

Составим матрицы соединений R графа и расстояний D множества позиций.

$$R = \begin{array}{c|cccc} & e_1 & e_2 & e_3 & e_4 \\ \hline e_1 & 0 & 0 & 3 & 4 \\ e_2 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ e_3 & 3 & 2 & 0 & 2 \\ e_4 & 4 & 0 & 2 & 0 \end{array} \quad D = \begin{array}{c|cccc} & p_1 & p_2 & p_3 & p_4 \\ \hline p_1 & 0 & 1 & 2 & 3 \\ p_2 & 1 & 0 & 1 & 2 \\ p_3 & 2 & 1 & 0 & 1 \\ p_4 & 3 & 2 & 1 & 0 \end{array}$$

Определим нижнюю границу целевой функции для этих исходных данных. Для этого упорядочим составляющие вектора r в невозрастающем порядке, а вектора d – в неубывающем.

$$r = \{4 \ 3 \ 2 \ 2 \ 0 \ 0\}$$

$$d = \{1 \ 1 \ 1 \ 2 \ 2 \ 3\}$$

$$r \cdot d = 4 + 3 + 2 + 4 + 0 + 0 = 13$$

Это значит, что для этих исходных данных значение целевой функции $F(P)$ не может быть меньше 13.

1) Помещаем элемент e_1 в позицию p_1 . Т. к. размещен один элемент $F(q) = 0$.

Неразмещенные элементы $\{e_2; e_3; e_4\}$, свободные позиции $\{p_2; p_3; p_4\}$.

Составим вектор, соответствующий первой строке матрицы R $r_1 = \{4 \ 3 \ 0\}$, и вектор, соответствующий первой строке матрицы D $d_1 = \{1 \ 2 \ 3\}$, суммарная длина соединений между размещенным и неразмещенными элементами

$$w(P) = r_1 * d_1 = 4 + 6 + 0 = 10$$

Для оценки $v(P)$ вычеркнем из матриц R и D первые строку и столбец. образуем вектора: $r = \{2 \ 2 \ 0\}$ и $d = \{1 \ 1 \ 2\}$, соответствующие верхним половинам усеченных матриц R и D .

$$\text{Получим } v(P) = r * d = 2 + 2 + 0 = 4.$$

Таким образом, нижняя граница $F(P) = 0 + 4 + 10 = 14$.

2) Помещаем элемент e_1 в позицию p_2 . Т. к. размещен один элемент $F(q) = 0$.

Неразмещенные элементы $\{e_2; e_3; e_4\}$, свободные позиции $\{p_1; p_3; p_4\}$.

Составим вектор, соответствующий первой строке матрицы R $r_1 = \{4 \ 3 \ 0\}$, и вектор, соответствующий второй строке матрицы D $d_2 = \{1 \ 1 \ 2\}$, суммарная длина соединений между размещенным и неразмещенными элементами

$$w(P) = r_1 * d_2 = 3 + 4 + 0 = 7$$

Для оценки $v(P)$ вычеркнем из матрицы R первые строку и столбец, а из матрицы D вторые строку и столбец. образуем вектора: $r = \{2 \ 2 \ 0\}$ и $d = \{1 \ 2 \ 3\}$, соответствующие верхним половинам усеченных матриц R и D .

Получим $v(P) = r*d = 4 + 2 + 0 = 6$.

Таким образом, нижняя граница $F(P) = 0 + 7 + 6 = 13$.

Ввиду симметричности позиций (p_1 и p_4) и (p_2 и p_3) будут получены те же результаты для симметричных позиций. Назначаем элемент e_1 на позицию p_2 .

3) Помещаем элемент e_2 в позицию p_1 . Размещены два элемента: e_1 в позиции p_2 и e_2 в позиции p_1 , $F(q) = r_{12}d_{21} = 0$.

Неразмещенные элементы $\{e_3; e_4\}$, свободные позиции $\{p_3, p_4\}$;

$r_1 = \{4\ 3\}$ и $d_2 = \{1\ 2\}$, $r_1 d_2 = 6 + 4 = 10$;

$r_2 = \{2\ 0\}$ и $d_1 = \{2\ 3\}$, $r_2 d_1 = 4 + 0 = 4$;

$w(P) = 4 + 10 = 14$.

$r = \{2\}$ и $d = \{1\}$, $v(P) = r * d = 2$. $F(P) = 0 + 14 + 2 = 16$.

4) Помещаем элемент e_2 в позицию p_3 . Размещены два элемента: e_1 в позиции p_2 и e_2 в позиции p_3 , $F(q) = r_{12}d_{23} = 0$.

Неразмещенные элементы $\{e_3; e_4\}$, свободные позиции $\{p_1; p_4\}$;

$r_1 = \{4\ 3\}$ и $d_2 = \{1\ 2\}$, $r_1 d_2 = 6 + 4 = 10$;

$r_2 = \{2\ 0\}$ и $d_3 = \{1\ 2\}$, $r_2 d_3 = 2 + 0 = 2$;

$w(P) = 10 + 2 = 12$.

$r = \{2\}$ и $d = \{3\}$, $v(P) = r * d = 6$. $F(P) = 0 + 12 + 6 = 18$

5) Помещаем элемент e_2 в позицию p_4 . Размещены два элемента: e_1 в позиции

p_2 и e_2 в позиции p_4 , $F(q) = r_{12}d_{24} = 0$.

Неразмещенные элементы $\{e_3; e_4\}$, свободные позиции $\{p_1; p_3\}$;

$r_1 = \{4\ 3\}$ и $d_2 = \{1\ 1\}$, $r_1 d_2 = 4 + 3 = 7$;

$r_2 = \{2\ 0\}$ и $d_4 = \{1\ 3\}$, $r_2 d_3 = 2 + 0 = 2$;

$w(P) = 7 + 2 = 9$.

$r = \{2\}$ и $d = \{2\}$, $v(P) = r * d = 4$. $F(P) = 0 + 9 + 4 = 13$ - нижняя граница

$F(P)$, значит дальнейший поиск не имеет смысла, назначаем элемент e_2 на позицию p_4

5) Помещаем элемент e_3 в позицию p_1 . Размещены три элемента: e_1 в позиции p_2 , e_2 в позиции p_3 и e_3 в позиции p_1 , $F(q) = r_{13}d_{21} + r_{12}d_{24} + r_{32}d_{14} = 3 + 0 + 6 = 9$.

Неразмещенный элемент e_4 , свободная позиция p_3 ;

$r_1 = \{4\}$ и $d_2 = \{1\}$, $r_1 * d_1 = 4$;

$r_2 = \{0\}$ и $d_4 = \{1\}$, $r_2 * d_3 = 0$;

$r_3 = \{2\}$ и $d_1 = \{2\}$, $r_3 * d_2 = 4$;

$w(P) = 4 + 0 + 4 = 8$.

Неразмещенный элемент один, $v(P) = 0$. $F(P) = 9 + 8 + 0 = 17$.

6) Помещаем элемент e_3 в позицию p_3 . Размещены три элемента: e_1 в позиции p_2 , e_2 в позиции p_3 и e_3 в позиции p_4 , $F(q) = r_{13}d_{23} + r_{12}d_{24} + r_{32}d_{34} = 3 + 0 + 2 = 5$.

Неразмещенный элемент e_4 , свободная позиция p_1 ;

$r_1 = \{4\}$ и $d_2 = \{1\}$, $r_1 * d_2 = 4$;

$r_2 = \{0\}$ и $d_4 = \{3\}$, $r_2 * d_3 = 0$;

$r_3 = \{2\}$ и $d_3 = \{2\}$, $r_3 * d_4 = 4$;

$$w(P) = 4 + 4 + 0 = 8.$$

Неразмещенный элемент один, $v(P) = 0$. $F(P) = 8 + 5 + 0 = 13$

Назначаем элемент e_3 на позицию p_3 .

Неразмещенный элемент $\{e_4\}$, свободная позиция $\{p_1\}$. Помещаем $\{e_4\}$ в позицию $\{p_4\}$.

$$F(q) = r_{13}d_{23} + r_{12}d_{24} + r_{14}d_{21} + r_{32}d_{34} + r_{34}d_{31} + r_{24}d_{41} = 3 + 0 + 4 + 4 + 2 + 0 = 13.$$

$w(P) = v(p) = 0$. Получено размещение:

