
诚信应考，考试作弊将带来严重后果！

湖南大学课程考试试卷

课程名称：高等数学 A2；课程编码：GE03026；试卷编号：A；考试时间：120 分钟

姓名：_____；学号：_____；专业班级：_____

一、计算题 I（每题 6 分，共 42 分）

- 1、已知向量 $a = 3i - j - 2k, b = i + 2j - k$ ，求 $\cos(a, b)$.
- 2、一平面过两点 $M_1(1,1,1)$ 、 $M_2(0,1,-1)$ ，且垂直于平面 $x + y + z = 0$ ，求此平面方程.
- 3、求 $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{xy}{|x| + |y|}$.
- 4、求函数 $z = x^y$ 的全微分.
- 5、求 $u = xyz$ 在点 $X_0(1,1,1)$ 处沿哪个方向的方向导数最大，并求其最大值.
- 6、求 $\oint_L x^2 ds$ ，其中 L 为 $x^2 + y^2 = 1$.
- 7、求函数 $f(x) = \frac{1}{x^2 + 3x + 2}$ 在 $x_0 = -4$ 处的幂级数展开式，并写出收敛域.

二、计算题 II（每题 8 分，共 40 分）

- 8、设方程 $F(x + y + z, xyz) = 0$ 确定函数 $z = f(x, y)$ ，求 $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}$.
- 9、求二重积分 $\iint_D \sqrt{x^2 + y^2} dx dy$ ，其中 $D = \{(x, y) | x^2 + y^2 \leq 2x\}$.
- 10、求级数 $\sum_{n=1}^{+\infty} nx^n$ 在收敛区间 $(-1, 1)$ 内的和函数.

11、验证 $2xydx + x^2dy$ 在整个实平面内是某一个函数 $u(x, y)$ 的全微分，求出一个 $u(x, y)$ 。

12、取曲面 $\Sigma: z = x^2 + y^2 (z \leq 1)$ 的上侧，计算曲面积分

$$\iint_{\Sigma} (x-1)^3 dydz + (y-1)^3 dzdx + (z-1)dxdy.$$

三、应用题（10 分）

13、在第一卦限内作球面 $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ 的切平面，使得切平面与三个坐标面所围的四面体的体积最小，求切点坐标，并求此最小体积。

四、证明题（8 分）

14、设 $f(x) \in C([0, a])$ ，试证明： $2 \int_0^a dx \int_x^a f(x)f(y)dy = \left[\int_0^a f(x)dx \right]^2$ 。