

Львівський національний університет імені
Івана Франка

Факультет гуманітарних наук та
інформастики

Теорія інформації та кодування
Практичне завдання №4

Виконав:
ст. лк. Ілук'як Денис
Група ПМІ-23

2025

4.1.

Baywörter	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6	P_7	P_8	P_9
14	0,33	0,02	0,13	0,12	0,05	0,13	0,11	0,03	0,08

A	$p_1 = 0,33$								
B	$p_3 = 0,13$	0							
C	$p_6 = 0,13$								
D	$p_4 = 0,12$								
E	$p_7 = 0,11$								
F	$p_9 = 0,08$								
G	$p_5 = 0,05$	1							
H	$p_8 = 0,03$		1						
I	$p_2 = 0,02$			1					

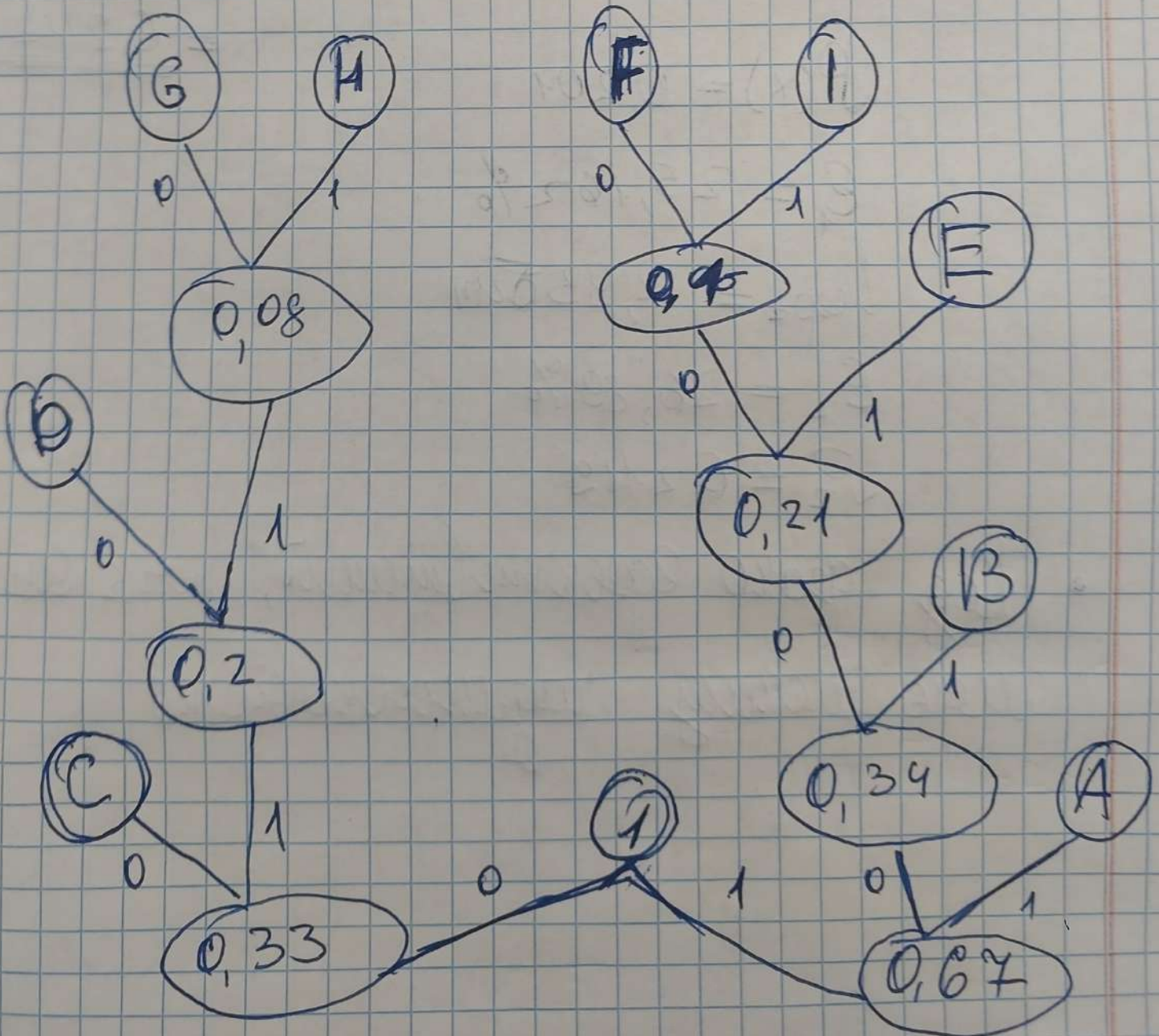
$$\bullet l_{exp} = 0,33 \cdot 2 + 0,13 \cdot 2 + 0,13 \cdot 3 + 0,12 \cdot 3 + 0,11 \cdot 3 + 0,08 \cdot 4 + 0,05 \cdot 5 + 0,03 \cdot 6 + 0,02 \cdot 7 = \underline{\underline{2,89 \text{ Jem}}}$$

$$\bullet H(x) = - \sum_{i=1}^n p(x_i) \log_2 p(x_i) = - (0,33 \log_2 0,33 + 0,02 \log_2 0,02 + \dots + 0,08 \log_2 0,08) = 0,53 + 0,13 + 0,383 + 0,383 + 0,367 + 0,216 +$$

$$+ 0,350 + 0,152 + 0,292 = \underline{\underline{2,309 \text{ Sum}}}$$

$$\bullet P_1 = 1 - \frac{H(x)}{L_{\text{cep}}} = 1 - \frac{2,309}{2,89} = \underline{\underline{0,201}}$$

$$\bullet E_1 = \frac{L_{\text{cep}} - H(x)}{H(x)} \cdot 100\% = \underline{\underline{25,162\%}}$$



$$\bullet l_{\text{ср}_2} = 0,05 \cdot 4 + 0,03 \cdot 4 + 0,08 \cdot 5 + 0,02 \cdot 5 + \\ + 0,12 \cdot 3 + 0,11 \cdot 4 + 0,13 \cdot 2 + 0,13 \cdot 3 + \\ + 0,33 \cdot 2 = \underline{\underline{2,93 \text{ дм}}}; \bullet E_2 = \frac{2,93 - 2,309}{2,309} \cdot 100\%$$

$$= \underline{\underline{26,89\%}}$$

$$B: l_{\text{ср}_1} = 2,89 \text{ дм} \\ H(x) = 2,309 \text{ дм}$$

$$P(x) = 0,201$$

$$E_1 = 25,162\%$$

$$l_{\text{ср}_2} = 2,93 \text{ дм}$$

$$E_2 = 26,89\%$$

$$P_2 = 0,2119$$

$$\bullet P_2 = 1 - \frac{2,309}{2,93} = \\ = \underline{\underline{0,2119}}$$

- Чем более эффективен, тем он менее зависит от параметров

4.2.

Bauform	P(A)	P(B)	P(C)	P(D)
14	0,38	0,24	0,13	0,25

ACBDBBDBCBBDDBBB CBBABBBACBABADCD \equiv

A	0,38	1	1	0,38
D	0,25	01	2	0,5
B	0,24	001	3	0,72
C	0,13	000	3	0,39

• $L_{exp1} = 0,38 + 0,5 + 0,72 + 0,39 = \underline{1,99 \text{ Jim}}$

• $E_1 = \frac{1,99 - \textcircled{1,9}}{\textcircled{1,9}} \cdot 100\% = \underline{4,43\%}$

• $H_1(x) = -(0,38 \log_2 0,38 + 0,5 \log_2 0,5 + 0,72 \log_2 0,72 + 0,39 \log_2 0,39) = 0,53 + 0,5 + 0,341 + 0,529 = \underline{1,9 \text{ Jim}}$

• $S_1 = 1 - \frac{1,9}{1,99} = 0,0452$

\equiv 10010100001010000100101010000101
0100101011010110010110110000001000

• $L_1 = 65$

AA	0,1444	11	0,2888
AD	0,095	101	0,285
DA	0,095	100	0,285
AB	0,0912	0111	0,3648
BA	0,0912	0110	0,3648
DD	0,0625	0101	0,25
BD	0,06	0100	0,24
DB	0,06	0011	0,24
BB	0,0576	00101	0,288
AC	0,0494	00100	0,247
CA	0,0494	00011	0,247
CD	0,0325	00010	0,1625
DC	0,0325	000011	0,105
BC	0,0312	000010	0,1872
CB	0,0312	000001	0,1872
CC	0,0169	0000000	0,1014
Σ ₂			3,9334 Jm

$$\begin{aligned}
 \bullet H_2(x) &= -(0,1444 \log_2 0,1444 + \dots + 0,0169 \log_2 0,0169) = \\
 &= 0,403 + 0,323 + 0,323 + 0,315 + 0,315 + \\
 &+ 0,25 + 0,244 + 0,244 + 0,237 + 0,214 + \\
 &+ 0,214 + 0,16 + 0,16 + 0,156 + 0,156 + \\
 &+ 0,099 = \underline{\underline{3,817 \text{ Jtm}}}
 \end{aligned}$$

$$\bullet E_2 = \frac{3,9337 - 3,817}{3,817} \cdot 100\% = \underline{\underline{3,057\%}}$$

$$\bullet P_2 = 1 - \frac{3,817}{3,9337} = \underline{\underline{0,0297}}$$

001000100000101001100000101000010100
 0010001010111011000000101110100010

$$\underline{\underline{L_2 = 70}}$$

$$\text{B: } L_{\text{exp}_1} = 1,99 \text{ Jtm} \quad E_1 = 4,737\% \quad P_1 = 0,0452$$

$$L_{\text{exp}_2} = 3,9337 \text{ Jtm} \quad E_2 = 3,057\% \quad P_2 = 0,0297$$

$$L_1 = 65$$

$$L_2 = 70$$

- Относительное кодирование методом Шеннона-Фано, ϵ в среднем меньше так же $\epsilon_2 = 3,057\%$ в среднем $\epsilon_1 = 4,737\%$

4.3.

1.

Вариант	матрица	Прямая код
14	0,07 0,41 0,55 0,79 0,0 0,21 0,33 0,34 0,33	BACCAACABABA BCBABCAC

$$\begin{cases} P(A) = P(A) \cdot P(A|A) + P(B) \cdot P(A|B) + P(C) \cdot P(A|C) \\ P(B) = P(A) \cdot P(B|A) + P(B) \cdot P(B|B) + P(C) \cdot P(B|C) \\ P(A) + P(B) + P(C) = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -0,96P(A) + 0,79P(B) + 0,33P(C) = 0 \\ 0,41P(A) - 1P(B) + 0,34P(C) = 0 \\ P(A) + P(B) + P(C) = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} P(A) = 0,353 \\ P(B) = 0,272 \\ P(C) = 0,375 \end{cases}$$

C	0,375	1	1	0,375
A	0,353	01	2	0,706
B	0,272	00	2	0,544
L exp				1,625

$$\begin{aligned}
 \bullet H_1(x) &= -(0,375 \log_2 0,375 + 0,353 \log_2 0,353 + \\
 &+ 0,272 \log_2 0,272) = 0,53 + 0,53 + 0,51 = \\
 &= \underline{\underline{1,57 \text{ Jem}}}
 \end{aligned}$$

$$\bullet P_1 = 1 - \frac{1,57}{1,625} = \underline{\underline{0,034}}$$

$$\bullet E_1 = \frac{1,625 - 1,57}{1,57} \cdot 100\% = \underline{\underline{3,503\%}}$$

1) 0001101011010001000100100011011

$$\underline{\underline{L_1 = 32}}$$

2.	AA	$P(A)P(A A) = 0,353 \cdot 0,04 = 0,01412$
	AB	$\dots = 0,14473$
	AC	$\dots = 0,19415$
	BB	$\dots = 0,0$
	BA	$\dots = 0,21488$
	BC	$\dots = 0,05712$
	CC	$\dots = 0,12375$
	CA	$\dots = 0,12375$
	CB	$\dots = 0,1275$

BA	0,21488	11	0,42976
AC	0,19415	101	0,58245
AB	0,14473	100	0,43419
CB	0,1275	011	0,3825
CC	0,12375	010	0,37125
CA	0,12375	001	0,37125
BC	0,05712	0001	0,22848
AA	0,01412	00001	0,05648
BB	0,0	00000	0,0
<u>l_2</u>			<u>2,856</u>

$$\begin{aligned}
 \bullet H_2(x) &= -(0,21488 \log_2 0,21488 + \dots + 0,0 \log_2 0,0) = \\
 &= 0,476 + 0,459 + 0,403 + 0,379 + 0,373 + 0,573 + \\
 &+ 0,236 + 0,087 = \underline{\underline{2,786 \text{ bit}}}
 \end{aligned}$$

$$\bullet E_2 = \frac{2,856 - 2,786}{2,786} \cdot 100\% = \underline{\underline{2,512\%}}$$

$$\bullet P_2 = 1 - \frac{2,786}{2,856} = \underline{\underline{0,025}}$$

2) 1101000001001111 0001110001101

$$\underline{\underline{L_2 = 30}}$$

3. • Після сума A

C	0,55	1	1	0,55
B	0,41	01	2	0,82
A	0,04	00	2	0,08
$L_{\text{ср}}(A)$				1,45

• Після сума B

A	0,79	1	1	0,79
C	0,21	01	2	0,42
B	0,0	00	2	0,0
$L_{\text{ср}}(B)$				1,21

• Після сума C

B	0,34	1	1	0,34
A	0,33	01	2	0,66
C	0,33	00	2	0,66
$L_{\text{ср}}(C)$				1,66

• $\tilde{L}_3 = P(A) \cdot L_{\text{ср}}(A) + P(B) \cdot L_{\text{ср}}(B) + P(C) \cdot L_{\text{ср}}(C) = \underline{\underline{1,463 \text{ Дж}}}$

3) 001100 010010 101101 101011 10101

011

$$\underline{l_3 = 32}$$

$$\bullet H_3(x) = \sum_{i=1}^k p(x_i) H(x|x_i) = 0,353 \cdot 1,187 + 0,272 \cdot 0,742 + 0,375 \cdot 1,587 = \underline{\underline{1,216 \text{ Jem}}}$$

$$\bullet \epsilon_3 = \frac{1,463 - 1,216}{1,216} \cdot 100\% = \underline{\underline{20,312\%}}$$

$$\bullet P_3 = 1 - \frac{1,216}{1,463} = \underline{\underline{0,169}}$$

B: $l_{exp_1} = 1,625 \text{ Jem}$

$l_{exp_2} = 2,856 \text{ Jem}$

$l_{exp_3} = 1,463 \text{ Jem}$

$H_1(x) = 1,57 \text{ Jem}$

$H_2(x) = 2,786 \text{ Jem}$

$H_3(x) = 1,216 \text{ Jem}$

$\epsilon_1 = 3,50\%$

$P_1 = 0,034$

$l_1 = 32$

$\epsilon_2 = 2,512\%$

$P_2 = 0,025$

$l_2 = 30$

$\epsilon_3 = 20,312\%$

$P_3 = 0,169$

$l_3 = 32$

- Отже, найефективнішим виявився код Рано для попарного кодування, бо має має найменше значення $E_2 = 2,52\%$ і довжину коду $l_2 = 30$. Другим по ефективності є код Рано для одного символу з $E_1 = 3,503\%$ і $l_1 = 32$, і найменш ефективним є Марковський алгоритм з $E_3 = 20,312\%$ хоча по довжині коду ця гіпотеза не підтверджується, бо є схожою до коду Рано для одного символу $E_2 = E_3$.