

落球法测量液体粘滞系数

一、实验简介

当流体内各部分之间有相对运动时，接触面之间存在内摩擦力，阻碍流体的相对运动，这种性质称为流体的粘滞性，流体的内摩擦力称为粘滞力。粘滞力的大小与接触面积以及接触面处的速度梯度成正比，比例系数 η 称为粘滞系数（或粘度）。

对流体粘滞性的研究在流体力学、材料科学、化学化工，医疗，水利、航空航天等领域都有广泛的应用，例如在用管道输送液体时要根据输送液体的流量，压力差，输送距离及液体粘度，设计输送管道的口径。再如飞机起飞时，机翼会黏附流过它表面的气体，形成从里向外流速逐渐增大的空气层，在上下形成压力差，从而产生升力。

测量流体粘滞系数可用落球法，毛细管法，转筒法等方法，其中落球法适用于测量粘度较高的透明或半透明液体，如蓖麻油、变压器油、甘油等。

粘滞系数的大小取决于液体的性质与温度，温度升高，粘度将迅速减小。例如对于蓖麻油，在室温附近温度改变 1°C ，粘度值改变约 10%。因此，测定粘滞系数在不同温度的粘度有很大的实际意义，而欲准确测量液体的粘度，必须精确控制液体温度。本实验利用 PID 温控实验仪可以很好控制温度。

二、实验目的

- 1、掌握用落球法测量蓖麻油粘滞系数的原理及方法；
- 2、掌握用显微镜测量小球直径的方法；
- 3、认真观察、分析实验现象，加深对物理规律的认识。

三、实验原理

质量为 m ，直径为 d 的小球在密度为 ρ_0 的粘滞液体中作下落运动，所受的重力 G 、浮力 f 和粘滞力 F 作用如图 1 所示。

如果液体在各方向上都是无限广延的，当小球的速度 v 很小，且在运动时不产生旋涡，根据斯托克斯定律，粘滞力 F 为：

$$F = 3\pi\eta vd \quad (1)$$

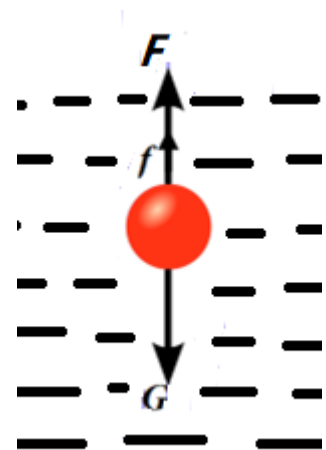


图 1 液体中小球受力示意图

由式 (1) 可知，小球所受粘滞力随其下落速度的增大而增大，当速度达到稳定时，三力作用达到平衡（参见附录的推导），小球将以 v_0 匀速下落，也称为收尾速度，

此时有：

$$\frac{1}{6}\pi d^3(\rho - \rho_0)g = 3\pi\eta v_0 d \quad (2)$$

(2) 式中 ρ 为小球密度， ρ_0 为液体密度。由 (2) 式可解出粘度 η 的表达式：

$$\eta = \frac{(\rho - \rho_0)gd^2}{18v_0} \quad (3)$$

本实验中，小球在直径为 D 的玻璃管中下落，液体在各方向无限广阔的条件不满足，此时粘滞阻力的表达式可加修正系数 $(1+2.4d/D)$ ，而 (3) 式可修正为：

$$\eta = \frac{(\rho - \rho_0)gd^2}{18v_0(1+2.4d/D)} \quad (4)$$

当小球的密度 ρ 较大，直径 d 不是太小，而液体的粘滞系数 η 又较小时，小球在液体中的平衡速度 v_0 会达到较大的值，奥西恩-果尔斯公式反映出了液体运动状态对斯托克斯公式的影响：

$$F = 3\pi\eta v_0 d \left(1 + \frac{3}{16}\text{Re} - \frac{19}{1080}\text{Re}^2 + \dots\right) \quad (5)$$

其中， Re 称为雷诺数，是表征液体运动状态的无量纲参数。

$$\text{Re} = v_0 d \rho_0 / \eta \quad (6)$$

由 (6) 式及 (4) 式可见，当液体粘度 η 及小球密度一定时，雷诺数 $\text{Re} \propto d^3$ 。

当 $\text{Re} < 0.1$ 时，可认为 (1)、(4) 式成立。

当 $0.1 < \text{Re} < 1$ 时，应考虑 (5) 式中 1 级修正项的影响，粘度 η_1 可表示为：

$$\eta_1 = \frac{(\rho - \rho_0)gd^2}{18v_0(1+2.4d/D)(1+3\text{Re}/16)} = \eta \frac{1}{1+3\text{Re}/16} \quad (7)$$

由于 $3\text{Re}/16$ 是远小于 1 的数，将 $1/(1+3\text{Re}/16)$ 按幂级数展开后近似为 $1 - 3\text{Re}/16$ ，(7) 式又可表示为：

$$\eta' = \eta - \frac{3}{16}v_0 d \rho_0 \quad (8)$$

当 Re 大于 1 时，还须考虑高次修正项。对 $d < 3\text{mm}$ 的小球，可以近似表示为：

$$\eta' \approx \frac{\eta}{1+3\text{Re}/16 - 19\text{Re}^2/1080} \quad (9)$$

考虑 (5) 式中 1 级或高级修正项的影响及玻璃管的影响后，已知或测量得到 ρ 、 ρ_0 、 D 、 d 、 v_0 等参数后，由 (4) 式计算粘度 η ，再由 (6) 式计算 Re 。根据 Re 的结

果，利用（8）式或（9）式计算经修正的粘度 η' 。

在国际单位制中， η 的单位是 $\text{Pa}\cdot\text{s}$ （帕斯卡·秒），在厘米、克、秒制中， η 的单位是 P （泊）或 cP （厘泊），它们之间的换算关系是：

$$1\text{Pa}\cdot\text{s} = 10\text{P} = 1000\text{cP} \quad (9)$$

四、实验仪器

变温粘滞系数实验仪，PID 温控实验仪，秒表表，读数显微镜，1~2.5 mm 的四种规格钢球。

1、变温粘滞系数实验仪

变温粘度仪的外型如图 2 所示。待测液体装在细长的样品管中，能使液体温度较快的与加热水温达到平衡，样品管壁上有刻度线，便于测量小球下落的距离。样品管外的加热水套连接到温控仪，通过热循环水加热样品。底座下有调节螺钉，用于调节样品管的铅直。

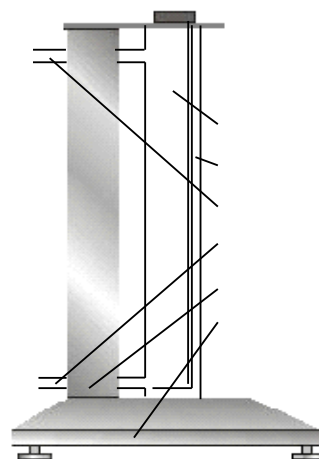


图 2 变温粘度测量仪示意图

2、PID 温控实验仪

温控实验仪包含水箱，水泵，加热器，控制及显示电路等部分。

本温控试验仪内置微处理器，带有液晶显示屏，能显示温控过程的温度变化曲线和功率变化曲线及温度和功率的实时值，能存储温度及功率变化曲线，且控制精度高，实验中不可拆卸，仪器面板如图 4 所示。

使用方法：

第一步 按下面板上电源开关开机，此时水泵开始运转，显示屏显示操作菜单；

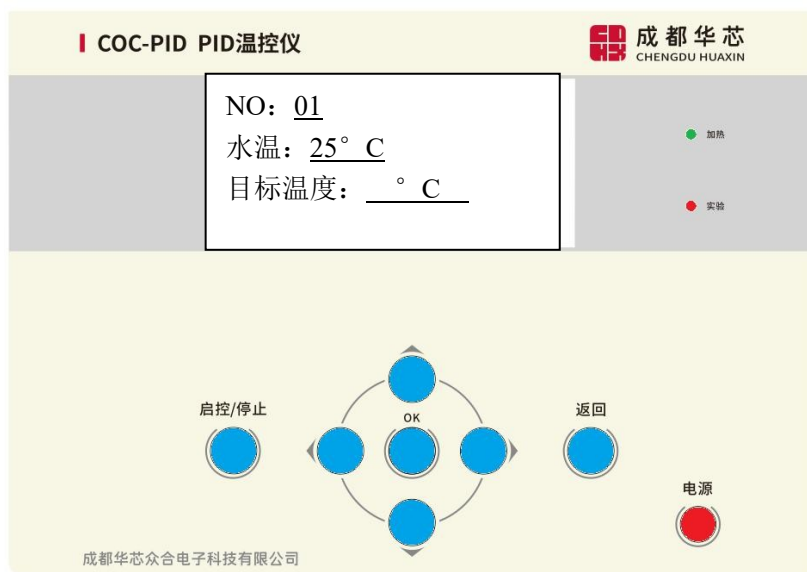


图 3 PID 温控面板示意图

第二步 通过面板上 ▲ ▼ 选择“进行参数设置”，确认后进入下一步温度设置；
 第三步：通过面板上的◀ ▶ 键设置项目编号及目标温度。温度设置显示如图 3 所示，其中“NO”为项目编号，手动记录数据可不用调节；“水温”为当前温度，自动显示。若初始温度有误，也可进行修改，但需保证目标温度的设置值高于初始温度 5℃以上；“目标温度”为欲设置的温度，需高于“水温”2℃以上。设定完后，按下“OK”进入实验界面。
 第四步：按下“启控/停止”键，PID 开始工作。

图形区以横坐标代表时间，纵坐标代表温度（以及功率）。仪器每隔 15 秒采集 1 次温度及加热功率值，并将采得的数据标示在图上。温度达到设定值并保持两分钟温度波动小于 0.2 度，仪器自动判定达到平衡，显示“请开始实验”，即可开始。PID 温度控制系统在调节过程中温度随时间的一般变化关系可用图 4 表示。

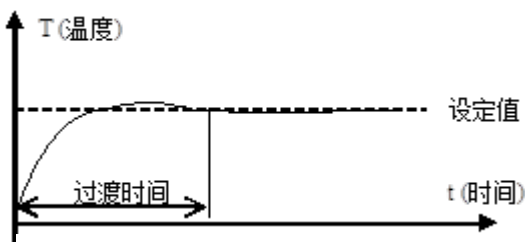


图 4 PID 调节系统温度-时间曲线

一次实验完成退出时，仪器自动将屏幕按设定的序号存储（共可存储 99 幅），可从主菜单选择“查看数据”对记录的数据进行查看。

3、显微镜

显微镜构造如图 5 所示

使用方法：

- 1、将样品盒放置在显微镜底座的毛玻片上方，使之正对显微镜物镜。
- 2、用挖油勺从样品盒中取出小球（1~2.5mm 共计四种规格），擦净后放入



图 5 显微镜图

样品盒中。（提示：可以一次取至少 3 个不同规格的小球，后面拓展实验需要用到，其中 $d \sim 1\text{ mm}$ 的小球必须有）。

- 3、调节目镜：边观察视野中十字叉丝边旋转目镜镜片（勿用手接触镜片），直至十字叉丝调清晰。如叉丝倾斜，可松开目镜与镜架连接的螺丝，旋转镜筒，调好后锁紧螺丝。

（思考：叉丝倾斜对结果有什么影响？）

- 4、调节物镜：先粗调后细调

粗调：可以样品盒边沿作为参照物，移动样品盒，先

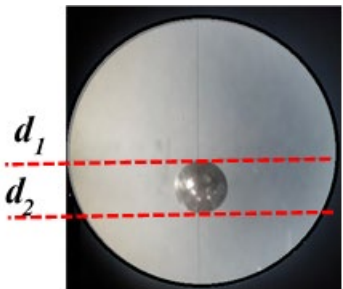


图 6 小球成像图

在视野中观察到样品盒边沿，再通过调节调焦螺旋来上下调节物镜，直至视野变清晰

细调：边观察视野，边挪动样品盒，直至观察到小球，进一步调节物镜，直至图像变清晰

- 5、测量：旋转微测鼓轮来移动旋钮，使十字叉丝中的标示线与小球相切（如图 6 所示），分别从读数标尺及读数盘读取数据，得到最后读数。

如图 7 中读数：

$$9\text{ mm}+0.647\text{ mm}=9.647\text{ mm}$$



图 7：读数示例图

五、实验步骤

- 1、借助气泡仪，通过调节变温粘滞系数实验仪的底座螺钉使样品管铅直

- 2、检查 PID 仪器后面的水管是否与变温粘滞系数实验仪接通、是否连接正确。

注意：样品管上端（即“出水孔”）接 PID 的“进水孔”，下端（即“进水孔”）接 PID 的“出水孔”，不得反接（如图 5）。

- 3、检查 PID 仪器前面的水位，如低于最低水位，利用漏斗将水箱水加到适当值，不得高于最高水位。检查样品管中蓖麻油，如液位线读数 $>5\text{cm}$ （如图 8），报告老师添加。

- 4、取不同直径范围的小球（至少 3 个），对每个小球从 3 个不同的方位用显微镜分别测定十字叉丝与小球直径相切的 d_1 及 d_2

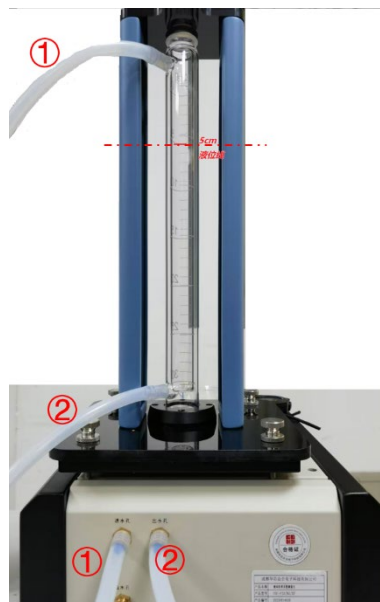


图 8 水管连接图

（见图 6），计算出直径 d ，最后得到平均值，记入参考表 1 中。

要求 1#样品 $d\sim 1\text{ mm}$ ，下为 1#样品的测量：

- 5、设计实验的目标温度 T 及下降距离 L （**不低于 20cm** ），其中**目标温度选为 5 的倍数**，**初始温度不低于室内温度**，**最高温度不高于 60°C** ，**每个目标温度间隔 5°C** ，并记入表 2。
- 6、设定 PID 参数，使用方法见 P₃ 页介绍。设置目标温度后，进入实验界面，按下“启控/停止”键，开始升温，待屏幕显示“可以开始实验”，稳定 1~2 分钟后，即可进行实验。

注意：实验期间要处于保温状态，切勿再按“启控/停止”键。

参考表 1 不同小球直径 d 的测量

样品 小球	次数										平均值 \bar{d} /mm
	1		2		3		4		5		
	d_1	d_2	d_1	d_2	d_1	d_2	d_1	d_2	d_1	d_2	
1 [#]											
2 [#]											
3 [#]											
...											

注意：避免小球掉落，测量时可在桌面摊开一张白纸接住。

7、测定目标温度下小球在液体中的下落速度。

挖油勺（或镊子）粘油后，盛住（或夹住）小球；沿样品管中心轴伸入到管内最上层液面，轻轻释放小球。小球下落过程中要保证其一直沿样品管中轴线下落，且测量过程中，尽量避免对液体的扰动。（提问：为什么不能从样品管最上端释放小球？）

下落一小段距离达到平衡后（如何判断？），用秒表测量小球落经一段距离 L （ $\geq 20\text{ cm}$ ）的时间 t ，共重复 5 次，测量结果记入表 2，并计算小球速度。

注意：要求用同一小球做实验，第 2~5 次实验中，可以利用磁铁将小球吸到样品管 $h=0$ 处后，用挖油勺（或镊子）取出再重复上述实验。

8、改变目标温度（每个温度间隔为 5°C ），重复步骤 5-7，将 6 组测量结果记入参考表 2 中。

参考表 2 1[#]样品不同温度下速度的测定

$$\rho = 7.8 \times 10^3 \text{ kg/m}^3 \quad \rho_0 = 0.95 \times 10^3 \text{ kg/m}^3 \quad D = 2.0 \text{ cm} \quad g = 9.794 \text{ m/s}^2$$

$$L = \underline{\hspace{2cm}} \text{ cm} \quad (L \geq 20 \text{ cm})$$

温 度 $T/^\circ\text{C}$		时间 t/s					平均值 \bar{t}/s	平均速度 $\bar{v}_0/\text{cm}\cdot\text{s}^{-1}$
		1	2	3	4	5		
1								
2								
3								
4								
5								
6								

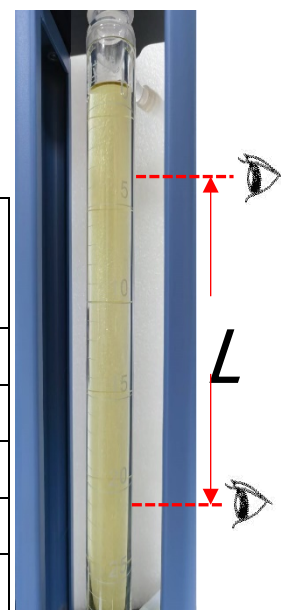


图 9 样品管刻度线读数示意图

注意：T 在室温~60℃之间，目标温度选为 5 的倍数，温度间隔 ΔT=5℃；小球沿中轴线由静止释放；眼睛平视刻度线读数（如图 9。厘米为单位，小数点后有几位有效数字？）

六. 数据处理

1、利用（4）及（6）式，分别计算不同温度下平均粘滞系数 $\bar{\eta}$ 及雷诺数 Re，并根据 Re 的大小，利用（8）式或（9）式计算修正的 $\bar{\eta}$ ，将最后结果记入下表中。

2、对已知粘滞系数标准值 η^* 的情况，计算相对误差 E_r 及绝对误差 $\Delta\eta$ （见附录），给出最后结果

$$E_r = \left| \frac{\bar{\eta} - \eta^*}{\eta^*} \right| \times 100\% \qquad \Delta\eta = \left| \bar{\eta} - \eta^* \right| \qquad \eta = \bar{\eta} \pm \Delta\eta$$

规范性说明：结果表述中绝对误差 $\Delta\eta$ 只能取 1 位有效数字，测量值有效数字尾数与 $\Delta\eta$ 尾数应对齐

实验结果记录表（1#样品）

温度 T/℃						
$\bar{\eta}$ / Pa·s						
Re						
修正后的 $\bar{\eta}$ / Pa·s						
相对误差 E_r %						

3、画出 $\eta - T$ 曲线，并说明粘度随温度的变化趋势

七、拓展实验

选择参考表 2 中的某一目标温度 T（≤45℃），用 1.5-2.5 mm 之间的小球(至少 2 个不同规格的样品)做对比实验，用相同的方法测量小球下落速度，计算平均粘滞系数 $\bar{\eta}$ 及雷诺数 Re，分析 $\bar{\eta}$ 及 Re 与 d 的关系。将最后结果记入下表中；计算相对误差（如有标准值）及绝对误差，给出最后结果（1#样品为 d~1mm 的小球，不用重复实验）。

参考表 3 不同小球速度的测定

$L =$ _____ cm ($L \geq 20\text{cm}$), $T =$ _____ $^{\circ}\text{C}$

样品 小球	时间 t/s					平 均 值	平均速度
	1	2	3	4	5	\bar{t}/s	$\bar{v}_0/\text{cm}\cdot\text{s}^{-1}$
1 [#]							
2 [#]							
3 [#]							
...							

(拓展实验) 实验结果记录表

样品小球	1 [#]	2 [#]	3 [#]	...		
$\bar{\eta}/\text{Pa}\cdot\text{s}$						
Re						
修正后的 $\bar{\eta}/\text{Pa}\cdot\text{s}$						
相对误差 $E_r\%$						

八、思考题

- 1、如何判定小球已进入匀速运动状态？
- 2、小球可否从样品管顶端释放？为什么？
- 3、若小球偏离样品管中线释放，会产生何种影响？

九、注意事项

- 1、 通电前，应保证水位指示在水位上限；若水位指示低于水位下限，严禁开启电源，必须先用漏斗加水；
- 2、 实验过程中，不得用手触摸样品管及软管，不得直接拔软管，避免高温烫伤；
- 3、 实验过程中，注意用电及用水安全；
- 4、 实验全部完成后，用磁铁将小球吸引至样品管口，用挖油勺挖出，放入样品盒，

以备下次实验使用。

5、实验结束后，全部零部件复原，关闭电源、盖上样品管盖子及清理桌面。

附表 蓖麻油粘滞系数标准值 η^*

温度 (°C)	标准值 (Pa.s)	温度 (°C)	标准值 (Pa.s)
5.0	3.760	35.0	0.310
6.0	3.460	36.0	0.290
10.0	2.420	37.0	0.270
11.0	2.230	38.0	0.257
12.0	2.050	39.0	0.246
13.0	1.870	40.0	0.230
14.0	1.710	41.0	0.210
15.0	1.520	42.0	0.200
16.0	1.400	43.0	0.180
17.0	1.270	44.0	0.160
18.0	1.170	45.0	0.150
19.0	1.080	46.0	0.136
20.0	1.000	47.0	0.124
21.0	0.900	48.0	0.110
22.0	0.830	49.0	0.090
23.0	0.760	50.0	0.070
24.0	0.690	51.0	0.057
25.0	0.620	52.0	0.049
26.0	0.570	53.0	0.047
27.0	0.530	54.0	0.042
28.0	0.500	55.0	0.040
29.0	0.470	56.0	0.036
30.0	0.450	57.0	0.030
31.0	0.420	58.0	0.026
32.0	0.400	59.0	0.023
33.0	0.370	60.0	0.020
34.0	0.340		

附录 小球在达到平衡速度之前所经路程 s 的推导

由牛顿运动定律及粘滞阻力的表达式,可列出小球在达到平衡速度之前的运动方程:

$$\frac{1}{6}\pi d^3 \rho \frac{dv}{dt} = \frac{1}{6}\pi d^3 (\rho - \rho_0)g - 3\pi \eta d v \quad (1)$$

经整理后得:

$$\frac{dv}{dt} + \frac{18\eta}{d^2 \rho} v = (1 - \frac{\rho_0}{\rho})g \quad (2)$$

其通解为:

$$v = (1 - \frac{\rho_0}{\rho})g \cdot \frac{d^2 \rho}{18\eta} + C e^{-\frac{18\eta}{d^2 \rho} t} \quad (3)$$

设小球以零初速放入液体中,代入初始条件 ($t=0, v=0$), 定出常数 C 并整理后得:

$$v = \frac{d^2 g}{18\eta} (\rho - \rho_0) \cdot (1 - e^{-\frac{18\eta}{d^2 \rho} t}) \quad (4)$$

随着时间增大, (4) 式中的负指数项迅速趋近于 0, 由此得平衡速度:

$$v_0 = \frac{d^2 g}{18\eta} (\rho - \rho_0) \quad (5)$$

(5) 式与正文中的 (3) 式是等价的, 平衡速度与粘度成反比。设从速度为 0 到速度达到平衡速度的 99.9% 这段时间为平衡时间 t_0 , 即令:

$$e^{-\frac{18\eta}{d^2 \rho} t_0} = 0.001 \quad (6)$$

由 (6) 式可计算平衡时间。

若钢球直径为 1mm, 代入钢球的密度 ρ , 蓖麻油的密度 ρ_0 及 40 °C 时蓖麻油的粘度 $\eta = 0.23 \text{ Pa}\cdot\text{s}$, 可得此时的平衡速度约为 $v_0 = 0.016 \text{ m/s}$, 平衡时间约为 $t_0 = 0.013 \text{ s}$, 平衡距离 s 小于 1mm, 基本可认为小球进入液体后就达到了平衡速度。