

Tarea n°1

Integrante: Dante B. Cárcamo Ardiles
Profesor: Valentino González C.
Auxiliares: José Vines
Jou-Hui Ho

Fecha de realización: 29 de septiembre de 2018
Fecha de entrega: 29 de septiembre de 2018
Santiago, Chile

Índice de Contenidos

1. Pregunta 1	1
1.1. introducción	1
1.2. Procedimiento	1
1.3. Resultados	2
1.4. Conclusiones	2
2. Pregunta 2	3
2.1. Introducción	3
2.2. Metodología	3
2.3. Resultados	3
2.4. Conclusiones	5

Lista de Figuras

1.	2
2. Espectro medido por el FIRAS	4
3. Espectro medido por el FIRAS y las curvas entregadas para las distintas temperaturas	4

1. Pregunta 1

1.1. introducción

Se busca comparar y analizar dos métodos de estimación para la derivada de una función, en este caso $f(x) = -\cos(x)$ para $x = 1.705$ (últimos tres dígitos corresponden a los últimos tres dígitos del rut sin dígito verificador) en radianes, el primer método es el más simple con un error de orden $O(h)$:

$$f'(x) = \frac{f(x+h) - f(x)}{h} \quad (1)$$

El segundo método produce errores del orden $O(h^4)$:

$$f'(x) = \frac{-f(x+2h) + 8f(x+h) - 8f(x-h) + f(x-2h)}{12h} \quad (2)$$

En primera instancia se pide encontrar un rango apropiado de valores h a explorar para comparar la estimación numérica con el valor entregado por la función `math.sin(1,705)`, con números de tipo `float32`, finalmente se prueba con `float64` y se comparan los resultados.

Para hacer correr el programa, se debe iniciar el archivo `partel.py` en un comando, luego automáticamente muestra los gráficos correspondientes a medida de que se cierra una ventana (no se muestran simultáneamente).

1.2. Procedimiento

Para realizar lo pedido se crearon tres arreglos con `numpy`, uno contiene los valores de Δt o h mientras que los otros dos guardarán los valores entregados por cada método, cada uno se le definió `dtype="float32"` para así obtener todos los datos en este formato.

Para crear el arreglo de deltas se hace uso de la función `logspace` de `numpy` con inicio `-1` y final `-15` (sacados del ejemplo del profesor) con un paso `n` que es el tamaño de los arreglos, luego con un `while` se llenaron las listas `m_simple` (método más simple) y `m_h4` (método dado en el enunciado) con los respectivos valores obtenidos para cada valor de delta. Como se quiere observar la distancia respecto al valor dado por `math.sin(1.705)`, a cada lista se le resta este valor.

Para observar estos datos se procedió a plotear los elementos con la librería `pyplot`, plotando el valor absoluto de cada lista para obtener las distancias y usando los valores de delta para el eje `x`. El procedimiento anterior es análogo para el caso con `float64`, única diferencia es el uso de este tipo de dato. Se utilizaron escalas logarítmicas para facilidad de análisis.

finalmente se plotea la diferencia entre los datos obtenidos con `float32` y `float64`.

1.3. Resultados

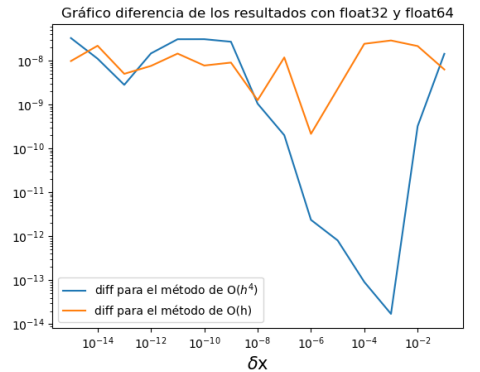
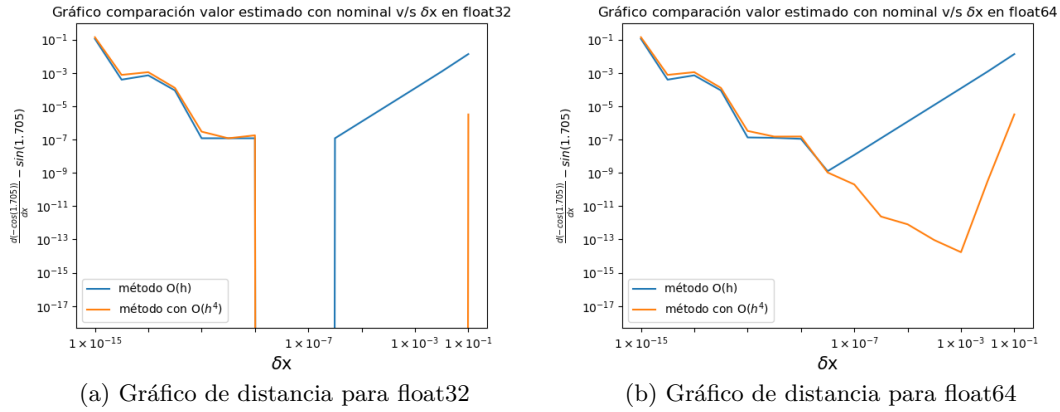


Figura 1:

1.4. Conclusiones

Para ambos casos se puede notar que la precisión es alta, la diferencia con respecto al valor de $\sin(x)$ es cercana a cero. Se observa que la disminución del error no disminuye monóticamente, que es lo esperado, esto es debido a que llegado un punto los valores de h y/o

Δx son tan cercanos a cero que la capacidad de cómputo del equipo no da para realizar los cálculos, esto es de gran importancia porque demuestra la confiabilidad de los cálculos realizados en computadora, algo que se debe tener presente para trabajos de cálculo. Cabe mencionar que la diferencia entre los distintos float es muy pequeña del orden entre $1e-8$ y $1e-15$, y que el float64 es más "estable".

2. Pregunta 2

2.1. Introducción

El objetivo principal de esta parte es encontrar la temperatura de radiación(K) de un cuerpo negro analizando numéricamente la función de Planck:

$$B_v(T) = \frac{2hv^3/c^2}{e^{(hv/k_BT)} - 1} \quad (3)$$

donde h es la constante de Planck, c es la velocidad de la luz en el vacío, k_B es la constante de Boltzmann, T es la temperatura del cuerpo negro y v es la frecuencia de la radiación.

Para los procedimientos pedidos se entregó un archivo txt con los datos obtenidos por el FIRAS.

2.2. Metodología

En primera instancia se creó un código que permitiera cargar el archivo tx para obtener las frecuencias, el espectro medido y sus errores respectivos, con estos datos se realizó un gráfico espectro en frecuencia v/s frecuencia.

Para resolver la integral de la función de Planck se hizo uso del método de Simpson 1/3 y con un cambio de variable $y = \arctan(x)$, dado que en los puntos extremos la integral no converge se tomaron puntos cercanos a estos para fines de cálculo. Se utilizó una tolerancia igual a $1e-9$.

Para calcular el área bajo la curva de los datos se usó el método del trapecio, una vez obtenido el resultado se reemplazaron los valores en la ecuación y se despejó la variable temperatura, una vez teniendo esto se realizó el cálculo en la computadora. Se realizó un gráfico tal como en la primera parte de la pregunta 2 pero ahora también mostrando las curvas obtenidas al usar un $T=2.725$ K y la que se obtiene al usar la temperatura obtenida anteriormente.

2.3. Resultados

Gráfico de la parte 1, la disminución de la curva al final resulta ser muy llamativa.

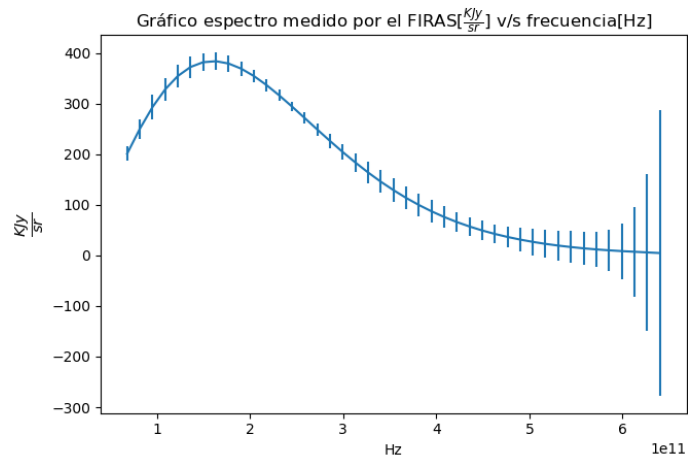


Figura 2: Expectro medido por el FIRAS

Para la parte dos se obtuvo un valor estimado de la integral $I=6.49393940333932$ con un $n=346$ y una tolerancia igual a $1e-9$.

Resultados para la parte 4:

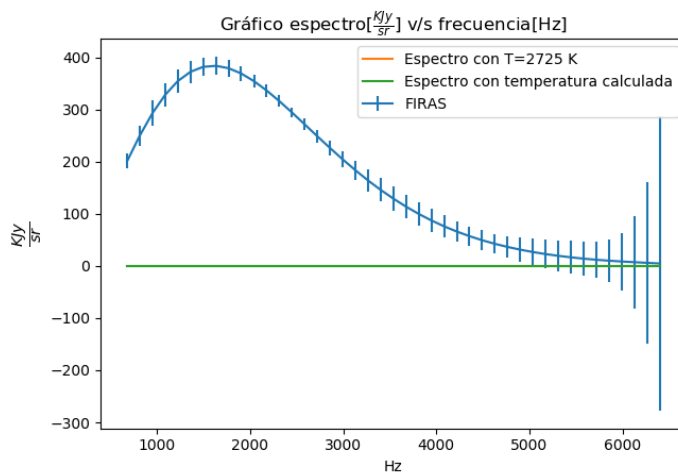


Figura 3: Expectro medido por el FIRAS y las curas entregadas para las distintas temperaturas

2.4. Conclusiones

Observando los resultados anteriores se puede concluir que el método realizado es bastante acertado y preciso, ya que el valor obtenido para la integral es muy cercano al valor que se obtiene si se realiza analíticamente, además la temperatura obtenida no se aleja mucho de los 2725 K, la diferencia es producida debido a la inexactitud de la computadora y que para el cálculo de la integral no se tomaron los bordes.

En el segundo gráfico no se obtuvo lo esperado debido a que la computadora mostraba como valor cero operaciones muy pequeñas, de ahí a que la línea se mantenga en cero, deben de existir errores en las unidades utilizadas.