



1 Contexte

On s'intéresse à la société *CompuOpti* qui élabore et implémente pour ses clients des solutions d'optimisation et d'aide à la décision. *CompuOpti* emploie un certain nombre d'ingénieurs-développeurs qui sont staffés sur les projets des clients. Chaque projet nécessite de staffer un certain nombre de jours/hommes sur des compétences spécifiques (optimisation, gestion de projet, développement web, ...). Ainsi, un projet peut nécessiter 6 jours/personne de compétences A, 2 jours/personne de compétences B, et 5 jours/personne de compétences C. L'affectation du personnel aux projets et leur planification est une question cruciale chez *CompuOpti*, et vous êtes mandatés pour élaborer une solution destinée à Margaux Dourtille, PDG de *CompuOpti*, qui devra lui permettre de planifier efficacement son personnel sur les projets (sachant que tous les projets ne peuvent pas toujours être staffés).

Le problème étudié est donc un problème de planification de personnel et d'affectation de projets. On considérera que le problème se déroule sur un horizon de temps donné (on ne considérera que les jours ouvrés). Chaque membre du personnel de *CompuOpti* possède certaines qualifications, parmi un ensemble donné de qualifications (par exemple $\{A, B, C, D, E\}$), et des jours de congés prédéfinis intervenant durant l'horizon de temps.

Chaque projet fait appel à des qualifications parmi l'ensemble des qualifications (un sous-ensemble de $\{A, B, C, D, E\}$). Chaque qualification intervenant dans le projet est associé à un nombre de jours de travail dédié à cette qualification. Par ailleurs, chaque projet produit un gain s'il est réalisé, et Margaux cherche à maximiser le bénéfice total induit par les projets réalisés.

Il s'agit donc de définir des emplois du temps pour les membres du personnel, c'est-à-dire d'affecter chaque jour de travail d'un membre du personnel à une qualification d'un projet (ou à aucune activité). La figure ci-dessous donne un exemple simple de planning avec 5 personnes (alice, bob, charlie, david et eve), 3 compétences (A,B et C) et 5 projets (I,II, III, IV et V).

eve	II,C	II,C	II,C	II,C	III,C	III,C	III,C	IV,C	V,C	V,C	V,C	
david	I,B	I,B	I,B	II,B	II,B	IV,B	IV,B	IV,B				
charlie	I,A	I,A	II,A	II,A	II,A	III,A	IV,A	IV,A	IV,A			
bob	I,C	I,C	II,C	II,C	II,C	III,C	III,C	IV,C	IV,C	V,C		
alice	⊗	I,A	I,A	III,A	III,A	⊗	III,A	III,B	⊗	V,A	V,B	
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12

Personnel	
nom	compétences
alice	A,B
bob	C
charlie	A
david	B
eve	A,B,C

	Projets		
	A	B	C
I	4	3	2
II	3	2	7
III	4	1	5
IV	3	3	3
V	1	1	4

Dans la constitution du planning, un certain nombre de contraintes sont bien sûr à respecter :

- Un membre du personnel ne peut être affecté à une qualification d'un projet que s'il possède cette qualification (contrainte de qualification du personnel).
- A tout instant, un collaborateur ne peut être affecté qu'à un seul projet et qu'à une seule qualification intervenant dans ce projet (contrainte d'unicité de l'affectation quotidienne du personnel).
- Un membre de personnel ne peut pas être affecté à une qualification de projet un jour de congé (contrainte de congé).
- Un projet n'est considéré réalisé que si tous les jours de travail dédiés à chacune des qualifications intervenant dans le projet ont été couverts par des membres du personnel (contrainte de couverture des qualifications du projet).
- Enfin, un projet ne peut être réalisé qu'une fois sur une période de temps donnée (contrainte d'unicité de la réalisation d'un projet).

Pour identifier des plannings pertinents, il pourra être raisonnable de considérer les critères suivants :

- Maximiser le profit total réalisé,
- Minimiser la durée effective de réalisation des projets,
- Minimiser le nombre de projets sur lesquels un collaborateur travaille,
- Minimiser le nombre de projets livrés en retard,
- ...

2 Jeux de données

Pour tester votre modèle, vous disposerez de trois instances de taille croissante (`toy_instance.json`, `medium_instance.json` et `large_instance.json`) au format JSON téléchargeables sur le site edunao du cours. Au delà de ces trois instances de départ, il vous sera nécessaire de construire un générateur d'instances pour tester la performance de vos algorithmes.

3 Organisation et travail à effectuer

Le projet est à réaliser en trinômes. La composition des groupes doit être saisie ici . Le projet donnera lieu pour chaque trinôme à une soutenance qui aura lieu le vendredi 14/11/2025 après-midi.

Le projet vise à calculer la surface des solutions non-dominées du problème d'optimisation multiobjectif que vous formulerez. Votre code devra permettre de représenter les solutions non-dominées dans l'espace des objectifs, ainsi que chacune des solutions dans l'espace des décisions. Pour le livrable final (à remettre à la soutenance finale), vous devrez :

- mettre à jour votre dépôt sur git.
- Préparer des slides contenant la description précise des modèles que vous avez travaillés, les résultats des différents modèles sur les jeux de données fournis, ainsi que sur d'éventuels jeux de données que vous aurez élaborés.

Quelques conseils pour la modélisation mathématique.

- Lister les paramètres du problème (par exemple, l'horizon de temps, l'ensemble des qualifications, etc.) dont vous avez besoin pour la modélisation et leur donner un symbole compact (par exemple, h pour l'horizon de temps, et \mathcal{Q} pour les qualifications). Notons que ces paramètres peuvent être des entiers (comme h) mais également des ensembles (comme \mathcal{Q}).
- Définir des variables de décision et leur donner des symboles compacts (idéalement une unique lettre, par exemple X). Leur donner également une interprétation (par exemple, X vaut 1 si ... 0 sinon). Ne pas oublier de donner l'ensemble de valeurs que peuvent prendre ces variables (par exemple $\{0,1\}$). Si ces variables ont des indices, penser également à donner avec précision l'ensemble des valeurs que peuvent prendre ces indices.
NB : Attention à bien distinguer les paramètres du problème, qui sont des données fixées, des variables de décision, qui correspondent à des choix.
- Définir les contraintes du problème. Comme pour les variables de décision, leur donner une interprétation et, si elles font intervenir des indices, ne pas oublier de donner l'ensemble de valeurs que peuvent prendre ces variables.
- Définir les objectifs du problème.
- Enfin, veiller à ne pas avoir de collisions de notations. Autrement dit, ne pas avoir un symbole utilisé pour désigner plusieurs chose différentes.
- Si votre formulation conduit à une résolution exacte dont le temps de calcul est élevé, il pourra être judicieux de renoncer à l'optimalité et d'envisager une résolution approchée.