

Sujet 2 : Problème du sac à dos multidimensionnel (MKP)

Travail écrit à rendre pour le mardi 3 novembre 2015 au plus tard
Les soutenances auront lieu le jeudi 5 novembre à partir de 9h

1 Sujet

On s'intéresse à un problème d'école en optimisation combinatoire : **Problème du sac à dos multidimensionnel (Multidimensional Knapsack Problem)**.

Ce problème peut servir à modéliser le problème d'allocation de ressources (*capital budgeting*).

Étant donné :

- N projets et M ressources
- b_i , la quantité de ressource i disponible ($i = 1, \dots, M$)
- c_j , le profit (ou gain) associé au projet j ($j = 1, \dots, N$)
- a_{ij} , la quantité de ressource i consommée par le projet j ($i = 1, \dots, M$ et $j = 1, \dots, N$)

Le problème d'allocation de ressources consiste à sélectionner un sous-ensemble de projets tel que le gain total soit maximisé dans la limite des ressources disponibles.

Une formulation classique de ce problème est la suivante :

$$\begin{aligned} \max \quad & f(x) = \sum_{j=1}^N c_j x_j \\ \text{s.c.} \quad & \sum_{j=1}^N a_{ij} x_j \leq b_i \quad i = 1, \dots, M \end{aligned} \tag{1}$$

$$x_j \in \{0, 1\} \quad j = 1, \dots, N \tag{2}$$

avec $x_j = 1$ si le projet j est accepté ($x_j = 0$ sinon)

Hypothèses sur les données :

- c_j et b_i sont des entiers positifs
- $A^j = (a_{ij})_{i=1, \dots, M}$ est différent du vecteur nul $\forall j \in \{1, \dots, N\}$

L'objectif de ce devoir est la résolution approchée du problème de sac à dos multidimensionnel par l'intermédiaire d'une métaheuristique.

2 Travail à réaliser

1. Déterminer une heuristique pour trouver une solution réalisable du problème de sac à dos multidimensionnel. Détailler les différentes étapes de l'algorithme et le tester sur les jeux de données proposés.
2. Proposer plusieurs structures de voisinage adaptées au problème du sac à dos multidimensionnel. Les illustrer sur un exemple.

3. Mettre en oeuvre une méthode de *montée* en utilisant une des structures de voisinage proposées. Tester la méthode de *montée* en la démarrant à partir de la solution trouvée par l'heuristique proposée en 1.
4. Mettre en oeuvre une métaheuristique en utilisant le schéma de base vu en cours.

3 Description des jeux de données

Les algorithmes doivent au moins être testés sur un ensemble de 10 fichiers de données à récupérer sur le lien suivant :

<http://people.brunel.ac.uk/~mastjjb/jeb/orlib/files/>

Le format de chaque fichier de données est le suivant:

- Nombre d'instances dans le fichier (P)
- Pour chaque instance p ($p=1,\dots,P$) sont listés:

nombre de projets (N), nombre de ressources (M), valeur optimale (0 sinon)

les gains: c_j ($j = 1, \dots, N$)

Pour chaque ressource i ($i = 1, \dots, M$), les quantités de ressource consommées par projet : a_{ij} ($j = 1, \dots, N$)

Les quantités de ressources disponibles : b_i ($i=1,\dots,M$)

Le premier fichier à traiter est mknnap1.txt. Il comporte 7 instances. Les valeurs optimales sont données dans le fichier comme explicité ci-dessus.

Les 9 autres fichiers sont les mknnapcb1.txt, mknnapcb2.txt,...,mknnapcb9.txt. Ils comportent chacun 30 instances. Les valeurs optimales sont données en annexe.

4 Tableau de résultats

Présenter un tableau récapitulatif des expériences numériques :

- en colonnes, doivent figurer, pour chaque approche heuristique, la valeur du majorant, le temps de résolution et le saut à la valeur optimale (ou meilleure borne connue).
- en lignes, les instances traitées.

5 Travail à rendre

- Un rapport, dans lequel vous devrez :
 - décrire les heuristiques et métaheuristiques proposées ainsi que les algorithmes associés
 - détailler les voisinages et paramétrages choisis,
 - analyser les résultats numériques que vous aurez obtenus sur la batterie d'instances proposée.
- Votre rapport doit également contenir en annexes vos programmes commentés avec makefile et readme si nécessaire.
- Le rapport est à envoyer sous format .pdf à l'adresse [mél agnes.plateau.alfandari@cnam.fr](mailto:agnes.plateau.alfandari@cnam.fr) **au plus tard le mardi 03/11/2015**

6 RECOMMANDATIONS

- Ce travail est à réaliser en binôme.
- Le code source doit être bien commenté.
- La mise en oeuvre de chaque méthode doit être effectuée en langage C (ou C++) et donner lieu à un mémoire écrit (détaillé) ainsi qu'une présentation orale (avec slides) avec démonstrations sur machine.

7 Soutenances

La soutenance aura lieu le jeudi 05/11/2015.

5.100-00	24381
5.100-01	24274
5.100-02	23551
5.100-03	23534
5.100-04	23991
5.100-05	24613
5.100-06	25591
5.100-07	23410
5.100-08	24216
5.100-09	24411
5.100-10	42757
5.100-11	42545
5.100-12	41968
5.100-13	45090
5.100-14	42218
5.100-15	42927
5.100-16	42009
5.100-17	45020
5.100-18	43441
5.100-19	44554
5.100-20	59822
5.100-21	62081
5.100-22	59802
5.100-23	60479
5.100-24	61091
5.100-25	58959
5.100-26	61538
5.100-27	61520
5.100-28	59453
5.100-29	59965

Table 1: Valeurs optimales pour mknapcb1.txt

5.250-00	59312
5.250-01	61472
5.250-02	62130
5.250-03	59446
5.250-04	58951
5.250-05	60056
5.250-06	60414
5.250-07	61472
5.250-08	61885
5.250-09	58959
5.250-10	109109
5.250-11	109841
5.250-12	108489
5.250-13	109383
5.250-14	110720
5.250-15	110256
5.250-16	109016
5.250-17	109037
5.250-18	109957
5.250-19	107038
5.250-20	149659
5.250-21	155940
5.250-22	149316
5.250-23	152130
5.250-24	150353
5.250-25	150045
5.250-26	148607
5.250-27	149772
5.250-28	155075
5.250-29	154662

Table 2: Valeurs optimales pour mknapcb2.txt

5.500-00	120130
5.500-01	117837
5.500-02	121109
5.500-03	120798
5.500-04	122319
5.500-05	122007
5.500-06	119113
5.500-07	120568
5.500-08	121575
5.500-09	120699
5.500-10	218422
5.500-11	221191
5.500-12	217534
5.500-13	223558
5.500-14	218962
5.500-15	220514
5.500-16	219987
5.500-17	218194
5.500-18	216976
5.500-19	219693
5.500-20	295828
5.500-21	308077
5.500-22	299796
5.500-23	306476
5.500-24	300342
5.500-25	302560
5.500-26	301322
5.500-27	306430
5.500-28	302814
5.500-29	299904

Table 3: Valeurs optimales pour mknapcb3.txt

10.100-00	23064
10.100-01	22801
10.100-02	22131
10.100-03	22772
10.100-04	22751
10.100-05	22777
10.100-06	21875
10.100-07	22635
10.100-08	22511
10.100-09	22702
10.100-10	41395
10.100-11	42344
10.100-12	42401
10.100-13	45624
10.100-14	41884
10.100-15	42995
10.100-16	43559
10.100-17	42970
10.100-18	42212
10.100-19	41207
10.100-20	57375
10.100-21	58978
10.100-22	58391
10.100-23	61966
10.100-24	60803
10.100-25	61437
10.100-26	56377
10.100-27	59391
10.100-28	60205
10.100-29	60633

Table 4: Valeurs optimales pour mknapcb4.txt

10.250-00	59187
10.250-01	58662
10.250-02	58094
10.250-03	61000
10.250-04	58092
10.250-05	58803
10.250-06	58607
10.250-07	58917
10.250-08	59384
10.250-09	59193
10.250-10	110863
10.250-11	108659
10.250-12	108932
10.250-13	110037
10.250-14	108423
10.250-15	110841
10.250-16	106075
10.250-17	106686
10.250-18	109825
10.250-19	106723
10.250-20	151790
10.250-21	148772
10.250-22	151900
10.250-23	151275
10.250-24	151948
10.250-25	152109
10.250-26	153131
10.250-27	153520
10.250-28	149155
10.250-29	149704

Table 5: Valeurs optimales pour mknapcb5.txt

10.500-00	117726
10.500-01	119139
10.500-02	119159
10.500-03	118802
10.500-04	116434
10.500-05	119454
10.500-06	119749
10.500-07	118288
10.500-08	117779
10.500-09	119125
10.500-10	217318
10.500-11	219022
10.500-12	217772
10.500-13	216802
10.500-14	213809
10.500-15	215013
10.500-16	217896
10.500-17	219949
10.500-18	214332
10.500-19	220833
10.500-20	304344
10.500-21	302332
10.500-22	302354
10.500-23	300743
10.500-24	304344
10.500-25	301730
10.500-26	304949
10.500-27	296437
10.500-28	301313
10.500-29	307014

Table 6: Valeurs optimales pour mknapcb6.txt

30.100-00	21946
30.100-01	21716
30.100-02	20754
30.100-03	21464
30.100-04	21814
30.100-05	22176
30.100-06	21799
30.100-07	21397
30.100-08	22493
30.100-09	20983
30.100-10	40767
30.100-11	41304
30.100-12	41560
30.100-13	41041
30.100-14	40872
30.100-15	41058
30.100-16	41062
30.100-17	42719
30.100-18	42230
30.100-19	41700
30.100-20	57494
30.100-21	60027
30.100-22	58025
30.100-23	60776
30.100-24	58884
30.100-25	60011
30.100-26	58132
30.100-27	59064
30.100-28	58975
30.100-29	60603

Table 7: Valeurs optimales pour mknapcb7.txt

30.250-00	56693
30.250-01	58318
30.250-02	56553
30.250-03	56863
30.250-04	56629
30.250-05	57119
30.250-06	56292
30.250-07	56403
30.250-08	57442
30.250-09	56447
30.250-10	107689
30.250-11	108338
30.250-12	106385
30.250-13	106796
30.250-14	107396
30.250-15	107246
30.250-16	106308
30.250-17	103993
30.250-18	106835
30.250-19	105751
30.250-20	150083
30.250-21	149907
30.250-22	152993
30.250-23	153169
30.250-24	150287
30.250-25	148544
30.250-26	147471
30.250-27	152841
30.250-28	149568
30.250-29	149572

Table 8: Valeurs optimales pour mknapcb8.txt

30.500-00	115868
30.500-01	114667
30.500-02	116661
30.500-03	115237
30.500-04	116353
30.500-05	115604
30.500-06	113952
30.500-07	114199
30.500-08	115247
30.500-09	116947
30.500-10	217995
30.500-11	214534
30.500-12	215854
30.500-13	217836
30.500-14	215566
30.500-15	215762
30.500-16	215772
30.500-17	216336
30.500-18	217290
30.500-19	214624
30.500-20	301627
30.500-21	299985
30.500-22	304995
30.500-23	301935
30.500-24	304404
30.500-25	296894
30.500-26	303233
30.500-27	306944
30.500-28	303057
30.500-29	300460

Table 9: Valeurs optimales pour mknapcb9.txt