

A	B	C	D	E	(A-(!B*!C))*(!C-D)*((E*!D)+(!E*D))
-	-	-	-	-	-----
0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	1	0
0	0	0	1	0	1
0	0	0	1	1	0
0	0	1	0	0	0
0	0	1	0	1	1
0	0	1	1	0	1
0	0	1	1	1	0
0	1	0	0	0	0
0	1	0	0	1	0
0	1	0	1	0	1
0	1	0	1	1	0
0	1	1	0	0	0
0	1	1	0	1	1
0	1	1	1	0	1
0	1	1	1	1	0
1	0	0	0	0	0
1	0	0	0	1	0
1	0	0	1	0	1
1	0	0	1	1	0
1	0	1	0	0	0
1	0	1	0	1	0
1	0	1	1	0	0
1	0	1	1	1	0
1	1	0	0	0	0
1	1	0	0	1	0
1	1	0	1	0	0
1	1	0	1	1	0
1	1	1	0	0	0
1	1	1	0	1	0
1	1	1	1	0	0
1	1	1	1	1	0
1	1	1	1	1	0
m000 10 (2)+					
m00 101 (5)+m00 110 (6)+					
m0 1010 (10)+m0 1101 (13)+m0 1110 (14)+					
m10010(18)					

$(!A*!B*!C*D*!E)+(A*!B*C*!D*E)+(A*!B*C*D*!E)+(A*B*!C*D*!E)+(A*B*C*!D*E)+(A*B*C*D*!E)+(A*B*!C*D*E)$

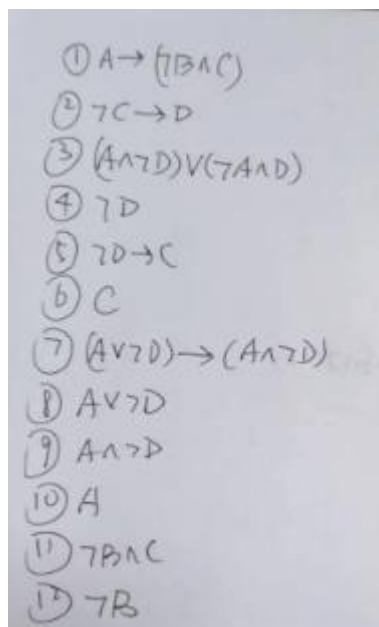
(1) 有 D (2) 有 CE (3) 有 CD (4) 有 BD (5) 有 BCE (6) 有 BCD (7) 有 AD

只看对的，对 1 个给 2 分，浮加 1 分

等值演算

$$\begin{aligned}
 & (A-(!B*!C))*(!C-D)*((E*!D)+(!E*D)) \\
 = & (!A+(!B*!C))*(C+D)*((E*!D)+(!E*D)) \\
 = & (!A*C+!A*D+!B*!C*!D)*((E*!D)+(!E*D)) \\
 = & (!A*C+!A*D+!B*!C*D)*((E*!D)+(!E*D)) \\
 = & !A*C*E*!D+!A*D*E*!D+!B*!C*D*E*!D+ \\
 & !A*C*!E*D+!A*D*!E*D+!B*!C*D*!E*D \\
 = & !A*C*!D*E+!A*C*D*!E+!A*D*!E+!B*!C*D*!E \\
 = & !A*!B*C*!D*E+!A*B*C*!D*E+ \\
 & !A*!B*C*D*!E+!A*B*C*D*!E+ \\
 & !A*!B*!C*D*!E+!A*!B*!C*D*!E+!A*B*!C*D*!E+!A*B*!C*D*!E+ \\
 & !A*!B*!C*D*!E+!A*!B*!C*D*!E \\
 = & m00101+m01101+m00110+m01110+m00010+m01010+m10010 \\
 = & !A*!B*C*!D*E+!A*B*C*!D*E+!A*!B*C*D*!E+!A*B*C*D*!E+!A*!B*!C*D*!E+ \\
 & !A*B*!C*D*!E+!A*!B*!C*D*!E
 \end{aligned}$$

二、某河流发生死鱼事件，在调查其毒物时得到如下线索：(1) 河水中如果含有物质 A 没有物质 B 并且有物质 C；(2) 若没有物质 C 有物质 D；(3) 经测定当前河流中可能有 A 也可能有 D，但二者不可能同时有；(4) 现在河流中确定没有物质 D。请用假言推理确定是否含有 A、B、C 三种物质。必须用教材与课件所采用的推理方式。



有 AC、没有 BD

- (1) $A-(!B*C)$ (P)
 (2) $!C-D$ (P)
 (3) $(A*!D)+(!A*D)$ (P)
 (4) $!D$ (P)

- (5)!D-C (与(2)等值)
 (6)C ((4)(5)MP)
 (7)!(A*D)-(A*D) (与(3)等值)
 (8) (A+!D)-(A*D) (与(7)等值)
 (9) A+!D ((4)A=>A+B)
 (10)A*D ((9)(8) MP)
 (11)A ((10)A*B=>A)
 (12)!B*C ((11)(1)MP)
 (13)!B ((12)A*B=>A)
 含有 A、不含有 B、含有 C、不含有 D
 错一个理由扣 2 分，错一个结论扣 4 分

如果错误的理解为!(A*D)，推出 C 得 8 分，为一半的分数，错一个理由扣 2 分。
 如果不是采用假言推理，则只记辛苦分 4 分左右。

三、请用谓词逻辑的推理方法演绎如下推理过程:任何人如果喜欢看短视频则不喜欢看文字性内容,任何人如果不喜欢看短视频则喜欢阅读纸质材料,任何人如果不喜欢看文字性材料则不喜欢文字聊天,有人喜欢文字聊天。结论是有人喜欢纸制材料。论域是人,要求用 V(x)表示 x 人喜欢短视频, W(x)表示 x 人喜欢文字性内容, P(x)表示 x 人喜欢阅读纸质材料, A(x)表示 x 喜欢文字聊天。

- | | |
|--|------------------|
| (1) $\forall x(V(x) \rightarrow \neg W(x))$ | (P) |
| (2) $\forall x(\neg V(x) \rightarrow P(x))$ | (P) |
| (3) $\forall x(\neg W(x) \rightarrow \neg A(x))$ | (P) |
| (4) $\exists x A(x)$ | (P) |
| (5)A(c) | ((4)存在指定) |
| (6) $\neg W(c) \rightarrow \neg A(c)$ | ((3)全称指定为(5)中 c) |
| (7) A(c) \rightarrow W(c) | (与(6)等值) |
| (8)W(c) | ((5)(7) MP) |
| (9) V(c) \rightarrow \neg W(c) | ((1)全称指定为(5)中 c) |
| (10) W(c) \rightarrow \neg V(c) | (与(9)等值) |
| (11) \neg V(c) | ((8)(10) MP) |
| (12) \neg V(c) \rightarrow P(c) | ((2)全称指定为(5)中 c) |
| (13)P(c) | ((11)(12) MP) |
| (14) $\exists x P(x)$ | ((13)存在扩充) |

如果先去全称量词则记 0 分，犯了书上、课件多次提到的规则

如果去全称量词时，没有指明与前面的存在量词同一个对象，则记 0 分，犯了书上、课件、视频中多次提到的规则。

四、某谣言传播途径: A 告诉 B 与 C, B 告诉 D 与 E, C 告诉 E 与 F, D 告诉 B 与 E, E 告诉了 A 与 C, F 告诉了 B 与 D, 用关系来描述传播情况, 请写出该关系包含的所有序偶, 并用 warshall 算法确定每个人是否听到自己曾经说过的话。

$R = \{ \langle A, B \rangle; \langle A, C \rangle; \langle B, D \rangle; \langle B, E \rangle; \langle C, E \rangle; \langle C, F \rangle; \langle D, B \rangle; \langle D, E \rangle; \langle E, A \rangle; \langle E, C \rangle; \langle F, B \rangle; \langle F, D \rangle \}$

0	1	1	0	0	0
0	0	0	1	1	0
0	0	0	0	1	1
0	1	0	0	1	0
1	0	1	0	0	0
0	1	0	1	0	0

0	1	1	0	0	0
0	0	0	1	1	0
0	0	0	0	1	1
0	1	0	0	1	0
1	1	1	0	0	0
0	1	0	1	0	0

0	1	1	1	1	0
0	0	0	1	1	0
0	0	0	0	1	1
0	1	0	1	1	0
1	1	1	1	1	0
0	1	0	1	1	0

0	1	1	1	1	1
0	0	0	1	1	0
0	0	0	0	1	1
0	1	0	1	1	0
1	1	1	1	1	1
0	1	0	1	1	0

0	1	1	1	1	1
0	1	0	1	1	0
0	0	0	0	1	1
0	1	0	1	1	0
1	1	1	1	1	1
0	1	0	1	1	0

1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1

每个人都听到自己说的话

五、集合 $A=\{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11\}$ ， $x \circ y$ 定义为 $(x+y)\%12$ ，构造其运算表，若构成群请给出单位元、每个元素的逆元、每个元素的周期、每个元素生成的循环群。根据拉格朗日定理给出子群元素个数的可能值，给出所有非平凡子群。从非平凡子群中找出元素和最小的子群 H ，并给出 H 所有陪集，给出 H 对应的等价关系及相应的等价类，验证 $[a]=Ha$ 。

1、

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
0	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	0
2	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	0	1
3	3	4	5	6	7	8	9	10	11	0	1	2
4	4	5	6	7	8	9	10	11	0	1	2	3
5	5	6	7	8	9	10	11	0	1	2	3	4
6	6	7	8	9	10	11	0	1	2	3	4	5
7	7	8	9	10	11	0	1	2	3	4	5	6
8	8	9	10	11	0	1	2	3	4	5	6	7
9	9	10	11	0	1	2	3	4	5	6	7	8
10	10	11	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
11	11	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

2、单位元 $e=0$

3、逆元: $0^{-1}=0, 1^{-1}=11, 2^{-1}=10, 3^{-1}=9, 4^{-1}=8, 5^{-1}=7, 6^{-1}=6, 7^{-1}=5, 8^{-1}=4, 9^{-1}=3, 10^{-1}=2, 11^{-1}=1,$

4、 $|0|=1, |1|=12, |2|=6, |3|=4, |4|=3, |5|=12, |6|=2, |7|=12, |8|=3, |9|=4, |10|=6, |11|=12$

5、 $\langle 0 \rangle = \{0\}, \langle 1 \rangle = \{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,10,11\}, \langle 2 \rangle = \{2,4,6,8,10,0\}, \langle 3 \rangle = \{3,6,9,0\}, \langle 4 \rangle = \{4,8,0\},$
 $\langle 5 \rangle = \{5,10,3,8,1,6,11,4,9,2,7,0\}, \langle 6 \rangle = \{6,0\}, \langle 7 \rangle = \{7,2,9,4,11,6,1,8,3,10,5,0\}, \langle 8 \rangle = \{8,4,0\},$
 $\langle 9 \rangle = \{9,6,3,0\}, \langle 10 \rangle = \{10,8,6,4,2,0\}, \langle 11 \rangle = \{11,10,9,8,7,6,5,4,3,2,1,0\}$

6、 $12=1*12=2*6=3*4$, 子群元素个数: 1,2,3,4,6,12

7、 $\{0,6\}, \{0, 4, 8\}, \{0, 3, 6, 9\}, \{0, 2, 4, 6, 8, 10\}$

8、 $H=\{0,6\}, H_0=\{0,6\}, H_1=\{1,7\}, H_2=\{2,8\}, H_3=\{3,9\}, H_4=\{4,10\}, H_5=\{5,11\}, H_6=\{6,0\}$

$H_7=\{7,1\}, H_8=\{8,2\}, H_9=\{9,3\}, H_{10}=\{10,4\}, H_{11}=\{11,5\}$

9、先求运算后结果为 $\{0,6\}$ 的序偶= $\{\langle 0,0 \rangle, \langle 1,11 \rangle, \langle 2,10 \rangle, \langle 3,9 \rangle, \langle 4,8 \rangle, \langle 5,7 \rangle, \langle 6,6 \rangle, \langle 7,5 \rangle,$
 $\langle 8,4 \rangle, \langle 9,3 \rangle, \langle 10,2 \rangle, \langle 11,1 \rangle, \langle 0,6 \rangle, \langle 1,5 \rangle, \langle 2,4 \rangle, \langle 3,3 \rangle, \langle 4,2 \rangle, \langle 5,1 \rangle, \langle 6,0 \rangle, \langle 7,11 \rangle, \langle 8,10 \rangle,$
 $\langle 9,9 \rangle, \langle 10,8 \rangle, \langle 11,7 \rangle\}$

$R=\{\langle 0,0 \rangle, \langle 1,1 \rangle, \langle 2,2 \rangle, \langle 3,3 \rangle, \langle 4,4 \rangle, \langle 5,5 \rangle, \langle 6,6 \rangle, \langle 7,7 \rangle, \langle 8,8 \rangle, \langle 9,9 \rangle, \langle 10,10 \rangle,$
 $\langle 11,11 \rangle, \langle 0,6 \rangle, \langle 1,7 \rangle, \langle 2,8 \rangle, \langle 3,9 \rangle, \langle 4,10 \rangle, \langle 5,11 \rangle, \langle 6,0 \rangle, \langle 7,1 \rangle, \langle 8,2 \rangle, \langle 9,3 \rangle, \langle 10,4 \rangle, \langle 11,5 \rangle\}$

$[0] = \{0,6\}, [1] = \{1,7\}, [2] = \{2,8\}, [3] = \{3,9\}, [4] = \{4,10\}, [5] = \{5,11\}$

确实等价类=陪集。

六、1、1~20 之间取 3 个不相邻的组合数? (3 分)

2、 $a_0=6, a_1=14, a_n=6a_{n-1}-9a_{n-2}$, 请给出 a_n 的通式? (3 分)

3、有 R、G、B、O 中取 6 个球的可重复的排列, 要求 R:0~1 个, G:0~2 个, B:0~3 个, O:1,3 个。(4 分)

解:

1、 $C(n-r+1, r) = C(20-3+1, 3) = C(18, 3) = 18*17*16/(3*2) = 6*17*8 = 816$

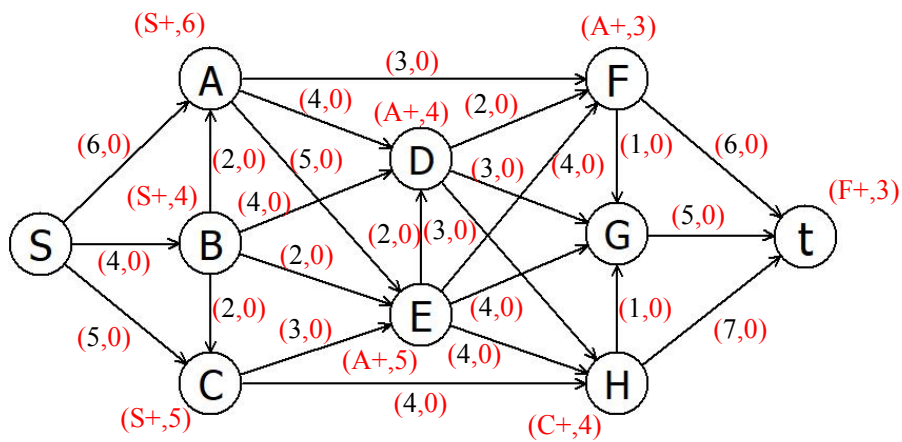
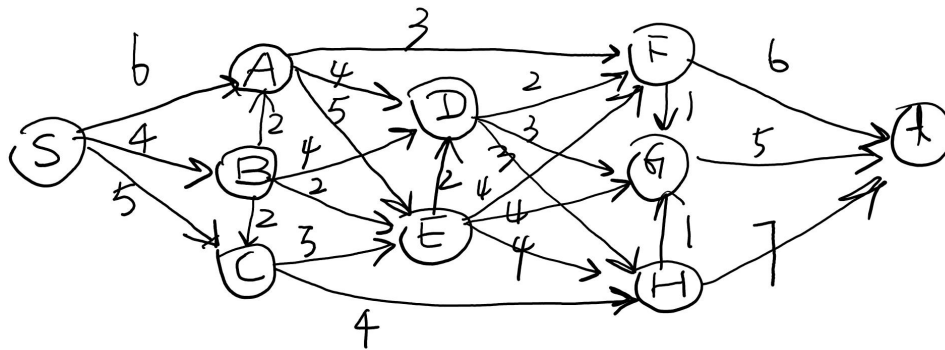
2、 $x^2=6x-9, x^2-6x+9=0, (x-3)^2=0, x=3$, 二重根 $a_n=(b+nd)3^n, 6=b, 14=(b+d)3, d=-4/3$

$a_n=(6-4n/3)3^n.$

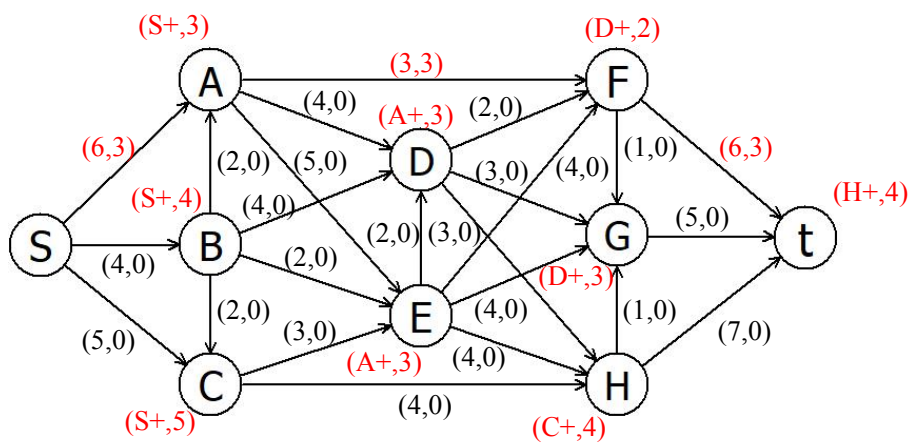
3、 $(1+x)(1+x+x^2/2)(1+x+x^2/2+x^3/6)(x+x^3/6)=x+3x^2+25x^3/6+11x^4/3+9x^5/4+37x^6/36+25x^7/72$
 $+x^8/12+x^9/72$, 取 $37x^6/36=37*6!x^6/(36*6!)=740x^6/6!$, 可重复的排列为 740

下图中结点 s 是源头, 结点 t 是汇聚点, 各边上的数字为该边的容量, 请写出用 Edmond-Karps 方法求源点 s 到汇聚点 t 的网络最大流, 最后最大割切 S 所包含的结点,

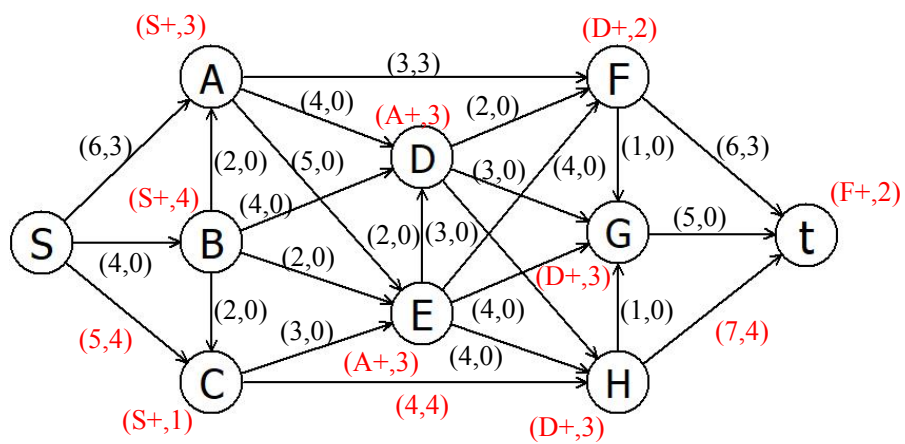
算出 $C(S,t)$ 的容量，判断是否达到最大流！



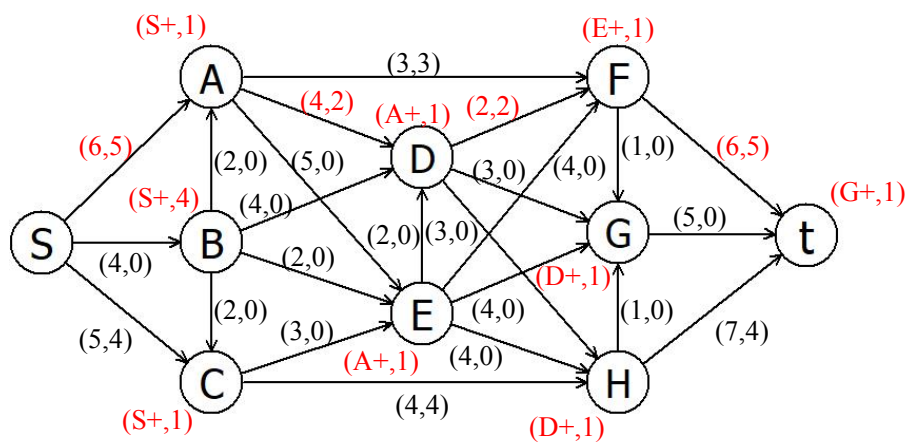
增流路 1 : $S \rightarrow A \rightarrow F \rightarrow t$ 3



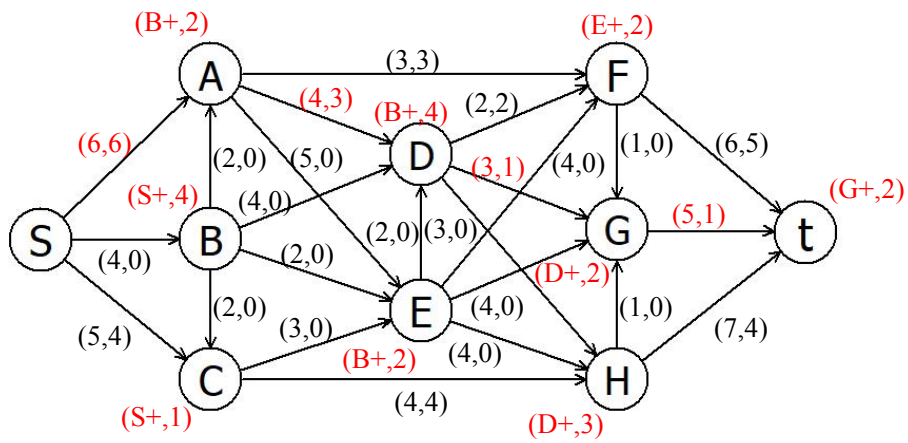
增流路 2 : $S \rightarrow C \rightarrow H \rightarrow t$ 4



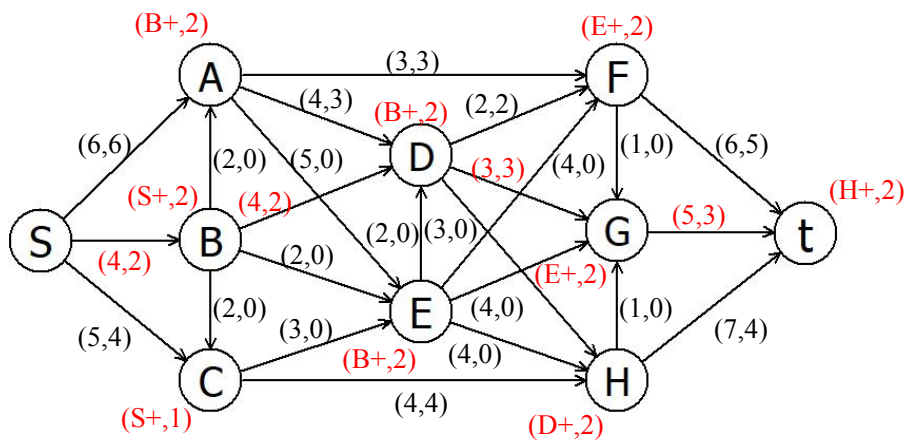
增流路 3 : S-A-D-F-t 2



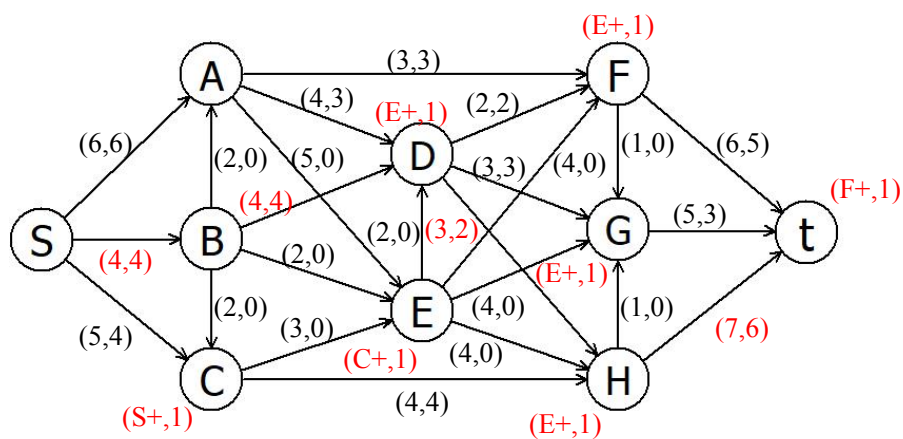
增流路 4 : S-A-D-G-t 1



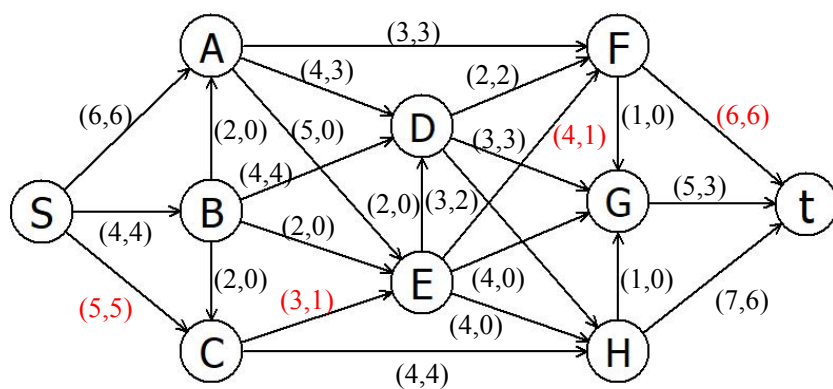
增流路 5 : S-B-D-G-t 2



增流路 6 : S-B-D-H-t 2



增流路 7 : S-C-E-F-t 1



源结点已饱和，算法结束。

共有 7 条增流路，最大流为：3+4+2+1+2+2+1=15

当集合 $S=\{S\}$ ， $\neg S=\{\text{其它}\}$ 时， $C(S, \neg S)=15$ =当前流，所以是最大网络流。