Создание матриц средствами LaTeX

Иванов Дмитрий, ИВТ3

18 декабря 2019 г.

1 Задание 1

Пример 1. Умножение матрицы на число
Дано:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix}$$

Матрица A
Число $k = 2$.
Найти:
Произведение матрицы на число: $A \times k = B$
B - ?
Решение:

Для того чтобы умножить матрицу A на чисо k нужно каждый элемент матрицы A умножить на это число.
Таким образом, произведение матрицы A на число k есть новая матрица:

$$B = 2 \times A = 2 \times \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 8 & 10 & 12 \end{pmatrix}$$

Ответ: $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 8 & 10 & 12 \end{pmatrix}$

2 Задание 2

Пример 2. Умножение Матриц
Дано:

Матрциа $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

Матрица $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix}$

Найти:
Произведение матрицы на число: A $\times B = C$
$C-?$
Решение:
Каждый элемент матрицы $C = A \times B$, расположенный в i-й строке и j-м столбце, равен сумме произведений элементов i-й строки матрицы A на соответвующие элементы j-го стобца матрицы B. Строки матрицы A умножаем на столбцы матрицы B и получаем:

$$\mathrm{C} = \mathrm{A}\ \times B = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 1 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 2 \times 2 + 3 \times (-1) + 1 \times 3 & 2 \times 1 + 3 \times 1 + 1 \times (-1) \\ -1 \times 2 + 0 \times (-1) + 1 \times 3 & -1 \times 1 + 0 \times 1 + 1 \times (-2) \end{pmatrix}$$

$$\mathrm{C} = \mathrm{A}\ \times B = \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$$

Ответ: C $= \begin{pmatrix} 4 & 3 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$

3 Задание 3

Пример 3. Транспанирование матриц
Дано:

Матрциа $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 7 & 8 & 9 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$

Найти:

Найти матрицу транспонированную данной.
$A^T - ?$

Решение:

Транспонирование матрицы А заключается в замене строк матрицы ее столбцами с сохранением номеров. Полученная матрица обозначается через A^T

$$\mathrm{A} = \begin{pmatrix} 7 & 8 & 9 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \Rightarrow A^T = \begin{pmatrix} 7 & 1 \\ 8 & 2 \\ 9 & 3 \end{pmatrix}$$

Ответ: $A^T = \begin{pmatrix} 7 & 1 \\ 8 & 2 \\ 9 & 3 \end{pmatrix}$

4 Задание 4

Пример 4. Обратная матрица
Дано:
Матрица $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$
Найти:
Найти обратную матрицу для матрицы А.
A^{-1}–?
Решение:
Находим det A и проверяем $\det A \neq 0$:

$\det A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} = 2 \times 1 - 3 \times (-1) = 5$
$\det A = 5 \neq 0$.
Составляем вспомогательную матрицу A^V из алгебраичиских дополнений $A_i j$:

$$A^V = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

Транспонируем матрицу A^V:

$\left(A^V\right)^T = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$
Каждый элемент, полученной матрицы, делим на $\det A$:
$\mathrm{A}^{-1} = \frac{1}{\det A}\left(A^V\right)^T = \frac{1}{5} \times \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -3 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\frac{5}{3}} & \frac{1}{\frac{5}{2}} \\ 5 & 5 \end{pmatrix}$
Ответ: $\mathbf{A}^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\frac{5}{3}} & \frac{1}{\frac{5}{2}} \\ 5 & 5 \end{pmatrix}$