# 期末真题

# 21-24年期末试题整理

## 解析几何

### 2106(6)

【题目】求过点$P(1,2,3)$和$Q(3,5,7)$的直线方程。

【解析】

1. 方向向量$\overrightarrow{PQ}=(3-1,5-2,7-3)=(2,3,4)$。
2. 直线的对称式方程为$\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{3}=\frac{z-3}{4}$。
3. 参数方程为$\begin{cases}x=1+2t\\y=2+3t\\z=3+4t\end{cases}$（$t$为参数）。

### 2206(6)

【题目】求与向量$a=(1,0,1)$，$b=(2,-1,3)$平行，且经过点$p_0=(3,-1,4)$的平面$\pi$的方程。

【解析】

1. 平面法向量
$$n = a \times b = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 3 \end{vmatrix} = i(0 \times 3 - 1 \times (-1)) - j(1 \times 3 - 1 \times 2) + k(1 \times (-1) - 0 \times 2) = (1, -1, -1$$
。
2. 平面方程为$1 \cdot (x-3) + (-1) \cdot (y+1) + (-1) \cdot (z-4) = 0$，即$x - y - z = 0$。

## 2306(6+6)

【题目1】已知向量$a = 3i - j - 2k$，$b = i + 2j - k$，求$\cos(a, b)$。

【解析】

1. $a = (3, -1, -2)$，$b = (1, 2, -1)$。
2. $a \cdot b = 3 \times 1 + (-1) \times 2 + (-2) \times (-1) = 3 - 2 + 2 = 3$。

3. $|a|=\sqrt{3^2+(-1)^2+(-2)^2}=\sqrt{14}$，$|b|=\sqrt{1^2+2^2+(-1)^2}=\sqrt{6}$。
4. $\cos(a,b)=\frac{a\cdot b}{|a||b|}=\frac{3}{\sqrt{14}\times\sqrt{6}}=\frac{\sqrt{21}}{14}$。

【题目2】一平面过两点$M_1(1,1,1)$、$M_2(0,1,-1)$，且垂直于平面$x+y+z=0$，求此平面方程。

【解析】

1. 向量$\overrightarrow{M_1M_2}=(-1,0,-2)$，已知平面法向量$n_1=(1,1,1)$。
2. 设所求平面法向量为$n=(A,B,C)$，则$\begin{cases}n\cdot\overrightarrow{M_1M_2}=-A-2C=0\\n\cdot n_1=A+B+C=0\end{cases}$，取$A=2$，则$C=-1$，$B=-1$，即$n=(2,-1,-1)$。
3. 平面方程为$2(x-1)-(y-1)-(z-1)=0$，即$2x-y-z=0$。

## 2406(6+6)

【题目1】求过点$(1,0,-2)$且与两平面$\Pi_1:x-4z=3$，$\Pi_2:3x-y-5z=1$均平行的直线方程。

【解析】

1. 平面$\Pi_1$法向量$n_1=(1,0,-4)$，$\Pi_2$法向量$n_2=(3,-1,-5)$。
2. 直线方向向量
$s=n_1\times n_2=\begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & 0 & -4 \\ 3 & -1 & -5 \end{vmatrix}=i(0\times(-5)-(-4)\times(-1))-j(1\times(-5)-(-4)\times 3)+k(1\times(-1)-0$
。
3. 直线方程为$\frac{x-1}{-4}=\frac{y}{7}=\frac{z+2}{-1}$。

【题目5】在曲面$z=x^2+\frac{1}{4}y^2-1$上求一点，使它的切平面与平面$2x+y+z=0$平行，并求该点的切平面方程。

【解析】

1. 设切点为$(x_0,y_0,z_0)$，曲面法向量$n=(2x_0,\frac{1}{2}y_0,-1)$。
2. 已知平面法向量$(2,1,1)$，由平行得$\frac{2x_0}{2}=\frac{\frac{1}{2}y_0}{1}=\frac{-1}{1}$，解得$x_0=-1$，$y_0=-2$，$z_0=(-1)^2+\frac{1}{4}\times(-2)^2-1=1$。
3. 切平面方程为$2(x+1)+1(y+2)+1(z-1)=0$，即$2x+y+z+3=0$。

# 二重极限

## 2106(6)

【题目】求极限：$\lim_{\substack{x\to 0\\ y\to 2}}\frac{\sin xy}{x}$。

【解析】

1. 等价无穷小替换：$\sin xy \sim xy$（$x \to 0$，$y \to 2$时，$xy \to 0$）。
2. 原式$= \lim_{\substack{x\to 0\\ y\to 2}} \frac{xy}{x} = \lim_{\substack{x\to 0\\ y\to 2}} y = 2$。

## 2206(6)

【题目】求极限$\lim_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}} \frac{x^2+y^2}{1-\sqrt{1+x^2+y^2}}$。

【解析】

1. 分子分母同乘$1+\sqrt{1+x^2+y^2}$:
   原式$= \lim_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}} \frac{(x^2+y^2)(1+\sqrt{1+x^2+y^2})}{(1-\sqrt{1+x^2+y^2})(1+\sqrt{1+x^2+y^2})} = \lim_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}} \frac{(x^2+y^2)(1+\sqrt{1+x^2+y^2})}{-x^2-y^2}$
   $= -\lim_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}} (1+\sqrt{1+x^2+y^2}) = -2$。

## 2306(6)

【题目】求$\lim_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}}\frac{xy}{|x|+|y|}$。

【解析】

1. 利用夹逼定理：$0\le\left|\frac{xy}{|x|+|y|}\right|\le\frac{\frac{1}{2}(x^2+y^2)}{|x|+|y|}\le\frac{\frac{1}{2}(x^2+y^2)}{2\sqrt{|xy|}}=\frac{\sqrt{|xy|}}{4}\to 0$（$x\to 0$，$y\to 0$）。
2. 故极限为0。

## 2406(6)

【题目】$f(x,y)=\begin{cases}\frac{\sin xy}{x^2+y^2}, & (x,y)\neq(0,0)\\ 0, & (x,y)=(0,0)\end{cases}$，讨论在$(0,0)$处的连续性。

【解析】

1. 取路径$y=kx$，则$\lim_{\substack{x\to 0\\ y=kx\to 0}}\frac{\sin(kx^2)}{x^2+k^2x^2}=\lim_{x\to 0}\frac{kx^2}{x^2(1+k^2)}=\frac{k}{1+k^2}$，与$k$有关。

2. 极限不存在，故$f(x,y)$在$(0,0)$处不连续。

# 多元微分

## 2106(6+6+8)

【题目3】设$f$是可微的二元函数，求$z=f(xy,x^2-y^2)$的一阶偏导数$\frac{\partial z}{\partial x}$、$\frac{\partial z}{\partial y}$。

【解析】

1. 设$u=xy$，$v=x^2-y^2$，则$z=f(u,v)$。
2. $\frac{\partial z}{\partial x}=\frac{\partial f}{\partial u}\cdot\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial f}{\partial v}\cdot\frac{\partial v}{\partial x}=yf'_u+2xf'_v$。
3. $\frac{\partial z}{\partial y}=\frac{\partial f}{\partial u}\cdot\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial f}{\partial v}\cdot\frac{\partial v}{\partial y}=xf'_u-2yf'_v$。

【题目4】求函数$u=xy+yz+zx$在点$(1,1,2)$处沿从坐标原点到点$P(1,\sqrt{2},1)$的方向$l$的方向导数。

【解析】

1. 方向向量$\overrightarrow{OP}=(1,\sqrt{2},1)$，单位向量$e=\frac{1}{2}(1,\sqrt{2},1)$。
2. 偏导数：$u_x=y+z$，$u_y=x+z$，$u_z=y+x$。
3. 在点$(1,1,2)$处，$u_x=3$，$u_y=3$，$u_z=2$。
4. 方向导数$=3\cdot\frac{1}{2}+3\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}+2\cdot\frac{1}{2}=\frac{5+3\sqrt{2}}{2}$。

【题目6】已知方程$\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{8}+\frac{z^2}{16}=1$确定了$z$为$x,y$的函数，求二阶偏导数$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$及$\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$。

【解析】

1. 方程两边对$x$求导：$\frac{x}{2}+\frac{z}{8}\cdot\frac{\partial z}{\partial x}=0$，得$\frac{\partial z}{\partial x}=-\frac{4x}{z}$。
2. 对$x$再求导：$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}=-\frac{4z-4x\cdot\frac{\partial z}{\partial x}}{z^2}=-\frac{4z-4x\cdot(-\frac{4x}{z})}{z^2}=-\frac{4z^2+16x^2}{z^3}=-\frac{16(1-\frac{x^2}{4}-\frac{y^2}{8})+16x^2}{z^3}=-\frac{16+12x^2-2y^2}{z^3}$。
3. 对$y$求导$\frac{\partial z}{\partial x}$：$\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}=-\frac{4x\cdot\frac{\partial z}{\partial y}}{z^2}=-\frac{4x\cdot(-\frac{2y}{z})}{z^2}=\frac{8xy}{z^3}$。

## 2206(6+6+6)

【题目3】求$f(x,y)=\sqrt{x^2+y^2}$在点$O(0,0)$处沿从点$O(0,0)$到点$A(1,3)$的方向的方向导数。

【解析】

1. 方向向量$\overrightarrow{OA}=(1,3)$，单位向量$e=(\frac{1}{\sqrt{10}},\frac{3}{\sqrt{10}})$。
2. 沿$x$轴方向导数：$\lim_{t\to0^+}\frac{f(t,0)-f(0,0)}{t}=1$，沿$y$轴方向导数：$\lim_{t\to0^+}\frac{f(0,t)-f(0,0)}{t}=1$。
3. 但$f(x,y)$在$(0,0)$处不可微，方向导数需用定义：$\lim_{t\to0^+}\frac{\sqrt{t^2+3t^2}}{t}=\lim_{t\to0^+}\frac{2t}{t}=2$。

【题目4】求曲线$\Gamma:\begin{cases}x^2+y^2+z^2=50\\x^2+y^2-z^2=0\end{cases}$在点$M_0(3,4,5)$处的切线方程。

【解析】

1. 方程组对$x$求导：$\begin{cases}2x+2y\frac{dy}{dx}+2z\frac{dz}{dx}=0\\2x+2y\frac{dy}{dx}-2z\frac{dz}{dx}=0\end{cases}$，代入$M_0$得：
   $\begin{cases}3+4\frac{dy}{dx}+5\frac{dz}{dx}=0\\3+4\frac{dy}{dx}-5\frac{dz}{dx}=0\end{cases}$，解得$\frac{dy}{dx}=-\frac{3}{4}$，$\frac{dz}{dx}=0$。
2. 切线方向向量$(1,-\frac{3}{4},0)$，切线方程为$\frac{x-3}{1}=\frac{y-4}{-\frac{3}{4}}=\frac{z-5}{0}$，即$\begin{cases}4(x-3)=-3(y-4)\\z=5\end{cases}$。

【题目5】设方程$z+\ln(x+2y-z)=2$确定了隐函数$z=z(x,y)$，求$\frac{\partial z}{\partial x}$、$\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$。

【解析】

1. 方程两边对$x$求导：$\frac{\partial z}{\partial x}+\frac{1-\frac{\partial z}{\partial x}}{x+2y-z}=0$，整理得$\frac{\partial z}{\partial x}=\frac{1}{x+2y-z+1}$。
2. 对$y$求导$\frac{\partial z}{\partial x}$：$\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}=\frac{-\left(2-\frac{\partial z}{\partial y}\right)}{(x+2y-z+1)^2}$，而$\frac{\partial z}{\partial y}=\frac{2}{x+2y-z+1}$，代入得$\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}=\frac{-(2-\frac{2}{x+2y-z+1})}{(x+2y-z+1)^2}=-\frac{2(x+2y-z)}{(x+2y-z+1)^3}$。

# 最值极值

## 2106(10)

【题目13】已知$M(x_0,y_0,z_0)$为椭球面$x^2+\frac{y^2}{2}+\frac{z^2}{4}=1$上的一点。
(1)求该椭球面在点$M$处的切平面方程；
(2)若$M$点在第一卦限，要使切平面与三个坐标平面所围成的四面体的体积最小，求$M$点的坐标，并求此最小体积。
【空白，14行】
【解析】
(1) 椭球面法向量$(2x_0,y_0,\frac{z_0}{2})$，切平面方程为$2x_0(x-x_0)+y_0(y-y_0)+\frac{z_0}{2}(z-z_0)=0$，即$2x_0x+\frac{y_0y}{2}+\frac{z_0z}{4}=1$。

(2) 切平面在$x,y,z$轴截距分别为$\frac{1}{2x_0},\frac{2}{y_0},\frac{4}{z_0}$，体积$V=\frac{1}{6}\cdot\frac{1}{2x_0}\cdot\frac{2}{y_0}\cdot\frac{4}{z_0}=\frac{2}{3x_0y_0z_0}$。
由柯西不等式：$1=x_0^2+\frac{y_0^2}{2}+\frac{z_0^2}{4}\geq 3\sqrt[3]{x_0^2\cdot\frac{y_0^2}{2}\cdot\frac{z_0^2}{4}}$，得$x_0y_0z_0\leq\frac{2\sqrt{6}}{9}$，当且仅当$x_0^2=\frac{y_0^2}{2}=\frac{z_0^2}{4}=\frac{1}{3}$时等号成立，即$x_0=\frac{1}{\sqrt{3}}$，$y_0=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$，$z_0=\frac{2}{\sqrt{3}}$，最小体积$V=\frac{2}{3\times\frac{2\sqrt{6}}{9}}=\frac{3\sqrt{6}}{2}$。

## 2206(10)

【题目13】设椭球面$x^2+3y^2+z^2=1$第一卦限上的点的切平面$\pi$，求使切平面$\pi$与三个坐标面所围成的四面体体积最小的切点坐标。

【解析】

1. 设切点$(x_0, y_0, z_0)$，法向量$(2x_0, 6y_0, 2z_0)$，切平面方程$2x_0x + 6y_0y + 2z_0z = 2$，截距为$\frac{1}{x_0}, \frac{1}{3y_0}, \frac{1}{z_0}$。
2. 体积$V = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{x_0} \cdot \frac{1}{3y_0} \cdot \frac{1}{z_0} = \frac{1}{18x_0y_0z_0}$。
3. 由均值不等式：$1 = x_0^2 + 3y_0^2 + z_0^2 \geq 3\sqrt[3]{3x_0^2y_0^2z_0^2}$，得$x_0y_0z_0 \leq \frac{1}{3\sqrt{3}}$，当且仅当$x_0^2 = 3y_0^2 = z_0^2 = \frac{1}{3}$，即$x_0 = \frac{1}{\sqrt{3}}$，$y_0 = \frac{1}{3}$，$z_0 = \frac{1}{\sqrt{3}}$时体积最小。

## 2306(10)

【题目13】在第一卦限内作球面$x^2 + y^2 + z^2 = 1$的切平面，使得切平面与三个坐标面所围的四面体的体积最小，求切点坐标，并求此最小体积。

【解析】

1. 设切点$(x_0, y_0, z_0)$，法向量$(2x_0, 2y_0, 2z_0)$，切平面方程$x_0x + y_0y + z_0z = 1$，截距为$\frac{1}{x_0}, \frac{1}{y_0}, \frac{1}{z_0}$。

2. 体积$V=\frac{1}{6x_0y_0z_0}$，由均值不等式$1=x_0^2+y_0^2+z_0^2\geq 3\sqrt[3]{x_0^2y_0^2z_0^2}$，得$x_0y_0z_0\leq\frac{1}{3\sqrt{3}}$，当且仅当$x_0=y_0=z_0=\frac{1}{\sqrt{3}}$时等号成立，最小体积$V=\frac{\sqrt{3}}{2}$。

## 2406(10)

【题目12】求函数$f(x,y)=x^2+y^2-12x+16y$在闭区域$D=\{(x,y)|x^2+y^2\leq 25\}$上的最大值和最小值。

【解析】

1. 内点极值：$f_x=2x-12=0$，$f_y=2y+16=0$，解得$(6,-8)$，但$6^2+(-8)^2=100>25$，不在$D$内。
2. 边界条件$x^2+y^2=25$，用拉格朗日乘数法：$L=x^2+y^2-12x+16y+\lambda(25-x^2-y^2)$，$L_x=2x-12-2\lambda x=0$，$L_y=2y+16-2\lambda y=0$，联立$x^2+y^2=25$，由前两式得$\lambda=1-\frac{6}{x}=1+\frac{8}{y}$，即$-\frac{6}{x}=\frac{8}{y}$，$y=-\frac{4}{3}x$，代入圆方程得$x^2+\frac{16}{9}x^2=25$，$x=\pm 3$，对应$y=\mp 4$。
3. 计算$f(3,-4)=9+16-36-64=-75$，$f(-3,4)=9+16+36+64=125$，故最大值125，最小值$-75$。

# 多元积分

## 2106(6+8+8+8+8+10=48)

【题目5】计算曲线积分$I=\int_L\sqrt{y}ds$，其中$L$是抛物线$y=x^2$上点$O(0,0)$与$B(1,1)$之间的一段弧。

【解析】

1. 参数化$L$：$x=t$，$y=t^2$，$t\in[0,1]$，$ds=\sqrt{(1)^2+(2t)^2}dt=\sqrt{1+4t^2}dt$。
2. $I=\int_0^1\sqrt{t^2}\cdot\sqrt{1+4t^2}dt=\int_0^1 t\sqrt{1+4t^2}dt$，令$u=1+4t^2$，$du=8tdt$，

   $I=\frac{1}{8}\int_1^5\sqrt{u}du=\frac{1}{8}\cdot\frac{2}{3}u^{\frac{3}{2}}\Big|_1^5=\frac{1}{12}(5\sqrt{5}-1)$。

【题目7】计算二重积分$I=\iint_D\sqrt{x^2+y^2}dxdy$，其中$D:x^2+y^2\leq 2x$。

【解析】

1. 极坐标变换：$x=r\cos\theta$，$y=r\sin\theta$，$D$化为$r^2\leq 2r\cos\theta$，即$r\leq 2\cos\theta$，$\theta\in[-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}]$。
2. $I=\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}d\theta\int_0^{2\cos\theta}r\cdot rdr=\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\frac{8}{3}\cos^3\theta d\theta=\frac{16}{3}\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos^3\theta d\theta$

   $=\frac{16}{3}\cdot\frac{2}{3}=\frac{32}{9}$（利用Wallis公式）。

## 2206(8+8+8+10+6=40)

【题目8】计算二重积分$I=\iint_D|x^2+y^2-4|dxdy$，其中$D=\{(x,y)|0\leq x\leq 2,0\leq y\leq 2\}$。

【解析】

1. 分区域：$D_1: x^2+y^2 \leq 4$与$D$交集，$D_2 = D - D_1$。
2. $I = \iint_{D_1}(4-x^2-y^2)dxdy + \iint_{D_2}(x^2+y^2-4)dxdy$。
3. 极坐标计算$D_1$：$\theta \in [0, \frac{\pi}{2}]$，$r \in [0,2]$，
   $\iint_{D_1} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\theta \int_0^2 (4-r^2) r dr = \frac{\pi}{2} \cdot (8-4) = 2\pi$。
4. $D_2$为矩形内圆外部分，$\iint_{D_2} = \int_0^2 dx \int_{\sqrt{4-x^2}}^2 (x^2+y^2-4)dy$，计算得$\frac{16}{3} - 2\pi$。
5. 总积分$I = 2\pi + \frac{16}{3} - 2\pi = \frac{16}{3}$。

## 2306(6+8+8+8+8=38)

【题目12】取曲面$\sum: z = x^2+y^2 (z \leq 1)$的上侧，计算曲面积分$\iint_{\sum}(x-1)^3 dydz + (y-1)^3 dzdx + (z-1)dxdy$。

【解析】

1. 用高斯公式，补平面$\sum_1: z = 1$下侧，围成闭区域$\Omega$。

2. 原式$=\iiint_\Omega[3(x-1)^2+3(y-1)^2+1]dV-\iint_{\Sigma_1}(z-1)dxdy$。
3. $\iiint_\Omega=\int_0^{2\pi}d\theta\int_0^1 rdr\int_{r^2}^1[3(r\cos\theta-1)^2+3(r\sin\theta-1)^2+1]dz$
$=\int_0^{2\pi}d\theta\int_0^1 r[3(r^2-2r\cos\theta-2r\sin\theta+2)+1](1-r^2)dr$，利用对称性$\int_0^{2\pi}\cos\theta d\theta=0$，化简得$\frac{11\pi}{6}$。
4. $\iint_{\Sigma_1}=0$，故原式$=\frac{11\pi}{6}$。

## 2406(6+8+8+8+10=40)

【题目6】计算二次积分$\int_0^\pi dy\int_y^\pi\frac{\sin x}{x}dx$。

【解析】

1. 交换积分次序：积分区域为$0\le y\le\pi$，$y\le x\le\pi$，即$0\le x\le\pi$，$0\le y\le x$。
2. 原式$=\int_0^\pi dx\int_0^x\frac{\sin x}{x}dy=\int_0^\pi\frac{\sin x}{x}\cdot xdx=\int_0^\pi\sin xdx=2$。

# 无穷级数

## 2106(10)

【题目11】求幂级数$\sum_{n=0}^\infty\frac{x^n}{n+1}$的收敛域及和函数。

【解析】

1. 收敛半径$R=\lim_{n\to\infty}\frac{a_n}{a_{n+1}}=\lim_{n\to\infty}\frac{n+2}{n+1}=1$。
2. 端点$x=1$时，级数为$\sum\frac{1}{n+1}$发散；$x=-1$时，级数为$\sum\frac{(-1)^n}{n+1}$收敛，故收敛域为$[-1,1)$。
3. 和函数：设$S(x)=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{x^n}{n+1}$，则$xS(x)=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{x^{n+1}}{n+1}=-\ln(1-x)$（$|x|<1$），故$S(x)=-\frac{\ln(1-x)}{x}$（$x\neq 0$），$S(0)=1$。

## 2206(6+6)

【题目6】讨论级数$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n+2}{n\cdot 3^n}$的敛散性。

【解析】

1. 用比值审敛法：$\lim_{n\to\infty}\frac{a_{n+1}}{a_n}=\lim_{n\to\infty}\frac{(n+3)\cdot n\cdot 3^n}{(n+1)\cdot 3^{n+1}\cdot(n+2)}=\lim_{n\to\infty}\frac{n(n+3)}{3(n+1)(n+2)}=\frac{1}{3}<1$。
2. 故级数收敛。

## 2306(6+8)

【题目7】求函数$f(x)=\frac{1}{x^2+3x+2}$在$x_0=-4$处的幂级数展开式，并写出收敛域。

【解析】

1. 分解$f(x)=\frac{1}{(x+1)(x+2)}=\frac{1}{x+1}-\frac{1}{x+2}=\frac{1}{-3+(x+4)}-\frac{1}{-2+(x+4)}=-\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{1-\frac{x+4}{3}}+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{1-\frac{x+4}{2}}$。
2. 展开为幂级数：$=-\frac{1}{3}\sum_{n=0}^{\infty}(\frac{x+4}{3})^n+\frac{1}{2}\sum_{n=0}^{\infty}(\frac{x+4}{2})^n=\sum_{n=0}^{\infty}[-\frac{1}{3^{n+1}}+\frac{1}{2^{n+1}}](x+4)^n$。
3. 收敛条件：$|\frac{x+4}{3}|<1$且$|\frac{x+4}{2}|<1$，即$-6<x<-2$，收敛域为$(-6,-2)$。

## 2406(6+8+6)

【题目7】判定级数$\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n-1}\frac{n}{2^{n-1}}$是绝对收敛还是条件收敛。

【解析】

1. 考虑绝对级数$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n}{2^{n-1}}$，用比值审敛法：$\lim_{n\to\infty}\frac{a_{n+1}}{a_n}=\lim_{n\to\infty}\frac{n+1}{2^n}\cdot\frac{2^{n-1}}{n}=\frac{1}{2}<1$。

2. 绝对级数收敛，故原级数绝对收敛。