

# 光学知识点汇总<sup>123</sup>

BY 唐超然

2022 年 4 月 22 日

<sup>1</sup>说明：此讲义为光学知识点汇总，总结了光学课程中所遇到的公式和要点。讲义文字与插图来自上课内容、教材以及赵凯华 钟锡华《光学（重排本）》，仅供助教习题课和同学们学习和复习使用，请勿随意传播。有疑问请及时进行反馈，谢谢。

<sup>2</sup>不是考纲！不是考纲！与考试范围无关！

<sup>3</sup>内容按照光学 A 课程内容编写，学习光学 B 的同学可依情况跳过某些部分。

# 目录

<b>第一章 几何光学</b>	<b>4</b>
1.1 几何光学的实验定律与基本原理 . . . . .	4
1.2 符号规则 . . . . .	5
1.3 光学元件相关公式汇总 . . . . .	5
1.3.1 三棱镜 . . . . .	5
1.3.2 光楔 . . . . .	6
1.3.3 单球面折射 . . . . .	6
1.3.4 单球面反射 . . . . .	6
1.3.5 单平面折射或反射 . . . . .	6
1.3.6 薄透镜 . . . . .	7
1.3.7 密接薄透镜 . . . . .	7
1.3.8 补充 . . . . .	8
1.4 作图法 . . . . .	8
1.5 光学仪器 . . . . .	9
1.5.1 眼睛 . . . . .	9
1.5.2 放大镜/目镜 . . . . .	9
1.5.3 显微镜 . . . . .	10
1.5.4 望远镜 . . . . .	11
1.5.5 投影仪 . . . . .	12
1.5.6 照相机 . . . . .	12
1.5.7 棱镜光谱仪 . . . . .	12
<b>第二章 光的波动模型</b>	<b>13</b>
2.1 波动 . . . . .	13

目 录	2
-----	---

2.1.1 波的数学表达式	13
2.1.2 定态光波表达式	13
2.1.3 复振幅描述	14
2.2 傍轴条件和远场条件	14
2.2.1 轴上物点的傍轴条件和远场条件	14
2.2.2 轴外物点的傍轴条件和远场条件	15

### 第三章 光的干涉 17

3.1 基础知识	17
3.2 两列球面波的干涉场	18
3.3 杨氏双缝干涉实验	18
3.4 平行光干涉	19
3.5 分波前干涉装置	20
3.5.1 常见装置	20
3.5.2 位移关系	22
3.5.3 光源宽度极限	22
3.6 等厚干涉	23
3.6.1 薄膜干涉	23
3.6.2 楔形薄膜等厚干涉	23
3.6.3 牛顿环	24
3.6.4 增透膜或高反膜	25
3.7 等倾干涉	25
3.8 迈克尔孙干涉仪	26
3.8.1 实验规律	26
3.8.2 双线结构	27
3.8.3 单色线宽	28
3.9 光场的时间相干性	28
3.10 多光束干涉和法布里-珀罗干涉仪	28
3.10.1 多光束干涉	28
3.10.2 法布里-珀罗干涉仪	29

### 第四章 光的衍射 30

4.1 基本知识点	30
4.2 菲涅耳圆孔衍射和圆屏衍射	31

4.3	夫琅禾费单缝和矩孔衍射 . . . . .	31
4.4	夫琅禾费圆孔衍射和瑞利判据 . . . . .	33
4.4.1	夫琅禾费圆孔衍射 . . . . .	33
4.4.2	瑞利判据 . . . . .	33
4.5	多缝夫琅禾费衍射 . . . . .	33
4.6	光栅光谱仪 . . . . .	34
4.6.1	光栅的分光原理 . . . . .	34
4.6.2	闪耀光栅 . . . . .	34
<b>第五章</b>	<b>光的偏振和晶体光学</b>	<b>36</b>
5.1	偏振基础知识 . . . . .	36
5.2	菲涅耳公式 * . . . . .	37
5.3	双折射 . . . . .	38
5.3.1	双折射现象中的一些概念 . . . . .	38
5.3.2	惠更斯作图法 . . . . .	38
5.4	晶体光学器件 . . . . .	38
5.4.1	晶体偏振器 . . . . .	38
5.4.2	波晶片 . . . . .	39
5.4.3	巴比涅补偿器 . . . . .	39
5.5	波片对光的偏振态的改变 . . . . .	39
5.6	偏振光的干涉及其应用 . . . . .	40
5.6.1	偏振片-波晶片-偏振片系统 . . . . .	40
5.6.2	克尔效应 . . . . .	41
5.6.3	旋光 . . . . .	41

# 第一章 几何光学

## 1.1 几何光学的实验定律与基本原理

1. **光的直线传播定律**：在均匀介质中，光线的传播路径是一条直线；在非均匀介质中，光线的传播路径不再是直线。
2. **光的反射定律**：反射光线在入射面内，反射光线与入射光线分别位于入射点法线的两侧，且反射角等于入射角。
3. **光线的折射定律**：折射光线在入射面内，折射光线与入射光线分别位于入射点法线的两侧，且有

$$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2 \quad (1.1)$$

其中  $n_1$  与  $n_2$  为介质的折射率， $i_1$  与  $i_2$  分别为入射角和折射角。特别地，如果  $n_1 > n_2$ ，当折射角  $i_2 \geq 90^\circ$  时折射光线消失，出现全反射现象，临界入射角  $i_c$  满足

$$\sin i_c = \frac{n_2}{n_1} \quad (1.2)$$

4. **光路可逆性原理**：当光线的方向反转时，它将逆着同一路径传播。
5. **费马原理**：两点之间光的实际路程，是光程为平稳的路径。“平稳”指的是变分为 0，因此费马原理的数学形式为

$$\delta \int_Q^P n dl = 0 \quad (1.3)$$

可以使用费马原理推导出前面三条定律。

## 1.2 符号规则

光学的符号规则可以有很多种, 无关优劣, 但不能混合使用。下面列出教材所采用的符号规则。

对于 *Gauss* 形式的公式, 符号规则为:

1. 物方和像方: 对于每个成像元件, 入射光线所在的一方为物方, 出射光线所在一方为像方;
2. 球面半径: 向物方的凸球面, 半径为正值; 向物方的凹球面, 半径为负值;
3. 物、像的虚实: 物在物方, 为实物, 像在像方, 为实像; 反之, 不在物方的物是虚物, 不在像方的像是虚像;
4. 距离: 距离都从各自的主平面量起. 实物、实像, 距离为正值; 虚物、虚像, 距离为负值;
5. 高度: 用垂轴直线段的长度或垂轴平面正投影的长度表示物像的高度. 自下而上的高度为正值; 自上而下的高度为负值. 高度为正值, 称为正立的; 高度为负值, 称为倒立的;
6. 角度: 角度从入射点的法线或光轴量起, 逆时针方向为正, 顺时针方向为正, 顺时针方向为负。

对于 *Newton* 形式的公式, 符号规则为:

当物点  $Q$  在物方焦点  $F$  之左, 则  $x > 0$ ;  $Q$  在  $F$  之右, 则  $x < 0$ ;

当像点  $Q'$  在像方焦点  $F'$  之左, 则  $x' < 0$ ;  $Q'$  在  $F'$  之右, 则  $x' > 0$ ;

## 1.3 光学元件相关公式汇总

### 1.3.1 三棱镜

三棱镜的最小偏向角  $\delta_m$  满足

$$n = \frac{\sin \frac{\alpha + \delta_m}{2}}{\sin \frac{\alpha}{2}} \quad (1.4)$$

其中  $n$  是三棱镜的折射率,  $\alpha$  为三棱镜的顶角. 可以解出

$$\delta_m = 2\arcsin(n \sin \frac{\alpha}{2}) - \alpha \quad (1.5)$$

### 1.3.2 光楔

光楔是顶角很小的三棱镜。对于光楔左侧距离为  $s$  的物体，最终在物点向楔尖方向移动了  $\Delta h$  距离的位置成一个虚像，其中  $\Delta h = (n - 1)s\alpha$ 。

### 1.3.3 单球面折射

成像公式为

$$\frac{n}{s} + \frac{n'}{s'} = \frac{n' - n}{r} \quad (1.6)$$

物方焦距  $f$  和像方焦距  $f'$  分别为

$$f = \frac{nr}{n' - n}, f' = \frac{n'r}{n' - n} \quad (1.7)$$

且有下列关系

$$\frac{f}{f'} = \frac{n}{n'}, \frac{f}{s} + \frac{f'}{s'} = 1 \quad (1.8)$$

光焦度  $\Phi$  为

$$\Phi = \frac{n}{f} = \frac{n'}{f'} = \frac{n' - n}{r} \quad (1.9)$$

单位为  $m^{-1}$ ，称为屈光度，符号为  $D$ 。眼镜度数 = 100 屈光度。

横向放大率

$$V = -\frac{ns'}{n's} \quad (1.10)$$

### 1.3.4 单球面反射

成像公式为

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = -\frac{2}{r} \quad (1.11)$$

$$f = f' = -\frac{r}{2} \quad (1.12)$$

横向放大率

$$V = -\frac{s'}{s} \quad (1.13)$$

处在折射率为  $n$  的介质中的反射镜，光焦度为

$$\Phi = -\frac{2n}{r} \quad (1.14)$$

### 1.3.5 单平面折射或反射

这种情形只要将相应的球面公式中的  $r$  取为  $\infty$  即可。

### 1.3.6 薄透镜

成像公式为

$$\frac{n}{s} + \frac{n'}{s'} = \frac{n_L - n}{r_1} + \frac{n' - n_L}{r_2} \quad (1.15)$$

物方焦距

$$f = \frac{n}{\frac{n_L - n}{r_1} + \frac{n' - n_L}{r_2}} = \frac{n}{\Phi} \quad (1.16)$$

像方焦距

$$f' = \frac{n'}{\frac{n_L - n}{r_1} + \frac{n' - n_L}{r_2}} = \frac{n'}{\Phi} \quad (1.17)$$

显然有下列关系

$$\frac{f}{f'} = \frac{n}{n'} \quad (1.18)$$

若  $n = n' \approx 1$ , 则有磨镜者公式:

$$f = f' = \frac{1}{(n_L - 1)(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2})} \quad (1.19)$$

高斯形式成像公式为

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f} \quad (1.20)$$

牛顿形式成像公式为

$$xx' = ff' \quad (1.21)$$

横向放大率

$$V = -\frac{s'}{s} = -\frac{f}{x} = -\frac{x'}{f} \quad (1.22)$$

### 1.3.7 密接薄透镜

密接薄透镜满足下述关系

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} \quad (1.23)$$

光焦度  $\Phi = \frac{1}{f}$ , 于是有

$$P = P_1 + P_2 \quad (1.24)$$



## 1.3.8 补充

- 逐次成像法：第  $n$  个光学元件成的像对于第  $n+1$  个光学元件而言，物距满足如下关系

$$s_{n+1} = d_{n(n+1)} - s'_n \quad (1.25)$$

其中  $d_{n(n+1)}$  为两光学元件之间的距离。

- Lagrange-Helmholtz 不变量： $ynu = y'n'u'$
- 费马原理推论：共轭的物点和像点之间的所有路径，光程一定是相等的。

## 1.4 作图法

作图法中基本的共轭光线：

- (1) 平行于光轴的光线  $\leftrightarrow$  经过另一方焦点的光线；
- (2) 相互平行的光线束  $\leftrightarrow$  经过另一方焦平面上同一点的光线束。

当然还有 (3) 过光心的光线方向不变；以上三组特殊光线就是作图法中所需要使用的。下面结合一个例子来说明作图要点。

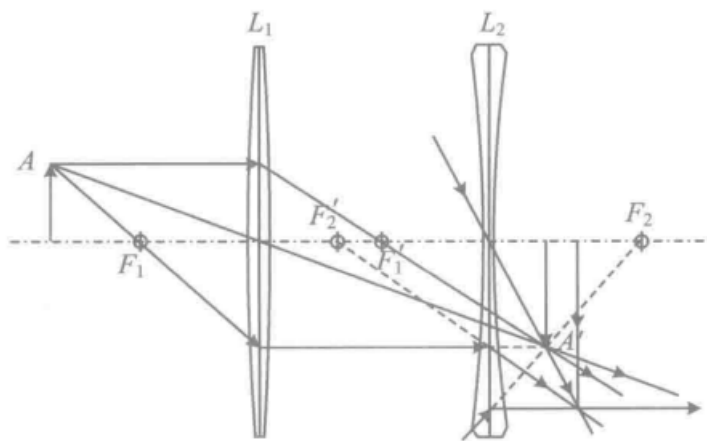


图 1.1: 作图结果

- 所有光线都是直线，这暗示我们画图应该使用尺子。实实在在的光线使用实线，光线的反向延长线使用虚线；

- 要把主光轴用虚线画出来，在主光轴上用字母  $f$  标记好焦点的位置；
- 物用一个向上的箭头表示，光线从箭头一端发出，在主光轴上的那一端不需要画出光线；
- 图中画出了三条光线，注意这三条光线的特征，他们都是我们前面提到的特殊光线；不要试图在光学元件表面画法线，然后手动反射/折射定律，因为你没有办法说明其正确性；
- 两条直线确定一个交点，因此作图时画两条光线就足够了，并不是一定要三条光线，过多的光线会使图像看起来不够清晰明了；
- 找到交点后，过交点向主光轴作垂线，箭头方向由主光轴指向交点，这就得到我们的像；箭头方向与物相同，就是正立，反之为倒立；
- 上面的图片中已经详细地展示了凸透镜、凹透镜和逐次成像法的要点，建议自己琢磨一下每条光线为什么这么画。

## 1.5 光学仪器

### 1.5.1 眼睛

物方焦距：17.05mm，像方焦距：22.785mm，明视距离： $s_0 \approx 25cm$

近视眼的矫正：设法使无限远处的物体移至该眼的远点处；

远视眼的矫正：设法使明视距离以内的物移至该眼的近点处。

### 1.5.2 放大镜/目镜

物在物方焦面内侧，像距约为明视距离，即  $s \approx f, s' \approx 25cm$ ，角放大率为

$$M = \frac{\omega'}{\omega} = \frac{s_0}{f} \quad (1.26)$$

其中  $\omega$  为肉眼观察物体时的最大视角，若物体的长度为  $y$ ，则有

$$\omega = \frac{y}{s_0} \quad (1.27)$$

而  $\omega'$  为像的视角，则有

$$\omega' = \frac{y}{f} \quad (1.28)$$

一般目镜会要求  $f \ll s_0$ , 像会落在  $[s_0, +\infty)$  的区域内。

焦深: 只有当像成在无穷远到明视距离之间时, 才和眼睛的调焦范围相适应; 与此相应地, 物体应该放在焦点  $F$  以内的小范围里, 这个范围叫做焦深。利用牛顿形式的成像公式, 我们有

$$x' = -(s_0 + f) \approx -s_0 \Rightarrow xx' \approx x(-s_0) = f^2$$

从而得到焦深为

$$x = -\frac{f^2}{s_0} \text{ or } |x| = \frac{f^2}{s_0} (\ll f) \quad (1.29)$$

这意味着物体只能放在焦点内侧附近。

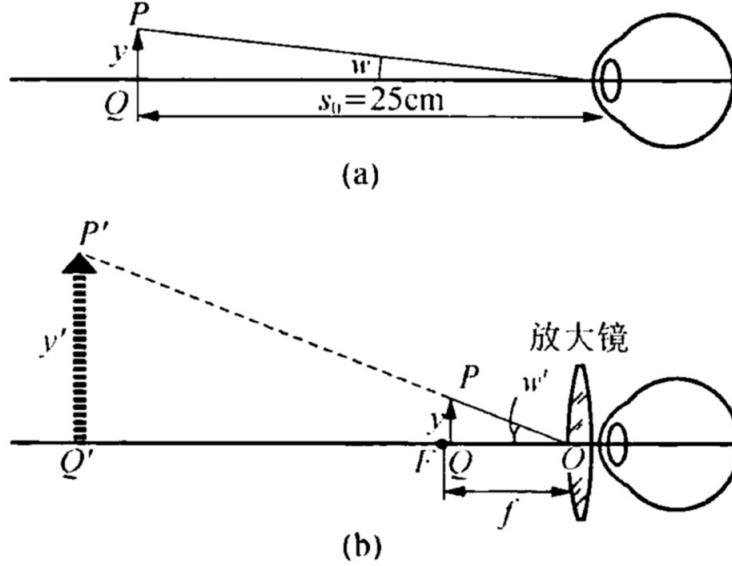


图 1.2: 放大镜/目镜

### 1.5.3 显微镜

物在物镜物方焦面外侧, 中间像在目镜物方焦面内侧, 像距约为明视距离。显微镜的视角放大率为

$$M = \frac{\omega'}{\omega} = \frac{y'/f_E}{y/s_0} = \frac{y' s_0}{y f_E} = \gamma_O M_E \quad (1.30)$$

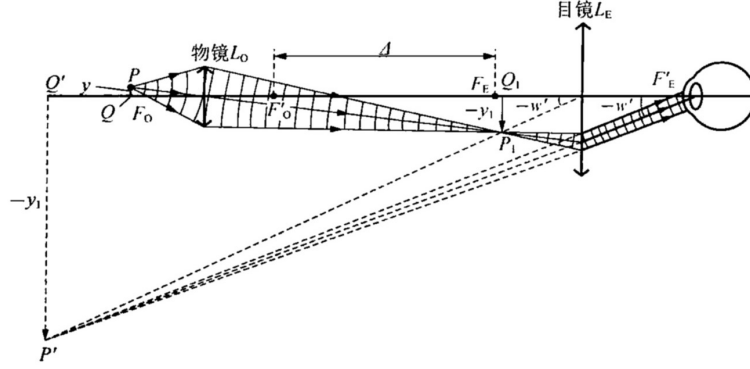


图 1.3: 显微镜

$\gamma_O$  为物镜横向放大率,  $M_E$  为目镜视角放大率。若  $f_O$  为物镜焦距,  $f_E$  为目镜焦距,  $\Delta$  为物镜像方焦点到目镜物方焦点的距离, 则上式还可以写为

$$M = \gamma_O M_E = -\frac{s_0 \Delta}{f_O f_E} \quad (1.31)$$

#### 1.5.4 望远镜

物镜像方焦点和目镜物方焦点重合, 物在无穷远, 像也在无穷远。角放大率  $M$  定义为最后的虚像对目镜所张视角  $\omega'$  与物体实际位置所张视角  $\omega$  之比, 有

$$M = \frac{\omega'}{\omega} = -\frac{f_O}{f_E} \quad (1.32)$$

伽利略望远镜: 正立像; 开普勒望远镜: 倒立像。

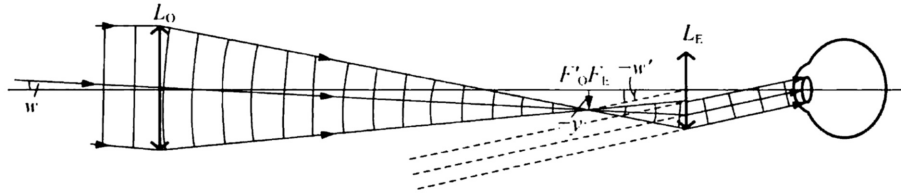


图 1.4: 望远镜

### 1.5.5 投影仪

像距远大于焦距，画片（物）在物方焦平面外侧附近。

$$s \approx f, s' \gg f, V = -\frac{s'}{s} \approx -\frac{s'}{f} \quad (1.33)$$

### 1.5.6 照相机

物距远大于焦距，底片（像）在像方焦平面外侧附近。

$$s \gg f, s' \approx f \quad (1.34)$$

### 1.5.7 棱镜光谱仪

棱镜光谱仪是利用棱镜的色散作用将非单色光按照波长分开的装置，可以定义棱镜的角色散本领  $D$  为偏向角对波长的微商：

$$D = \frac{d\delta}{d\lambda} = \frac{2\sin\frac{\alpha}{2}}{\sqrt{1 - n^2\sin^2\frac{\alpha}{2}}} \frac{dn}{d\lambda} \quad (1.35)$$

其中  $\frac{dn}{d\lambda}$  称为色散率，是棱镜材料的性质。

## 第二章 光的波动模型

### 2.1 波动

#### 2.1.1 波的数学表达式

原点振动  $\psi(0, t) = \psi_0 \cos(\omega t + \phi_0)$  所形成的波沿  $+z$  方向传播，波速为  $v$ ，则  $z(> 0)$  点的振动比原点滞后相位  $\Delta\varphi = \omega \frac{z}{v} = kz$ ，波动方程写为

$$\psi(t, z) = \psi_0 \cos(\omega t - kz + \phi_0) \quad (2.1)$$

为了使波动表达式和之后的复振幅形式相一致，利用余弦函数是偶函数的性质，将波动方程改写如下

$$\psi(t, z) = \psi_0 \cos(kz - \omega t - \phi_0)$$

将初相位作如下改写： $\varphi_0 = -\phi_0$ ，我们得到

$$\psi(t, z) = \psi_0 \cos(kz - \omega t + \varphi_0) \quad (2.2)$$

#### 2.1.2 定态光波表达式

一般情况下定态光波的表达式写为

$$U(P, t) = A(P) \cos[\omega t - \varphi(P)] \quad (2.3)$$

##### 1. 平面波的波函数

$$U(P, t) = A \cos[\omega t - \varphi(P)] \quad (2.4)$$

注意这里的  $A$  为常数： $\varphi(P) = \vec{k} \cdot \vec{r} + \varphi_0 = k_x x + k_y y + k_z z + \varphi_0$ ，其中  $\vec{k}$  为波矢，方向为波的传播方向， $k = |\vec{k}| = \frac{2\pi}{\lambda}$ ， $-\varphi_0$  是坐标原点的初相位。

## 2. 球面波的波函数

$$U(P, t) = \frac{a}{r} \cos[\omega t - \varphi(P)] \quad (2.5)$$

$a$  为常数,  $\varphi(P) = kr + \varphi_0$ ,  $r$  为  $P$  到振源的距离,  $-\varphi_0$  是坐标原点的初相位。

## 2.1.3 复振幅描述

考虑到  $\cos\theta = \text{Re}[e^{-i\theta}]$ , 我们有如下对应关系

$$U(P, t) = A(P) \cos[\omega t - \varphi(P)] \iff \tilde{U}(P, t) = A(P) e^{-i[\omega t - \varphi(P)]} \quad (2.6)$$

复振幅为  $\tilde{U}(P) = A(P) e^{i\varphi(P)}$ , 于是有

- 平面波复振幅:  $\tilde{U}(P) = A \exp[i(\vec{k} \cdot \vec{r} + \varphi_0)]$
- 球面波复振幅:  $\tilde{U}(P) = \frac{a}{r} \exp[i(kr + \varphi_0)]$

光强  $I(P) = \tilde{U}^*(P) \tilde{U}(P)$  (注: 光强  $I = \frac{n}{2c\mu_0\mu_r} E_0^2 \propto nE_0^2$  而不是  $E_0^2$ )

## 2.2 傍轴条件和远场条件

## 2.2.1 轴上物点的傍轴条件和远场条件

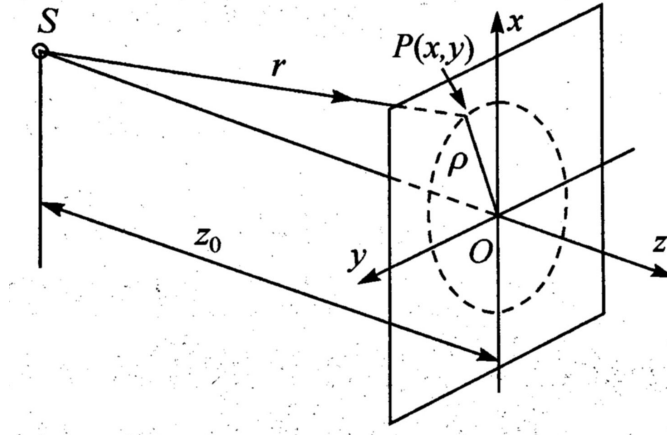


图 2.1: 轴上物点的情形

图上  $\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$ ,  $r = \sqrt{\rho^2 + z_0^2}$ , 我们得到

$$\tilde{U}(x, y) = \frac{a}{\sqrt{\rho^2 + z_0^2}} \exp[ik\sqrt{\rho^2 + z_0^2}] \approx \frac{a}{z_0(1 + \rho^2/2z_0^2)} \exp[ik(z_0 + \frac{\rho^2}{2z_0})] \quad (2.7)$$

- 傍轴条件:  $\rho^2/z_0^2 \ll 1$  或  $\rho^2 \ll z_0^2$
- 远场条件:  $\frac{1}{2}k\frac{\rho^2}{z_0} \ll \pi$  或  $\rho^2/\lambda \ll z_0$

1. 在傍轴条件下, 复振幅为

$$\tilde{U}(x, y) \approx \frac{a}{z_0} \exp[ik(z_0 + \frac{x^2 + y^2}{2z_0})] \quad (2.8)$$

2. 在傍轴条件和远场条件同时满足时, 复振幅为

$$\tilde{U}(x, y) \approx \frac{a}{z_0} \exp[ikz_0] \quad (2.9)$$

### 2.2.2 轴外物点的傍轴条件和远场条件

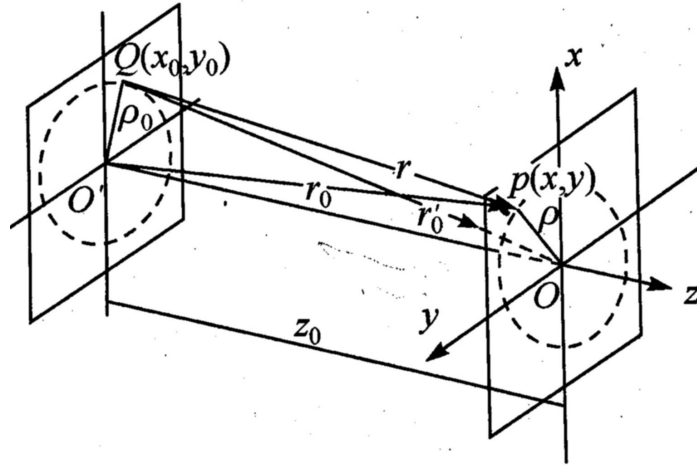


图 2.2: 轴外物点的情形

光点  $Q(x_0, y_0)$ , 场点  $P(x, y)$ ,  $\overline{PQ} = r = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + z_0^2}$ ,  $\overline{O'P} = r_0 = \sqrt{x^2 + y^2 + z_0^2}$ ,  $\overline{OQ} = r'_0 = \sqrt{x_0^2 + y_0^2 + z_0^2}$ , 写出近似关系如下

$$r_0 = z_0 + \frac{x^2 + y^2}{2z_0} + \dots \quad (2.10)$$



$$r'_0 = z_0 + \frac{x_0^2 + y_0^2}{2z_0} + \dots \quad (2.11)$$

$$r = r_0 + \frac{x_0^2 + y_0^2}{2z_0} - \frac{xx_0 + yy_0}{z_0} + \dots = r'_0 + \frac{x^2 + y^2}{2z_0} - \frac{xx_0 + yy_0}{z_0} + \dots \quad (2.12)$$

1. 物点和场点都满足傍轴条件:  $x_0^2, y_0^2 \ll z_0^2$ ;  $x^2, y^2 \ll z_0^2$

$$\tilde{U}(x, y) = \frac{a}{z_0} \exp[ik(r_0 + \frac{x_0^2 + y_0^2}{2z_0})] \exp[\frac{-ik}{z_0}(xx_0 + yy_0)] \quad (2.13)$$

或者也可以写为

$$\tilde{U}(x, y) = \frac{a}{z_0} \exp[ik(r'_0 + \frac{x^2 + y^2}{2z_0})] \exp[\frac{-ik}{z_0}(xx_0 + yy_0)] \quad (2.14)$$

2. 场点满足傍轴条件, 物点同时满足傍轴条件和远场条件:  $x_0^2/\lambda, y_0^2/\lambda \ll z_0$

$$\tilde{U}(x, y) = \frac{a}{z_0} \exp[ikr_0] \exp[\frac{-ik}{z_0}(xx_0 + yy_0)] \quad (2.15)$$

3. 物点满足傍轴条件, 场点同时满足傍轴条件和远场条件:  $x^2, y^2 \ll z_0$

$$\tilde{U}(x, y) = \frac{a}{z_0} \exp[ikr'_0] \exp[\frac{-ik}{z_0}(xx_0 + yy_0)] \quad (2.16)$$

## 第三章 光的干涉

### 3.1 基础知识

两束光的叠加有

$$\tilde{U}(P) = \tilde{U}_1(P) + \tilde{U}_2(P) = A_1(P)e^{i\varphi_1(P)} + A_2(P)e^{i\varphi_2(P)} \quad (3.1)$$

则光强为

$$\begin{aligned} I(P) &= \tilde{U}(P)\tilde{U}^*(P) \\ &= [A_1(P)]^2 + [A_2(P)]^2 + A_1(P)A_2(P)(e^{i\varphi_1 - i\varphi_2} + e^{-i\varphi_1 + i\varphi_2}) \\ &= I_1(P) + I_2(P) + 2\sqrt{I_1(P)I_2(P)}\cos[\delta(P)] \end{aligned} \quad (3.2)$$

其中  $\delta(P) = \varphi_1(P) - \varphi_2(P)$ .

相干条件为：

- 频率相同
- 存在相互平行的振动分量
- 相位差  $\delta(P)$  恒定

对于非相干光，有  $I(P) = I_1(P) + I_2(P)$ .

此外还可以定义衬比度  $\gamma$

$$\gamma = \frac{I_M - I_m}{I_M + I_m} = \frac{2A_1A_2}{A_1^2 + A_2^2} \quad (3.3)$$

$\gamma$  的取值范围为  $[0, 1]$ ，条纹清晰： $\gamma = 1 \Leftrightarrow I_m = 0$ ，条纹不可辨认： $\gamma = 0 \Leftrightarrow I_M = I_m$ . 可以将光强公式改写为如下形式

$$I = I_0(1 + \gamma\cos\delta) \quad (3.4)$$

其中  $I_0 = I_1 + I_2 = A_1^2 + A_2^2$

### 3.2 两列球面波的干涉场

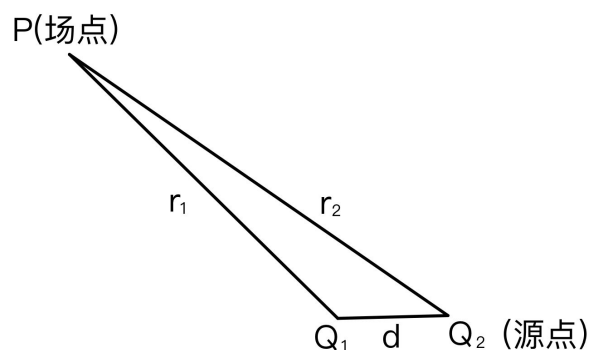


图 3.1: 两列球面波干涉示意图

如图所示,  $Q_1$  和  $Q_2$  为波源, 它们距离场点  $P$  的距离分别为  $r_1$  和  $r_2$ , 两源点距离为  $d$ . 当  $r_1, r_2 \gg d$  时, 有  $A_1(P) \approx A_2(P) = A$ ,

$$I(P) = 2A^2[1 + \cos\delta(P)] = 4A^2 \cos^2 \frac{\delta(P)}{2} \quad (3.5)$$

其中  $\delta(P) = \frac{2\pi}{\lambda}(r_1 - r_2) = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta L$ , 当  $\Delta L = k\lambda$  时取得极大值, 当  $\Delta L = (k + \frac{1}{2})\lambda$  时取得极小值,  $k$  为整数。

### 3.3 杨氏双缝干涉实验

一些近似:  $d^2 \ll D^2$ ,  $\rho^2 \ll D^2$ ,  $\rho$  为横向观测范围。不难得到光强分布为

$$I(x', y') = 4A^2 \cos^2\left(\frac{kd}{2D}x'\right) \quad (3.6)$$

定义条纹间距  $\Delta x'$  为相邻两条亮纹 (暗纹) 之间的距离, 则在充满折射率为  $n$  的介质的空间内有

$$\Delta x' = \frac{D}{nd} \lambda_0 \quad (3.7)$$

其中  $\lambda_0$  为真空中的波长, 下面的公式将会取  $n = 1$ , 同时将  $\lambda_0$  简记为  $\lambda$ , 若需考虑介质只需要把公式中的  $\lambda$  变为  $\frac{\lambda_0}{n}$  即可。对于明条纹,  $x' = j\frac{D}{d}\lambda$ ; 对于暗条纹,  $x' = (j + \frac{1}{2})\frac{D}{d}\lambda$ .

考虑角度关系，有如下关系式

$$\angle S_1 O' S_2 = \Delta\theta \approx \frac{d}{D} \Rightarrow \Delta x' \Delta\theta = \lambda \quad (3.8)$$

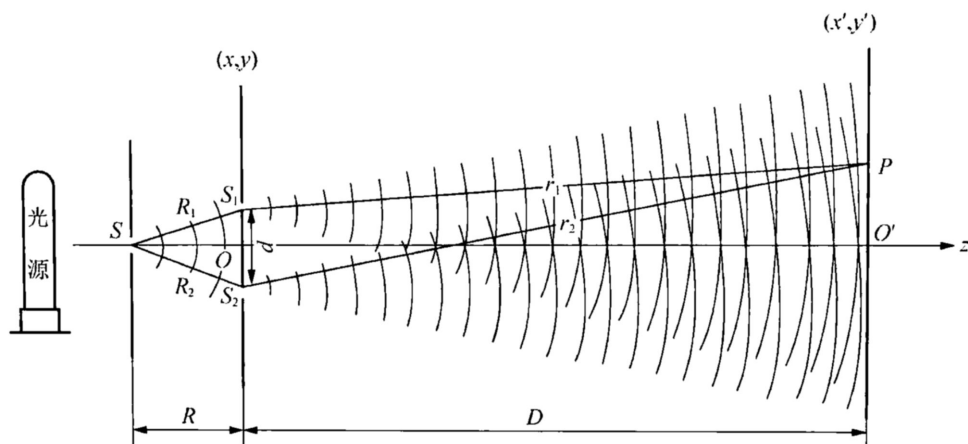


图 3.2: 杨氏双缝干涉实验

### 3.4 平行光干涉

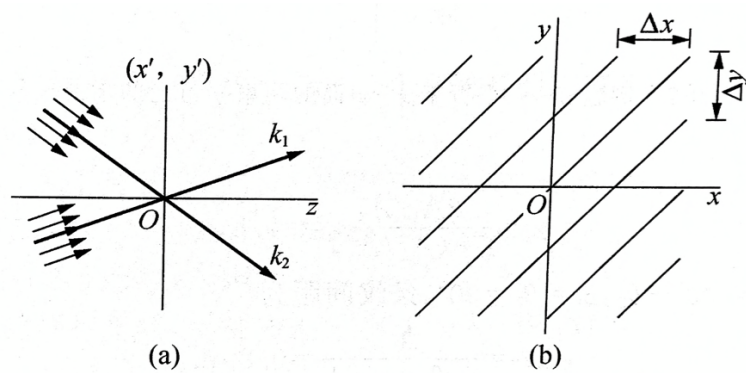


图 3.3: 平行光干涉

两束光振幅分别为  $A_1, A_2$ ，在  $O$  点处的初相位为  $\varphi_{10}, \varphi_{20}$ ，传播方向为  $(\cos\alpha_1, \cos\beta_1, \cos\gamma_1), (\cos\alpha_2, \cos\beta_2, \cos\gamma_2)$ ，则  $x, y$  方向的条纹间距分别为

$$\Delta x = \frac{2\pi}{k(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2)} = \frac{\lambda}{\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2} = \frac{1}{f_x} \quad (3.9)$$

$$\Delta y = \frac{2\pi}{k(\cos\beta_1 - \cos\beta_2)} = \frac{\lambda}{\cos\beta_1 - \cos\beta_2} = \frac{1}{f_y} \quad (3.10)$$

其中  $f_x, f_y$  为空间频率，即单位长度内的条纹数。而光强分布如下

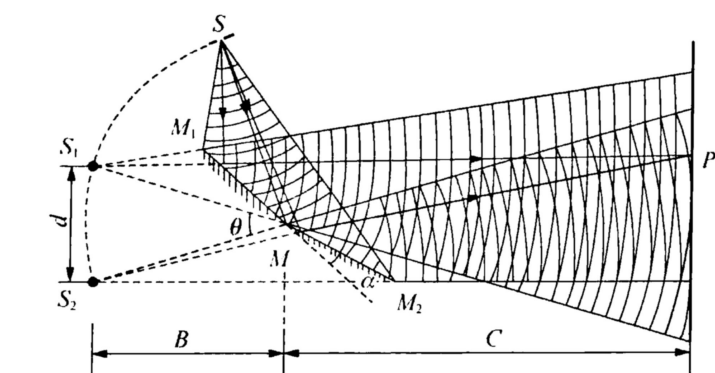
$$I(x, y) = (A_1^2 + A_2^2) \{1 + \gamma \cos[k(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2)x + k(\cos\beta_1 - \cos\beta_2)y + \varphi_{20} - \varphi_{10}]\} \quad (3.11)$$

### 3.5 分波前干涉装置

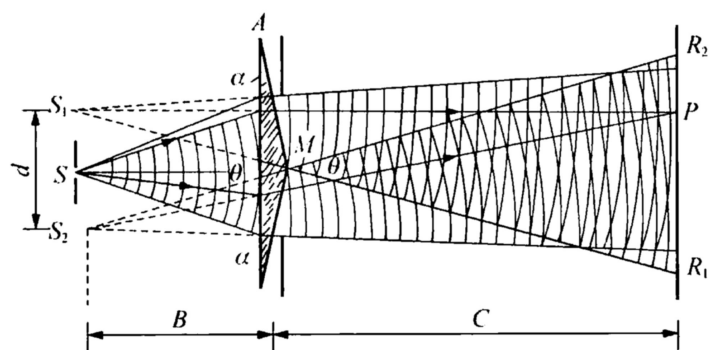
#### 3.5.1 常见装置

下面的公式来源于杨氏双缝干涉实验的类比

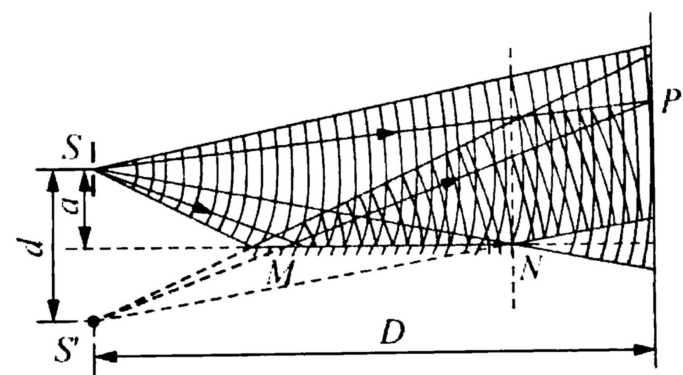
1. 菲涅尔双面镜：  $\Delta x = \frac{(B+C)\lambda}{2\alpha B}$
2. 菲涅尔双棱镜：  $\Delta x = \frac{(B+C)\lambda}{2(n-1)\alpha B}$
3. 劳埃德镜：  $\Delta x = \frac{D\lambda}{2a}$



(a) 菲涅尔双面镜



(b) 菲涅尔双棱镜



(c) 劳埃德镜

图 3.4: 常见装置

## 3.5.2 位移关系

条纹位移  $\delta x$ ，点源位移  $\delta s$ ，则有

$$\delta x = \frac{D}{R} \delta s \quad (3.12)$$

条纹移动数目

$$N = \frac{\delta x}{\Delta x} = \frac{d}{R\lambda} \delta s \quad (3.13)$$

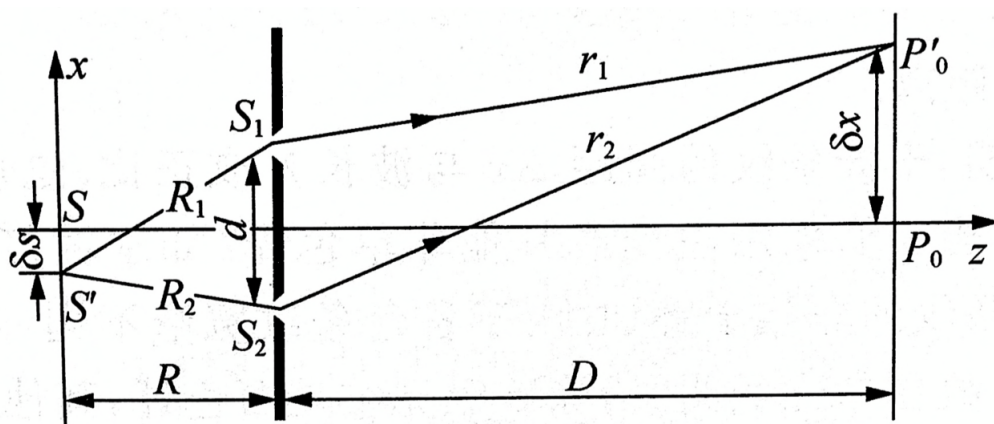


图 3.5: 杨氏实验中光源的位移  $\delta s$  引起干涉条纹的位移  $\delta x$

## 3.5.3 光源宽度极限

当  $\delta x = \Delta x$  时，衬比度下降到 0，光源宽度达到极限  $b = \frac{R}{d}\lambda$ ，光强分布为

$$I(x) = I_0 \left[ 1 + \frac{\sin u}{u} \cos(2\pi f x) \right] \quad (3.14)$$

其中  $f = \frac{1}{\Delta x} = \frac{d}{D\lambda}$ ， $u = \frac{\pi b d}{R\lambda}$ ，衬比度为

$$\gamma = \left| \frac{\sin u}{u} \right| \quad (3.15)$$

相干范围的横向线度为

$$d \approx \frac{R\lambda}{b} \quad \text{or} \quad (\Delta\theta_0 = \frac{d}{R} \Rightarrow b\Delta\theta_0 \approx \lambda) \quad (3.16)$$

## 3.6 等厚干涉

### 3.6.1 薄膜干涉

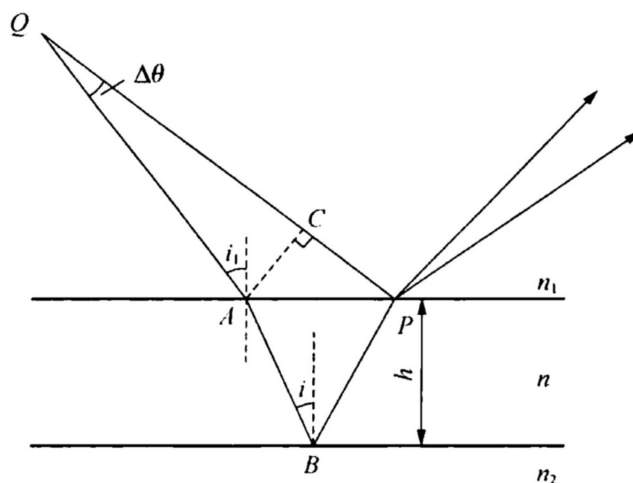


图 3.6: 薄膜干涉示意图

光程差  $\Delta L(P) \approx 2nh\cos i$ , 当  $\Delta L = k\lambda$  或  $h = \frac{k\lambda}{2n\cos i}$  时为极大值, 当  $\Delta L = (k + \frac{1}{2})\lambda$  或  $h = \frac{(2k+1)\lambda}{4n\cos i}$  时为极小值, 其中  $k$  为整数。需要注意半波损失, 有半波损失时亮纹和暗纹的位置对调。

- 有半波损:  $n_1 < n > n_2$  or  $n_1 > n < n_2$
- 无半波损:  $n_1 < n < n_2$  or  $n_1 > n > n_2$

正入射时  $i = 0$ ,  $\Delta L = 2nh$ , 相邻等厚条纹厚度差:  $\Delta h = \frac{\lambda}{2n}$

### 3.6.2 楔形薄膜等厚干涉

条纹间隔为  $\Delta x$ , 则

$$\Delta x = \frac{\lambda}{2\alpha} \quad (3.17)$$



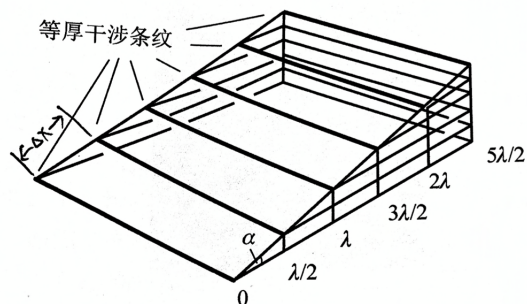


图 3.7: 楔形薄膜干涉示意图

### 3.6.3 牛顿环

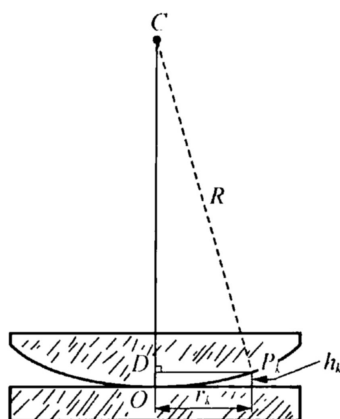


图 3.8: 牛顿环示意图

有半波损失，中心  $O$  点为暗点。牛顿环具有如下规律：

- 明环：  $r_m = \sqrt{(m - \frac{1}{2})R\lambda}$   $m = 1, 2, 3, \dots$
- 暗环：  $r_k = \sqrt{kR\lambda}$   $k = 0, 1, 2, \dots$
- 暗环半径满足  $r_1 : r_2 : r_3 : \dots = 1 : \sqrt{2} : \sqrt{3} : \dots$ ，随着  $k$  增大条纹变密
- 曲率半径  $R = \frac{r_{k+m}^2 - r_k^2}{m\lambda}$
- 提升：各圆环（盯着一级条纹）均向中心点收缩而渐次“吞没”

- 降低：各圆环渐次从中心“吐出”
- 提升或降低时条纹疏密不变，相邻条纹的相对光程差与整体高度无关。

### 3.6.4 增透膜或高反膜

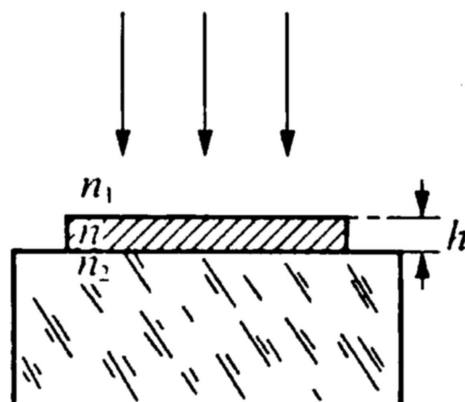


图 3.9: 增透膜或高反膜

- 低膜/增透膜:  $n_1 < n < n_2$ , 消反射,  $2nh = \frac{\lambda_0}{2} \Rightarrow h = \frac{\lambda_0}{4n}$ , 当  $n = \sqrt{n_1 n_2}$  时, 可完全消反射;
- 高膜/高反膜:  $n_1 < n > n_2$ , 消透射,  $2nh = \frac{\lambda_0}{2} \Rightarrow h = \frac{\lambda_0}{4n}$ .

## 3.7 等倾干涉

光程差  $\Delta L = 2nh \cos i$ , 则极大条件为

$$\cos i_k = \frac{k\lambda}{2nh} \quad (3.18)$$

$$\Delta r = r_{k+1} - r_k \propto i_{k+1} - i_k = -\frac{\lambda}{2h \sin i_k} \quad (3.19)$$

由此可知  $r_{k+1} < r_k$ , 离中心远处条纹密, 厚膜条纹密。当  $h$  连续增大时, 中心不断生出新的条纹; 当  $h$  连续减小时, 圆形条纹不断向中心会聚, 直到缩成一个半点后在中心消失掉。中心条纹级次最高, 向外级次依次递减。

## 3.8 迈克尔孙干涉仪

### 3.8.1 实验规律

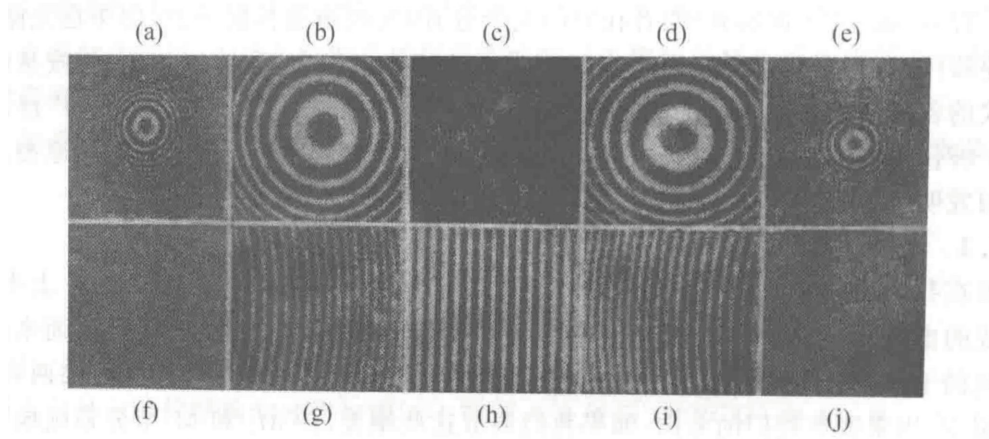


图 3.10: 迈克尔孙干涉仪实验现象

- (a) (e) 较远，密而弱，中心斑点较小
- (b) (d) 较近，疏而强，中心斑点较大
- (c) 重合，中心斑点扩大到整个视场
- (f) (j) 较远，几乎看不到条纹
- (g) (i) 较近，弯曲的条纹
- (h) 相交，直的线条

对应于各现象，平面镜相对位置不同时会有如下描述（见下图）：

- (b) 相互靠近，条纹不断缩进中心
- (d) 相互远离，条纹不断从中心生出
- (g) 相互靠近，条纹朝曲率小的方向移动，衬比度不断变大
- (i) 相互远离，条纹朝曲率大的方向移动，衬比度不断变小

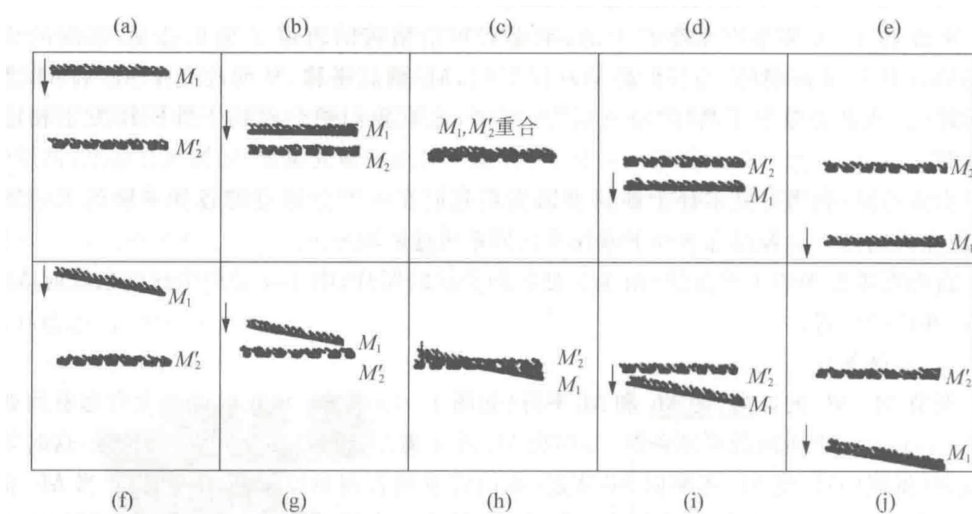


图 3.11: 产生各种条纹时平面镜的相对位置

### 3.8.2 双线结构

不存在纯粹的单色光，任何谱线都有一定的线宽  $\Delta\lambda$ ，这种双线结构会使条纹衬比度随  $\Delta L$  作周期性变化

$$\gamma(\Delta L) = \left| \cos\left(\frac{\Delta k}{2} \Delta L\right) \right| \quad (3.20)$$

其中  $k = \frac{k_1 + k_2}{2}$ ,  $\Delta k = k_1 - k_2 \ll k$ ,  $k_1 = \frac{2\pi}{\lambda_1}$ ,  $k_2 = \frac{2\pi}{\lambda_2}$ . 条纹衬比度变化的空间频率为

$$\frac{\Delta k}{2\pi} = \frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2} \approx \frac{\Delta\lambda}{\lambda^2} \quad (3.21)$$

其中  $\Delta\lambda = (\lambda_2 - \lambda_1) \ll \lambda \approx \lambda_1 \approx \lambda_2$ .

从条纹的衬比度为 1 开始，移动一臂的镜面改变光程差  $\Delta L$ ，当衬比度首次降为 0 时，两套条纹移过视场中心的根数  $N_1, N_2$  之间满足

$$\Delta L = N_1 \lambda_1 = N_2 \lambda_2 = \left(N_1 - \frac{1}{2}\right)(\lambda_1 + \Delta\lambda)$$

于是得到

$$N_1 = \frac{\lambda_2}{2(\lambda_2 - \lambda_1)} = \frac{\lambda}{2\Delta\lambda} \quad (3.22)$$

### 3.8.3 单色线宽

考虑到单色线宽的影响, 条纹衬比度随  $\Delta L$  单调下降

$$\gamma(\Delta L) = \left| \frac{\sin(\Delta k \Delta L / 2)}{\Delta k \Delta L / 2} \right| \quad (3.23)$$

当  $\Delta L$  从 0 增大到  $\Delta L_M$  时, 衬比度单调下降到 0,  $\Delta L_M = \frac{\lambda^2}{|\Delta \lambda|}$ .

## 3.9 光场的时间相干性

波列长度  $L_0$ , 光的持续时间  $\tau_0$ , 二者满足如下关系

$$L_0 = c\tau_0 \approx \frac{\lambda^2}{\Delta \lambda} \quad (3.24)$$

等价地, 有

$$\tau_0 \Delta \nu \approx 1 \quad \text{or} \quad L_0 \frac{\Delta \lambda}{\lambda} \approx \lambda \quad (3.25)$$

这意味着: 波列长度有限  $\Leftrightarrow$  光是非单色的, 最大相干级次为

$$j_{max} = \frac{L_0}{\lambda} \approx \frac{\lambda}{\Delta \lambda} \quad (3.26)$$

## 3.10 多光束干涉和法布里-珀罗干涉仪

### 3.10.1 多光束干涉

记  $\delta = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta L = \frac{4\pi n h \cos i}{\lambda}$ ,  $R = r^2$  为光强反射率 ( $r$  由菲涅尔公式给出), 则有透射光强

$$I_T = \frac{I_0}{1 + \frac{4R \sin^2(\delta/2)}{(1-R)^2}} \quad (3.27)$$

反射光强

$$I_R = \frac{I_0}{1 + \frac{(1-R)^2}{4R \sin^2(\delta/2)}} \quad (3.28)$$

可以看出反射光与透射光干涉花样互补, 当  $R \ll 1$  时, 有

$$I_T = I_0[1 - 2R(1 - \cos\delta)] \quad \text{and} \quad I_R = 2RI_0(1 - \cos\delta) \quad (3.29)$$

而随着  $R$  的增大, 无穷系列中后面光束的作用越来越不可忽略, 干涉条纹的锐度越来越大, 这是多光束干涉的普遍规律。

## 3.10.2 法布里-珀罗干涉仪

半值宽度为

$$\epsilon = \frac{2(1-R)}{\sqrt{R}} \quad (3.30)$$

- 单色拓展光入射，第  $k$  级亮纹角宽度：

$$\Delta i_k = \frac{\lambda \epsilon}{4\pi n h \sin i_k} = \frac{\lambda}{2\pi n h \sin i_k} \frac{1-R}{\sqrt{R}} \quad (3.31)$$

腔长  $h$  增大时，条纹更细锐。

- 非单色平行光入射

$$\nu_k = \frac{c}{\lambda_k} = \frac{kc}{2nh} \quad \text{and} \quad \Delta\nu = \frac{c}{2nh} \quad (3.32)$$

第  $k$  级纵模谱线宽度为

$$\Delta\lambda_k = \frac{\lambda^2 \epsilon}{4\pi n h \cos i} = \frac{\lambda^2}{2\pi n h \cos i} \frac{1-R}{\sqrt{R}} = \frac{\lambda}{\pi k} \frac{1-R}{\sqrt{R}} \quad (3.33)$$

或

$$\Delta\nu_k = \frac{c}{\lambda^2} \Delta\lambda_k = \frac{c}{2\pi n h \cos i} \frac{1-R}{\sqrt{R}} = \frac{c}{\pi k \lambda} \frac{1-R}{\sqrt{R}} \quad (3.34)$$

反射率越高，腔越长，谱线宽度越窄。

- 第  $k$  级亮纹可分辨的最小波长间隔

$$\delta\lambda = \frac{\lambda}{\pi k} \frac{1-R}{\sqrt{R}} \quad (3.35)$$

色分辨本领（腔的品质因数）为

$$Q = \frac{\lambda}{\delta\lambda} = \frac{\nu}{\delta\nu} = \pi k \frac{\sqrt{R}}{1-R} \quad (3.36)$$

F-P 腔精细度为  $\frac{\pi\sqrt{R}}{1-R}$ 。

## 第四章 光的衍射

### 4.1 基本知识点

菲涅耳衍射积分公式（不会考察此公式的计算）：

$$\tilde{U}(P) = K \iint_{\Sigma} \tilde{U}_0(Q) F(\theta_0, \theta) \frac{e^{ikr}}{r} d\Sigma \quad (4.1)$$

其中  $F(\theta_0, \theta) = \frac{1}{2}(\cos\theta_0 + \cos\theta)$ ， $K = \frac{-i}{\lambda} = \frac{e^{-i\frac{\pi}{2}}}{\lambda}$ ， $\Sigma$  可以分为三部分，光孔部分  $\Sigma_0$ ，光屏部分  $\Sigma_1$ ，半径无穷大的半球面  $\Sigma_2$ ， $\Sigma_1$  上  $\tilde{U}_0(Q) = 0$ ， $\Sigma_2$  上积分值为 0（基尔霍夫边界条件），再考虑傍轴条件下的近似，菲涅耳积分公式可以化为

$$\tilde{U}(P) = \frac{-i}{\lambda r_0} \iint_{\Sigma_0} \tilde{U}_0(Q) e^{ikr} d\Sigma \quad (4.2)$$

$r_0$  为场点到光孔中心的距离。

巴比涅原理：两衍射屏  $a, b$  互补，即其一的透光部分为另一个的遮光部分，则两者衍射场中复振幅之和等于自由波场的复振幅。若衍射屏由点光源照明，其后装有成像光学系统，在光源的几何像平面上接收衍射图样，这时自由光场服从几何光学的传播规律，在像平面上除像点外复振幅皆等于 0，从而几何像点外两个互补屏的衍射光场复振幅之和为 0，即  $\tilde{U}_a(P) = -\tilde{U}_b(P)$ ，计算光强有

$$I_a(P) = I_b(P) \quad (4.3)$$

这意味着除了几何像点以外的区域两个互补屏在像平面产生的衍射图样完全一样。

## 4.2 菲涅耳圆孔衍射和圆屏衍射

$n$  个半波带的合成振幅为

$$A = \frac{1}{2}[A_1 + (-1)^{n-1}A_n] \quad (4.4)$$

其中  $A_k \propto 1 + \cos\theta_k$ ，由此得到如下结论：

- 自由传播： $A_n \rightarrow 0$ ， $A = \frac{1}{2}A_1$
- 圆孔衍射：若露出的半波带数  $n$  为奇数，则中心为亮点；若露出的半波带数  $n$  为偶数，则中心为暗点
- 圆屏衍射： $A = \frac{1}{2}A_{k+1}$ ，中心始终为亮点

半波带方程：

$$n = \frac{\rho_n^2}{\lambda} \left( \frac{1}{r_0} + \frac{1}{R} \right) \quad (4.5)$$

其中  $\rho_n$  为圆孔的半径， $n$  为半波带的数目。方程可以写为等价形式

$$\rho_n = \sqrt{\frac{Rr_0}{R+r_0}n\lambda} = \sqrt{n}\rho_1 \quad n = 1, 2, 3, \dots \quad (4.6)$$

若使用平行光照射，则  $R \rightarrow +\infty$ ， $\rho_1 = \sqrt{r_0\lambda}$ 。波带片的焦距为

$$f = \frac{\rho_n^2}{n\lambda} = \frac{\rho_1^2}{\lambda} \quad (4.7)$$

除此之外还有一系列次焦点，焦距分别为  $\frac{f}{3}, \frac{f}{5}, \frac{f}{7}, \dots$

## 4.3 夫琅禾费单缝和矩孔衍射

单缝衍射的光强分布为

$$I_\theta = I_0 \left( \frac{\sin u}{u} \right)^2 \quad (4.8)$$

其中  $u = \frac{\pi a(\sin\theta \pm \sin\theta_0)}{\lambda}$ ，入射光和衍射光位于光轴同一侧时取“+”，否则取“-”。

单缝衍射中，若透镜上下移动，则衍射图样上下平移；若狭缝上下移动，则衍射图样不变；零级斑的位置为几何像点。



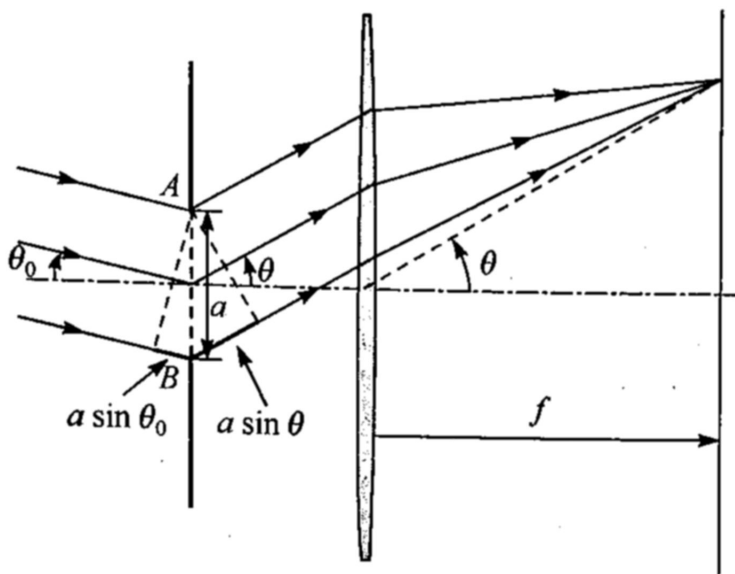


图 4.1: 夫琅禾费单缝衍射

一些性质:

1.  $u = 0$  为主极强;  $u = \pm 1.43\pi, \pm 2.46\pi, \pm 3.47\pi, \dots$  或  $\sin\theta = \pm 1.43\frac{\lambda}{a}, \pm 2.46\frac{\lambda}{a}, \pm 3.47\frac{\lambda}{a}, \dots$  为次极强, 这些位置的光强比  $I/I_0$  分别为 4.7%, 1.7%, 0.8%, ...
2. 暗斑位置:  $u = \pm\pi, \pm 2\pi, \pm 3\pi, \dots$ , 或  $\sin\theta = \pm \frac{\lambda}{a}, \pm \frac{2\lambda}{a}, \pm \frac{3\lambda}{a}, \dots$
3. 亮斑角宽度: 相邻暗纹的角距离; 零级亮斑半角宽度  $\Delta\theta = \frac{\lambda}{a}$  或  $a\Delta\theta = \lambda$ , 这等于其他亮斑的角宽度; 线宽度  $\Delta x = f\Delta\theta$ .

矩孔衍射的光强分布为:

$$I(P) = I_0 \left( \frac{\sin\alpha}{\alpha} \right)^2 \left( \frac{\sin\beta}{\beta} \right)^2 \quad (4.9)$$

其中  $\alpha = \frac{\pi a \sin\theta_1}{\lambda}, \beta = \frac{\pi b \sin\theta_2}{\lambda}$ .

## 4.4 夫琅禾费圆孔衍射和瑞利判据

### 4.4.1 夫琅禾费圆孔衍射

夫琅禾费圆孔衍射的零级斑又被称为艾里斑，其通量占衍射总通量的84%，第一暗环角半径为

$$\Delta\theta = 0.61 \frac{\lambda}{R} = 1.22 \frac{\lambda}{D} \quad (4.10)$$

其中  $D = 2R$  为圆孔直径；当平行光直接通过透镜时，也可以把透镜的通光孔径作为衍射屏的孔径，则艾里斑的半径为

$$\Delta l = f \Delta\theta = 1.22 \frac{f\lambda}{D} \quad (4.11)$$

当针孔直径  $D = \sqrt{1.22L\lambda}$  时，针孔相机的像最清晰， $L$  为针孔到成像平面的距离。

### 4.4.2 瑞利判据

瑞利判据：当一个圆斑像的中心刚好落在另一圆斑像的边缘（即一级暗纹）上时，就算两个像刚刚能够被分辨。由此得到望远镜的最小分辨角公式

$$\delta\theta_m = 1.22 \frac{\lambda}{D} \quad (4.12)$$

其中  $D$  为物镜的直径，由此可见为提高望远镜的分辨本领必须增大物镜直径；进一步得到设计望远镜时合适的角放大率公式为

$$|M| = \frac{f_o}{f_e} = \frac{\delta\theta'_m}{\delta\theta_m} \quad (4.13)$$

其中  $\delta\theta_m$  为望远镜最小分辨夹角， $\delta\theta'_m = 1.22 \frac{\lambda}{D_{eye}}$  为人眼可分辨最小夹角。

## 4.5 多缝夫琅禾费衍射

对于  $N$  个宽度为  $a$  的狭缝，若相邻两个狭缝中心的距离为  $d$ ，则夫琅禾费衍射的振幅和光强分布为

$$A_\theta = a_0 \frac{\sin\alpha}{\alpha} \frac{\sin N\beta}{\sin\beta} \quad (4.14)$$

$$I_\theta = a_0^2 \left( \frac{\sin\alpha}{\alpha} \right)^2 \left( \frac{\sin N\beta}{\sin\beta} \right)^2 \quad (4.15)$$

其中  $\alpha = \frac{\pi a \sin\theta}{\lambda}$ ， $\beta = \frac{\pi d \sin\theta}{\lambda}$ 。

- 主极强峰值的大小、位置和数目

缝间干涉因子的主极大:  $\beta = k\pi$  ( $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ )

光栅方程:  $\sin\theta = k\frac{\lambda}{d}$

- 零点

$\beta = (k + \frac{m}{N})\pi$  即  $\sin\theta = (k + \frac{m}{N})\frac{\lambda}{d}$

其中  $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots; m = 1, 2, \dots, N - 1$

两主极强间有  $N - 1$  条暗线 (零点),  $N - 2$  个次极强, 半角宽度 (主极强的中心到临近暗线之间的角距离)  $\Delta\theta = \frac{\lambda}{Nd}$ , 上式仅适用于偏离屏幕中央不远的主极强, 对于位置较偏的主极强, 普遍的半角宽度公式为

$$\Delta\theta = \frac{\lambda}{Nd\cos\theta_k} \quad (4.16)$$

其中  $\theta_k$  由光栅方程计算而来。  $L = Nd$  称为光栅的有效长度。

- 第  $j$  级可分辨的最小波长差:  $\delta\lambda = \frac{\lambda}{jN}$

## 4.6 光栅光谱仪

### 4.6.1 光栅的分光原理

- 角色散本领:  $D_\theta \equiv \frac{\delta\theta}{\delta\lambda} = \frac{k}{d\cos\theta_k}$
- 线色散本领:  $D_l \equiv \frac{\delta l}{\delta\lambda} = \frac{kf}{d\cos\theta_k}$
- 色分辨本领:  $R \equiv \frac{\lambda}{\delta\lambda} = kN$

### 4.6.2 闪耀光栅

闪耀光栅的闪耀角为  $\theta_b$ ,  $n$  级闪耀波长为  $\lambda_{nb}$ , 如图 4.2 所示, 闪耀光栅有两种照明方式。

- 平行光束沿槽面法线  $n$  方向入射:  $2d\sin\theta_b = n\lambda_{nb}$
- 平行光束沿光栅平面法线  $N$  方向入射:  $d\sin 2\theta_b = n\lambda_{nb}$

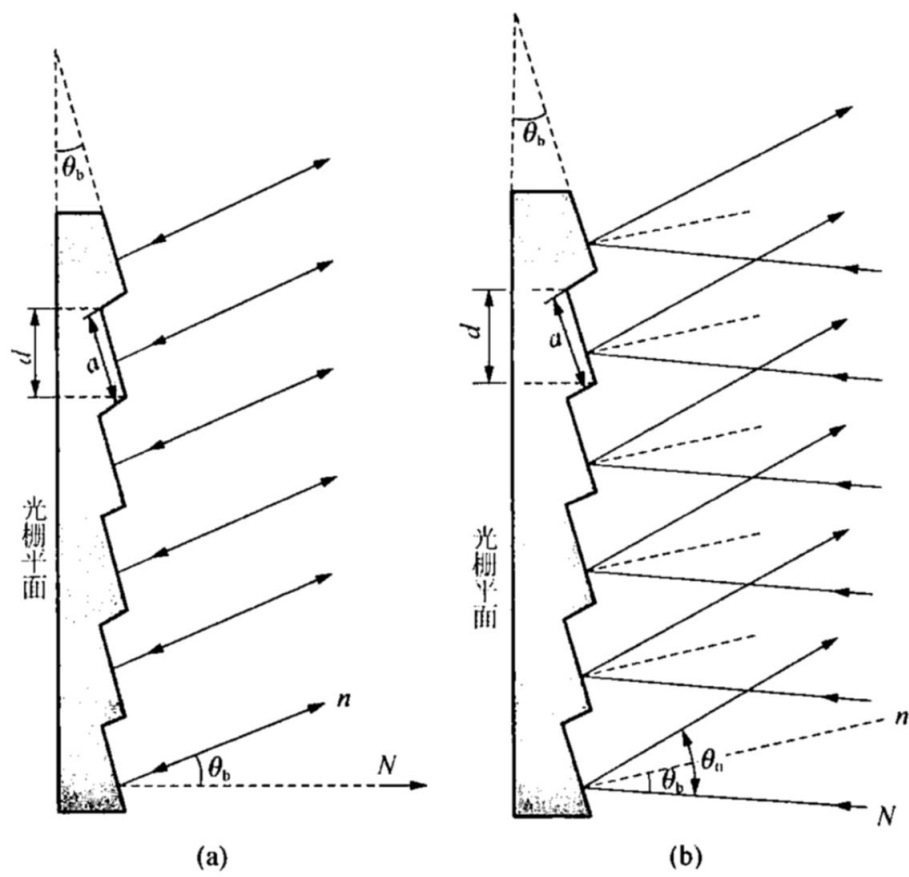


图 4.2: 闪耀光栅

## 第五章 光的偏振和晶体光学

### 5.1 偏振基础知识

马吕斯定律

$$I_2 = I_1 \cos^2 \theta \quad (5.1)$$

由此可知自然光经过偏振片后变为线偏振光，光强变为  $\frac{1}{2}$ 。

对于部分偏振光，用检偏器检验时，透射光的强度随透振方向而变，强度的极大值和极小值分别为  $I_M$  和  $I_m$ 。定义偏振度

$$P \equiv \frac{I_M - I_m}{I_M + I_m} \quad (5.2)$$

自然光  $P = 0$ （非偏振光），线偏光  $P = 1$ （全偏光）

约定光的偏振态都是迎着光的方向看到的。

圆偏振光：

$$E_x = A \cos \omega t \quad (5.3)$$

$$E_y = A \cos(\omega t \pm \frac{\pi}{2}) \quad (5.4)$$

其中取正号时为右旋（顺时针），取负号时为左旋（逆时针），圆偏振光经过偏振片，光强变为  $\frac{1}{2}$ 。

椭圆偏振光：

$$E_x = A_x \cos \omega t \quad (5.5)$$

$$E_y = A_y \cos(\omega t + \delta) \quad (5.6)$$

其中  $\delta$  在一二象限时为右旋，在三四象限时为左旋。

## 5.2 菲涅耳公式 \*

$$r_p = \frac{n_2 \cos i_1 - n_1 \cos i_2}{n_2 \cos i_1 + n_1 \cos i_2} = \frac{\tan(i_1 - i_2)}{\tan(i_1 + i_2)} \quad (5.7)$$

$$t_p = \frac{2n_1 \cos i_1}{n_2 \cos i_1 + n_1 \cos i_2} \quad (5.8)$$

$$r_s = \frac{n_1 \cos i_1 - n_2 \cos i_2}{n_1 \cos i_1 + n_2 \cos i_2} = \frac{\sin(i_2 - i_1)}{\sin(i_2 + i_1)} \quad (5.9)$$

$$t_s = \frac{2n_1 \cos i_1}{n_1 \cos i_1 + n_2 \cos i_2} \quad (5.10)$$

布儒斯特角:  $i_B = \arctan \frac{n_2}{n_1}$ , 入射角和折射角之和为  $90^\circ$ , 反射  $p$  波为 0, 为纯  $s$  偏振, 透射  $p$  波为 1.

斯托克斯倒逆关系:

$$r^2 + tt' = 1 \quad (5.11)$$

$$r' = -r \quad (5.12)$$

其中  $r, t$  为介质 1 到 2,  $r', t'$  为介质 2 到 1.

半波损失: 正入射或掠入射时, 从光疏到光密介质存在半波损失; 任何时候透射光都无半波损失。

	$p$ 分量	$s$ 分量
振幅反射率	$r_p = \frac{E'_{1p}}{E_{1p}} \quad (10.5)$	$r_s = \frac{E'_{1s}}{E_{1s}} \quad (10.6)$
光强反射率	$R_p = \frac{I'_{1p}}{I_{1p}} =  r_p ^2 \quad (10.7)$	$R_s = \frac{I'_{1s}}{I_{1s}} =  r_s ^2 \quad (10.8)$
能流反射率	$\mathcal{R}_p = \frac{W'_{1p}}{W_{1p}} = R_p \quad (10.9)$	$\mathcal{R}_s = \frac{W'_{1s}}{W_{1s}} = R_s \quad (10.10)$
振幅透射率	$t_p = \frac{E_{2p}}{E_{1p}} \quad (10.11)$	$t_s = \frac{E_{2s}}{E_{1s}} \quad (10.12)$
光强透射率	$T_p = \frac{I_{2p}}{I_{1p}} = \frac{n_1}{n_2}  t_p ^2 \quad (10.13)$	$T_s = \frac{I_{2s}}{I_{1s}} = \frac{n_2}{n_1}  t_s ^2 \quad (10.14)$
能流透射率	$\mathcal{T}_p = \frac{W_{2p}}{W_{1p}} = \frac{\cos i_2}{\cos i_1} T_p \quad (10.15)$	$\mathcal{T}_s = \frac{W_{2s}}{W_{1s}} = \frac{\cos i_2}{\cos i_1} T_s \quad (10.16)$

图 5.1: 各种反射率和透射率的定义

上表中 (10.13) 式  $n_1$  和  $n_2$  的位置反了, 应为  $\frac{n_2}{n_1}$ .

## 5.3 双折射

### 5.3.1 双折射现象中的一些概念

1. o 光：寻常光，符合普通的折射定律；
2. e 光：非常光，违背普通的折射定律；o 光与 e 光的概念只在双折射晶体内部才有意义，射出晶体后就无所谓 o 光和 e 光了；
3. 光轴：在双折射晶体中存在着一个特殊的方向，光线沿这个方向传播时 o 光和 e 光不分开，它们的传播速度和传播方向都一样，这个特殊的方向称为晶体的光轴；
4. 主截面：光线沿晶体的某界面入射，此界面的法线与晶体的光轴组成的平面称为主截面；
5. 主平面：晶体中某条光线与晶体光轴构成的平面；o 光电矢量的振动方向与主平面垂直，e 光电矢量的振动方向在主平面内；
6. 负晶体： $v_e > v_o, n_o > n_e$ ，e 光的波面是扁椭球，方解石（冰洲石）；  
正晶体： $v_e < v_o, n_o < n_e$ ，e 光的波面是长椭球，石英（水晶）；
7. 主折射率： $n_o$  和  $n_e$ ， $n_o = \frac{c}{v_o}, n_e = \frac{c}{v_e}$ ， $v_e$  是 e 光在垂直光轴方向的传播速度。

### 5.3.2 惠更斯作图法

略

## 5.4 晶体光学器件

### 5.4.1 晶体偏振器

#### 罗雄棱镜和渥拉斯顿棱镜

作用：得到线偏振光；

原理：两块冰洲石交界面出发生折射， $n_o$  与  $n_e$  不同，由此分离 o 光和 e 光，挡住其中一束即得到线偏振光；

注意光线出射的方向。

### 尼科尔棱镜

从尼科尔棱镜另一端射出的是单一的线偏振光， $o$  光发生全反射而  $e$  光透射，注意出射光的偏振方向。

### 5.4.2 波晶片

两束光通过波晶片后  $o$  光相位相对于  $e$  光多延迟了  $\Delta = \varphi_o - \varphi_e = \frac{2\pi}{\lambda}(n_o - n_e)d$ ，我们使得地选择厚度  $d$ ，使得  $\Delta$  为任意需要的数值。实际中常用的有四分之一波片， $(n_e - n_o)d = \pm\lambda/4$ ；二分之一波片， $(n_e - n_o)d = \pm\lambda/2$ ；全波片  $(n_e - n_o)d = \pm\lambda$ 。

### 5.4.3 巴比涅补偿器

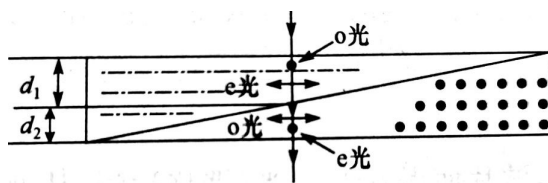


图 5.2: 巴比涅补偿器

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}(n_o - n_e)(d_1 - d_2) \quad (5.13)$$

## 5.5 波片对光的偏振态的改变

具体讨论见课本 P309，列出结论如下：

表 VII-2 各种偏振光经过  $\lambda/4$  片后偏振态的变化

入射光	$\lambda/4$ 片位置	出射光
线偏振	$e$ 轴或 $o$ 轴与偏振方向一致*	线偏振
	$e$ 轴与 $o$ 轴与偏振方向成 $45^\circ$ 角	圆偏振
	其他位置	椭圆偏振
圆偏振	任何位置	线偏振
椭圆偏振	$e$ 轴与 $o$ 轴与椭圆主轴一致	线偏振
	其他位置	椭圆偏振

\* 由于沿这两个特殊方向振动的线偏振光在波晶片内根本不分解，它们从波晶片射出时仍然是沿原振动方向的线偏振光。



第一步	令入射光通过偏振片 I，改变偏振片 I 的透振方向 $P_1$ ，观察透射光强度的变化(图 3-10(a))				
观察到的现象	有消光	强度无变化		强度有变化,但无消光	
结论	线偏振	自然光或圆偏振		部分偏振或椭圆偏振	
第二步	a. 令入射光依次通过 $\lambda/4$ 片和偏振片 II，改变偏振片 II 的透振方向 $P_2$ ，观察透射光的强度变化(图 3-10(b))		b. 同 a,只是 $\lambda/4$ 片的光轴方向必须与第一步中偏振片 I 产生的强度极大或极小的透振方向重合		
观察到的现象		有消光	无消光	有消光	无消光
结论		圆偏振	自然光	椭圆偏振	部分偏振

图 5.3: 偏振光的检验

5.6 偏振光的干涉及其应用

5.6.1 偏振片-波晶片-偏振片系统

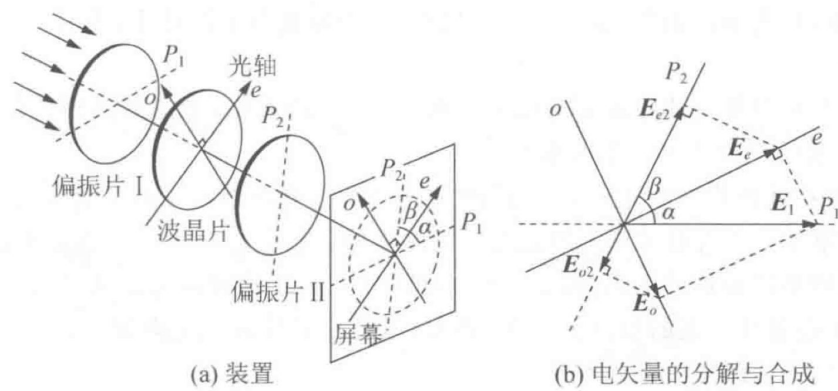


图 5.4: 偏振片-波晶片-偏振片系统

请参考书上的推导过程，注意投影造成的相位差。不要记结论，没法直接套用的，因此这里也不再将结论给出。利用这一系统可以研究显色偏振现象。

### 5.6.2 克尔效应

$$\Delta = 2\pi B \frac{E^2 d}{\lambda} \quad (5.14)$$

其中比例系数  $B$  称为该物质的克尔常数。

### 5.6.3 旋光

振动面旋转角度  $\psi$  与石英厚度  $d$  成正比，比例系数  $\alpha$  为石英的旋光率，即

$$\psi = \alpha d \quad (5.15)$$

石英晶体有左旋和右旋两种，菲涅耳的解释为

$$\psi = \frac{\pi}{\lambda} (n_R - n_L) d \quad (5.16)$$

当  $n_R > n_L$  时， $\psi > 0$ ，晶体是左旋的；当  $n_R < n_L$  时， $\psi < 0$ ，晶体是右旋的。

量糖术： $\psi = [\alpha] N l$ ，其中比例系数  $[\alpha]$  叫做比旋光率，通常单位为“度/ $dm \cdot (g/cm^3)$ ”； $l$  为管长，单位为  $dm$ （分米）； $N$  为溶液的浓度，单位为“ $g/cm^3$ ”。

磁致旋光： $\psi = V l B$ ，其中  $V$  为维尔德常数， $l$  为样品长度， $B$  为磁感应强度。