

## Types de contraintes pouvant être utilisés pour plusieurs CSPs

Note : Il peut y avoir plusieurs manières de modéliser un CSP, et selon ces différentes modélisations possibles, les solutions données ne sont pas toujours les mêmes

### Coloration de graphe

#### 1ère manière possible de modéliser un problème de coloration de graphe

Soient  $S = \{1, \dots, n\}$  un ensemble d'entiers naturels représentant des sommets.

Soient  $X = \{X_i : i \text{ dans } S\}$  un ensemble d'entiers naturels entre 1 et n représentant des couleurs de sommets.

Soient  $Y = \{Y_{ij} : (i,j)\}$  un ensemble d'entiers binaires (0 ou 1). Pour tout  $i,j$  dans  $S$ , si les sommets  $i$  et  $j$  sont égaux ou s'il y a une arête entre les sommets  $i$  et  $j$ , alors  $Y_{ij} = 1$ .

#### *Contraintes d'égalité*

Pour tout  $i$  dans  $S$ ,  $Y_{ii} = 1$ .

Pour tout  $(i,j)$  dans  $S^2$ ,  $Y_{ij} = 1 \Leftrightarrow Y_{ji} = 1$ .

#### *Contrainte alldiff*

Pour tout  $(i,j)$  dans  $S^2$ ,  $(i \neq j \text{ et } Y_{ij} = 1) \Leftrightarrow X_i \neq X_j$

### n-reines

Note : Il y a forcément une reine par ligne, donc on va se concentrer sur les colonnes.

#### 1ère manière possible de modéliser un problème de n-reines

Soient  $R = \{1, \dots, n\}$  un ensemble d'entiers naturels représentant le nombre de reines (et aussi le nombre de lignes et de colonnes).

Soient  $X = \{X_{ij} : (i,j) \text{ dans } R^2\}$  un ensemble d'entiers binaires (0 ou 1) représentant la présence de la reine  $n^\circ i$  dans la colonne  $n^\circ j$  (et la ligne  $n^\circ i$ )

#### *Contrainte diff*

Pour tout  $(i,j,k)$  dans  $R^3$ ,  $(j \neq k \text{ et } X_{ij} = 1) \Leftrightarrow X_{ik} \neq 1$

#### 2ème manière possible de modéliser un problème n-reines

Soient  $R = \{1, \dots, n\}$  un ensemble d'entiers naturels représentant le nombre de reines (et aussi le nombre de lignes et de colonnes).

Soient  $X = \{X_i : i \text{ dans } R\}$  un ensemble d'entiers naturels représentant le numéro de colonnes de la reine  $i$  (qui se trouve à la ligne  $i$ )

#### *Contrainte alldiff*

Pour tout  $(i,j)$  dans  $R^2$ ,  $i \neq j \Leftrightarrow X_i \neq X_j$

### Sudoku

### 1ère manière possible de modéliser un sudoku

Soient  $S = \{1, \dots, 9\}$  un ensemble d'entiers.

Soient  $X = \{X_{ij} : (i,j) \text{ dans } S^2\}$  un ensemble d'entiers naturels entre 1 et 9 représentant le numéro de la case à la ligne  $i$  et la colonne  $j$ .

#### *Contraintes alldiff*

Pour tout  $(i,j,k)$  dans  $S^3$  :

1)  $j \neq k \Leftrightarrow X_{ij} \neq X_{ik}$

2)  $i \neq j \Leftrightarrow X_{ik} \neq X_{jk}$

Pour tout  $(i,j,k)$  dans  $S^3$  et tout  $(p,q)$  dans  $\{0,1,2\}^2$  :

1)  $((3p \leq i < 3(p+1)) \text{ et } (3q \leq j, k < (3(q+1)) \text{ et } (j \neq k)) \Leftrightarrow X_{ij} \neq X_{ik}$

2)  $((3p \leq i, j < 3(p+1)) \text{ et } (3q \leq k < (3(q+1)) \text{ et } (i \neq j)) \Leftrightarrow X_{ik} \neq X_{jk}$