

Лабораторная работа №1

1. Основы компьютерной алгебры

1.1 Компьютерная обработка информации: модели, методы, средства.

Основные понятия¹

Обработка информации — преобразование одних «информационных объектов» (структур данных) в другие путем выполнения некоторых алгоритмов.

Исполнитель алгоритма — абстрактная или реальная (техническая, биологическая или биотехническая) система, способная выполнить действия, предписываемые алгоритмом.

ЭВМ — электронное устройство, предназначенное для автоматизации процесса алгоритмической

Цифровые вычислительные машины (ЦВМ), обрабатывающие информацию, представленную в цифровой форме;

Аналоговые вычислительные машины (АВМ), обрабатывающие информацию, представленную в виде непрерывно меняющихся значений какой-либо физической величины (электрического напряжения, тока и т. д.);

Гибридные вычислительные машины (ГВМ), содержащие как аналоговые, так и цифровые вычислительные устройства.

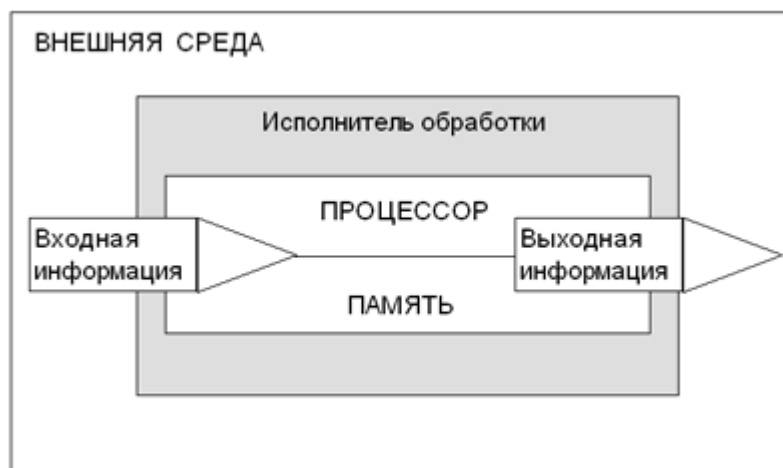
Операция — комплекс совершаемых технологических действий над информацией по одной из команд программы.

Процессом в вычислительных системах называют последовательность действий, составляющих задачу обработки информации.

Дескриптор процесса — совокупность сведений, определяющих состояние ресурсов ЭВМ, предоставленных процессу.

¹ [Studfiles](#)

Модели обработки информации²



Схема, представленная на рисунке, — это общая схема обработки информации, не зависящая от того, кто (или что) является исполнителем обработки: живой организм или техническая система. Именно такая схема реализована техническими средствами в компьютере. Поэтому можно сказать, что компьютер является технической моделью “живой” системы обработки информации. В его состав входят все основные компоненты системы обработки: процессор, память, устройства ввода, устройства вывода (см. “Устройство компьютера” 2).

Входная информация, представленная в символьной форме (знаки, буквы, цифры, сигналы), называется входными данными. В результате обработки исполнителем получаются выходные данные. Входные и выходные данные могут представлять собой множество величин — отдельных элементов данных. Если обработка заключается в математических вычислениях, то входные и выходные данные — это множества чисел. На следующем рисунке $X: \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ обозначает множество входных данных, а $Y: \{y_1, y_2, \dots, y_m\}$ — множество выходных данных:



Обработка заключается в преобразовании множества X в множество Y

² [Иванов-АМ.пф, Life-prog](#)

В модели информационной обработки четыре базовые функции ввода, обработки, вывода и хранения имеют специфическое значение.

- Функция ввода позволяет пользователям взаимодействовать с системой, запрашивая параметры обработки, управляя информационным доступом и определяя методы доставки. Кроме того, пользователь может стать источником данных, которые обрабатывает система и которые она поддерживает в своих репозиториях хранимой информации.
- Функция обработки относится к деятельности по манипуляции данными и логике обработки, необходимых для выполнения работы системы. Этот термин предполагает, что система может "программироваться" для выполнения арифметических и логических операций, необходимых для манипуляции данными ввода и для создания выводимой информации.
- Функция вывода доставляет результаты обработки пользователю в правильном, своевременном и соответствующим образом форматированном виде.
- Функция хранения гарантирует продолжительность существования и целостность обрабатываемой информации, поддерживая ее в течение длительного периода времени и позволяя добавлять, изменять или удалять систематическим образом.

Методы обработки информации³

Существует множество методов обработки информации, но в большинстве случаев они сводятся к обработке текстовых, числовых и графических данных.

Обработка текстовой информации

К основным операциям редактирования относят: добавление; удаление; перемещение; копирование фрагмента текста, а также поиска и контекстной замены. Если создаваемый текст представляет многостраничный документ, то можно применять форматирование страниц или разделов. При этом в тексте появятся такие структурные элементы, как: закладки, сноски, перекрестные ссылки и колонтитулы.

Обработка табличных данных

Наибольшей популярностью среди табличных процессоров пользуется программа MS Excel. Она представляет пользователям набор рабочих листов (страниц), в каждом из которых можно создавать одну или несколько таблиц.

Обработка графической информации

В графическом режиме экран монитора представляет совокупность светящихся точек - пикселей («pixel», от англ. «picture element»). Суммарное количество точек на экране называют разрешающей способностью монитора, которая зависит также от его типа и режима работы. Единицей измерения в этом случае является количество точек на дюйм (dpi). Разрешающая способность современных дисплеев обычно равна 1280 точкам по горизонтали и 1024 точкам по вертикали, т.е. 1310720 точек.

Количество отражаемых цветов зависит от возможностей видеоадаптера и дисплея. Оно может меняться программно. Каждый цвет представляет одно из состояний точки на экране. Цветные изображения имеют режимы: 16, 256, 65536 (high color) и 16 777 216 цветов (true color).

Любое компьютерное изображение состоит из набора графических примитивов, которые отражают некоторый графический элемент. Примитивами могут также быть алфавитно-цифровые и любые другие символы.

³ [Материалы по информационным технологиям](#)

Средства обработки информации⁴

Технические средства обработки информации делятся на две большие группы. Это основные и вспомогательные средства обработки.

Вспомогательные средства – это оборудование, обеспечивающее работоспособность основных средств, а также оборудование, облегчающее и делающее управленческий труд комфортнее. К вспомогательным средствам обработки информации относятся средства оргтехники и ремонтно-профилактические средства. Оргтехника представлена весьма широкой номенклатурой средств, от канцелярских товаров, до средств доставки, размножения, хранения, поиска и уничтожения основных данных, средств административно производственной связи и так далее, что делает работу управленца удобной и комфортной.

Основные средства – это орудия труда по автоматизированной обработке информации. Известно, что для управления теми или иными процессами необходима определенная управленческая информация, характеризующая состояния и параметры технологических процессов, количественные, стоимостные и трудовые показатели производства, снабжения, сбыта, финансовой деятельности и т.п.

К основным средствам технической обработки относятся: средства регистрации и сбора информации, средства приема и передачи данных, средства подготовки данных, средства ввода, средства обработки информации и средства отображения информации. Ниже, все эти средства рассмотрены подробно.

Получение первичной информации и регистрация является одним из трудоемких процессов. Поэтому широко применяются устройства для механизированного и автоматизированного измерения, сбора и регистрации данных. Номенклатура этих средств весьма обширна.

К ним относят: электронные весы, разнообразные счетчики, табло, расходомеры, кассовые аппараты, машинки для счета банкнот, банкоматы и многое другое. Сюда же относят различные регистраторы производства, предназначенные для оформления и фиксации сведений о хозяйственных операциях на машинных носителях.

Средства приема и передачи информации. Под передачей информации понимается процесс пересылки данных (сообщений) от одного устройства к другому. Взаимодействующая совокупность объектов, образуемые устройства передачи и обработки данных, называется сетью. Объединяют устройства, предназначенные для передачи и приема информации. Они обеспечивают обмен информацией между местом её возникновения и местом её обработки. Структура средств и методов передачи данных

⁴ [Center-YF](#)

Иванов Дмитрий, ИВТ, второй курс, первая группа, вторая подгруппа

определяется расположением источников информации и средств обработки данных, объемами и временем на передачу данных, типами линий связи и другими факторами. Средства передачи данных представлены абонентскими пунктами (АП), аппаратурой передачи, модемами, мультиплексорами.

Средства подготовки данных представлены устройствами подготовки информации на машинных носителях, устройства для передачи информации с документов на носители, включающие устройства ЭВМ. Эти устройства могут осуществлять сортировку и корректирование.

Средства ввода служат для восприятия данных с машинных носителей и ввода информации в компьютерные системы.

Основные этапы обработки информации

1. Постановка задачи:

- сбор информации о задаче;
- формулировка условия задачи;
- определение конечных целей решения задачи;
- определение формы выдачи результатов;
- *описание данных (их типов, диапазонов величин, структуры и т.п.).

2. Анализ и исследование задачи, модели:

- анализ существующих аналогов;
- анализ технических и программных средств;
- разработка математической модели;
- разработка структур данных.,

3. Разработка алгоритма:

- выбор метода проектирования алгоритма;
- выбор формы записи алгоритма (блок-схема, псевдокод и др.);
- выбор тестов и метода тестирования

1.2 Структуры данных в компьютерной алгебре⁵

Структурой данных называется совокупность множеств $\{M_1, M_2, \dots, M_N\}$ и совокупность отношений $\{P_1, P_2, \dots, P_R\}$, определённых над элементами этих множеств:

$$S = \{M_1, M_2, \dots, M_N ; P_1, P_2, \dots, P_R\}$$

Бинарное отношение, задающее массив – орграф.

Структура данных линейна, если орграф не содержит циклов и может быть изображен в виде одной линии.

Экземпляром структуры данных называется совокупность

$$IS = \{ Mai, V, P, val \},$$

Где Mai – множество элементов ai ;

V – множество значений;

P – множество отношений следования;

val – отношение «иметь значение».

Схемой структуры данных называется совокупность

$$SS = \{ Mai, P \},$$

Где Mai – множество элементов ai ;

P – множество отношений следования.

Одной SS может соответствовать множество IS . Алгоритм реализуется над схемой, а конкретные вычисления (преобразования) по алгоритму производятся над экземплярами.

- Базовые типы данных: Числа (целые, рациональные, алгебраические, комплексные).
- Математические выражения (арифметика, функции, производные, интегралы, матрицы, уравнения).

Типы целых чисел:

- Короткие целые числа (целые числа одинарной точности).
- Длинные целые числа (целые числа кратной точности).

Представление чисел произвольной точности:

- ✓ Массивы

Разрядность представления чисел – постоянная, тип представления – не масштабируемое, способ доступа к элементу – прямой (по индексу)

- ✓ Последовательности

Разрядность представления чисел – переменная, тип представления – масштабируемое, способ доступа к элементу – последовательный (по указателям)

⁵ [КСИПТ](#), [Википедия](#)

✓ Последовательности

Разрядность представления чисел – переменная, тип представления – масштабируемое, способ доступа к элементу – последовательный (по указателям), способ изменения разрядности – встроенный.

Системы компьютерной алгебры различаются по возможностям, но обычно поддерживают следующие символьные действия:

- упрощение выражений до меньшего размера или приведение к стандартному виду, включая автоматическое упрощение с использованием предположений и ограничений
- подстановка символьных и численных значений в выражения
- изменение вида выражений: раскрытие произведений и степеней, частичная и полная факторизация (разложение на множители)
- разложение на простые дроби, удовлетворение ограничений, запись тригонометрических функций через экспоненты, преобразование логических выражений
- дифференцирование в частных и полных производных
- нахождение неопределённых и определённых интегралов (символьное интегрирование)
- символьное решение задач оптимизации: нахождение глобальных экстремумов, условных экстремумов и т. д.
- решение линейных и нелинейных уравнений
- алгебраическое (нечисленное) решение дифференциальных и конечно-разностных уравнений
- нахождение пределов функций и последовательностей
- интегральные преобразования
- оперирование с рядами: суммирование, умножение, суперпозиция
- матричные операции: обращение, факторизация, решение спектральных задач
- статистические вычисления
- автоматическое доказательство теорем, формальная верификация
- синтез программ

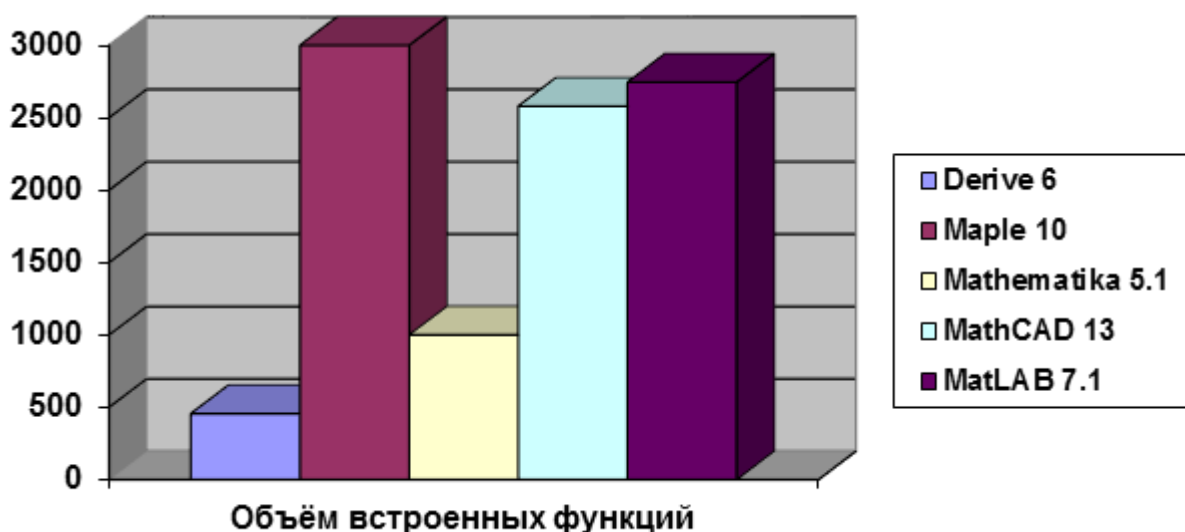
Системы компьютерной алгебры: достижения и перспективы⁶

Признанными мировыми лидерами из числа универсальных математических систем являются пять: Derive (Corp. Texas Instruments Ins.,USA), Maple (Corp.MapleSoft, Canada), Mathcad (MathSoft Ins.,USA), Mathematica (Wolfram Research Ins., USA), Matlab (Mathworks Ins., USA).

Общими признаками систем этого класса считаются:

- 1) объединение аналитических и численных методов вычислений;
- 2) использование языков высокого уровня;
- 3) визуализация результатов вычислений;
- 4) возможность обмена информацией между собой с помощью различных форматов.

Следует заметить, что все они совместимы с операционными системами, широко используемыми в банковском деле, бухгалтерии и других отраслях экономики. По своему содержанию СКМ – это особый вид программ, реализуемых на ПК и предназначенных для решения широкого круга математических задач.



Любая из существующих СКМ содержит в своем составе в большей или меньшей степени огромный математический аппарат и объем знаний в области математики. Поэтому такие системы могут не только обеспечить решение прикладных задач, но и могут служить практически неисчерпаемой и быстро доступной библиотекой математических знаний, накопленных за многие века. В области высшей математики СКМ решают следующие основные задачи:

Математический анализ:

⁶ [Применение СКМ](#)

Иванов Дмитрий, ИВТ, второй курс, первая группа, вторая подгруппа

- вычисление пределов функций;
- дифференцирование выражений;
- поиск экстремумов функций;
- интегрирование функций;
- решение дифференциальных уравнений;
- вычисление сумм и произведений рядов;
- разложение функций в ряд Тейлора и др.

Линейная алгебра:

- решение систем линейных уравнений
- выполнение операций с векторами и матрицами;
- вычисление собственных значений и собственных векторов матриц
- решение задач линейного программирования и др.

Аналитическая геометрия:

- вычисление элементов треугольника;
- определение уравнений плоскостей в трехмерном пространстве
- кривые второго порядка.

Финансовая математика:

- разовые платежи;
- поток платежей.

Кроме задач перечисленных разделов СКМ решают также основные задачи аналитической геометрии, теории вероятностей и математической статистики и др.

Сравнительная оценка различных СКМ показывает, что для целей изучения математики и решения прикладных задач общего характера более всего подходит СКМ *MathCad*, а для узкоспециальных высокопрофессиональных задач предпочтительней СКМ *Mathematica*.

Вот некоторые перспективы совершенствования СКМ:

- совершенствование серверных интернет-услуг СКМ;
- дальнейшее развитие методов графической визуализации, интеллектуальное совершенствование интерфейса пользователя;
- поддержка современных аппаратных решений, многоядерных процессоров и новых технологий распараллеливания вычислений, нейронных архитектур;
- расширение возможностей и скорости логического анализа, особенно при одновременной обработке многих тысяч переменных, интеграция с ГИС;
- совершенствование алгоритмов решения дифференциальных уравнений;

Иванов Дмитрий, ИВТ, второй курс, первая группа, вторая подгруппа

- новые алгоритмы вычисления корней особых уравнений с большим числом (несколько тысяч) неизвестных;
- интеграция алгоритмов биоинформатики и генной инженерии, разработка других перспективных пакетов расширений.