

单摆测量重力加速度 实验报告

姓名：涂娴 学号：PB22020603 班级：22级物理学院4班 日期：2023年3月30日

1.实验目的

利用单摆周期与摆长的平方根成正比的等时性原理，即单摆的周期公式

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

测定合肥当地的重力加速度 g ，要求误差不超过 1%。

其中" T "为单摆的周期，" l "是单摆的摆长。

2.实验原理

实际条件下单摆的周期公式为：

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}\left[1 + \frac{d^2}{20l^2} - \frac{m_0}{12m}\left(1 + \frac{d}{2l} + \frac{m_0}{m}\right) + \frac{\rho_0}{2\rho} + \frac{\theta^2}{16}\right]}$$

式中 T 、 l 、 m_0 、 d 、 m 、 ρ 、 ρ_0 、 θ 分别对应单摆的周期、单摆摆线的长度和质量、摆球的直径、质量和密度、空气密度和单摆摆角。

一般情况下，摆球的质量和几何形状、空气阻力与浮力、摆角（当摆角 $\theta < 5^\circ$ 时），对摆动周期 T 的修正都小于0.1%。

本实验的精度要求是 $\Delta g/g < 1\%$ ，故修正项可以忽略不计。

在一级近似下，单摆周期公式为：

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$$

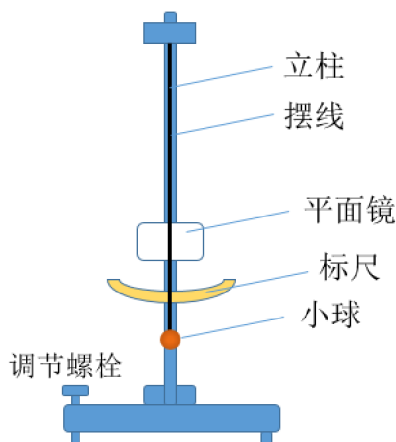
变换可得：

$$g = 4\pi^2 \frac{l}{T^2}$$

即可通过周期 T 、摆长 l 求出重力加速度 g 。

3.实验仪器

钢卷尺、游标卡尺、千分尺、电子秒表、单摆（长度可调）



4.实验设计

(1) 利用不确定度均分原理设计的过程 (精度要求: $\Delta g/g < 1\%$)

$$\frac{\Delta g}{g} = \frac{\Delta l}{l} + 2 \frac{\Delta T}{T}$$

要使 $\frac{\Delta g}{g} < 1\%$, 需 $\frac{\Delta l}{l} < 0.5\%$ 且 $2 \frac{\Delta T}{T} < 0.5\%$ 。

(2) 摆长至少需要多长? 增加摆长是否可以提高测量精度?

由于 $\frac{\Delta l}{l} < 0.5\%$, $\Delta l = 0.2\text{cm}$, 故 $l > 40\text{cm}$, 可取合理摆长为 60cm 。

适当增加摆长好处: 可使小球在相同的 θ 条件下获得更大的摆动线速度, 有利于实验的观察; 使小球对摆线的相对线度减小, 有利于将小球视为质点。

过度增加摆长后果: 导致摆线的弹力, 空气阻力对实验的影响增大, 造成误差; 导致周期过长, 实验时间较长。

(3) 摆长用什么仪器测量? 需要用游标卡尺测量摆球直径吗?

由于 $\frac{\Delta l}{l} < 0.5\%$, 且选择摆长约为: 摆线长度+摆球半径 $= 60\text{cm} + 1\text{cm} = 61\text{cm}$ 。

此时 $\Delta l < 0.155\text{cm}$, 而钢卷尺最大B类不确定度为 0.2cm , 大于 0.155cm , 故用钢卷尺测量摆长。

摆球同样需满足 $\frac{\Delta r}{r} < 0.5\%$, 此时需 $\Delta r < 0.005\text{cm}$, 但摆球相对摆线长度不大, 需要的精度不高, 故可用钢卷尺测量, 若需更高的精度, 可用游标卡尺 (不确定度约 0.002cm)。

(4) 至少需要测多少个周期?

由于 $2 \frac{\Delta T}{T} < 0.5\%$, $\Delta T = \Delta T_{\text{秒}} + \Delta T_{\text{人}} = 0.2\text{s} + 0.01\text{s} = 0.21\text{s}$

故 $T > 84\text{s}$ 即可。又由前估算数据, T_0 约为 $2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} = 1.55\text{s}$, $\frac{T}{T_0} \approx 54$, 故至少需要 55 个周期。

5.实验步骤

1. 按照实验要求组装实验仪器, 利用调节螺栓将摆调整至竖直位置, 判据: 摆线与立柱平行。将电子秒表示数归零。
2. 利用钢卷尺测量摆球的直径 d , 摆线的长度 $l_{\text{绳}}$, 并计算摆长 l 。注意钢卷尺的估读。
3. 将摆球小幅度拉离平衡位置, 无初速度地释放, 使其在小角度 (小于 5°) 平面内摆动。

4. 用电子秒表测量单摆 55 次周期性振动所需要的时间。注意，待摆线第一次正好经过镜面基准线，开始计时，此时周期数为零。
5. 重复上述实验操作 3 次，记录有关数据。
6. 整理仪器，调整支架平衡、标尺及平面镜位置。
7. 数据处理和误差分析。

6.思考题： 分析实验测量误差的主要来源，提出可能的改进方案。

实验误差的主要来源为摆绳的弹力，空气的阻力。

解决方法：控制摆绳长度从而降低离心加速度，减小弹力对于摆长及周期的影响；适当提高小球密度，减小绳的粗度，从而降低空气阻力对于实验的影响。

7.数据记录（原始数据）

数据类型/实验次数	第一次	第二次	第三次
摆线长度 l/cm	61.05cm	61.08cm	61.15cm
摆动总时间（55周期） t/ms (s)	$8.628 \times 10^4 ms$ (86,28s)	$8.632 \times 10^4 ms$ (86.32s)	$8.628 \times 10^4 ms$ (86.28s)

表1：摆线长度（钢卷尺），振动总时间（秒表）原始数据表

分析与讨论

1.数据处理与误差分析

摆线长度

平均值: $\overline{l_{\text{绳}}} = \frac{61.05+61.08+61.15}{3} = 61.093cm$ （中间结果多保留一位）

标准差: $\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} = 0.051cm$

A类不确定度（t分布有限次测量下）： $u_t = t_p \times u_A = t_p \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 4.3 \times \frac{0.051}{\sqrt{3}} = 0.12cm$ （P=95%）

B类标准不确定度：钢卷尺： $\Delta_B = 0.2cm$

$u_B = \frac{\Delta_B}{C} = \frac{0.2}{3} = 0.067cm$

合成标准不确定度（t因子修正后）： $U_p = \sqrt{(u_t)^2 + (u_B)^2} = 0.14cm$

$P=0.950, k_p = 1.96$

展伸不确定度： $U_p = \sqrt{(t_{0.95} u_A)^2 + (\frac{k_{0.95} \Delta_B}{C})^2} = 0.13cm$

综上，三次等精度测量测得的摆长为 $l=(61.09 \pm 0.13)cm$ （P=0.950）

摆动总时间

$$\text{平均值: } \overline{l_{\text{绳}}} = \frac{86.28+86.32+86.28}{3} = 86.293s \quad (\text{中间结果多保留一位})$$

$$\text{标准差: } \sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} = 0.023s$$

$$\text{A类不确定度(t分布有限次测量下): } u_t = t_p \times u_A = t_p \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 4.3 \times \frac{0.023}{\sqrt{3}} = 0.057s \quad (P=95\%)$$

$$\text{B类标准不确定度: 秒表: } \Delta_B \approx \Delta_{\text{人}} = 0.2s \quad (\text{因 } \Delta_{\text{人}} \gg \Delta_{\text{仪}})$$

$$u_B = \frac{\Delta_B}{C} = \frac{0.2}{3} = 0.067$$

$$\text{合成标准不确定度: } U_p = \sqrt{(u_t)^2 + (u_B)^2} = 0.018s$$

$$P=0.950, k_p = 1.96$$

$$\text{展伸不确定度: } U_p = \sqrt{(t_{0.95} u_A)^2 + (\frac{k_{0.95} \Delta_B}{C})^2} = 0.031s$$

$$\text{综上, 三次等精度测量测得的摆动总时间为 } t = (86.290 \pm 0.031)s \quad (P=0.950)$$

重力加速度

故本实验测得的重力加速度为:

$$g = 4\pi^2 \frac{l}{T^2} = \frac{4 \times \pi^2 \times 61.09}{(86.290/55)^2} = 9.798$$

g的展伸不确定度为:

$$\frac{u_g}{\bar{g}} = \sqrt{1^2 \left(\frac{u_l}{\bar{l}}\right)^2 + 2^2 \left(\frac{u_T (= u_t/55)}{\bar{T}(= \bar{t}/55)}\right)^2} = 2.24 \times 10^{-3} (P = 0.950)$$

故

$$u_g = 2.24 \times 10^{-3} \times 9.798 = 0.022m/s^2$$

$$\text{故实验测得的重力加速度为: } g = (9.798 \pm 0.022) m/s^2 (P=0.950)$$

2.分析实验过程与误差来源

可能的误差来源:

- 1.无法保证在摆线经过镜面基准线时开始或停止计时。
- 2.摆球可能会做圆锥摆运动
- 4.摆动时间较长, 空气阻力做负功

为减小误差:

- 1.为减小计时实验误差, 不在最高点释放时直接开始计时, 而在摆球稳定后, 达到最低点时开始计时。这样可以避免因难以判断摆球摆至最高点而产生的的测量误差, 提高实验精度。
- 2.为减小空气阻力做功, 使摆球摆动角度尽量小, 以此减小空气阻力做功位移量。

3.结论

本实验利用单摆法测得合肥中科大东区重力加速度为

$$g = (9.798 \pm 0.022) \text{ m/s}^2 (P = 0.950)$$

覆盖标准值9.7947，且达到不确定度小于1%的目标，实验成功。

自由落体测量重力加速度 实验报告

1.实验目的

利用自由落体法测量重力加速度

2.实验原理

根据牛顿运动定律，自由落体的运动方程为：

$$h = \frac{1}{2}gt^2$$

固定 v_0 ,改变 h ，测量多组 t ，则有：

$$h_i = v_0 t_i + \frac{1}{2}gt_i^2$$

两端同除 t_i ,

$$\overline{v_i} = \frac{h_i}{t_i} = v_0 + \frac{1}{2}gt_i$$

测出系列 h_i 、 t_i ，利用线性拟合即可求出当地的重力加速度 g 。

其中 h 是下落距离， t 是下落时间。

3.实验装置

立柱，电磁铁，小球，光电门1，2，纸杯，底座。

4.实验步骤

- 1.以铅垂为基准，旋转调节螺栓，使铅垂线经过光电门挡光孔连线
- 2.将小球吸附在磁铁上，待其稳定后释放，记录数据
- 3.以5cm为步长调整 h ，测出6组数据
- 4.整理仪器，进行数据分析

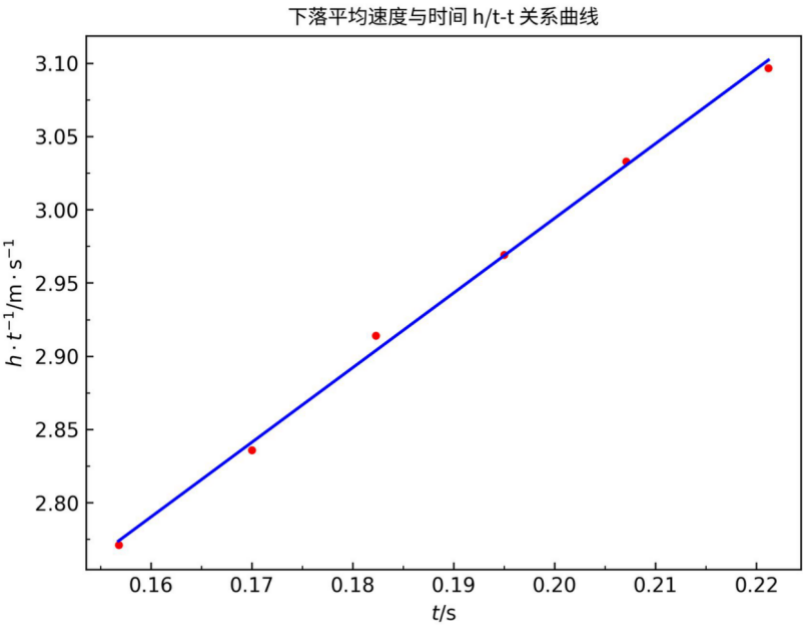
5.数据记录（原始数据）

数据类型/实验次数	第一次	第二次	第三次	第四次	第五次	第六次
光电门距离/cm	43.45	48.21	53.12	57.90	62.81	68.50
光电门1 T1/ms	205.2	202.5	205.2	205.4	205.5	205.4
光电门1 T2/ms	362.0	372.5	387.5	400.4	412.6	426.6
ΔT /ms	156.8	170.0	182.3	195.0	207.1	221.2

表2：下落时间（光电门），下落高度（钢卷尺）原始数据表

6.数据处理与误差分析

线性拟合结果



斜率

$$m = 5.0975 \text{ m/s}^2$$

截距

$$b = 1.9745 \text{ m/s}$$

线性拟合的相关系数

$$r = \frac{\overline{tv} - \bar{t} \cdot \bar{v}}{\sqrt{\left(\overline{t^2} - \bar{t}^2\right) \left(\overline{v^2} - \bar{v}^2\right)}} = 0.99883519$$

斜率标准差

$$s_m = |m| \cdot \sqrt{\left(\frac{1}{r^2} - 1\right)/(n-2)} = 0.12313 \text{ m/s}^2$$

截距标准差

$$s_b = s_m \cdot \sqrt{t^2} = 0.023392 \text{ m/s}$$

斜率 m 和截距 b 的扩展不确定度

$$u_m = t_p s_m = 2.45 \times 0.12313 = 0.30$$

$$u_b = t_p s_b = 2.45 \times 0.023392 = 0.057$$

重力加速度

$$g = 2m = 2 \times 5.0975 \text{ m/s}^2 = 10.195 \text{ m/s}^2$$

误差分析

思考题

1.在实际工作中，为什么利用 $h = \frac{1}{2}gt^2$ 式很难精确测量重力加速度 g ？

小球以初速度为零释放的准确时间，以及约束物体在释放时对小球的影响（例如摩擦力，剩磁作用等）无法准确把握，故从初速度为零释放很难测得准确重力加速度

2.为了提高测量精度，光电门 1 和光电门 2 的位置应如何选取？

距离应适当。

若过近，时间测量的不确定度相比总时间占比较大，导致最终 g 的不确定度较大；

若过远，将导致空气阻力做功位移增大，导致 g 偏小。

3.利用本实验装置，你还能提出其他测量重力加速度 g 的实验方案吗？

若光电门可进行高精度多次测量，可利用立柱与光电门，进行较为精确的单摆实验。使摆线与光电门挡光孔连线垂直，利用光电门记录摆线经过竖直位置的时间。

个性化误差分析

关于第三次实验与线性拟合直线偏离度较大的分析。

第三次实验数据导致总体重力加速度偏高。

首先，第三次实验测得的 T_1 较其他数据偏小，原因可能为：

1.使用了圆柱体进行下落实验，空气阻力与刚体横截面积成正比，而圆柱体总质量与横截面积比值相比球体更大，可能获得更大的加速度。

2.下落物体在之前的实验中沾上了沙粒，导致与电磁铁吸附作用减弱，剩磁作用减弱，导致物体下落较快。

3.光电门系统误差

其次，该次实验测得的重力加速度较大。原因可能为：

1.立柱调节与竖直方向偏差较大，导致物体实际下落位移小于测量值

2.光电门系统误差

7.数据记录

数据类型/实验次数	第一次	第二次	第三次	第四次	第五次
摆线长度 l/cm	61.05	61.08	61.15		
摆球直径 d/mm					
振动总时间 t/ms	8.628×10^4	8.632×10^4	8.628×10^4		
	(1'26"28)	(1'26"32)	(1'26"28)		

$G_1 \text{ ms}$	205.2	202.5	205.2	205.4	205.5	205.4
$G_2 \text{ ms}$	362.0	372.5	387.5	400.4	412.6	426.6
$G_2 - G_1 \text{ ms}$	156.8	170.0	182.3	195.0	207.1	221.2
$\Delta l \text{ cm}$	43.45	48.21	53.12	57.90	62.81	68.50

于泽华

3.30