

杨氏模量 实验报告

姓名：涂娴 学号：PB22020603 班级：22级物理学院4班 日期：2023年5月11日

实验背景

杨氏弹性模量（简称杨氏模量）是表征刚性材料在弹性限度内材料抗压或拉伸性能的物理量，它仅取决于材料本身的物理性质，与样品的尺寸大小、外形和外加力的大小无关。杨氏模量的大小标志了材料的刚性程度，杨氏模量越大，则越不容易发生形变，它是工程技术中常用的重要力学参数

1.实验目的

在材料弹性限度内，应力 F/S (即法向力与力所作用的面积之比) 和应变 $\Delta L/L$ (即长度的变化与原来的长度)之比是一个常数，即

$$E = (F/S)/(\Delta L/L) = FL/S\Delta L$$

式中 E 称为材料的杨氏模量，本实验研究如何用拉伸法测量钢丝的杨氏模量。

2.实验仪器

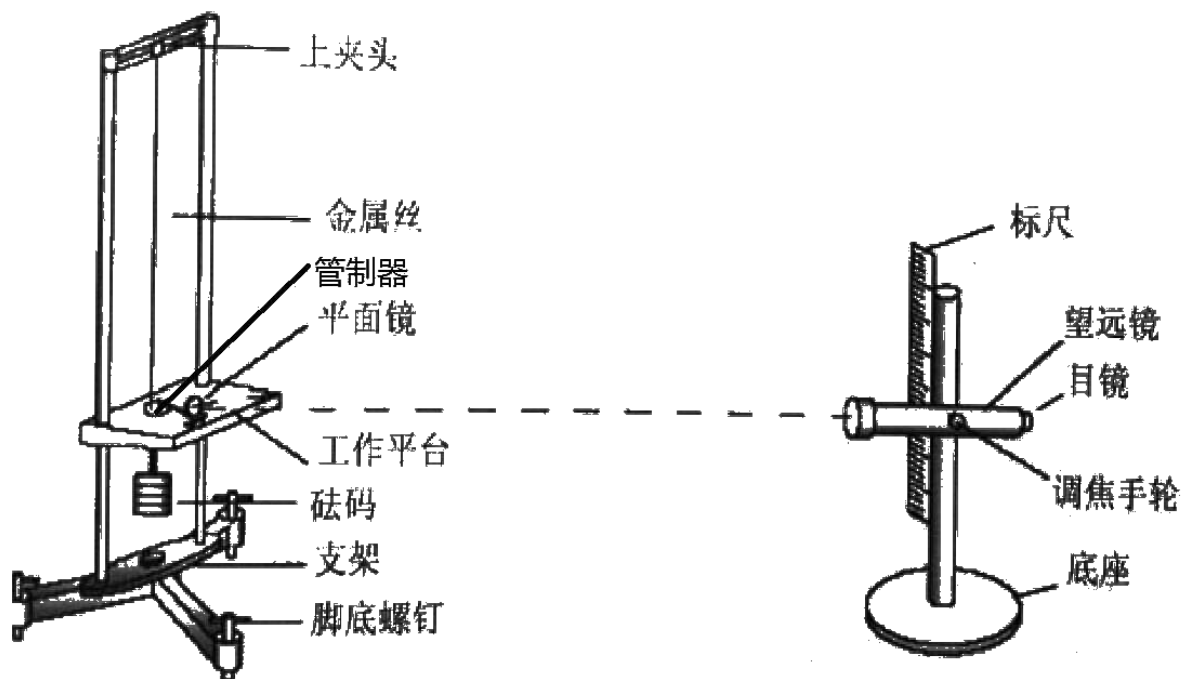


图 1 杨氏模量测量仪实验装置

待测金属丝长约 1m，其上端夹紧悬挂于支架顶部，穿过中空的圆柱形管制器后，下端被管制器底部夹紧，支架中部有一平台，平台中一圆孔，管制器能在孔中上下自由移动，砝码加在管制器下的砝码托上，金属丝因受到拉力而伸长。

砝码加在砝码托上，拉伸钢丝，钢丝伸长后带动管束器下降，光杆杠后足随之下降。可从望远镜中观察标尺读数的变化。

3.实验原理

一.光学放大法

本实验采用光杠杆放大法测量 ΔL 。

光杠杆：1.平面镜；2.杠杆支脚；3.刀口

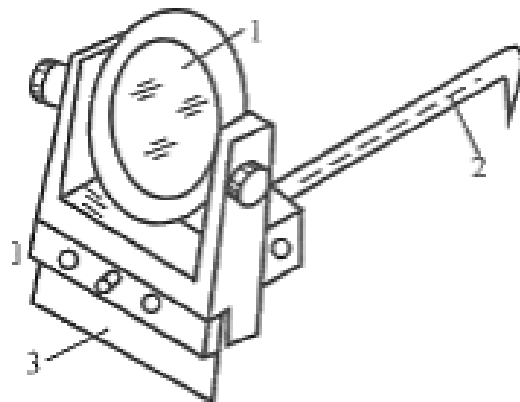


图2 光杠杆结构图

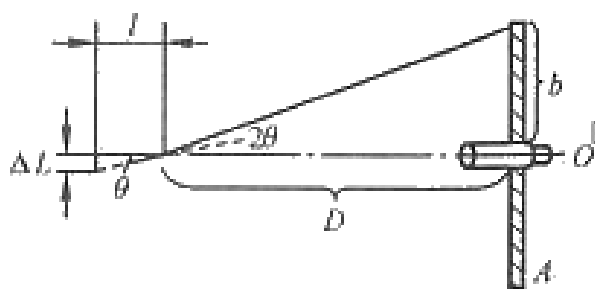


图3 光杠杆原理图

光杠杆原理：

当金属丝受到向下拉力 F 作用时，杠杆支脚将随被测物下降微小距离 ΔL ，平面镜镜面的法线将转过一个 θ 角，此时从望远镜中看到的标尺刻度是标尺经过平面镜反射所成的像，从尺子发出的入射线和反射线的夹角为 2θ ，如图3-2所示，当 θ 很小时：

$$\theta \approx \tan\theta = \frac{\Delta L}{l} \quad (l \text{ 是光杠杆的臂长})$$

由图2

$$\tan 2\theta \approx 2\theta = \frac{b}{D} \quad (D \text{ 为镜面到标尺的距离, } b \text{ 为标尺读数的改变})$$

由上面两式

$$\Delta L = \frac{bl}{2D}$$

结合杨氏模量公式

$$E = \frac{2DLF}{S\Delta b}$$

式中 $2D/L$ 叫做光杠杆的放大倍数。测出 D 、 L 、和金属丝直径 d 及一系列的 F (每个砝码质量为 500g, 重力约 4.9N) 与 b 之后, 即可计算出金属丝的杨氏模量 E 。

4.实验步骤与注意事项

实验步骤

调节仪器

(1) 调节平台

调节支架底部螺丝, 确保平台的水平; 调节平台的上下位置, 使管制器顶部与平台的上表面共面。

(2) 调节光杠杆和镜尺组

调节望远镜、直尺和光杠杆三者之间的相对位置, 调节望远镜目镜及物镜焦距, 使标尺像清晰。

平面镜, 望远镜, 零刻线应尽量保持同一平面。

若镜面反射图像并非所需区域, 应从光线反射角度考虑对于望远镜的移动。

若镜面无像, 可以适度调节镜面角度, 使光线反射至望远镜。

测量

(1) 记录望远镜中标尺的初始读数 b_0 作为钢丝的起始长度。

(2) 在砝码托上逐次加相同质量的 7 个砝码, 记录每增加一个砝码时望远镜中标尺上的读数, 然后再将砝码逐次减去, 记下对应的读数, 取相同砝码的两组数据的平均值。

(3) 选用合适的仪器测量金属丝的长度 L , 平面镜与标尺之间的距离 D , 光杠杆的臂长, 金属丝直径 d 。(除金属丝直径需选取不同区域测量 6 次, 其余测量 3 次。

注意事项

1. 管束器侧面的螺母, 不应过松或过紧, 若过松, 会导致管束器不稳定, 发生大幅度转动; 若过紧, 会导致管束器难以拉长, 影响测量。

2. 加入或移出砝码后, 需等待一段时间 (约 30 秒) 后再测量, 因金属丝拉长缩短需要时间。

3. 游标卡尺存在零点误差, 需记录并引入计算。

4. 调节焦距时, 因镜中图像与镜外图像所需焦距差别较大, 需要依情况调节焦距。

5. 测量金属丝长度, 应测量上约束处到管束器下平面的长度。

5.思考题:

1、利用光杠杆把测微小长度 ΔL 变成测 b , 光杠杆的放大率为 $2D/L$, 根据此式能否以增加 D 减小 L 来提高放大率, 这样做有无好处? 有无限度? 应怎样考虑这个问题?

应辩证看待此问题。以增加 D 减小 L 来提高放大率, 这样做有一定好处, 但此方法有限度。

好处: (1) 适度提高放大率, 望远镜中的标尺像更大, 使得估读更准确, 误差减小。

(2) 增加 D , 使得光线传播距离变长, 标尺读数增加, 数据大小增加可使得相对误差减小。

超过限度会出现以下问题：

- (1) .若过度减小*l*以增加放大率，因为*l*对应的 ΔL 本就为微小量，减小*l*会使得微小量 ΔL 同时成倍缩小，反而不利于测量精度提高。
- (2) .过度增加*D*以增加放大率，使得光传播距离增加，会导致望远镜镜口相对于镜面的立体角减小，接收光线减少，加上空气中光线的散射等现象，可能会导致图像较暗，读数困难，甚至难以寻找标尺位置。
- (3) .仪器本身存在不稳定的晃动等现象，过度增大放大率可能导致晃动问题被放大，无法确定标尺准确读数，增大误差。

2、实验中，各个长度量用不同的仪器来测量是怎样考虑的，为什么？

实验所用的测量仪器的测量误差需不大于实验对测量不确定度的要求，在满足此条件的基础上，选用操作最为方便的实验仪器。

钢卷尺的B类不确定度约2mm，与金属丝长度，光杠杆至标尺距离，光杠杆臂长三个测量量相比，相对误差数量级仅为 10^{-3} ,满足对于测量不确定度的要求。若使用游标卡尺等高精度测量仪器，不仅操作复杂而且量程不够，故选取卷尺为好。

钢丝直径仅有约0.3mm，游标卡尺B类不确定度约0.004mm，满足测量不确定度要求，可以较精准地测量微小量。

5.数据记录

拉伸法测量钢丝的杨氏模量

数据类型/实验组数	零	一	二	三	四	五	六	七
标尺读数（加砝码）/cm	0.65	2.22	3.79	5.39	6.91	8.58	10.08	11.60
标尺读数（减砝码）/cm	1.02	2.62	4.29	5.92	7.41	8.98	10.62	11.60
标尺读数平均值 <i>b</i> /cm	0.84	2.42	4.04	5.65	7.16	8.78	10.35	11.60

表1：标尺读数 原始数据表

螺旋测微器测金属丝直径*d*

零点修正：0.021mm

数据类型/测量次数	一	二	三	四	五	六	平均值
金属丝直径 <i>d</i> /mm	0.312	0.317	0.315	0.315	0.312	0.316	0.315

表2：金属丝直径 原始数据表

卷尺测金属丝长度，光杠杆至标尺距离，光杠杆臂长

数据类型	一	二	三	平均值
金属丝长度 <i>L</i> /cm	104.45	104.68	104.70	104.61
光杠杆至标尺距离 <i>D</i> /cm	136.98	137.10	137.15	137.08

数据类型	一	二	三	平均值
光杠杆臂长l/cm	6.95	6.90	7.00	6.95

表3：金属丝长度，光杠杆至标尺距离，光杠杆臂长 原始数据表

分析与讨论

1.数据处理与误差分析

拉伸法测量钢丝的杨氏模量

利用式

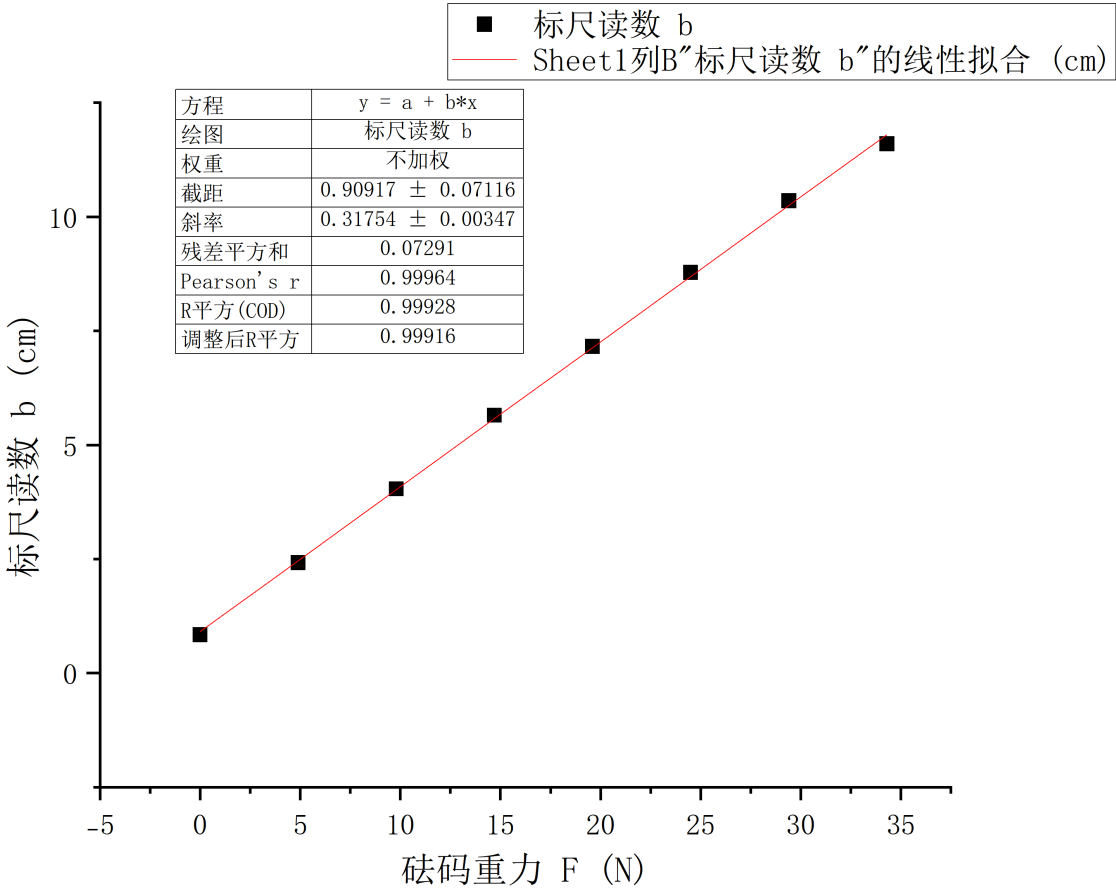
$$b_i = 2DLF_i / SlE = MF_i$$

，先用最小二乘法获得M，继而利用式

$$E = 2DL / SlM$$

求得E

用作图法和最小二乘法获得M



最小二乘法线性拟合

设函数关系 L=kn+b

$$\text{斜率 } k = \frac{\overline{nL} - \bar{n} \times \bar{L}}{\overline{n^2} - \bar{n}^2} = 0.31754 \text{ cm/N}$$

$$\text{截距 } b = \bar{L} - k\bar{n} = 0.90917 \text{ cm}$$

相关系数

$$r = \frac{\overline{nL} - \bar{n} \cdot \bar{L}}{\sqrt{(\overline{n^2} - \bar{n}^2)(\overline{L^2} - \bar{L}^2)}} = 0.9996$$

斜率标准差

$$s_k = k \sqrt{\left(\frac{1}{r^2} - 1\right) / (n - 2)} = 0.00347 \text{ cm/N}$$

斜率的扩展不确定度(P=0.95)

$$u_k = t_P s_m = 0.00756 \text{ cm/N}$$

截距标准差

$$s_b = \sqrt{\overline{x^2}} \cdot s_m = 0.0712 \text{ cm}$$

截距的扩展不确定度(P=0.95)

$$u_b = t_P s_b = 0.155 \text{ cm}$$

综上, $M = (0.0031754 \pm 0.0000756) \text{ m/N}$

金属丝长度, 光杠杆至标尺距离, 光杠杆臂长不确定度

金属丝长度

$$\text{平均值: } \bar{f} = \frac{104.45 + 104.68 + 104.70}{3} = 104.61 \text{ cm} \quad (\text{中间结果多保留一位})$$

$$\text{标准差: } \sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} = 0.14 \text{ cm}$$

$$\text{A类不确定度: } u_A = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{0.14}{\sqrt{3}} = 0.081 \text{ cm} \quad (P=95\%)$$

t分布下的A类标准不确定度: (为获得与无穷次测量相同的置信概率, 扩大置信区间。) $u_A = t_P \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 4.3 \times \frac{0.14}{\sqrt{3}} = 0.35 \text{ cm} \quad (P=95\%)$ (不确定度保留两位有效数字)

B类标准不确定度: 钢卷尺: $\Delta_B = 0.2 \text{ cm}$

$$u_B = \frac{\Delta_B}{C} = \frac{0.2}{3} = 0.067 \text{ cm}$$

$$\text{合成标准不确定度: } U_p = \sqrt{(u_A)^2 + (u_B)^2} = 0.11 \text{ cm}$$

$$(\text{t因子对 } u_A \text{ 修正后}): U_p = \sqrt{(u_t)^2 + (u_B)^2} = 0.37 \text{ cm}$$

$$P=0.950, k_P = 1.96$$

$$\text{展伸不确定度: } U_p = \sqrt{(t_{0.95} u_A)^2 + \left(\frac{k_{0.95} \Delta_B}{C}\right)^2} = 0.37 \text{ cm}$$

综上, 金属丝长度为 $L = (1.0461 \pm 0.0037) \text{ m} \quad (P=0.950)$

光杠杆至标尺距离

平均值: $\bar{f} = \frac{136.98+137.10+137.15}{3} = 137.08cm$ (中间结果多保留一位)

标准差: $\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} = 0.087cm$

A类不确定度: $u_A = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{0.087}{\sqrt{3}} = 0.050cm$ (P=95%)

t分布下的A类标准不确定度: (为获得与无穷次测量相同的置信概率, 扩大置信区间。)

$u_t = t_p \times u_A = t_p \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 4.3 \times \frac{0.087}{\sqrt{3}} = 0.22cm$ (P=95%) (不确定度保留两位有效数字)

B类标准不确定度: 钢卷尺: $\Delta_B = 0.2cm$

$u_B = \frac{\Delta_B}{C} = \frac{0.2}{3} = 0.067cm$

合成标准不确定度: $U_p = \sqrt{(u_A)^2 + (u_B)^2} = 0.084cm$

((t因子对 u_A 修正后) : $U_p = \sqrt{(u_t)^2 + (u_B)^2} = 0.23cm$)

$P=0.950, k_p = 1.96$

展伸不确定度: $U_p = \sqrt{(t_{0.95} u_A)^2 + (\frac{k_{0.95} \Delta_B}{C})^2} = 0.26cm$

综上, 光杠杆至标尺距离为 $D = (1.3708 \pm 0.0026)m$ (P=0.950)

光杠杆臂长

平均值: $\bar{f} = \frac{6.95+6.90+7.00}{3} = 6.95cm$ (中间结果多保留一位)

标准差: $\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} = 0.050cm$

A类不确定度: $u_A = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{0.050}{\sqrt{3}} = 0.029cm$ (P=95%)

t分布下的A类标准不确定度: (为获得与无穷次测量相同的置信概率, 扩大置信区间。)

$u_t = t_p \times u_A = t_p \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 4.3 \times \frac{0.050}{\sqrt{3}} = 0.12cm$ (P=95%) (不确定度保留两位有效数字)

B类标准不确定度: 钢卷尺: $\Delta_B = 0.2cm$

$u_B = \frac{\Delta_B}{C} = \frac{0.2}{3} = 0.067cm$

合成标准不确定度: $U_p = \sqrt{(u_A)^2 + (u_B)^2} = 0.073cm$

((t因子对 u_A 修正后) : $U_p = \sqrt{(u_t)^2 + (u_B)^2} = 0.14cm$)

$P=0.950, k_p = 1.96$

展伸不确定度: $U_p = \sqrt{(t_{0.95} u_A)^2 + (\frac{k_{0.95} \Delta_B}{C})^2} = 0.18cm$

综上, 光杠杆臂长为 $l = (0.0695 \pm 0.0018)m$ (P=0.950)

金属丝直径不确定度

平均值: $\bar{f} = \frac{0.312+0.317+0.315+0.315+0.312+0.316}{6} = 0.315mm$ (中间结果多保留一位)

标准差: $\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} = 0.0021mm$

A类不确定度: $u_A = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{0.0021}{\sqrt{6}} = 0.00086mm$ (P=95%)

t分布下的A类标准不确定度: (为获得与无穷次测量相同的置信概率, 扩大置信区间。)

$u_t = t_p \times u_A = t_p \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 2.57 \times \frac{0.0026}{\sqrt{6}} = 0.0022mm$ (P=95%) (不确定度保留两位有效数字)

B类标准不确定度：游标卡尺： $\Delta_B = 0.004mm$

$$u_B = \frac{\Delta_B}{C} = \frac{0.004}{3} = 0.0013mm$$

合成标准不确定度： $U_p = \sqrt{(u_A)^2 + (u_B)^2} = 0.0025mm$

(t因子对 u_A 修正后)： $U_p = \sqrt{(u_t)^2 + (u_B)^2} = 0.0026mm$

$$P=0.950, k_p = 1.96$$

展伸不确定度： $U_p = \sqrt{(t_{0.95}u_A)^2 + (\frac{k_{0.95}\Delta_B}{C})^2} = 0.0033mm$

因游标卡尺的零点修正为0.021mm，即0.000021m

综上，金属丝直径为 $d=(0.000294 \pm 0.0000033)m$ ($P=0.950$)

杨氏模量

$$E = \frac{8DL}{\pi d^2 l M} = 1.91 \times 10^{11} \text{ N/cm}^2$$

杨氏模量E的展伸不确定度

$$\begin{aligned} U_{E,P} &= \sqrt{\left(\frac{\partial E}{\partial D} U_D\right)^2 + \left(\frac{\partial E}{\partial L} U_L\right)^2 + \left(\frac{\partial E}{\partial d} U_d\right)^2 + \left(\frac{\partial E}{\partial l} U_l\right)^2 + \left(\frac{\partial E}{\partial m} U_m\right)^2} \\ &= \sqrt{\left(\frac{8L}{\pi d^2 l M} U_D\right)^2 + \left(\frac{8D}{\pi d^2 l M} U_L\right)^2 + \left(-\frac{16DL}{\pi d^3 l M} U_d\right)^2 + \left(-\frac{8DL}{\pi d^2 l^2 M} U_l\right)^2 + \left(-\frac{8DL}{\pi d^2 l M^2} U_M\right)^2} \\ &= 8.01 \times 10^9 \text{ N/m}^2, P = 0.95 \end{aligned}$$

杨氏模量结果

$$E = (1.91 \times 10^{11} \pm 8.01 \times 10^9) \text{ N/m}^2$$