

诚信应考,考试作弊将带来严重后果!

考试中心填写:

# 湖南大学课程考试试卷

课程名称: 高等数学 A2; 课程编码: GE03026 试卷编号: A; 考试时间: 120 分钟

题 号	1-2	3-4	5-6	7-8	9-10	11-12	总分
应得分	16	16	16	16	16	20	100
实得分							
评卷人							

1. 设  $z(x, y)$  满足  $\frac{\partial z}{\partial x} = -\sin y + \frac{1}{1-xy}$ ,  $z(1, y) = \sin y$ , 求  $z(x, y)$ . (8 分)

2. 求极限  $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{x^2 y^4}{x^2 + y^4}$ . (8 分)

3. 求经过直线  $L: \begin{cases} x+1=0, \\ 3y+2z+2=0, \end{cases}$  而且与点  $A(4, 1, 2)$  的距离等于 3 的平面方程. (8 分)

4. 设  $u = f(x, y, z)$ , 其中  $x = r \cos \theta \sin \varphi$ ,  $y = r \sin \theta \sin \varphi$ ,

$z = r \cos \varphi$ ,  $f$  可微, 若  $\frac{f'_x}{x} = \frac{f'_y}{y} = \frac{f'_z}{z}$ , 证明  $u$  仅为

$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$  的函数. (8 分)

5. 已知曲线  $L: \begin{cases} x^2 + y^2 - 2z^2 = 0, \\ x + y + 3z = 5, \end{cases}$  求  $L$  上距离  $xoy$  平面最远的点和最近的点. (8 分)

6. 证明平面  $lx + my + nz = p$  与二次曲面  $Ax^2 + By^2 + Cz^2 = 1$  相切

的条件为  $\frac{l^2}{A} + \frac{m^2}{B} + \frac{n^2}{C} = p^2$ . (8 分)

7. 计算下列二重积分:  $\int_{\frac{1}{4}}^{\frac{1}{2}} dx \int_{\frac{1}{2}}^{\sqrt{x}} e^{\frac{x}{y}} dy + \int_{\frac{1}{2}}^1 dx \int_x^{\sqrt{x}} e^{\frac{x}{y}} dy$ . (8 分)

8. 计算三重积分  $\iiint_{\Omega} z^2 dx dy dz$ , 其中  $\Omega$  是两球体:

$x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$  与  $x^2 + y^2 + z^2 \leq 2z$  的公共部分. (8 分)

9. 计算曲线积分  $\int_L (12xy + e^y) dx + (xe^y - \cos y) dy$ , 其中  $L$  是由点  $A(-1, 1)$  沿曲线  $y = x^2$  到点  $O(0, 0)$ , 再沿  $x$  轴到点  $B(2, 0)$  的路径. (8 分)

10. 计算曲面积分  $\iint_{\Sigma} 2x dy dz + (z+2)^2 dx dy$ , 其中  $\Sigma$  为下半球

$z = -\sqrt{4 - x^2 - y^2}$ , 取上侧. (8 分)

11. 求幂级数  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{(n+1)!} x^n$  的收敛区间与和函数. (10 分)

12. (1) 判别级数  $\sum_{n=1}^{\infty} [\frac{1}{n} - \ln(1 + \frac{1}{n})]$  的敛散性;

(2) 若记  $x_n = 1 + \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{n} - \ln(1 + n)$ , 证明数列  $\{x_n\}$  收敛;

(3) 求极限  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\ln n} (1 + \frac{1}{2} + \cdots + \frac{1}{n})$ . (10 分)