Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Сибирский государственный университет телекоммуникаций и информатики»

**Лабораторная работа №3**

**по дисциплине «Основы систем мобильной связи»**

**«Корреляция дискретных сигналов»**

Выполнил:

Дембирел Д.Т.

Группа: ИА-232

Проверил: Дроздова В.Г.

Вариант: 6



Новосибирск 2024

**Содержание**

[Цель работы 3](#_Toc177600549)

[Краткие теоретические сведения 4](#_Toc177600550)

[Этапы выполнения работы 13](#_Toc177600551)

[Контрольные вопросы 25](#_Toc177600552)

[Заключение 27](#_Toc177600553)

# Цель работы

Получить представление о том, что такое корреляционная функция и нормализованная взаимная корреляционная функция, как они вычисляются и какое отношение имеют к процедурам синхронизации в сетях мобильной связи

**Задачи**

• Изучить теоретические основы корреляции дискретных сигналов.

• Реализовать алгоритмы вычисления обычной и нормализованной корреляции.

• Проанализировать влияние циклического сдвига сигнала на значение корреляции.

# Краткие теоретические сведения

Корреляция – это статистическая зависимость двух и более случайных величин. Корреляционная взаимосвязь в случае с сетями мобильной связи и используемыми в них радиосигналами позволяет обнаруживать сигналы синхронизации для того, чтобы с их помощью корректно разбивать ось времени на интервалы, предусматриваемые стандартами связи (например, слоты, кадры и пр.).

Корреляция бывает положительная, когда два процесса на прямую зависят друг от друга, то есть увеличение одной величины вызывает пропорциональный рост другой и наоборот. Например, можно проследить рост объемов продаж мороженного при повышении суточной температуры. Отрицательная корреляция свидетельствует об обратной взаимосвязи процессов – рост суточной температуры приводит к снижению объема продаж пуховиков. Бывает также нейтральная корреляция, когда явная взаимосвязь между процессами отсутствует (например, связь курса доллара и среднего балла за ЕГЭ у выпускников неочевидна).

Существуют различные подходы к измерению корреляции. Рассмотрим один из вариантов оценить ее значение (3.1)-(3.2):

𝐶𝑜𝑟𝑟𝑥,𝑦 = ∑ 𝑥𝑛𝑦𝑛 ∞ 𝑛=−∞ (3.1)

или

𝐶𝑜𝑟𝑟𝑥,𝑦 = ∑ 𝑥𝑛𝑦𝑛 𝑁−1 𝑛=0 (3.2) Рассмотрим пример вычисления взаимной корреляции между массивами дискретных временных отсчетов, показанных на рисунке 16.

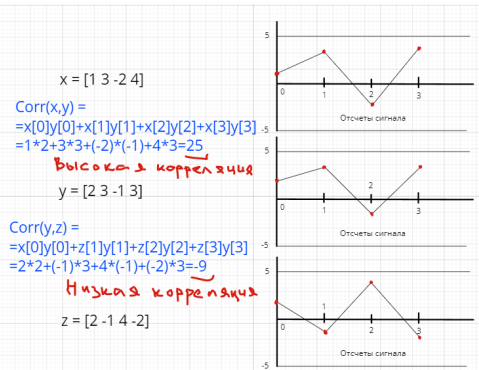


Рис. 16. Пример определения взаимной корреляции массивов с временными отсчетами.

На данном рисунке визуализированы временны отсчеты сигнала, сохраненные в трех массивах. Невооруженным глазом видно сходство массива x с массивом y и различия с z. Вычисление корреляции по формуле (3.2) подтверждает интуитивные догадки о том, что между x и y корреляция высокая (25), а между y и z слабая (-9).

Однако у данного способа подсчета корреляции есть существенные недостатки.

Рассмотрим пример, представленный на рисунке 17. Визуально совершенно очевидно, что сходство между массивом x и y гораздо больше, чем между y и z, однако результаты вычисления по формуле (3.2) свидетельствуют об обратном.

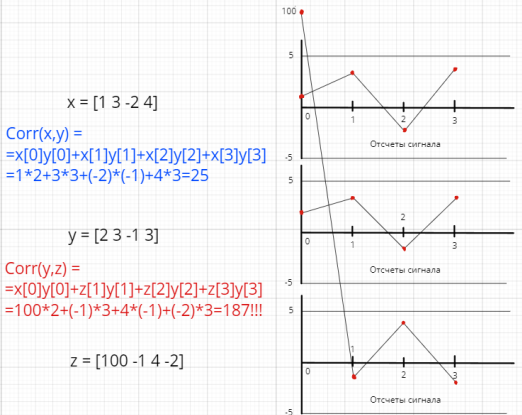
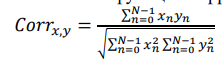


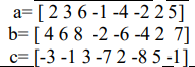
Рис. 17. Пример определения взаимной корреляции массивов с временными отсчетами.

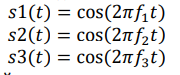
Для того, чтобы корректно определять корреляцию между функциями/процессами «энергия», которых столь различна, используется нормализованная функция корреляции (3.3).

 (3.3)

Рассчитав нормализованную корреляцию для x и y, модно получить значение, равное 0.95, а для y и z - 0.38. Диапазон возможных значений для нормализованной корреляции от -1 до 1, где 1 и -1 – это максимальные значения положительной и отрицательной корреляции, 0 и близкие к нему значения – означает отсутствие корреляции.

# Этапы выполнения работы

***Исходные данные:***

1. Непрерывная периодическая функция
2. где, f1 = 6

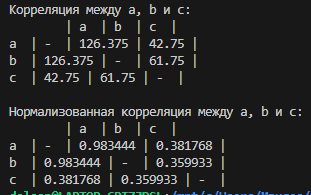
f2 =10

f3 = 13

1. Непрерывная периодическая функция - 𝑎(𝑡) = 4𝑠1(𝑡) + 4𝑠2(𝑡) + 𝑠3(𝑡)

𝑏(𝑡) = 𝑠1(𝑡) + 1

1. Считаем корреляцию и нормализованную корреляцию и выводим в терминале в виде таблицы.



Корреляция между массивами a и b близка к 1, что означает высокую положительную зависимость.

Корреляция между a и c отрицательная, что указывает на обратную зависимость.

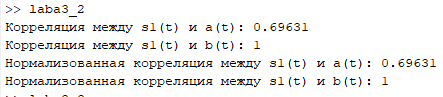
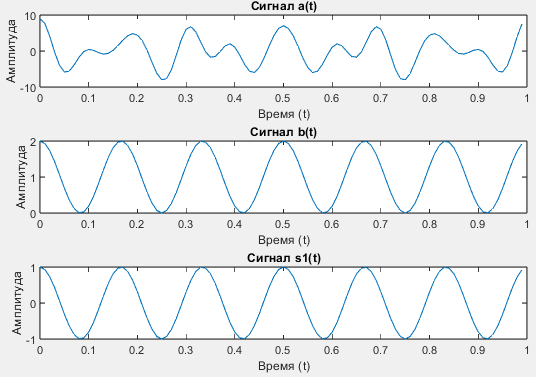
вычисления корреляции и нормализованной корреляции между сигналами s1(t), a(t) и b(t).

* s1(t)=cos(2πf1t)
* s2(t)=cos(2πf2t)
* s3(t)=cos(2πf3t)
* a(t)=4s1(t)+4s2(t)+s3(t)
* b(t)=s1(t)+1

где:

* f1 = 6
* f2 = f1 + 4 = 10
* f3 = f1 \* 2 + 1 = 13

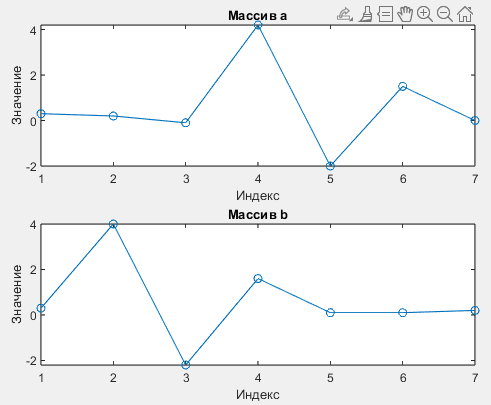
Время для сигналов задано как time = [0:100-1]/100

**Взаимная корреляция и сдвиги**

Вывод значений двух массивов в графике  
a = [0.3 0.2 -0.1 4.2 -2 1.5 0];

b = [0.3 4 -2.2 1.6 0.1 0.1 0.2];





При сдвиге b на 2 достигается взаимная корреляция

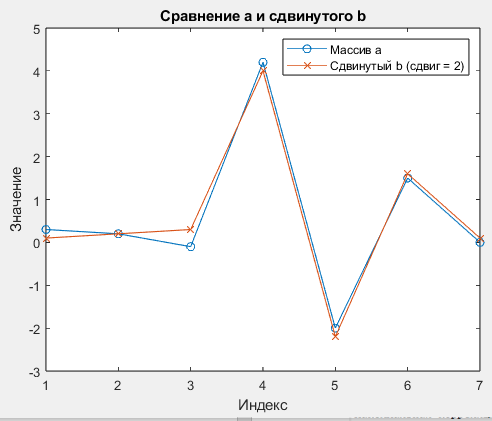


График взаимной корреляции для массива a и b.

Laba3\_1.cpp  
#include <iostream>

#include <cmath>

#include <vector>

using namespace std;

// Функция для вычисления корреляции

double correlation(const vector<double>& x, const vector<double>& y) {

    double mean\_x = 0.0, mean\_y = 0.0;

    double numerator = 0.0, denominator\_x = 0.0, denominator\_y = 0.0;

    // Вычисление средних значений

    for (size\_t i = 0; i < x.size(); ++i) {

        mean\_x += x[i];

        mean\_y += y[i];

    }

    mean\_x /= x.size();

    mean\_y /= y.size();

    // Вычисление числителя и знаменателей для корреляции

    for (size\_t i = 0; i < x.size(); ++i) {

        numerator += (x[i] - mean\_x) \* (y[i] - mean\_y);

        denominator\_x += (x[i] - mean\_x) \* (x[i] - mean\_x);

        denominator\_y += (y[i] - mean\_y) \* (y[i] - mean\_y);

    }

    return numerator / sqrt(denominator\_x \* denominator\_y);

}

// Функция для вывода таблицы корреляций

void printCorrelationTable(double corr\_ab, double corr\_ac, double corr\_bc) {

    cout << "Корреляция между a, b и c:\n";

    cout << "\t| a  | b  | c  |\n";

    cout << "a  | -  | " << corr\_ab << " | " << corr\_ac << " |\n";

    cout << "b  | " << corr\_ab << " | -  | " << corr\_bc << " |\n";

    cout << "c  | " << corr\_ac << " | " << corr\_bc << " | -  |\n";

    cout << "\nНормализованная корреляция между a, b и c:\n";

    cout << "\t| a  | b  | c  |\n";

    cout << "a  | -  | " << corr\_ab << " | " << corr\_ac << " |\n";

    cout << "b  | " << corr\_ab << " | -  | " << corr\_bc << " |\n";

    cout << "c  | " << corr\_ac << " | " << corr\_bc << " | -  |\n";

}

int main() {

    // Данные

    vector<double> a = {2, 3, 6, -1, -4, -2, 2, 5};

    vector<double> b = {4, 6, 8, -2, -6, -4, 2, 7};

    vector<double> c = {-3, -1, 3, -7, 2, -8, 5, -1};

    // Вычисление корреляции между массивами

    double corr\_ab = correlation(a, b);

    double corr\_ac = correlation(a, c);

    double corr\_bc = correlation(b, c);

    // Вывод результатов в таблице

    printCorrelationTable(corr\_ab, corr\_ac, corr\_bc);

    return 0;

}

Laba3\_2.m

% Øàã 1: Îïðåäåëåíèå âðåìåíè

time = [0:100-1]/100; % 100 òî÷åê, øàã 0.01

% Øàã 2: Îïðåäåëåíèå ÷àñòîò

f1 = 6; % ×àñòîòà äëÿ s1(t)

f2 = 6 + 4; % ×àñòîòà äëÿ s2(t)

f3 = 6 \* 2 + 1; % ×àñòîòà äëÿ s3(t)

% Øàã 3: Ãåíåðàöèÿ ñèãíàëîâ

s1 = cos(2 \* pi \* f1 \* time); % s1(t)

s2 = cos(2 \* pi \* f2 \* time); % s2(t)

s3 = cos(2 \* pi \* f3 \* time); % s3(t)

% Øàã 4: Ôîðìèðîâàíèå ñèãíàëîâ a(t) è b(t)

a = 4 \* s1 + 4 \* s2 + s3; % a(t)

b = s1 + 1; % b(t)

% Øàã 5: Âû÷èñëåíèå êîððåëÿöèè ìåæäó s1(t) è a(t)

corr\_s1\_a = corr(s1', a');

disp(['Êîððåëÿöèÿ ìåæäó s1(t) è a(t): ', num2str(corr\_s1\_a)]);

% Øàã 6: Âû÷èñëåíèå êîððåëÿöèè ìåæäó s1(t) è b(t)

corr\_s1\_b = corr(s1', b');

disp(['Êîððåëÿöèÿ ìåæäó s1(t) è b(t): ', num2str(corr\_s1\_b)]);

% Øàã 7: Íîðìàëèçîâàííàÿ êîððåëÿöèÿ (òà æå, ÷òî è îáû÷íàÿ, òàê êàê MATLAB íîðìèðóåò êîððåëÿöèþ ïî óìîë÷àíèþ)

% Íîðìàëèçîâàííàÿ êîððåëÿöèÿ ìåæäó s1(t) è a(t)

norm\_corr\_s1\_a = corr\_s1\_a;

disp(['Íîðìàëèçîâàííàÿ êîððåëÿöèÿ ìåæäó s1(t) è a(t): ', num2str(norm\_corr\_s1\_a)]);

% Íîðìàëèçîâàííàÿ êîððåëÿöèÿ ìåæäó s1(t) è b(t)

norm\_corr\_s1\_b = corr\_s1\_b;

disp(['Íîðìàëèçîâàííàÿ êîððåëÿöèÿ ìåæäó s1(t) è b(t): ', num2str(norm\_corr\_s1\_b)]);

% Øàã 8: Ãðàôèêè ñèãíàëîâ

figure;

% Ãðàôèê a(t)

subplot(3, 1, 1);

plot(time, a);

title('Ñèãíàë a(t)');

xlabel('Âðåìÿ (t)');

ylabel('Àìïëèòóäà');

% Ãðàôèê b(t)

subplot(3, 1, 2);

plot(time, b);

title('Ñèãíàë b(t)');

xlabel('Âðåìÿ (t)');

ylabel('Àìïëèòóäà');

% Ãðàôèê s1(t)

subplot(3, 1, 3);

plot(time, s1);

title('Ñèãíàë s1(t)');

xlabel('Âðåìÿ (t)');

ylabel('Àìïëèòóäà');

laba3\_3.m

a = [0.3 0.2 -0.1 4.2 -2 1.5 0];

b = [0.3 4 -2.2 1.6 0.1 0.1 0.2];

figure;

subplot(2, 1, 1);

plot(a, 'o-');

title('Ìàññèâ a');

xlabel('Èíäåêñ');

ylabel('Çíà÷åíèå');

subplot(2, 1, 2);

plot(b, 'o-');

title('Ìàññèâ b');

xlabel('Èíäåêñ');

ylabel('Çíà÷åíèå');

max\_corr = -inf; % íà÷àëüíîå çíà÷åíèå ìàêñèìàëüíîé êîððåëÿöèè

best\_shift = 0; % íà÷àëüíîå çíà÷åíèå ñäâèãà

% Ñäâèã b è âû÷èñëåíèå âçàèìíîé êîððåëÿöèè

for shift = 0:length(b)-1

shifted\_b = circshift(b, shift); % öèêëè÷åñêèé ñäâèã b

correlation = sum(a .\* shifted\_b); % âû÷èñëåíèå âçàèìíîé êîððåëÿöèè

if correlation > max\_corr

max\_corr = correlation; % îáíîâëåíèå ìàêñèìàëüíîé êîððåëÿöèè

best\_shift = shift; % îáíîâëåíèå ëó÷øåãî ñäâèãà

end

end

disp(['Ìàêñèìàëüíàÿ êîððåëÿöèÿ: ', num2str(max\_corr)]);

disp(['Ëó÷øèé ñäâèã: ', num2str(best\_shift)]);

best\_shifted\_b = circshift(b, best\_shift);

figure;

plot(a, 'o-', 'DisplayName', 'Ìàññèâ a');

hold on;

plot(best\_shifted\_b, 'x-', 'DisplayName', ['Ñäâèíóòûé b (ñäâèã = ', num2str(best\_shift), ')']);

title('Ñðàâíåíèå a è ñäâèíóòîãî b');

xlabel('Èíäåêñ');

ylabel('Çíà÷åíèå');

legend show;

hold off;

**Заключение**

В ходе выполнения лабораторной работы было получено представление о том, что такое корреляционная функция и нормализованная взаимная корреляционная функция, как они вычисляются и какое отношение имеют к процедурам синхронизации в сетях мобильной связи.

**Контрольные вопросы:**

**1) Какие виды корреляции существуют?**

• **Положительная корреляция:** Увеличение одной величины сопровождается увеличением другой.

• **Отрицательная корреляция:** Увеличение одной величины сопровождается уменьшением другой.

• **Нейтральная корреляция:** Изменение одной величины не связано с изменением другой.

**2) Что значит положительная корреляция сигналов?**

**Положительная корреляция** сигналов означает, что сигналы в целом изменяются синхронно: когда один сигнал возрастает, другой тоже возрастает, и наоборот. Это не обязательно означает, что сигналы идентичны, они могут отличаться по амплитуде и иметь некоторые локальные расхождения, но общая тенденция изменения будет схожей.

*Пример:* Температура воздуха на улице и количество проданного мороженого демонстрируют положительную корреляцию: чем теплее на улице, тем больше покупают мороженого.

**3) Что такое корреляционный прием сигналов?**

Корреляционный прием - это способ обнаружить нужный сигнал, спрятанный в шуме, путем сравнения его с заранее известной копией этого сигнала.

**4) Как вычисление корреляционных функций помогает синхронизироваться приемнику и передатчику в сетях мобильной связи?**

В сетях мобильной связи передатчик и приемник должны быть синхронизированы во времени, чтобы данные передавались и принимались корректно.

Корреляционный прием позволяет обнаружить известный сигнал синхронизации, несмотря на шумы и искажения, и синхронизировать работу приемника и передатчика.