

不确定度计算与分析

含不确定度的实验结果计算

不确定度分析是先分析各原始测量数据的不确定度，然后使用带有不确定度的数据进行计算，而非计算后再分析不确定度。

1. 按照等误差原则测量各需要的物理量。
2. 对测量到的数据分析统计不确定度（A）和测量不确定度（B）。
3. 计算总不确定度。
4. 将带有不确定度的物理量按不确定度合成法则计算，得到最终结果。

原始数据不确定度的评估

统计不确定度 (A)

统计数据应当使用 3δ 判据进行剔除

假设测得的数据是 x_1, x_2, \dots, x_n ，算术平均值为 \bar{x} 。

计算样本标准差 $u_a = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n(n-1)}}$ 。

由于实验次数较少，还需要乘上修正因子，即 $U_a = u_a \cdot t_p$ 。

置信概率 0.683

n	3	4	5	6	7	8	9	10	11	inf
t_p	1.32	1.20	1.14	1.11	1.09	1.08	1.07	1.06	1.05	1.00

置信概率 0.95

n	3	4	5	6	7	8	9	10	11	inf
t_p	4.30	3.18	2.78	2.57	2.45	2.36	2.31	2.26	2.23	1.96

U_a 就是统计不确定度。

测量不确定度 (B)

测量不确定度根据测量过程来评定，包含仪器不确定度 $\Delta_{\text{仪}}$ 和估计不确定度 $\Delta_{\text{估}}$ 两部分。

$\Delta_{\text{仪}}$ 根据仪器确定，一般认为是仪器最小分度值的一半。数字测量仪器的最小分度值视为其读数稳

定的最后一位对应的值。

$\Delta_{\text{估}}$ 为读取时的估计误差，绝大多数情况下远小于 $\Delta_{\text{仪}}$ ，因而可以忽略。但是，某些特殊情况会有较大估计误差，例如在秒表测量时，由于人的反应速度差异，估计误差大约为 **0.2s**（此时可以忽略秒表的仪器误差）。

最后，修正仪器不确定度并使用平方合成。

$U_b = \sqrt{\left(\frac{\Delta_{\text{仪}}}{c}\right)^2 + \Delta_{\text{估}}^2}$ ，其中 c 取决于仪器误差的分布形式，正态分布取 **3**，均匀分布取 $\sqrt{3}$ 。一般认为数字仪器和游标卡尺的读数误差属于均匀分布，其他属于正态分布。

原始数据的不确定度

合成原始数据的不确定度 $u = \sqrt{U_a^2 + U_b^2}$ 。

若数据为 **8.000cm**，不确定度为 **0.007cm**，则可以记作 **(8.000 ± 0.007)cm**。注意这里的有效数字需要对齐。

不确定度合成计算

有效数字的运算规则

在含不确定度运算的情况下，这个规则可以不使用。

加减法运算时，取较少的小数点后位数；乘除法运算，取较少的有效数字；三角函数保留原有有效数字。

不确定度的合成规则

- $(A \pm a) + (B \pm b) = (A + B) \pm \sqrt{a^2 + b^2}$
- $(A \pm a) \cdot (B \pm b) = AB \pm \sqrt{\left(\frac{a}{A}\right)^2 + \left(\frac{b}{B}\right)^2}$
- $\sin(A \pm a) = \sin A \pm |\cos A|a$
- $\cos(A \pm a) = \cos A \pm |\sin A|a$