

考试中心填写：

诚信应考,考试作弊将带来严重后果!

____年____月____日

考 试 用

湖南大学课程考试试卷

课程名称：高等数学 A2；课程编码：GE03026；试卷编号：A；考试时间：120 分钟

题 号	1-3	4-7	8-9	10-11	12-13	14				总分
应得分	18	24	16	16	20	6				100
实得分										
组长	李永群	孟纯军	于红香	杨林	袁朝晖	黄超群				

一、计算题 I（每小题 6 分，共 42 分）

1. 求与向量 $a = (1,0,1)$ ， $b = (2,-1,3)$ 平行，且经过点 $p_0 = (3,-1,4)$ 的平面 π 的方程。

2. 求极限 $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{x^2 + y^2}{1 - \sqrt{1 + x^2 + y^2}}$

3. 求 $f(x,y) = \sqrt{x^2 + y^2}$ 在点 $O(0,0)$ 处沿从点 $O(0,0)$ 到点 $A(1,\sqrt{3})$ 的方向的方向导数。

湖南大学课程考试试卷

专业班级：

装订线（答题不得超过此线）

学号：

姓名：

湖南大学教务处考试中心

4. 求曲线 $\Gamma: \begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = 50 \\ x^2 + y^2 - z^2 = 0 \end{cases}$ 在点 $M_0(3, 4, 5)$ 处的切线方程和法平面方程。

5. 设方程 $z + \ln(x + 2y - z) = 2$ 确定了隐函数关系 $z = z(x, y)$, 求 $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$.

6. 讨论级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+2}{n \cdot 3^n}$ 的敛散性。

7. 将函数 $f(x) = \arctan(2x)$ 展开成关于 x 的幂级数, 并指出收敛域。

二、计算题 II（每小题 8 分，共 32 分）

8. 计算二重积分 $I = \iint_D |x^2 + y^2 - 4| dx dy$ ，其中 $D = \{(x, y) | 0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 2\}$ 。

9. 计算曲线积分 $I = \int_L (e^x \sin y + x - y) dx + (e^x \cos y + y) dy$ ，其中 L 是圆周 $y = \sqrt{2ax - x^2}$ 上从点 $A(2a, 0)$ 到点 $O(0, 0)$ 的有向弧段。

装订线（题目不得超过此线）

10. 计算曲面积分 $I = \iint_{\Sigma} xdydz + ydxdz + zdxdy$, 其中 Σ 为曲面 $z = 4 - x^2 - y^2$ 在 xoy 面上方部分的下侧。

11. 求幂级数 $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^2 + 1}{n!} x^n$ 的收敛半径, 收敛域及其和函数。

三、应用题(每小题 10 分, 共 20 分)

12. 求由旋转抛物面 $x^2 + y^2 = 3z$ 与球面 $x^2 + y^2 + z^2 = 4$ 所围成的立体的体积。

13. 设椭球面 $x^2 + 3y^2 + z^2 = 1$ 第一卦限上的点的切平面 π , 求使切平面 π 与三个坐标面所围成的四面体体积最小的切点坐标。

四、证明题(6 分)

14. 设函数 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上连续, 证明: $2 \int_a^b dx \int_a^x (x-y)f(y)dy = \int_a^b (b-y)^2 f(y)dy$.