

Advanced Encryption Standard (AES)[1]

Dozent: Prof. Dr. Michael Eichberg
Kontakt: michael.eichberg@dhbw.de
Version: 1.0.8

Folien: HTML: <https://delors.github.io/sec-aes/folien.de.rst.html>
PDF: <https://delors.github.io/sec-aes/folien.de.rst.html.pdf>
Kontrollaufgaben: <https://delors.github.io/sec-aes/kontrollaufgaben.de.rst.html>
Fehler melden: <https://github.com/Delors/delors.github.io/issues>

[1] Basierend auf:
William Stallings, *Cryptography and Network Security - Principles and Practice*,
8th Edition, Pearson, 2023
[NIST FIPS PUB 197, "Advanced Encryption Standard \(AES\)"](#)

1. AES - Überblick

Arithmetik endlicher Körper

- Ein Körper ist eine Menge, in der wir Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division durchführen können, ohne die Menge zu verlassen.
- Die Division ist mit der folgenden Regel definiert: $a/b = a(b^{-1})$.

Beispiel

Ein endlicher Körper (mit einer endlichen Anzahl von Elementen) ist die Menge \mathbb{Z}_p , die aus allen ganzen Zahlen $\{0, 1, \dots, p-1\}$ besteht, wobei p eine Primzahl ist und in dem modulo p gerechnet wird.

Arithmetik endlicher Körper

- Der Einfachheit halber — und aus Gründen der Implementierungseffizienz — möchten wir mit ganzen Zahlen arbeiten, die genau in eine bestimmte Anzahl von Bits passen, ohne dass Bitmuster verschwendet werden.
Ganze Zahlen im Bereich 0 bis $2^n - 1$, die in ein n-Bit-Wort passen.
- Wenn eine Operation des verwendeten Algorithmus die Division ist, dann müssen wir Arithmetik anwenden, die über einem (ggf. endlichen) Körper definiert ist.
Division erfordert, dass jedes nicht-null-Element ein multiplikatives Inverses hat.
- Wenn wir modulare Arithmetik auf die Menge der ganzen Zahlen \mathbb{Z}_{2^n} (mit $n > 1$) anwenden, dann erhalten wir **keinen** Körper!
Zum Beispiel hat die ganze Zahl 2 keine multiplikative Inverse in \mathbb{Z}_{2^n} (mit $n > 1$), d. h. es gibt keine ganze Zahl b , so dass $2b \bmod 2^n = 1$
- Ein endlicher Körper der 2^n Elemente enthält, wird als $GF(2^n)$ bezeichnet.

Hinweis

Jedes Polynom in $GF(2^n)$ kann durch eine n-Bit-Zahl dargestellt werden.

Arithmetik endlicher Körper in Hinblick auf AES

- Beim *Advanced Encryption Standard* (AES) werden alle Operationen mit 8-Bit-Bytes durchgeführt
- Die arithmetischen Operationen: Addition, Multiplikation und Division werden über den endlichen Körper $GF(2^8)$ durchgeführt.

Definition

AES verwendet das irreduzible Polynom:

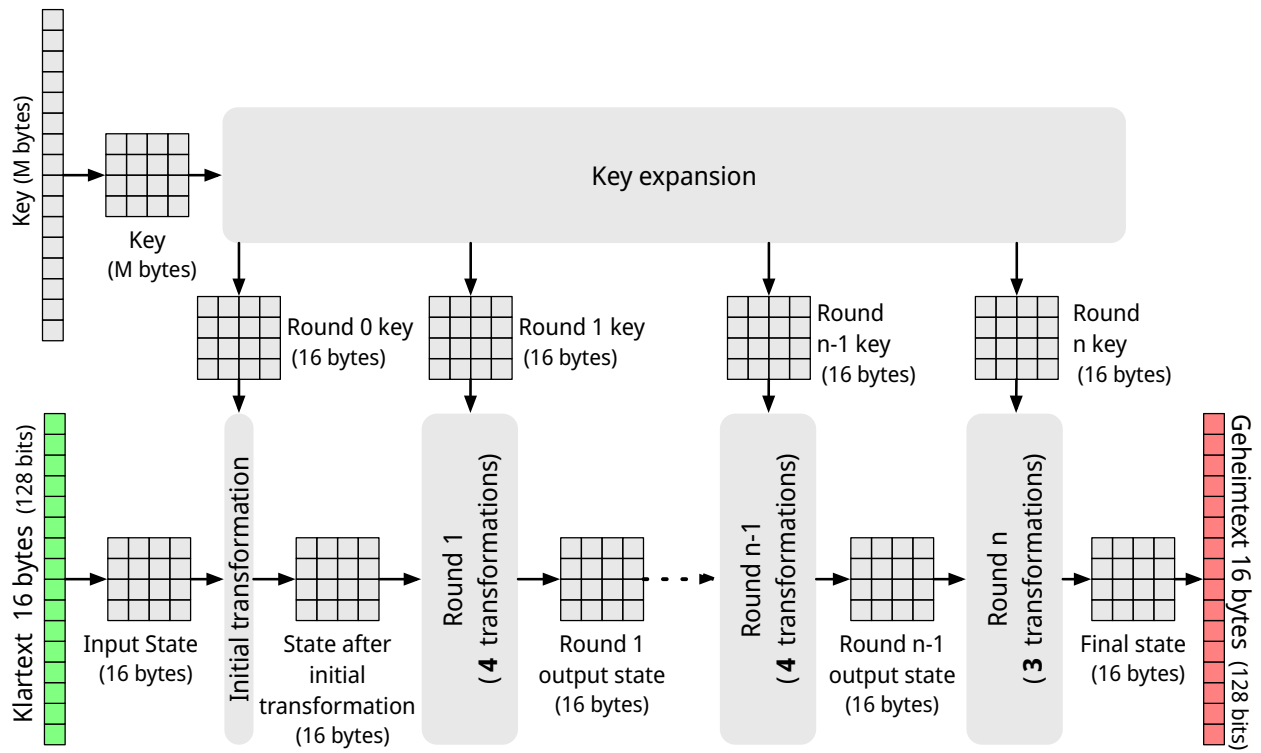
$$m(x) = x^8 + x^4 + x^3 + x + 1$$

AES Schlüsseigenschaften

- AES verwendet eine feste Blockgröße von 128 Bit.
- AES arbeitet mit einem 4x4-Array von 16 Bytes/128 Bits in Spaltenhauptordnung (column-major order): b_0, b_1, \dots, b_{15} genannt *State* (Zustand):

$$\begin{bmatrix} b_0 & b_4 & b_8 & b_{12} \\ b_1 & b_5 & b_9 & b_{13} \\ b_2 & b_6 & b_{10} & b_{14} \\ b_3 & b_7 & b_{11} & b_{15} \end{bmatrix}$$

AES Verschlüsselungsprozess

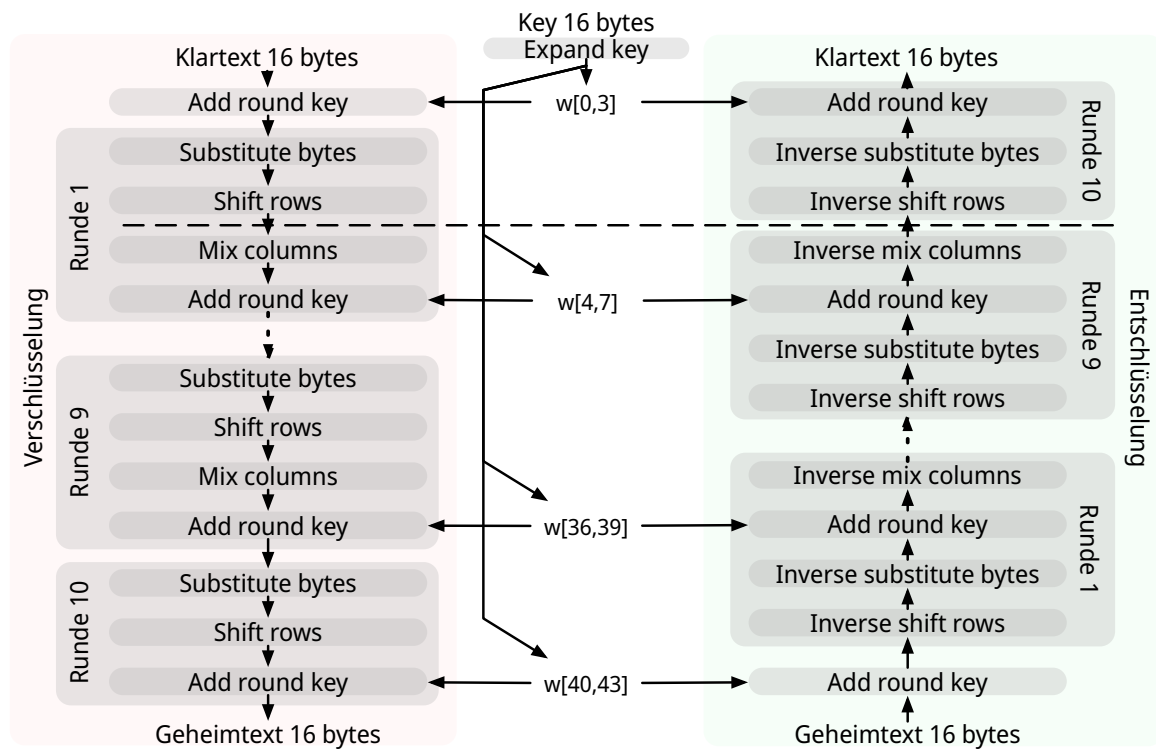


AES Parameter

Schlüsselgröße (words/bytes/bits)	4/16/128	6/24/192	8/32/256
Blockgröße (<i>Block Size</i>) (words/bytes/bits)	4/16/128	4/16/128	4/16/128
Anzahl der Runden	10	12	14
Größe des Rundenschlüssels (<i>RoundKeys</i>) (words/bytes/bits)	4/16/128	4/16/128	4/16/128
Expandierte Schlüsselgröße (words/bytes)	44/176	52/208	60/240

2. AES - Detaillierter Aufbau

AES - Ver-/Entschlüsselungsprozess (Key Size 128bits \Rightarrow 10 Runden)



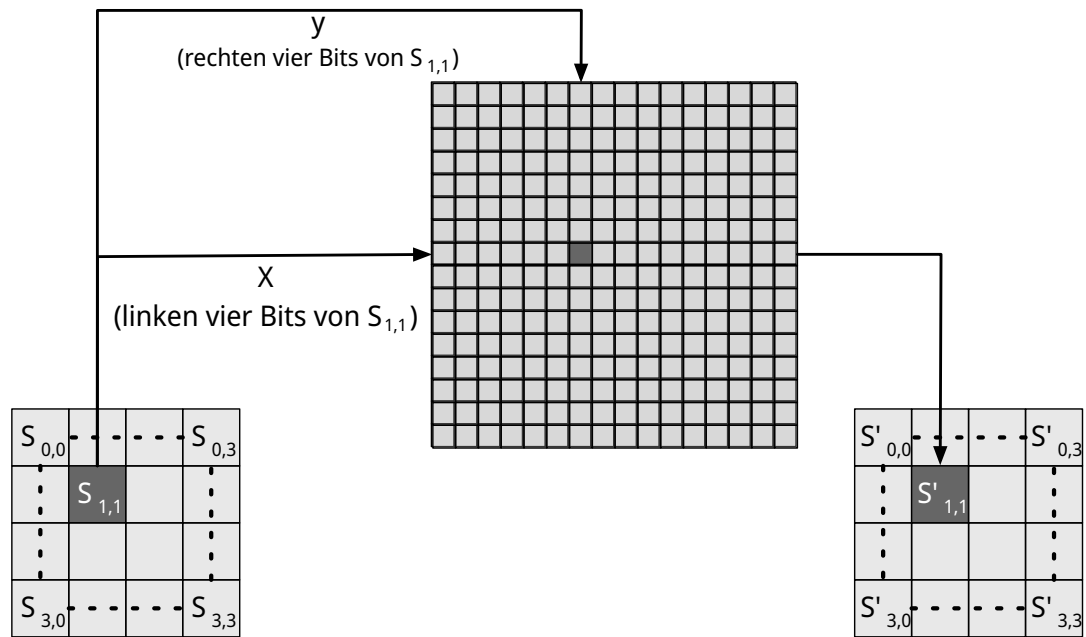
AES Detaillierter Aufbau

- Verarbeitet in jeder Runde den gesamten Datenblock als eine einzige Matrix unter Verwendung von Substitutionen und Permutationen.
- Der als Eingabe bereitgestellte Schlüssel - bei 128 Bit Schlüsselgröße - wird in ein Array von vierundvierzig 32-Bit-Wörtern expandiert ($w[i]$).
- Die Chiffre beginnt und endet mit der *AddRoundKey*-Operation.
- Man kann sich die Chiffre als abwechselnde Operationen zwischen
 - a. der XOR-Verschlüsselung (*AddRoundKey*) eines Blocks vorstellen, gefolgt von
 - b. der Verwürfelung des Blocks (die anderen drei Stufen), gefolgt von
 - c. der XOR-Verschlüsselung, und so weiter.
- Jede Stufe ist leicht umkehrbar.
- Der Entschlüsselungsalgorithmus verwendet den expandierten Schlüssel in umgekehrter Reihenfolge, wobei der Entschlüsselungsalgorithmus nicht mit dem Verschlüsselungsalgorithmus identisch ist.
- Der Zustand (*State*) ist sowohl bei der Verschlüsselung als auch bei der Entschlüsselung derselbe.
- Die letzte Runde sowohl der Verschlüsselung als auch der Entschlüsselung besteht aus nur drei Stufen.

AES verwendet vier verschiedene Stufen

<i>Substitute Bytes:</i>	verwendet eine S-Box, um eine byteweise Ersetzung des Blocks vorzunehmen
<i>ShiftRows:</i>	ist eine einfache Permutation
<i>MixColumns:</i>	ist eine Substitution, mit Hilfe von Polynomarithmetik über $GF(2^8)$
<i>AddRoundKey:</i>	ist ein einfaches bitweises XOR des aktuellen Blocks mit einem Teil des expandierten Schlüssels

AES Substitute Byte Transformation



AES S-box

x^y	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
0	63	7C	77	7B	F2	6B	6F	C5	30	01	67	2B	FE	D7	AB	76
1	CA	82	C9	7D	FA	59	47	FO	AD	D4	A2	AF	9C	A4	72	CO
2	B7	FD	93	26	36	3F	F7	CC	34	A5	E5	F1	71	D8	31	15
3	04	C7	23	C3	18	96	05	9A	07	12	80	E2	EB	27	B2	75
4	09	83	2C	1A	1B	6E	5A	A0	52	3B	D6	B3	29	E3	2F	84
5	53	D1	00	ED	20	FC	B1	5B	6A	CB	BE	39	4A	4C	58	CF
6	DO	EF	AA	FB	43	4D	33	85	45	F9	02	7F	50	3C	9F	A8
7	51	A3	40	8F	92	9D	38	F5	BC	B6	DA	21	10	FF	F3	D2
8	CD	0C	13	EC	5F	97	44	17	C4	A7	7E	3D	64	5D	19	73
9	60	81	4F	DC	22	2A	90	88	46	EE	B8	14	DE	5E	0B	DB
A	E0	32	3A	0A	49	06	24	5C	C2	D3	AC	62	91	95	E4	79
B	E7	C8	37	6D	8D	D5	4E	A9	6C	56	F4	EA	65	7A	AE	08
C	BA	78	25	2E	1C	A6	B4	C6	E8	DD	74	1F	4B	BD	8B	8A
D	70	3E	B5	66	48	03	F6	0E	61	35	57	B9	86	C1	1D	9E
E	E1	F8	98	11	69	D9	8E	94	9B	1E	87	E9	CE	55	28	DF
F	8C	A1	89	OD	BF	E6	42	68	41	99	2D	OF	BO	54	BB	16

Jedes einzelne Byte des Zustands (*State*) wird auf folgende Weise auf ein neues Byte abgebildet: Die äußersten linken 4 Bits des Bytes werden als Zeilenwert und die äußersten rechten 4 Bits als Spaltenwert verwendet. Diese beiden Werte dienen als Indizes in der S-Box.

AES Inverse S-box

x^y	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F
0	52	09	6A	D5	30	36	A5	38	BF	40	A3	9E	81	F3	D7	FB
1	7C	E3	39	82	9B	2F	FF	87	34	8E	43	44	C4	DE	E9	CB
2	54	7B	94	32	A6	C2	23	3D	EE	4C	95	0B	42	FA	C3	4E
3	08	2E	A1	66	28	D9	24	B2	76	5B	A2	49	6D	8B	D1	25
4	72	F8	F6	64	86	68	98	16	D4	A4	5C	CC	5D	65	B6	92
5	6C	70	48	50	FD	ED	B9	DA	5E	15	46	57	A7	8D	9D	84
6	90	D8	AB	00	8C	BC	D3	0A	F7	E4	58	05	B8	B3	45	06
7	DO	2C	1E	8F	CA	3F	OF	02	C1	AF	BD	03	01	13	8A	6B
8	3A	91	11	41	4F	67	DC	EA	97	F2	CF	CE	FO	B4	E6	73
9	96	AC	74	22	E7	AD	35	85	E2	F9	37	E8	1C	75	DF	6E
A	47	FI	1A	71	1D	29	C5	89	6F	B7	62	0E	AA	18	BE	1B
B	FC	56	3E	4B	C6	D2	79	20	9A	DB	CO	FE	78	CD	5A	F4
C	1F	DD	A8	33	88	07	C7	31	B1	12	10	59	27	80	EC	5F
D	60	51	7F	A9	19	B5	4A	OD	2D	E5	7A	9F	93	C9	9C	EF
E	A0	E0	3B	4D	AE	2A	F5	BO	C8	EB	BB	3C	83	53	99	61
F	17	2B	04	7E	BA	77	D6	26	E1	69	14	63	55	21	0C	7D

Beispiel

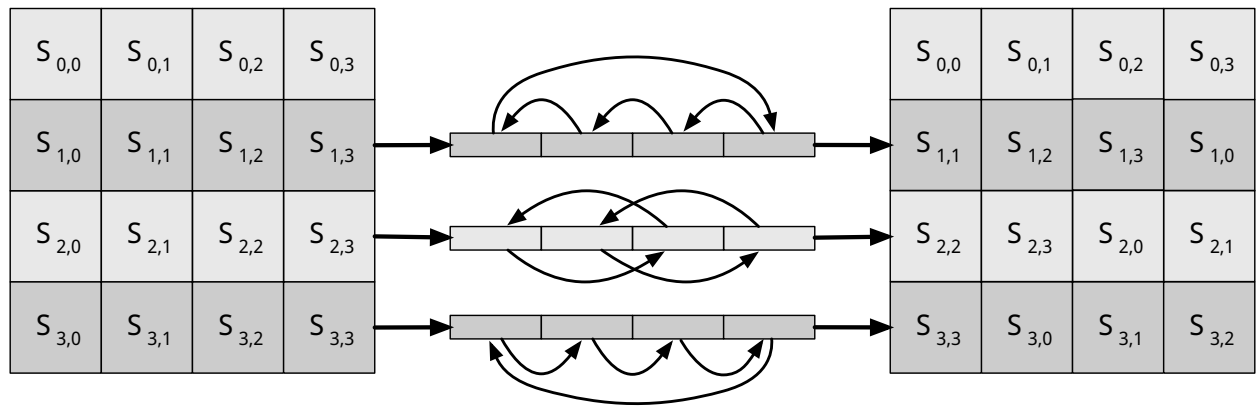
Der (Hex)Wert $0 \times A3$ ($x=A$ und $y=3$) wird von der S-Box auf den (Hex)Wert $0 \times 0A$ abgebildet.

Die inverse S-Box bildet den Wert $0 \times 0A$ ($x=0$ und $y=A$) wieder auf den ursprünglichen Wert ab.

S-Box Design Grundlagen

- Die S-Box ist so konzipiert, dass sie gegen bekannte kryptoanalytische Angriffe resistent ist.
- Die Rijndael-Entwickler suchten nach einem Design, das eine geringe Korrelation zwischen Eingabe- und Ausgabebits aufweist und die Eigenschaft hat, dass die Ausgabe keine lineare mathematische Funktion der Eingabe ist.
- Die Nichtlinearität ist auf die Verwendung der multiplikativen Inversen bei der Konstruktion der S-Box zurückzuführen.

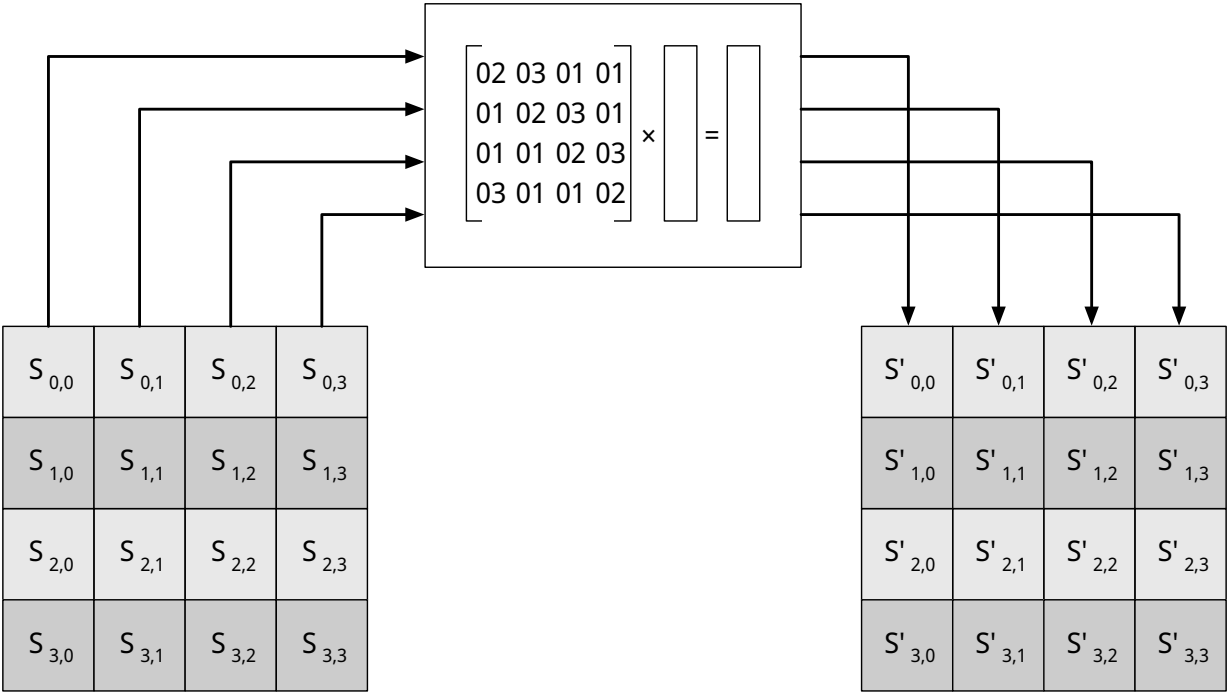
Shift Row Transformation



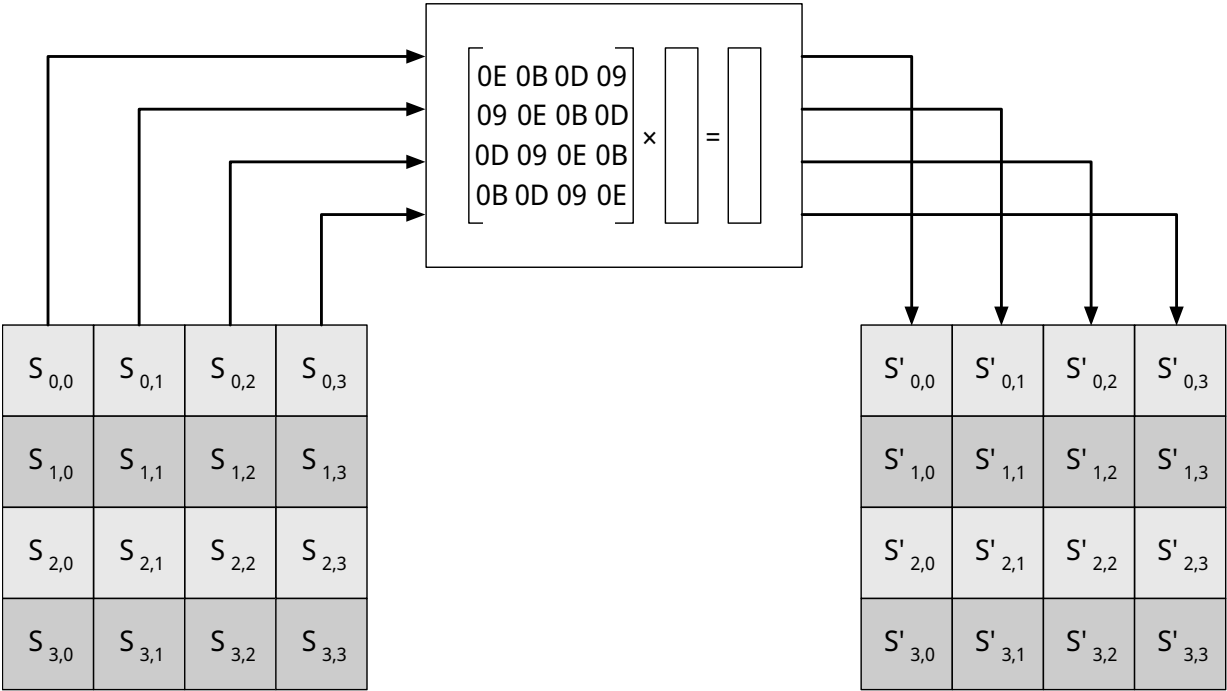
Shift Row Transformation - Begründung

- Wesentlicher als es auf den ersten Blick scheint!
- Der Zustand (*State*) wird ebenso wie die Chiffrierein- und -ausgabe als Array aus vier 4-Byte-Spalten behandelt.
- Bei der Verschlüsselung werden die ersten 4 Bytes des Klartextes in die erste Spalte vom Zustands (*State*) kopiert, und so weiter.
- Der Rundenschlüssel wird spaltenweise auf den Zustand (*State*) angewendet.
- Bei einer Zeilenverschiebung wird also ein einzelnes Byte von einer Spalte in eine andere verschoben, was einem linearen Abstand von einem Vielfachen von 4 Byte entspricht.
- Die Transformation sorgt dafür, dass die 4 Bytes einer Spalte auf vier verschiedene Spalten verteilt werden.

Mix Column Transformation



Inverse Mix Column Transformation



Mix Colum Transformation - Beispiel

Gegeben

87	F2	4D	97
6E	4C	90	EC
46	E7	4A	C3
A6	8C	D8	95

Ergebnis

47	40	A3	4C
37	D4	70	9F
94	E4	3A	42
ED	A5	A6	BC

Beispiel für die Berechnung von $S'_{0,0}$:

$$S'_{0,0} = 02 \times S_{0,0} \oplus 03 \times S_{1,0} \oplus 01 \times S_{2,0} \oplus 01 \times S_{3,0} \\ (02 \times 87) \oplus (03 \times 6E) \oplus (46) \oplus (A6) = 47.$$



Hilfsrechnungen

$$\begin{aligned} (02 \times 87) &= (0000\ 1110) \oplus (0001\ 1011) = (0001\ 0101) \\ 03 \times 6E & \\ = 6E \oplus (02 \times 6E) &= (0110\ 1110) \oplus (1101\ 1100) = (1011\ 0010) \\ 46 &= (0100\ 0110) \\ A6 &= (1010\ 0110) \\ &\underline{(0100\ 0110)} \end{aligned}$$

Achtung!

$(03 \times 6E) = 6E \oplus (02 \times 6E)$ und **ist nicht** $6E \oplus 6E \oplus 6E$, da wir hier Polynomarithmetik in $GF(2^8)$ nutzen und 03 dem Polynom: $x + 1$ entspricht.

Mix Column Transformation - Begründung

- Die Koeffizienten einer Matrix, die auf einem linearen Code mit maximalem Abstand zwischen den Codewörtern basiert, gewährleisten eine gute Mischung zwischen den Bytes jeder Spalte.
- Die *Mix Column Transformation* (~  *Vermischung der Spalten*) - kombiniert mit der *Shift Row Transformation* ( *Zeilenverschiebung*) - stellt sicher, dass nach einigen Runden alle Ausgangsbits von allen Eingangsbits abhängen.

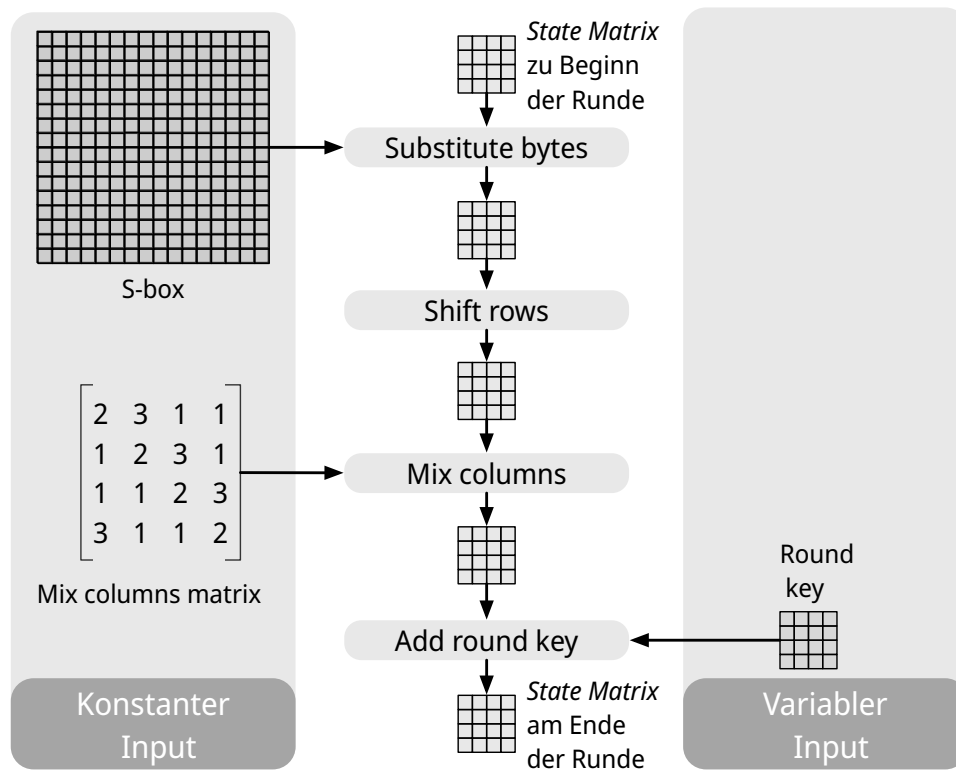
AddRoundKey Transformation

- Die 128 Bits des Zustands (*State*) werden bitweise mit den 128 Bits des Rundenschlüssels XOR-verknüpft.
- Die Operation wird als spaltenweise Operation zwischen den 4 Bytes einer Spalte des Zustands (*State*) und einem Wort des runden Schlüssels betrachtet.
- *Kann auch als eine Operation auf Byte-Ebene betrachtet werden.*

Designbegründung

- Die *AddRoundKey* Transformation ist so einfach wie möglich und betrifft jedes Bit des Zustands.
- Die Komplexität der runden Schlüsselexpansion plus die Komplexität der anderen Stufen von AES sorgen für Sicherheit!

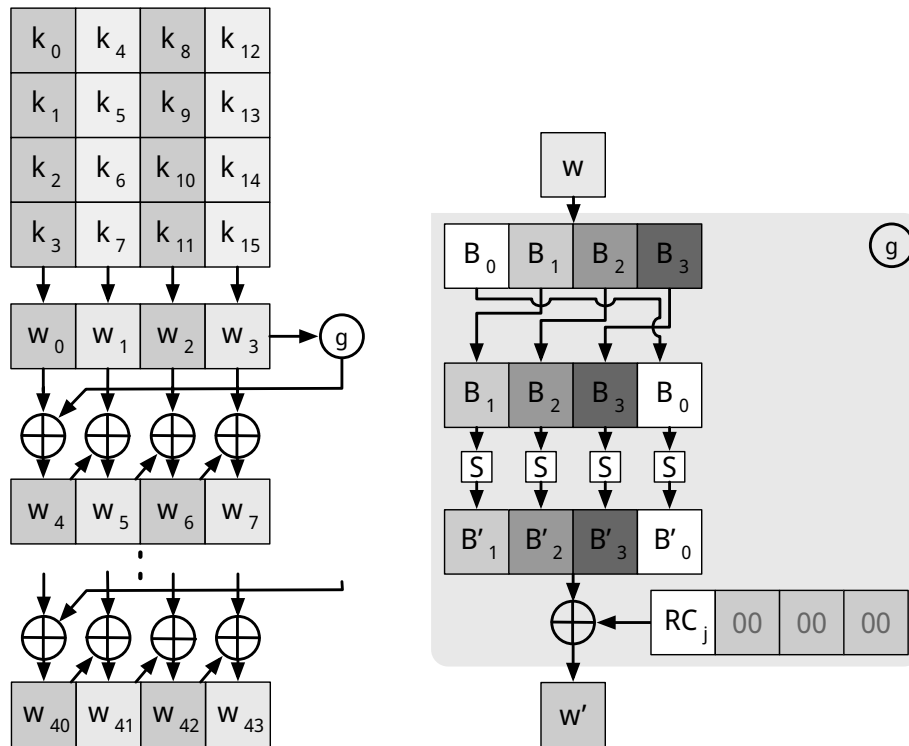
Eingabe für eine einzelne AES-Verschlüsselungsrunde



AES Schlüsselexpansion

- Nimmt als Eingabe einen (hier: 128-Bit) Schlüssel mit vier Wörtern (16 Byte) und erzeugt ein lineares Array mit 44 Wörtern (176 Byte).
- Dies liefert einen vier Worte umfassenden Rundenschlüssel für die initiale *AddRoundKey*-Stufe sowie für jede der folgenden 10 Runden der Chiffre.
- Der Schlüssel wird in die ersten vier Wörter des erweiterten Schlüssels kopiert.
- Der Rest des expandierten Schlüssels wird in Blöcken von jeweils vier Wörtern aufgefüllt.
- Jedes hinzugefügte Wort $w[i]$ hängt vom unmittelbar vorangehenden Wort $w[i - 1]$ und dem vier Positionen zurückliegenden Wort $w[i - 4]$ ab.
- In drei von vier Fällen wird ein einfaches XOR verwendet.
- Für ein Wort dessen Position im Array w ein Vielfaches von 4 ist, wird die komplexere Funktion g angewandt.

AES Schlüsselexpansion - Visualisiert



AES Round Constant Berechnung

$$\begin{aligned}r_i &= (r_{c_i}, 00, 00, 00) \\r_{c_1} &= 01 \\r_{c_{i+1}} &= \textit{xtime}(r_{c_i})\end{aligned}$$

xtime Funktion

$$\begin{aligned}y_7y_6y_5y_4y_3y_2y_1y_0 &= \textit{xtime}(x_7x_6x_5x_4x_3x_2x_1x_0) & (x_i, y_i \in \{0, 1\}) \\y_7y_6y_5y_4y_3y_2y_1y_0 &= \begin{cases} x_6x_5x_4x_3x_2x_1x_00, & \text{if } x_7 = 0 \\ x_6x_5x_4x_3x_2x_1x_00 \oplus 00011011, & \text{if } x_7 = 1 \end{cases}\end{aligned}$$

Die Round Constant Werte

$$r_{c_1} = 01, r_{c_2} = 02, r_{c_3} = 04, r_{c_4} = 08, r_{c_5} = 10$$

$$r_{c_6} = 20, r_{c_7} = 40, r_{c_8} = 80, r_{c_9} = 1B = 00011011, r_{c_{10}} = 36$$

Die *xtime* Funktion ist eine Multiplikation im endlichen Körper $GF(2^8)$ und ist die Polynommultiplikation mit dem Polynom x .

AES Schlüsselexpansion - Beispiel (Runde 1)

Gegeben: $w[0] = (54, 68, 61, 74)$
 $w[1] = (73, 20, 6D, 79)$
 $w[2] = (20, 4B, 75, 6E)$
 $w[3] = (67, 20, 46, 75)$

- $g(w[3])$:
 - zirkuläre Linksverschiebung von $w[3]$: $(20, 46, 75, 67)$
 - Bytesubstitution mit Hilfe der s-box: $(B7, 5A, 9D, 85)$
 - Addition der Rundenkonstante $(01, 00, 00, 00) \Rightarrow g(w[3]) = (B6, 5A, 9D, 85)$
- $w[4] = w[0] \oplus g(w[3]) = (E2, 32, FC, F1)$
- $w[5] = w[4] \oplus w[1] = (91, 12, 91, 88)$
- $w[6] = w[5] \oplus w[2] = (B1, 59, E4, E6)$
- $w[7] = w[6] \oplus w[3] = (D6, 79, A2, 93)$
- Der erste Rundenschlüssel ist: $w[4] \parallel w[5] \parallel w[6] \parallel w[7]$

AES Schlüsselexpansion - Begründung

- Die Rijndael-Entwickler haben den Expansionsschlüssel-Algorithmus so konzipiert, dass er gegen bekannte kryptoanalytische Angriffe resistent ist.
- Die Einbeziehung einer rundenabhängigen Rundenkonstante beseitigt die Symmetrie, die sonst bei der Erzeugung der Rundenschlüssel in den verschiedenen Runden entstehen würde.

Designziele

- Kenntnis eines Teils des Chiffrierschlüssels oder des Rundenschlüssels ermöglicht nicht die Berechnung vieler anderer Bits des Rundenschlüssels
- Eine invertierbare Transformation
- Performance auf einer breiten Palette von CPUs
- Verwendung von Rundenkonstanten zur Beseitigung von Symmetrien
- Diffusion der Chiffrierschlüsselunterschiede in die Rundenschlüssel
- Ausreichende Nichtlinearität, um die vollständige Bestimmung von Rundenschlüsselunterschieden nur aus Chiffrierschlüsselunterschieden zu verhindern
- Einfachheit der Beschreibung

Lawineneffekt in AES: Änderung im Klartext

Runde		# unterschiedlicher Bits
	0123456789abcdef fedcba9876543210 0023456789abcdef fedcba9876543210	1
0	0e3634aece7225b6f26b174ed92b5588 0f3634aece7225b6f26b174ed92b5588	1
1	657470750fc7ff3fc0e8e8ca4dd02a9c c4a9ad090fc7ff3fc0e8e8ca4dd02a9c	20
2	5c7bb49a6b72349b05a2317ff46d1294 fe2ae569f7ee8bb8c1f5a2bb37ef53d5	58
3	7115262448dc747e5cdac7227da9bd9c ec093dfb7c45343d6890175070485e62	59
4	f867aee8b437a5210c24c1974cffeabc 43efdb697244df808e8d9364ee0ae6f5	61
5	721eb200ba06206dcbd4bce704fa654e 7b28a5d5ed643287e006c099bb375302	68
6	0ad9d85689f9f77bc1c5f71185e5fb14 3bc2d8b6798d8ac4fe36ald891ac181a	64
7	db18a8ffa16d30d5f88b08d777ba4eaa 9fb8b5452023c70280e5c4bb9e555a4b	67
8	f91b4fbfe934c9bf8f2f85812b084989 20264e1126b219aef7feb3f9b2d6de40	65
9	cca104a13e678500ff59025f3bafaa34 b56a0341b2290ba7dfdfbddcd8578205	61
10	ff0b844a0853bf7c6934ab4364148fb9 612b89398d0600cde116227ce72433f0	58

Lawineneffekt in AES: Änderung im Schlüssel

Runde		# unterschiedlicher Bits
	0123456789abcdef fedcba9876543210 0123456789abcdef fedcba9876543210	0
0	0e3634aece7225b6f26b174ed92b5588 0f3634aece7225b6f26b174ed92b5588	1
1	657470750fc7ff3fc0e8e8ca4dd02a9c c5a9ad090ec7ff3fc1e8e8ca4cd02a9c	22
2	5c7bb49a6b72349b05a2317ff46d1294 90905fa9563356d15f3760f3b8259985	58
3	7115262448dc747e5cdac7227da9bd9c 18aeb7aa794b3b66629448d575c7cebf	67
4	f867aee8b437a5210c24c1974cffeabc f81015f993c978a876ae017cb49e7eec	63
5	721eb200ba06206dcbd4bce704fa654e 5955c91b4e769f3cb4a94768e98d5267	81
6	0ad9d85689f9f77bc1c5f71185e5fb14 dc60a24d137662181e45b8d3726b2920	70
7	db18a8ffa16d30d5f88b08d777ba4eaa fe8343b8f88bef66cab7e977d005a03c	74
8	f91b4fbfe934c9bf8f2f85812b084989 da7dad581d1725c5b72fa0f9d9d1366a	67
9	cca104a13e678500ff59025f3bafaa34 0ccb4c66bbfd912f4b511d72996345e0	59
10	ff0b844a0853bf7c6934ab4364148fb9 fc8923ee501a7d207ab670686839996b	53

Äquivalente inverse Chiffre



Beobachtung

AES-Entschlüsselung ist nicht identisch mit der Verschlüsselung.

- Die Abfolge der Umwandlungen ist unterschiedlich, obwohl die Schlüsselableitung die gleiche ist.
- Dies hat den Nachteil, dass für Anwendungen, die sowohl Verschlüsselung als auch Entschlüsselung erfordern, zwei separate Software- oder Firmware-Module benötigt werden.

Zwei unabhängige, separate Änderungen sind erforderlich, um die Entschlüsselungsstruktur mit der Verschlüsselungsstruktur in Einklang zu bringen:

1. Die ersten beiden Stufen der Entschlüsselungsrunde müssen vertauscht werden.
2. Die zweiten beiden Stufen der Entschlüsselungsrunde müssen vertauscht werden.

Vertausch von *InvShiftRows* und *InvSubBytes*

***InvShiftRows*:** beeinflusst die Reihenfolge der Bytes im Zustand (*State*), ändert aber nicht den Inhalt der Bytes und ist nicht vom Inhalt der Bytes abhängig, um seine Transformation durchzuführen.

***InvSubBytes*:** beeinflusst den Inhalt von Bytes im Zustand (*State*), ändert aber nicht die Byte-Reihenfolge und hängt nicht von der Byte-Reihenfolge ab, um seine Transformation durchzuführen.



Beobachtung

Diese beiden Operationen sind kommutativ und soweit vertauschbar.

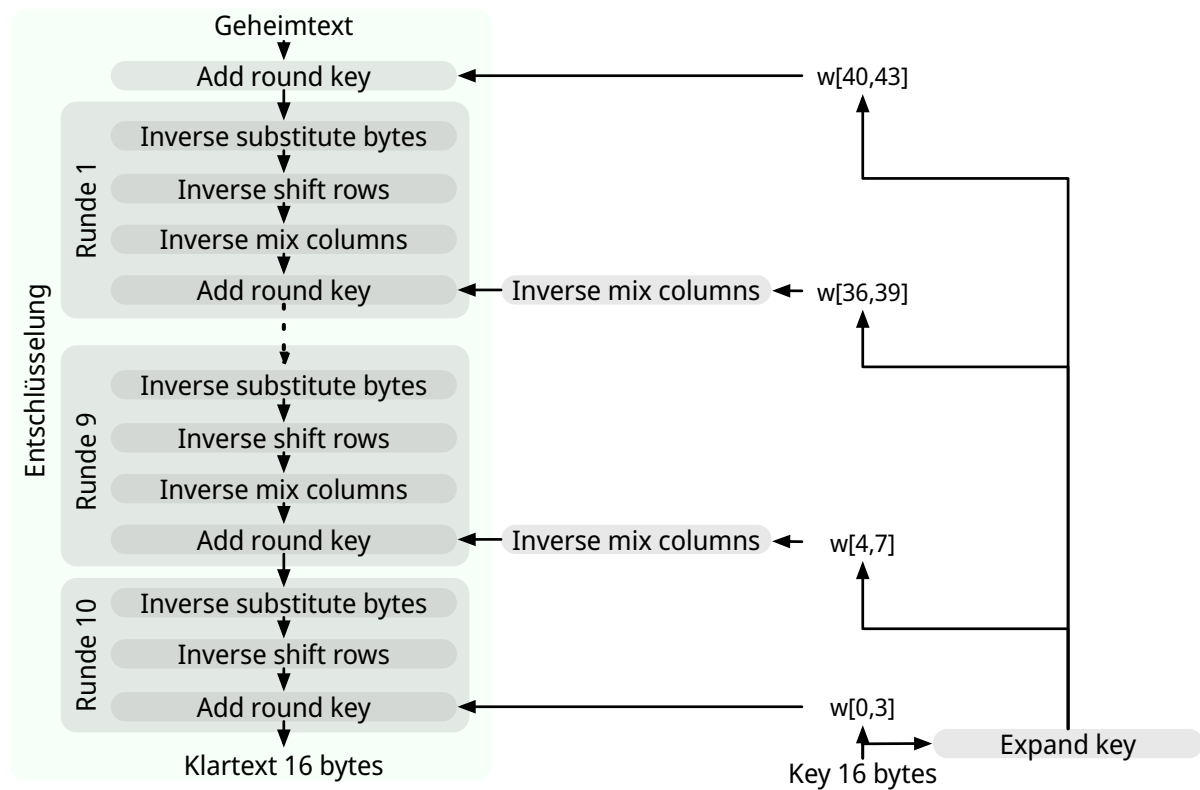
Vertausch von *AddRoundKey* und *InvMixColumns*

- Die Transformationen *AddRoundKey* und *InvMixColumns* ändern die Reihenfolge der Bytes im Zustand (*State*) nicht.
- Betrachtet man den Schlüssel als eine Folge von Wörtern, so wirken sowohl *AddRoundKey* als auch *InvMixColumns* jeweils nur auf eine Spalte des Zustands (*State*).
- Diese beiden Operationen sind linear in Bezug auf die gegebene Spalte.

Das heißt, für einen bestimmten Zustand S_i und einen bestimmten Rundenschlüssel w_j :

$$\text{InvMixColumns}(S_i \oplus w_j) = \text{InvMixColumns}(S_i) \oplus \text{InvMixColumns}(w_j)$$

Äquivalente Inverse Chiffre



Aspekte der Umsetzung auf 8-bit Prozessoren

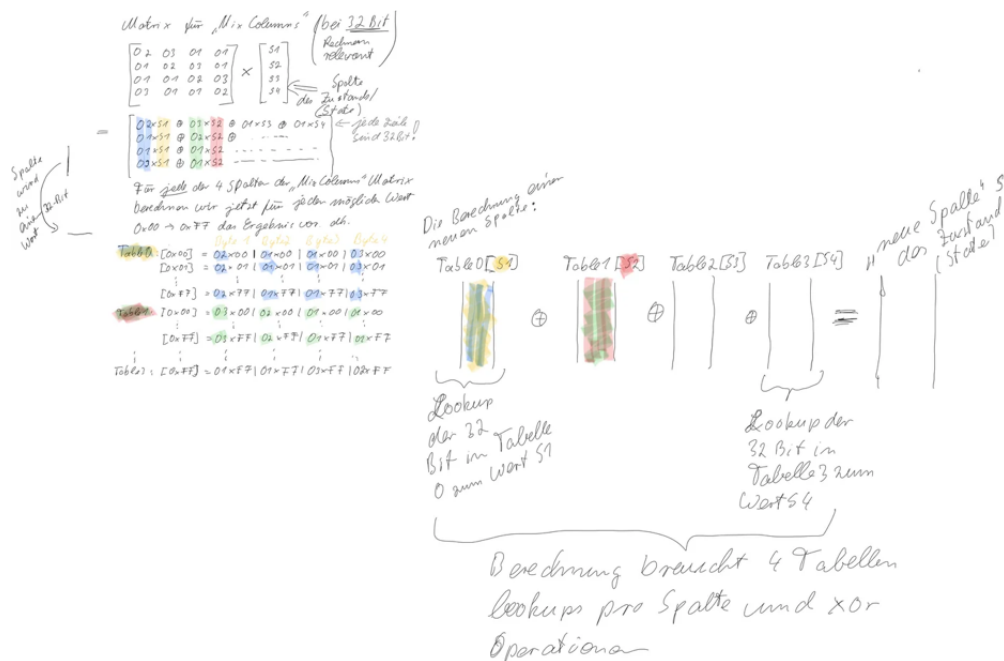
AES kann sehr effizient auf einem 8-Bit-Prozessor implementiert werden:

- AddRoundKey:** ist eine byteweise XOR-Operation.
- ShiftRows:** ist eine einfache Byte-Verschiebeoperation.
- SubBytes:** arbeitet auf Byte-Ebene und benötigt nur eine Tabelle von 256 Bytes.
- MixColumns:** erfordert eine Matrixmultiplikation im Körper $GF(2^8)$, was bedeutet, dass alle Operationen mit Bytes durchgeführt werden.

Aspekte der Umsetzung auf 32-bit Prozessoren

AES kann effizient auf einem 32-Bit-Prozessor implementiert werden:

- Die einzelnen Schritte können so umdefiniert werden, dass sie 32-Bit-Wörter verwenden.
- Es ist möglich 4 Tabellen für die *MixColumns* Transformation mit je 256 Wörtern vorzuberechnen.
- Dann kann jede Spalte in jeder Runde mit 4 Tabellen-Lookups + 4 XORs berechnet werden.
- Die Kosten für die Speicherung der Tabellen belaufen sich auf „4Kb“.
- Die Entwickler glauben, dass die Möglichkeit einer effizienten Implementierung ein Schlüsselfaktor für die Wahl der AES-Chiffre zum neuen Standard war.



Übung (AES-128)

2.1. Formeln für die Berechnung des *RoundKey* aufstellen

Sei der folgende *RoundKey* gegeben:

$$rk_1 = w[4] || w[5] || w[6] || w[7] =$$

-w[4] ----- -w[5] ----- -w[6] ----- -w[7] -----
E2 32 FC F1 91 12 91 88 B1 59 E4 E6 D6 79 A2 93

In Hinblick auf die Berechnung von rk_2 ; d. h. den Rundschlüssel (*Roundkey*) für die zweite Runde, führe folgende Schritte durch.

Bevor Sie die konkrete Berechnung durchführen, schreiben Sie zunächst die Formeln für: $w[8] = \dots \oplus \dots$ $w[9] = \dots \oplus \dots$ $w[10] = \dots \oplus \dots$ $w[11] = \dots \oplus \dots$ auf.

2.2. Berechne $w[8]$ und $w[9]$

Übung (AES-128)

Nehmen wir an, dass der Zustand (*State*) folgendermaßen sei:

```
00 3C 6E 47  
1F 4E 22 74  
0E 08 1B 31  
54 59 0B 1A
```

2.3. Führen Sie den *Substitute Bytes* Schritt durch (Anwendung der S-box Transformation)

2.4. Führen Sie die *Shift Rows Transformation* auf dem Ergebnis des vorherigen Schrittes durch.

Übung (AES-128)

2.5. Mix Columns Transformation

Nehmen wir an, dass der Zustand (*State*) folgendermaßen sei:

6A	59	CB	BD
4E	48	12	A0
98	9E	30	9B
8B	3D	F4	9B

Führen Sie die *Mix Columns Transformation* durch für das fehlende Feld ($S'_{0,0}$):

??	C9	7F	9A
CE	4D	4B	CB
89	71	BE	86
65	47	97	CA

Übung (AES-128)

2.6. RoundKey Anwendung

Wenden Sie den folgenden *RoundKey*:

$-w[x]$ -----	$-w[x+1]$ ----	$-w[x+2]$ ----	$-w[x+3]$ ----
D2 60 0D E7	15 7A BC 68	63 39 E9 01	C3 03 1E FB

auf die folgende Zustandsmatrix (*State*):

AA	65	FA	88
16	0C	05	3A
3D	C1	DE	2A
B3	4B	5A	0A

Übung (AES-128)

2.7. Nachgehakt

Fragen Sie sich, was passiert, wenn Sie einen Block, der nur aus 0×00 Werten besteht, mit einem Schlüssel verschlüsseln, der ebenfalls nur aus 0×00 Werten besteht?