

Dinámica *stick-slip* de una mezcla de partículas convexas y no convexas dentro de un tambor rotante

Francisco M. Diaz Torres¹, Germán Varas² y Luis A. Pugnaloni¹

¹Facultad de Ciencias Exactas y Naturales, Universidad Nacional de La Pampa, Uruguay 151, 6300 Santa

Rosa (La Pampa), Argentina

²Instituto de Física, Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, Av. Universidad 330, 2373223 Curauma (Valparaíso), Chile

Resumen

Los tambores rotantes con material granular en su interior son herramientas industriales ampliamente utilizadas en la minería y la construcción, lo que ha motivado numerosos estudios sobre la dinámica del material en estos sistemas. A muy baja frecuencia de giro, el fenómeno de *stick-slip* (efecto de fijado-deslizamiento) se vuelve relevante y el material exhibe una dinámica intermitente. Por otra parte, en gran parte de estudios previos, poco énfasis se ha hecho sobre formas no convexas de partículas en el material, y menos aún en mezclas de estas con formas convexas. En este trabajo, se presenta un estudio de la dinámica *stick-slip* de un material granular dentro de un tambor cuasi-bidimensional que rota lentamente. El material se compone de una mezcla de dos tipos de partículas, ambas fabricadas en PMMA, pero con dos formas geométricas bien diferenciadas: discos y estrellas regulares de cinco puntas. Este estudio se enfoca en la dinámica del centro de masas del material y cómo se ve afectada por la relación de estrellas con respecto al número total de partículas que forman al material. Se encuentra que, con una pequeña proporción de partículas no convexas en el material, es posible controlar la dinámica del mismo, en particular el tamaño de las avalanchas producidas.

1. Introducción

Los tambores rotantes han sido ampliamente estudiados debido a su importancia en procesos industriales que involucran el manejo y procesamiento de materiales granulares. Estos dispositivos se utilizan en aplicaciones que van desde la mezcla y separación de partículas hasta la molienda y recubrimiento de materiales. La dinámica del flujo granular en tambores rotantes ha sido abordada tanto desde estudios experimentales [1, 2, 4, 7–9] como mediante simulaciones computacionales [1–3, 10]. Investigaciones previas han explorado diversos aspectos de este fenómeno, incluyendo la influencia de la velocidad de rotación, la fricción entre partículas y las interacciones colectivas dentro del sistema granular [1–4]. Además, un aspecto crucial en estos sistemas es la aparición de la dinámica *stick-slip* a bajas velocidades de rotación, un fenómeno caracterizado por ciclos de acumulación lenta y liberación repentina de tensión en el material granular [5, 6].

Uno de los factores determinantes en la dinámica de tambores rotantes es la morfología de las partículas y su

influencia en las características del material dentro del dispositivo, tales como el ángulo dinámico de reposo, la fracción de empaquetamiento, entre otras. Diferentes estudios han abordado la influencia de la forma y tamaño de las partículas, mostrando que estas características afectan directamente el comportamiento del flujo y estabilidad del material granular que forman [1, 8, 9]. Asimismo, estudios recientes han incorporado enfoques experimentales y simulaciones avanzadas para analizar estos efectos en condiciones realistas de operación industrial [10].

Sin embargo, en estudios realizados con formas distintas a esferas o discos no se ha propuesto utilizar una mezcla conocida de partículas con diferentes formas [8–10]. Es decir, sea en experimentos o simulaciones, no se han introducido fracciones diferentes de partículas circulares y elípticas, por ejemplo, y estudiado sus características; y, nuevamente, menos se ha pensado en introducir una combinación de partículas convexas y no convexas.

En este trabajo, se propone un experimento sencillo de tambor rotante con partículas de diferentes formas en su interior. En particular, se trabajará con una mezcla binaria controlada de partículas convexas y no convexas a baja velocidad de rotación. Se busca encontrar alguna relación entre la proporción utilizada de formas no convexas y la estabilidad del material granular ante rotaciones lentas.

2. Método experimental

2.1 Dispositivo experimental

El dispositivo principal del experimento, que a partir de ahora se denominará *tambor*, consiste de dos discos de $30,0 \pm 0,1$ cm de diámetro construidos en polimetilmetacrilato (PMMA) de $5,0 \pm 0,1$ mm de grosor, uno de ellos transparente (tapa frontal) y el otro opaco (tapa posterior) (ver figura 1). Entre ellos, se coloca un anillo del mismo material y mismo diámetro exterior, con un grosor de $3,0 \pm 0,1$ mm y cuyo borde interno presenta irregularidades aperiódicas; además, se le añaden a este anillo una serie de espaciadores de aluminio delgados para dar un margen de movimiento a las partículas. El conjunto se monta, a través de un eje, a un motor de corriente continua de 12V, que se coloca a su vez sobre un pie metálico tal que el centro del eje se encuentre a unos $25,0 \pm 0,1$ cm sobre la superficie de la mesa de trabajo y el frente del tambor sea perpendicular a la misma. Para evitar que el eje del motor se rompa con el tiempo, se coloca un pri-

sionero con una punta rotante debajo del tambor, tal que este se apoye sobre el rodamiento (ver figura 2).

Frente al tambor y alineado con la base del motor, se coloca otro pie sobre la mesa de trabajo en el cual se adosa una cámara BASLER ace 2 Pro (BASLER a2A2840-48umPRO), a una distancia tal que pueda registrarse toda la superficie frontal del tambor. En el espacio intermedio entre el tambor y la cámara se coloca un anillo de luces LED color blanco apuntando hacia la tapa frontal, tomando cuidado de que el reflejo de los emisores de luz sobre esta superficie no sean registrados en la imagen de la cámara (ver figura 3). El montaje final del dispositivo se muestra en la figura 2.

En el interior del tambor se colocan partículas de PMMA color blanco y $3,0 \pm 0,1$ mm de grosor, que toman la forma de discos y estrellas de cinco puntas. Los discos tienen $6,0 \pm 0,1$ mm de diámetro, mientras que las estrellas se inscriben dentro de un círculo de las mismas dimensiones (ver figura 4); estas partículas se diseñan mediante Adobe Illustrator (o software de diseño gráfico equivalente) y luego son cortadas con una cortadora láser. Se coloca un número total de 700 partículas dentro del tambor, cambiando en cada experimento la proporción de estrellas contenidas en el material. De aquí se define la variable p como la proporción entre el número de estrellas n_e y el número total de partículas que forman el material N

$$p = \frac{n_e}{N}.$$

Se trabajaron diferentes valores de p entre 0 y 1, cambiando el número de estrella en cada experimento de tal forma que p cambiase en saltos de 0,1. Para tener un mejor muestreo a baja proporción de estrellas, se añadieron dos valores adicionales, siendo estos $p = 0,05$ y $p = 0,025$.

Una vez montado el tambor con partículas en su interior, se enciende el motor y se ajusta el voltaje aplicado hasta alcanzar $0,5 \pm 0,1$ rpm de velocidad de giro, que se mide tomando el tiempo que tarda un punto de referencia del tambor (un tornillo en nuestro caso) en dar una vuelta. Luego se deja rotar el tambor durante 15 min antes de comenzar la grabación. En cada experimento que se realiza, se fija el valor de p y se hace una grabación en video de 90 min. Debido a la alta resolución de las imágenes (1420×1420 px), las grabaciones se han realizado a 4 cuadros por segundo para minimizar el espacio ocupado por cada video. Para cada proporción indicada, se realizaron dos grabaciones de igual duración. No se observa segregación apreciable durante la preparación y grabación del experimento.

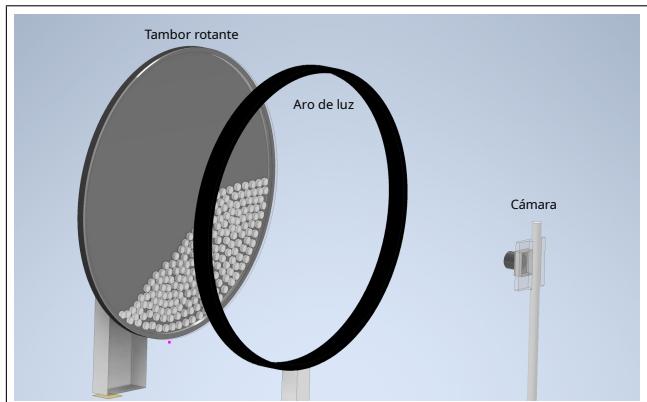


Figura 1: Modelo tridimensional esquemático del dispositivo experimental.

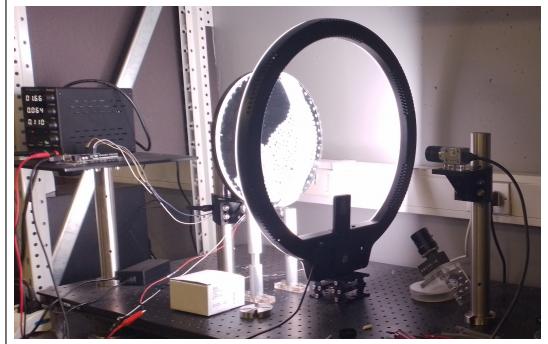


Figura 2: Fotografía del dispositivo experimental montado. Pueden apreciarse las puntas de apoyo para el tambor.

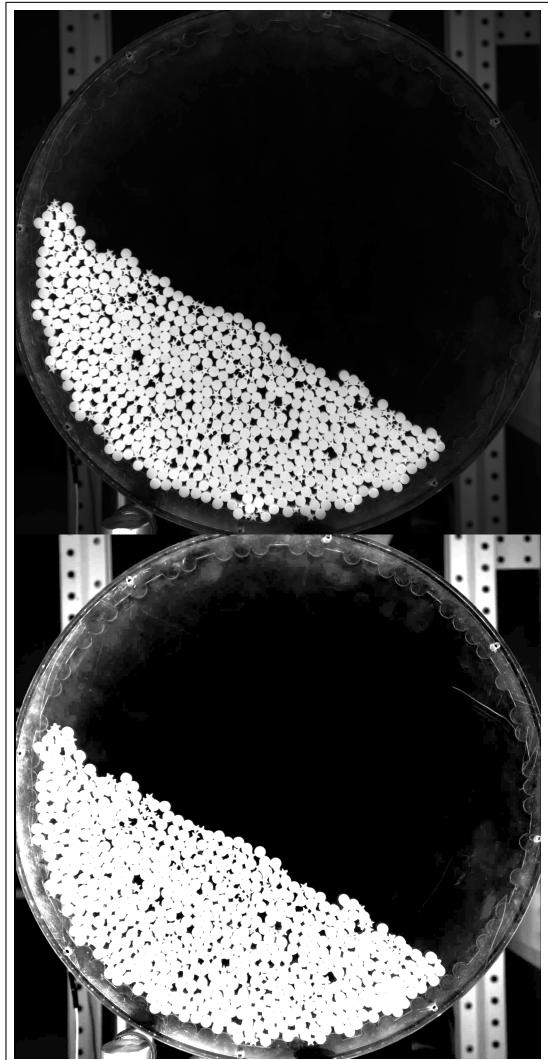


Figura 3: Arriba: Imagen extraída de una grabación. Notar que el interior del tambor está completamente comprendido dentro de la imagen. Abajo: Misma imagen, con mayor brillo, donde se aprecia el borde irregular interno del tambor.

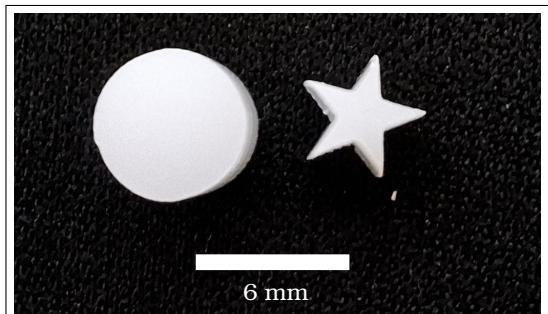


Figura 4: Fotografía de las partículas utilizadas.

2.2 Análisis de imágenes

Los videos grabados en cada experimento se procesan con un código en MatLab, desarrollado por los autores, que lo analiza cuadro por cuadro. El código requiere de una máscara para la imagen que elimina los objetos del fondo, dejando sólo la superficie del tambor en la imagen; posteriormente se binariza la imagen tomando un umbral de escala de grises fijo, determinado por el usuario. Se debe tener cuidado de que este umbral sea tal que, una vez binarizada la imagen, no aparezcan en ella zonas brillosas no deseadas pero tampoco desaparezcan partículas poco iluminadas; para ello, se ha tomado una imagen de muestra y se han probado diferentes valores de umbral.

Durante el análisis, el código reconoce la superficie correspondiente al material granular, así como la ubicación de su centroide (que, por la homogeneidad del material, coincide con el centro de masas, o CM, del material). Se elige medir este punto debido a su sencilla implementación en un material formado por partículas de diferentes formas pero que se construyen del mismo material, además de que es muy simple calcularlo a partir de la imagen binarizada. En el código utilizado, el centroide se calcula como la posición ponderada por su nivel de gris de todos los pixeles blancos de la imagen binarizada, correspondientes a las partículas que forman el material.

Como variables, se registran las coordenadas cartesianas del centro de masas tomadas desde el centro del tambor (calculado a partir de la máscara), la posición angular del mismo respecto al semieje vertical negativo, y las áreas del material por si mismo, de los espacios vacíos entre granos y la contenida dentro del perímetro del material (suma de las dos primeras); todas estas cantidades se registran como funciones del tiempo transcurrido en el experimento. En la figura 4 se muestran el centro de masas marcado con un círculo cyan, el área de las partículas en color magenta, el área de los espacios vacíos en naranja, y la posición angular del CM en blanco.

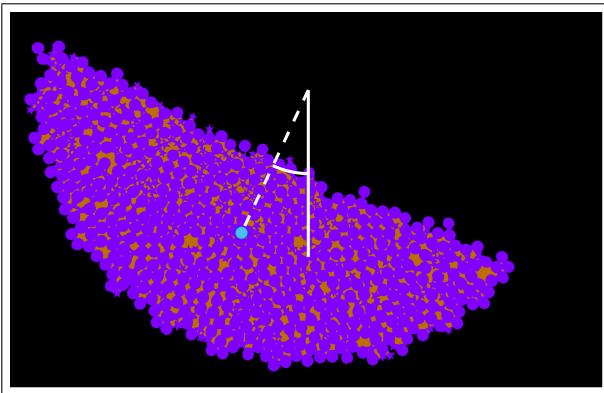


Figura 5: Ejemplo de análisis de video. Magenta: partículas detectadas; naranja: espacios vacíos entre partículas; cyan: centroide del área magenta; blanco: definición de la posición angular del CM respecto al centro del tambor.

3. Resultados

Como comentario breve, si bien es esperable un valor no constante para las áreas del vacío y el total del material, el área de las partículas debiera ser aproximadamente constante. Sin embargo, las series temporales de estas variables, en todos los experimentos, dan un valor

no constante para las tres cantidades (ver figura 6). Sin embargo, la variabilidad relativa al valor medio en el área de las partículas es menor al 2 %. Esto se debe a limitaciones en la detección de las partículas y espacios vacíos por parte del código utilizado

En la figura 7 se muestra un fragmento de la serie temporal correspondiente a la coordenada angular del CM; se puede observar un perfil similar a una señal de diente de sierra. Esta semejanza se corresponde con el efecto *stick-slip*, donde los intervalos de crecimiento representan la formación de una estructura estable en el material (*stick*), y las caídas repentinas se asocian a avalanchas (*slip*) [5, 6]. De esta serie se extraen sus puntos máximos y mínimos, tanto el valor que toma θ como el tiempo en el que ocurren estos eventos. El valor máximo de la serie se corresponde con el instante de avalancha del material, mientras que el valor mínimo subsiguiente corresponde al reposo posterior a la avalancha. Se define a su vez el salto en la variable angular como la diferencia entre un dado valor máximo de la señal y el valor mínimo que le sigue:

$$\Delta\theta \equiv \theta_{max} - \theta_{min}.$$

Estos saltos se utilizarán como medida del tamaño de las avalanchas producidas a lo largo de los experimentos. Por cada experimento realizado se registraron entre 1400 y 1600 avalanchas durante los 90 minutos de grabación; así, por cada proporción p trabajada y cada repetición de experimentos, se tiene en torno a 4500 datos, 1500 para cada variable angular definida (θ_{max} , θ_{min} , $\Delta\theta$).

En la figura 8 se observan los histogramas para las tres variables angulares de interés (θ_{max} , θ_{min} , $\Delta\theta$); en cada gráfico se muestran los resultados obtenidos con diferentes valores de p para una misma variable. Cada histograma se ha representado respecto a la variable

$$u = (\theta - \langle \theta \rangle)^2,$$

con el objetivo de observar la semejanza de las distribuciones de cada variable y proporción con una distribución gaussiana. Respecto a esta variable y en escala logarítmica para el eje de ordenadas, el gráfico de una distribución gaussiana es similar al de la función $y = -|x| + k$. En este sentido, las distribuciones de probabilidad asociadas a θ_{max} y $\Delta\theta$ presentan un comportamiento simétrico para valores no muy lejanos de la media; particularmente, en la distribución para $\Delta\theta$ se observa un pequeño valle para valores por debajo de la media. Por otra parte, θ_{min} no presenta este carácter simétrico, con un hombro marcado en valores superiores a la media.

Por otro lado, en la figura 9 se muestran la media μ , la desviación estándar σ y la asimetría o *skewness* γ como funciones de p para las tres variables. Se observa que la media es una función creciente de la proporción de estrellas p , para las tres variables angulares y $p > 0,1$; en el caso de $p < 0,1$, la función no se comporta de forma monótona. Puede interpretarse que la adición progresiva de partículas no convexas dota al material de una mayor estabilidad y permite que alcance una mayor altitud antes de que se produzca la avalancha, además de aumentar la altitud final de reposo. Sin embargo, el crecimiento de ambas no es uniforme, evidenciado por el aumento en el tamaño medio de la avalancha. Este comportamiento coincide con trabajos previos realizados con discos [7].

En el caso de σ , se obtiene que para las tres variables la función cae desde $p = 0$ hasta $p \leq 0,1$; posterior a esta caída, $\Delta\theta$ crece monótonamente con p , mientras que θ_{max} y θ_{min} se comportan de forma no monótona. Esto indicaría que las alturas de avalancha y reposo, así como la amplitud de movimiento del material, disminuyen su variabilidad al crecer p cuando hay una proporción pequeña de estrellas dentro del material.

Por último, la asimetría γ muestra que las distribuciones asociadas a θ_{min} presentan una alta asimetría hacia valores superiores a la media, tal como se mencionó anteriormente. Lo mismo puede observarse para θ_{max} , aunque esta asimetría es menor que en el caso de θ_{min} . En el caso de $\Delta\theta$, se obtiene una asimetría positiva para $p < 0,05$, una aparente simetría ($\gamma \simeq 0$) para $p = 0,05$, y una leve asimetría negativa (hacia valores menores a la media) para $p > 0,05$.

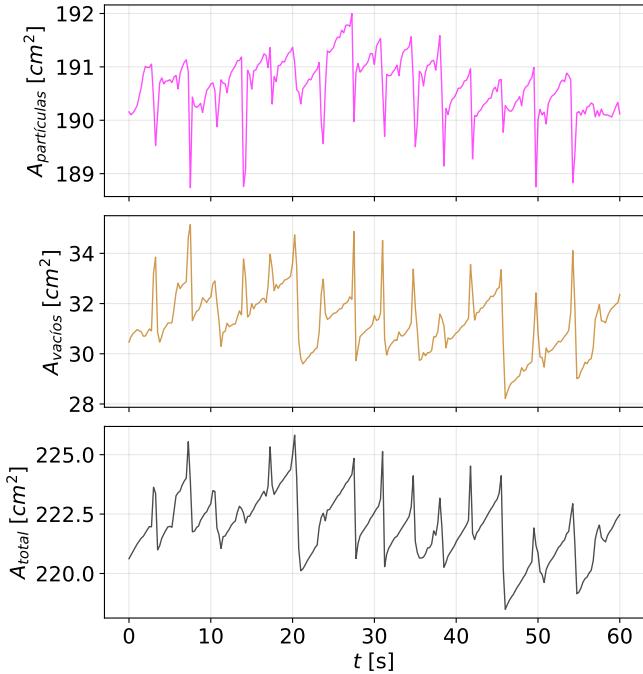


Figura 6: Fragmentos de las series temporales obtenidas para las áreas de las partículas (arriba), espacios vacíos (centro) y total (abajo).

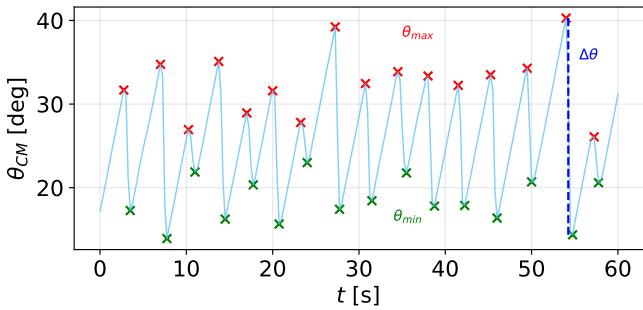


Figura 7: Fragmento de la serie temporal asociada a θ_{CM} (para $p = 0,3$). Se denotan los puntos máximos y mínimos de la señal en rojo y verde, respectivamente. En azul se muestra un ejemplo de $\Delta\theta$

4. Conclusión

Se realizaron experimentos con mezclas controladas de partículas convexas (discos) y no convexas (estrellas de cinco puntas) en un tambor lentamente rotante, haciendo

foco en el movimiento del centro de masas del material granular y observando el efecto *stick-slip*. Se obtuvieron series temporales de la coordenada angular del centro de masas, tomada como el ángulo formado entre el radio vector del CM respecto al centro del tambor y el semieje vertical negativo, para cada experimento realizado, donde se ha ido variando el valor de la proporción de estrellas p respecto al total de partículas utilizadas. Se encuentra que la media de los valores máximos (θ_{max} , asociado al ángulo de avalancha) y mínimos (θ_{min} , asociado al ángulo de reposo) de esta serie, así como la variación $\Delta\theta$ entre dos de estos puntos sucesivos (es decir, cuando se produce una avalancha), crecen monótonamente respecto a p para $p > 0,1$

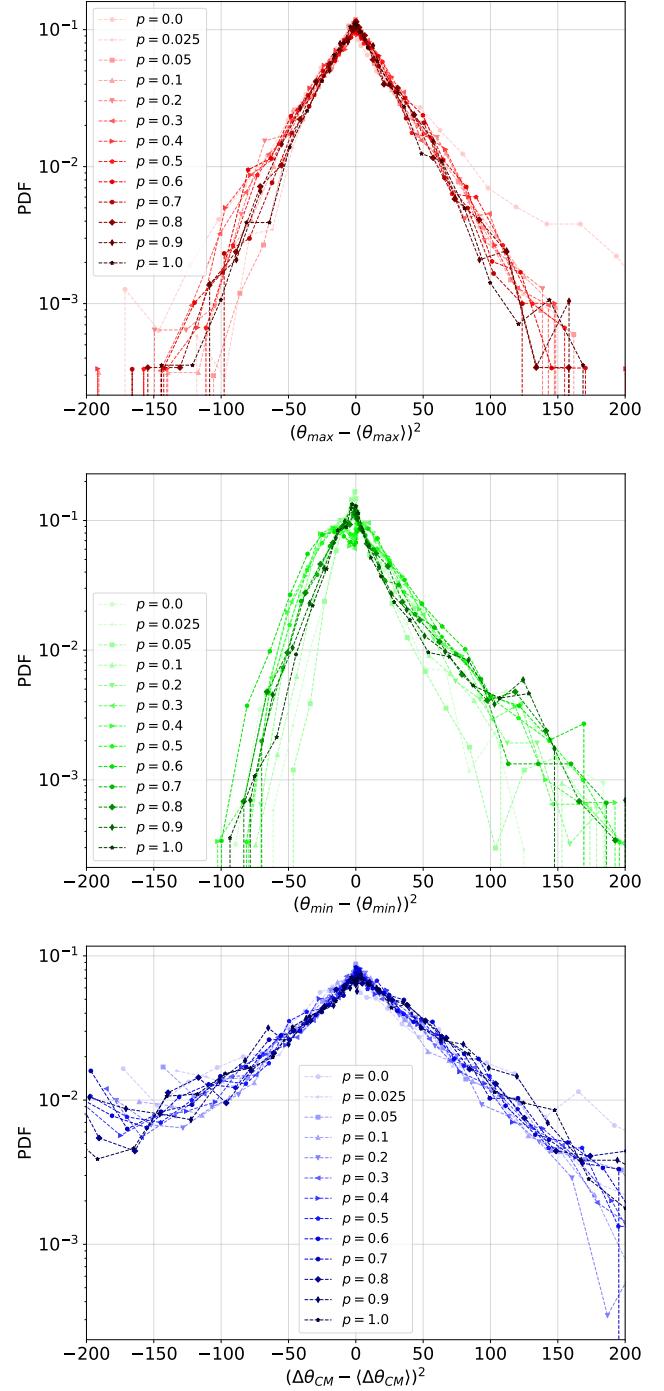


Figura 8: funciones de densidad de probabilidad (PDF) para las variables θ_{max} , θ_{min} y $\Delta\theta$. Se representan todas las proporciones p estudiadas. El eje de ordenadas utiliza una escala logarítmica. En el eje de abcisas se representa el cuadrado de la desviación de la variable estadística.

Sin embargo, se obtiene que la desviación estándar de las tres variables mencionadas, θ_{max} , θ_{min} y $\Delta\theta$, presenta una caída desde $p = 0$ hasta $p = 0, 1$. Esto indica que la adición de una pequeña cantidad de partículas no convexas a una mezcla de partículas convexas permitiría controlar el tamaño de las avalanchas que se producen en el material.

En futuros estudios, se espera hacer un muestreo más detallado en torno a $p = 0, 1$ y realizar más repeticiones de los experimentos. Adicionalmente, se pretende modificar la forma de las partículas utilizadas, manteniendo una marcada diferencia entre partículas convexas y no convexas. Con esto se podría corroborar que el comportamiento de las variables angulares respecto a p es el mismo más allá de las formas geométricas utilizadas para cada tipo de partícula.

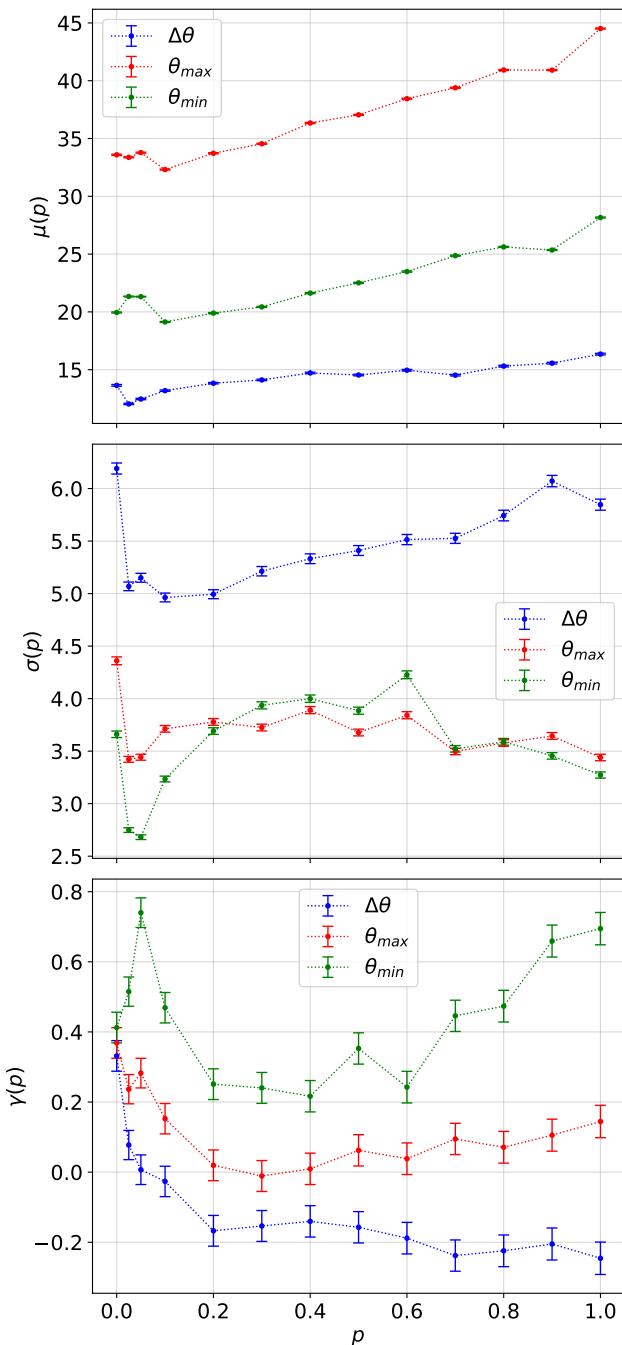


Figura 9: medidas de la media (μ), desviación estándar (σ) y asimetría estadística (skewness, γ) como funciones de la proporción p para las tres variables observadas θ_{max} , θ_{min} y $\Delta\theta$

Referencias

- [1] D. Höhner, S. Wirtz, V. Scherer, Powder Technol. **253**, 256-265 (2014)
- [2] H. Komossa, S. Wirtz, V. Scherer, F. Herz, E. Specht, Powder Technol. **264**, 96-104 (2014)
- [3] D. Li, X. Xu, J. Chen, K. Yang, X. Liu, L. Yang, Powder Technol. **386**, 108-119 (2021)
- [4] A. Peng, Y. Yuan, Y. Wang, Natl. Sci. Open **2**(3), 20220069 (2023)
- [5] C. M. Carlevaro, R. Koslowski, L. A. Pugnaloni, H. Zheng, J. E. S. Socolar, L. Kondic, Phys. Rev. E **101**, 012909 (2020)
- [6] R. Kozlowski, H. Zheng, K. E. Daniels, J. E. S. Socolar, Front. Phys. **10**, 916190 (2022)
- [7] M. Piva, R. G. Martino, J.-C. Géminard, M. A. Aguirre, Phys. Rev. E **98**, 062902 (2018)
- [8] J. Chen, D. Krengel, H.-G. Matuttis, EPJ Web Conf. **249**, 06001 (2021)
- [9] N. Preud'homme, E. Opsomer, N. Vandewalle, G. Luymy, EPJ Web Conf. **249**, 06002 (2021)
- [10] M. Li, Y. Wu, Y. Qian, X. An, H. Li, Ind. Eng. Chem. Res. **60**, 8874-8887 (2021)