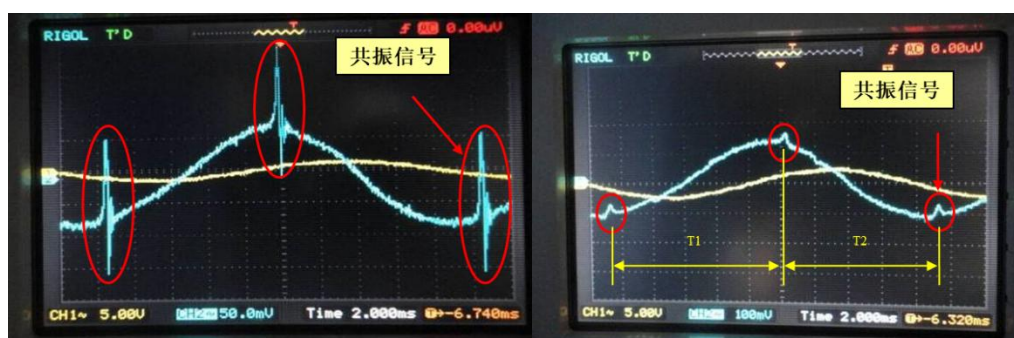


图8 水样品（左）与聚四氟乙烯样品（右）的波形图

## 二、测量掺有硫酸铜的水样品（ $^1\text{H}$ 核）和聚四氟乙烯（ $^{19}\text{F}$ 核）样品的 $g$ 因子

1. 将水样品放入探测线圈中，重复前面步骤，找到最佳共振信号。
2. 读出核磁共振实验仪表上频率计的显示频率  $\nu$ ，把他们记录在表1中。
3. 取出样品，旋开特斯拉计探头的保护套，在无磁场处调零。将探头固定在电磁铁顶部的支架上，测量探测线圈内的磁场  $B_0$ ，测量  $B_0$  时需调节探头与磁场方向垂直（找到读数最大处）。
4. 增加频率  $\nu$ （每次增加0.3MHz），重复上面测试过程。在表1中记录下相应磁场强度  $B_0$  和共振频率  $\nu$ 。
5. 更换聚四氟乙烯样品，测量多组数据记录在表2中。

表2：水样品与四氟乙烯样品  $g$  因子测量数据

	样品：_____		样品：_____	
	$\nu(\text{MHz})$	$B_0(\text{mT})$	$\nu(\text{MHz})$	$B_0(\text{mT})$
1				
2				
3				
4				
5				
6				

### 三、测量纯水样品的 $g$ 因子（选做）

参考上面实验步骤。自行设计实验。

说明：部分样品盒中封有无色透明液体，就是纯水。也有部分样品盒中只有无盖的试管，这种情况需要自己装入自来水（实验完成后请甩干试管中的水）。

#### 【结果分析】

1. 画出  $^1\text{H}$  核的  $\nu$  与  $B_0$  关系曲线，利用最小二乘法计算  $^1\text{H}$  核的  $g$  因子、磁旋比  $\gamma/2\pi$ 。  
测得的  $g$  因子与公认值比较，分析误差。
2. 画出  $^{19}\text{F}$  核的  $\nu$  与  $B_0$  关系曲线，利用最小二乘法计算  $^{19}\text{F}$  核的  $g$  因子、磁旋比  $\gamma/2\pi$ 。  
测得的  $g$  因子与公认值比较，分析误差。

#### 【注意事项】

1. 水样品盛放于玻璃容器中，取放要小心。
2. 插拔导线时请轻插轻拔，不要用力过猛。
3. 实验完成后，整理好仪器，样品放入样品盒中，并交还老师。



## 附录 核磁共振的经典理论

### 1. 自旋核在静磁场中的进动

在磁场  $\vec{B}$  中的磁矩为  $\vec{\mu}$  的原子核所受的力矩为  $\vec{T} = \vec{\mu} \times \vec{B}$ ，因此有

$$\frac{d\vec{P}}{dt} = \vec{\mu} \times \vec{B} \quad (10)$$

$\vec{P}$  为自旋角动量，考虑到  $\vec{\mu} = \gamma \vec{P}$ ，则有

$$\frac{d\vec{\mu}}{dt} = \gamma \frac{d\vec{P}}{dt} = \gamma \vec{\mu} \times \vec{B} \quad (11)$$

我们研究的是磁核在静磁场  $B_0$  方向的运动，因此可以假设  $B_0$  沿着  $z$  方向，即  $B_z = B_0$ 、 $B_x = B_y = 0$ 。式 (11) 写成分量形式：

$$\begin{cases} \frac{d\mu_x}{dt} = \gamma \mu_y B_0 \\ \frac{d\mu_y}{dt} = -\gamma \mu_x B_0 \\ \frac{d\mu_z}{dt} = 0 \end{cases} \quad (12)$$

解此方程可得

$$\begin{cases} \mu_x = A \cos(\gamma B_0 t + \varphi) \\ \mu_y = -A \sin(\gamma B_0 t + \varphi) \\ \mu_z = \text{常数} \end{cases} \quad (13)$$

由解 (13) 式可见， $\vec{\mu}$  在  $x$  轴的投影随时间均按余弦规律变化，在  $y$  轴的投影随时间均按正弦规律变化，其在  $xy$  平面投影的绝对值是个常数。

说明  $\vec{\mu}$  在  $xy$  平面上进动，频率为  $\omega_0 = \gamma B_0$ 。这种进动称为拉莫尔进动， $\omega_0$  称为拉莫尔频率。

### 2. 核磁共振现象

磁核做拉莫尔进动时，具有固定的能量  $\vec{\mu} \cdot \vec{B}$ ，为了使核磁矩所具有的能量发生变化，在核磁共振实验中，会在  $x$  轴方向施加交变磁场  $2B_1 \cos \omega t$ （射频场，注意和(9)中的交变磁场区分），频率  $\omega$  取值接近  $\omega_0$ 。射频场可以看成两个磁场叠加而成：一个是强度为  $B_1$ 、磁场方向以频率  $\omega$  逆时针旋转的左旋圆偏振磁场，一个是强度为  $B_1$ 、磁场方向以频率  $\omega$  顺时针旋转的右旋圆偏振磁场（图11）。右旋圆偏振磁场与核磁矩进动方向相同，角频率接近，它能够与核磁矩相互作用，而左旋圆偏振磁场与核磁矩进动方向相反，它与核磁矩的相互作用可以忽略。

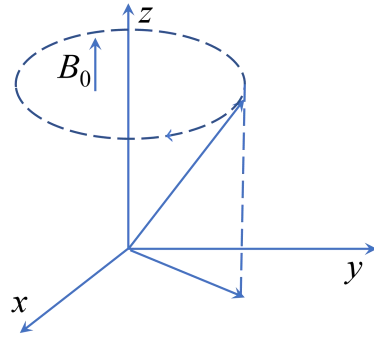


图 10 磁性核在磁场中的进动

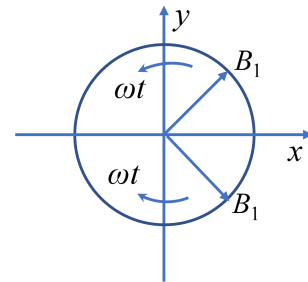


图 11 线偏振磁场分解成两个圆偏振磁场

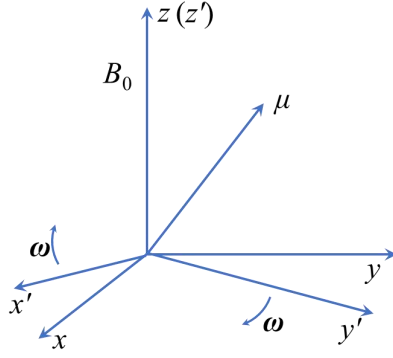


图 12 旋转坐标系

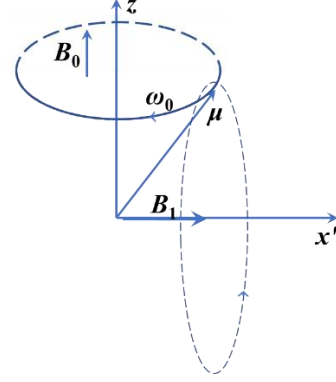


图 13 在旋转坐标系磁矩围绕 x 轴进动

为了方便研究，我们可以选取旋转坐标系  $x'y'z'$ ，它的  $z'$  轴与固定坐标系的  $z$  轴重合， $x'y'$  绕  $z'$  轴以角频率  $\omega$  逆时针旋转。这样，在  $x'y'z'$  坐标系中，左旋圆偏振磁场方向永远与  $x'$  轴重合，在旋转坐标中，它是一个强度为  $B_1$  的线偏振磁场。如果  $\omega = \omega_0$ ，那么在  $x'y'z'$  系中观察， $\vec{\mu}$  也是静止的，但由于磁场  $\vec{B}_1$  的存在， $\vec{\mu}$  会围绕  $\vec{B}_1$  进动，如图13，这个进动将使  $\vec{\mu}$  与  $\vec{B}_0$  的夹角  $\alpha$  发生变化，根据  $E = \vec{\mu} \cdot \vec{B} = \mu B \cos \alpha$ ，当  $\alpha$  变化时， $\vec{\mu}$  在  $\vec{B}_0$  中的能量也会发生变化，这个能量的变化来自于交变的磁场。如果  $\alpha$  角增加，核磁矩就要从交变的磁场中吸收能量，这就是核磁共振现象。共振条件是

$$\omega = \omega_0 = \gamma B_0 \quad (14)$$

### 三、磁化强度矢量的运动方程和布洛赫方程

前面只是讨论了一个原子核与磁场的相互作用，在样品整体，我们需要研究其磁化强度矢量与磁场的相互作用。

因为磁化强度矢量  $\vec{M}$  是单位体积内核磁矩  $\vec{\mu}$  的矢量和，所以在外磁场作用下， $\vec{M}$  的演化方程为：

$$\frac{d\vec{M}}{dt} = \gamma(\vec{M} \times \vec{B}) \quad (15)$$

其中

$$\vec{B} = B_0 \vec{z} + B_1 \sin \omega t \vec{i}$$

后一项为射频场，射频场持续作用使得高、低能级之间的粒子数差异变得越来越小，直至趋于零，不再发生能量吸收，即所谓的饱和，这时宏观核磁化强度矢量  $M = 0$ 。但实际上共振现象可以一直持续下去，这是因为核自旋体系与晶格间有耦合，核自旋体系的能量会不断地耗散给晶格的热运动，原子核自身跃迁回到低能级，从而使共振吸收在动态平衡的稳恒状态下持续进行。我们将自旋体系与晶格之间建立热平衡的过程称之为自旋-晶格弛豫过程，或称纵向弛豫。纵向弛豫的结果将使磁化强度矢量  $M_z$  按指数规律  $\exp(-t/T_1)$  趋向于热平衡状态的  $M_0$  值，这个  $T_1$  称为自旋-晶格弛豫时间，它反映了沿外磁场方向上整个样品的磁

矩恢复到平衡时的快慢。纵向弛豫过程可以描述为：

$$\frac{dM_z}{dt} = -\frac{M_z - M_0}{T_1} \quad (16)$$

此外，自旋与自旋之间也存在相互作用， $M$  的横向分量也要由非平衡态时的  $M_x$  和  $M_y$  向平衡态时的值  $M_x = M_y = 0$  过渡，表征这个过程的特征时间为横向弛豫时间，用  $T_2$  表示。类似，可以假定：

$$\frac{dM_x}{dt} = -\frac{M_x}{T_2}, \quad \frac{dM_y}{dt} = -\frac{M_y}{T_2} \quad (17)$$

前面分别分析了外磁场和弛豫过程对核磁化强度矢量  $M$  的作用。当上述两种作用同时存在时，描述核磁共振现象的基本运动方程为

$$\frac{d\vec{M}}{dt} = \gamma(\vec{M} \times \vec{B}) - \frac{1}{T_2}(M_x\vec{i} + M_y\vec{j}) - \frac{M_z - M_0}{T_1}\vec{k} \quad (18)$$

其分量形式为：

$$\begin{cases} \frac{dM_x}{dt} = \gamma(M_y B_0 + M_z B_1 \sin \omega t) - \frac{M_x}{T_2} \\ \frac{dM_y}{dt} = \gamma(M_z B_1 \cos \omega t - M_x B_0) - \frac{M_y}{T_2} \\ \frac{dM_z}{dt} = -\gamma(M_x B_1 \sin \omega t + M_y B_1 \cos \omega t - M_x B_0) - \frac{M_z - M_0}{T_1} \end{cases} \quad (19)$$

引入如图12的旋转坐标系 $x'y'z'$ ，假设  $M$  在  $x'y'$  轴的分量分别为  $-v$  和  $u$ ，则

$$\begin{cases} M_x = u \cos \omega t - v \sin \omega t \\ M_y = -v \cos \omega t - u \sin \omega t \end{cases}$$

因此，(19)式变为

$$\begin{cases} \frac{du}{dt} = -(\omega_0 - \omega)v - \frac{u}{T_2} \\ \frac{dv}{dt} = (\omega_0 - \omega)v - \frac{v}{T_2} - \gamma B_1 M_z \\ \frac{dM_z}{dt} = -\frac{M_z - M_0}{T_1} + \gamma B_1 v \end{cases} \quad (20)$$

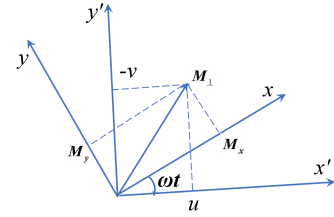


图 14 旋转坐标系中磁化强度矢量的分量

式中  $\omega_0 = \gamma B_0$ 。 $M_z$  的变化表示核磁化强度矢量的能量变化，上式表明  $M_z$  的变化是  $v$  的函数，所以  $v$  的变化反映了系统能量的变化。在(20)式中已经不包括  $\cos \omega t$ 、 $\sin \omega t$  这些高频振荡项了，但要严格求解仍是相当困难的。通常是根据实验条件来进行简化。如果磁场或频率的变化十分缓慢，则可以认为  $u$ 、 $v$ 、 $M_z$  都不随时间变化， $du/dt=0$ ， $dv/dt=0$ ， $dM_z/dt=0$ ，即系统达到稳定状态，此时式(20)的解称为稳态解

$$\begin{cases} u = \frac{\gamma B_1 T_2^2 (\omega_0 - \omega) M_0}{1 + T_2^2 (\omega_0 - \omega)^2 + \gamma^2 B_1^2 T_1 T_2} \\ v = \frac{\gamma B_1 M_0 T_2}{1 + T_2^2 (\omega_0 - \omega)^2 + \gamma^2 B_1^2 T_1 T_2} \\ M_z = \frac{[1 + T_2^2 (\omega_0 - \omega)^2] M_0}{1 + T_2^2 (\omega_0 - \omega)^2 + \gamma^2 B_1^2 T_1 T_2} \end{cases} \quad (21)$$

当

$$\omega = \omega_0, \quad B_1 = \frac{1}{\gamma \sqrt{T_1 T_2}}$$

时,  $v$  取极大值,

$$v_{\max} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{T_2}{T}} M_0$$

可见, 此时吸收信号取最大值, 此时  $B_1$  不是取无穷小, 而是一个有限值。