Menghitung Probabilitas Suatu Kejadian

Probabilitas dan Statistika

Departemen Teknik Informatika, FTEIC
Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya

Peluang Suatu Kejadian

- Peluang suatu kejadian A adalah jumlah peluang semua titik contoh dalam subset A.
- Jika kejadian A ada sejumlah n titik kemungkinan kejadian dan percobaan mempunyai N titik kemungkinan kejadian yang sama untuk terjadi, maka probabilitas kejadian A adalah $P(A) = n / N$.

Hubungan Dua Kejadian

- Kejadian Saling Lepas (Mutually Exclusive)
- Kejadian Tidak Saling Lepas (Non Exclusive)
- Kejadian Saling Bebas (Independent)
- Kejadian Tidak Saling Bebas (Dependent)

Kejadian Saling Lepas

- Kejadian Saling Lepas → tidak ada elemen yang sama antara kejadian yang satu dengan lainnya. Sehingga irisan antar kejadian adalah himpunan kosong.
- Untuk 2 kejadian → tidak ada elemen yang sama antara kedua kejadian. Irisan antara kedua kejadian adalah himpunan kosong.

Kejadian Saling Bebas (1)

- Kejadian Saling Bebas → Munculnya suatu kejadian tidak mempengaruhi kejadian lainnya.
- Untuk 2 kejadian → Munculnya kejadian A tidak mempengaruhi kejadian B dan sebaliknya.
  - $P(A \cap B) = P(A) \times P(B|A) = P(A) \times P(B)$
    - $P(B|A) = P(B)$
  - Apabila $P(B|A) \neq P(B)$ maka A dan B adalah kejadian tidak bebas atau tergantung
- Contoh: Berapa peluang kejadian munculnya bagian muka koin jikalau sebelumnya telah terjadi kemunculan koin bagian belakang 7 kali berturut-turut?

Kejadian Saling Bebas (2)

- Contoh: Berapa peluang kejadian munculnya bagian muka koin jikalau sebelumnya telah terjadi kemunculan koin bagian belakang 7 kali berturut-turut?
- Apakah peluang tsb lebih kecil dari kejadian munculnya bagian muka koin jikalau koin tsb belum dilemparkan sebelumnya (baru akan dilemparkan pertama kali)? Jadi bagaimana menghitungnya?

Kejadian Saling Bebas (3)

- Contoh: Berapa peluang kejadian munculnya bagian muka koin jikalau sebelumnya telah terjadi kemunculan koin bagian belakang 7 kali berturut-turut? ½

Sifat-2 Kejadian Saling Lepas dan Kejadian Saling Bebas

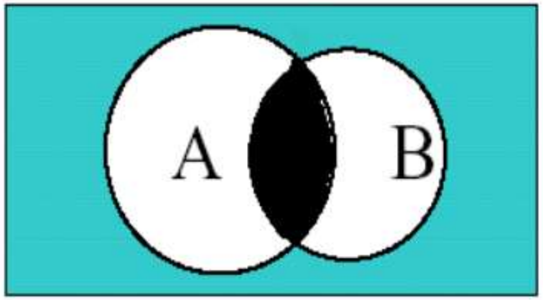
- Kejadian Saling Lepas:
  - $P(A \cap B) = 0$
  - $P(A \cup B)=P(A)+P(B)$

- Kejadian Saling Bebas:
  - $P(A \cap B)=P(A)P(B)$
  - $P(A \cup B)=P(A)+P(B)-P(A)P(B)$
  - $P(A|B)=P(A)$
  - $P(A|\neg B)=P(A)$

Peluang Bersyarat

- Peluang terjadinya suatu kejadian B bila diketahui bahwa kejadian A telah terjadi disebut **peluang bersyarat** P(B|A).

$$P(B \mid A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}, \quad P(A) > false$$



Contoh Masalah

- Ada sebuah dadu yang dibuat sedemikian rupa sehingga peluang munculnya bilangan genap dua kali lebih besar dari bilangan ganjil.
- Berapa peluang munculnya bilangan genap? Berapa peluang munculnya bilangan ganjil?

Contoh Peluang Bersyarat (1)

- Ada sebuah dadu yang dibuat sedemikian rupa sehingga peluang munculnya bilangan genap dua kali lebih besar dari bilangan ganjil.
  - peluang munculnya sebuah bilangan genap = 2/9
  - peluang munculnya sebuah bilangan ganjil = 1/9
- Kejadian B: munculnya bilangan kuadrat murni bila sebuah dadu dilemparkan.
- Jika kejadian B dihitung pada ruang sample A = {**1**,2,3,**4**,5,6}, maka peluang bersyarat P (B|A) = 1/3.

Contoh Peluang Bersyarat (2)

- Selanjutnya, jika ruang sample A dikecilkan menjadi kejadian munculnya bilangan yang lebih besar dari 3, maka A = {4,5,6}. Berapakah peluang kejadian B (munculnya bilangan kuadrat murni bila dadu dilemparkan).

Contoh Peluang Bersyarat (3)

- Pada ruang sampel A yang baru, harus dihitung kembali bobot untuk bilangan genap dan ganjil.
  - peluang munculnya bilangan genap = 4/5
  - peluang munculnya bilangan ganjil = 1/5
- Sehingga:

$$P(B \mid A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = 2/5$$

Kejadian Tidak Saling Bebas

- Berdasarkan rumusan peluang bersyarat:

$$P(B \mid A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

- Kejadian A dan kejadian B saling beririsan sehingga …
  - $P(A \cap B) = P(A) \times P(B|A)$
  - $P(A \cap B) = P(B \cap A) = P(B) \times P(A|B)$
  - Kejadian A dan B terjadi bersama-sama

Aturan Bayes

- Jika kejadian-kejadian B_1, B_2, …, B_k tidak saling beririsan pada ruang sampel S dengan $P(B_j) \neq 0$, j = 1,2, .., k, maka untuk sembarang kejadian A yang terjadi sebelumnya dan $P(A) \neq 0$, berlaku:

$$P(B_r/A) = \frac{P(B_r \cap A)}{\sum_{i=1}^{k} P(B_i \cap A)} = \frac{P(B_r)P(A/B_r)}{\sum_{i=1}^{k} P(B_i)P(A/B_i)}$$

untuk r = 1,2, …. , k

Contoh Penerapan (1)

- Seorang mahasiswa mempunyai dua motor: satu Skuter dan satu lagi Kawasaki.
- Untuk pergi kuliah, peluang dia menggunakan Skuter 75% dan Kawasaki 25%.
- Bila dia menggunakan Skuter peluang dia tiba kembali di rumah sebelum pukul 17.30 sebanyak 75%
- Bila menggunakan Kawasaki peluang dia tiba kembali di rumah sebelum pukul 17.30 sebanyak 60%.
- Bila dia tiba di rumah sebelum pukul 17.30, berapakah peluangnya dia memakai Skuter?

Contoh Penerapan (2)

- Definisikan:
- S : Kejadian mahasiswa berangkat menggunakan Skuter
  $P(S) = 0.75$
- K : Kejadian mahasiswa berangkat menggunakan Kawasaki
  $P(K) = 0.25$
- T : Kejadian mahasiswa tiba di rumah sebelum pukul 17.30
  - Dengan Skuter tiba kembali di rumah sebelum pukul 17.30.
    $P(T|S) = 0.75$
  - Dengan Kawasaki tiba kembali di rumah sebelum pukul 17.30 $P(T|K) = 0.6$
- Tentukan $P(S|T)$

Contoh Penerapan (3)

- Bila mhs tsb tiba di rumah sebelum pukul 17.30, berapakah peluangnya dia memakai Skuter?

- P(S) = 0.75
- P(K) = 0.25
- P(T|S) = 0.75
- P(T|K) = 0.6

$$P(S\mid T)=\frac{P(S)P(T\mid S)}{P(K)P(T\mid K)+P(S)P(T\mid S)}$$

$$P(S\mid T)=\frac{0.75*0.75}{0.25*0.6+0.75*0.75}={}^{15}\!/_{19}$$