Activités

1

2 Activité 2

Démontrer que $\overrightarrow{u}.\overrightarrow{v} = ||\overrightarrow{u}|| \times ||\overrightarrow{v}|| \times \cos(\overrightarrow{u}, \overrightarrow{v})$.
Cf. fig. 2.
On pose :

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{u}\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{v}(\overrightarrow{u};\overrightarrow{v}) = (\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC})$$

Soit $\overrightarrow{i}$ tel que $\overrightarrow{AB} = AB \times \overrightarrow{i}$ et $\overrightarrow{j}$ tel que $(A;\overrightarrow{i};\overrightarrow{j})$soit orthonormé. Le cercle orienté de centre A et de rayon 1 est donc le cercle trigonométrique.

$$AK = 1 = ||\overrightarrow{i}|| = ||\overrightarrow{j}||\overrightarrow{AC} = AC \times \overrightarrow{AK}$$

On a donc :

$$K(\cos\theta;\sin\theta)\overrightarrow{AC}(AC\cos\theta;AC\sin\theta)\overrightarrow{AB}(AB;0)$$

$$\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = AB \times AC \times \cos(\overrightarrow{u};\overrightarrow{v})$$

Or $\cos(\overrightarrow{u};\overrightarrow{v}) = \cos(\overrightarrow{v};\overrightarrow{u})$.

$$\cos(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}) = \cos(\overrightarrow{AC};\overrightarrow{AB}) = \cos\widehat{BAC}$$

Conséquence : exprimer $\overrightarrow{u}.\overrightarrow{v}$ dans le cas $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ colinéaires.
$\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ colinéaires $\Leftrightarrow (u;v) = 0[2\pi]$ [1] ou $(u;v) = \pi[2\pi]$ [2].

1. Même sens
2. Sens contraire

On en déduit :

$$\overrightarrow{u}.\overrightarrow{v} = ||\overrightarrow{u}|| \times ||\overrightarrow{v}|| \times \cos 0 = ||\overrightarrow{u}|| \times ||\overrightarrow{v}||$$

ou

$$\overrightarrow{u}.\overrightarrow{v} = ||\overrightarrow{u}|| \times ||\overrightarrow{v}|| \times \cos \pi = -||\overrightarrow{u}|| \times ||\overrightarrow{v}||$$

3 Activité 3

Soient A, B, C non alignés, H le projeté orthogonal de C sur (AB).
Démontrer que $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AH}$.