哈爾濱工業大學 HARBIN INSTITUTE OF TECHNOLOGY

视听觉信号处理

Visual-Audio Signal Processing

（II. 视觉信号处理部分）

Visual Intelligence Lab
Harbin Institute of Technology

哈爾濱工業大學 HARBIN INSTITUTE OF TECHNOLOGY 3

References

- Digital Picture Processing
  - A.Rosenfeld Academic Press, 1976 / 1982译
- Digital Image Processing
  - R.C.Gonzalez Addison-Wesley, 1977 / 1982译
    2nd Edition, 1987 电子工业出版社 2002/2003译
    3nd Edition, 2010 电子工业出版社 2010/2011译
- Digital Image Processing
  - Kenneth R. Castleman 1998 Ver.清华大学出版社
    1998中文版 朱志刚译 电子工业出版社

HIT-Visual Intelligence Lab

哈爾濱工業大學 HARBIN INSTITUTE OF TECHNOLOGY 4

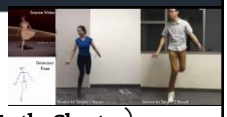
The book

R.C.Gonzalez

HIT-Visual Intelligence Lab

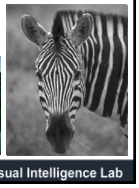
哈爾濱工業大學 HARBIN INSTITUTE OF TECHNOLOGY 5

第二部分——



本部分内容要点（Key Points in the Chapter）：

- 1 空域中图像处理算子（图像增强）
- 2 频域中图像处理算子（图像增强）
- 3 数字图像复原方法



HIT-Visual Intelligence Lab

哈爾濱工業大學 HARBIN INSTITUTE OF TECHNOLOGY 6

第二部分——

- 1 空域中图像处理算子（图像增强）

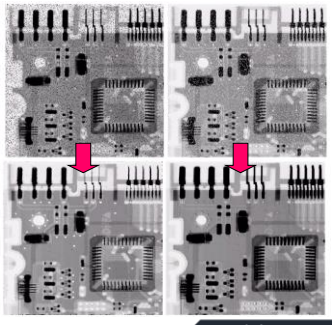
HIT-Visual Intelligence Lab

哈爾濱工業大學 HARBIN INSTITUTE OF TECHNOLOGY 7

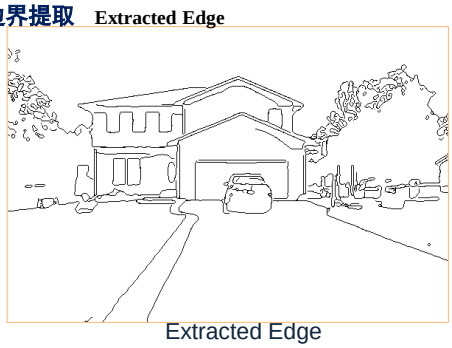
平 滑 **Smoothing**

HIT-Visual Intelligence Lab

去　燥　**Remove Noises**



边界提取　**Extracted Edge**



Extracted Edge

1 空域中图像处理算子

这部分是图像处理中的重要环节之一（基本内容之一）。

图像增强的处理是面向问题的。（特定的目标，特定的应用，选择特定的方法）

从 { 实际景物——>成像 / 图像的一种形式——>另一种形式 } 的过程中，由于设备、信道与客观条件的限制，使得输出图像的质量有所下降。图像增强技术的目的是改善图像的质量，让观察者得到直观、清晰、适合于分析的依据；而在计算机自动景物分析中，采用增强技术作为预处理，预处理的结果将直接影响机器感知和理解景物的成败。

1.1. 空域图像基本运算

算术运算（加法、减法、乘法）

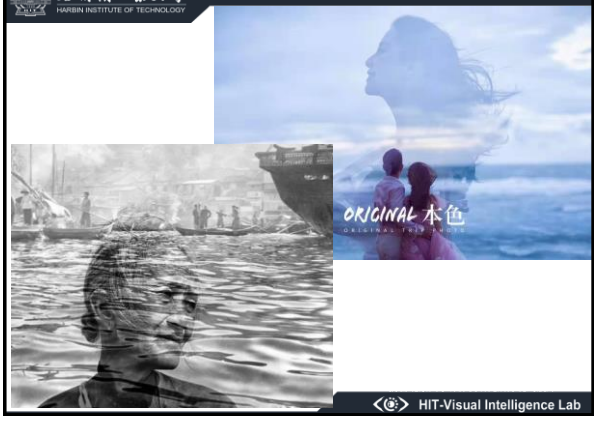
逻辑运算（反、与、或、异或）

1. 加法运算的定义

$$C(x, y) = A(x, y) + B(x, y)$$

➢主要应用举例

- 去除“叠加性”噪音
- 生成图像叠加效果



2. 减法的定义

$$C(x, y) = A(x, y) - B(x, y)$$

➢主要应用举例

- 去除不需要的叠加性图案
- 检测同一场景两幅图像之间的变化
- 计算物体边界的梯度

- 去除不需要的叠加性图案

设：背景图像$b(x,y)$，前景背景混合图像$f(x,y)$

$$g(x,y) = f(x,y) - b(x,y)$$

$g(x,y)$ 为去除了背景的图像。

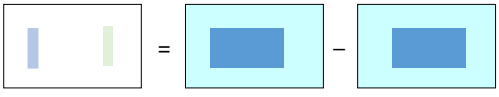
电视制作的蓝屏技术就基于此。

- 检测同一场景两幅图像之间的变化

设： 时间1的图像为$T_1(x, y)$,

时间2的图像为$T_2(x, y)$,

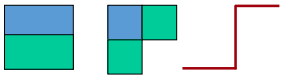
$$g(x, y) = T_2(x, y) - T_1(x, y)$$



- 计算物体边界的梯度

在一幅图像内，寻找边缘时，梯度幅度（描绘变化陡峭程度的量）的近似计算

$$|\Delta f(x, y)| = \max(f(x, y) - f(x+1,y),\ f(x, y) - f(x, y+1))$$



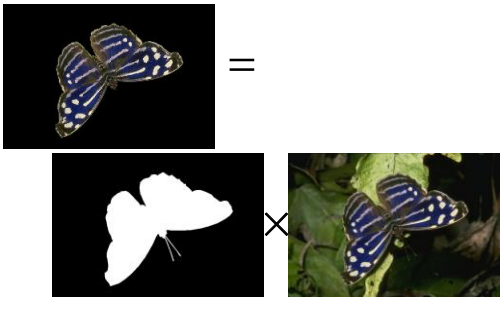
3. 乘法的定义

$$C(x, y) = A(x, y) \times B(x, y)$$

➢主要应用举例

- 图像的局部显示

用二值蒙板图像与原图像做乘法



4. 求反的定义

$g(x, y) = 255 - f(x, y)$

➢主要应用举例

- 获得一个阴图像
- 获得一个子图像的补图像
- 绘制区别于背景的、可恢复的图形

- 获得一个阴图像

—摘自北京大学计算机研究所陈晓鸥照片

- 获得一个子图像的补图像

255 –

—摘自北京大学计算机研究所陈晓鸥照片

5. 与运算的定义

$g(x, y) = f(x, y) \wedge h(x, y)$

➢主要应用举例

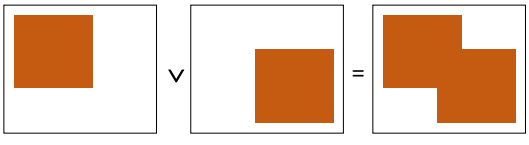
- 求两个子图像的相交子图

6. 或运算的定义

$g(x, y) = f(x, y) \vee h(x, y)$

➢主要应用举例

- 合并子图像



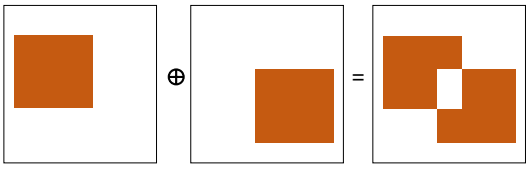
7. 异或运算的定义

$g(x, y) = f(x, y) \oplus h(x, y)$

➢主要应用举例

- 获得相交子图像
- 绘制区别于背景的、可恢复的图形

• 获得相交子图像



1.2. 空域图像几何变换

平移

旋转

镜像：水平镜像、垂直镜像

放缩

拉伸

1. 基本几何变换的定义

对于原图像$f(x, y)$，坐标变换函数

$x' = a(x, y)$，$y' = b(x, y)$

唯一确定了几何变换：

$g(x', y') = f(a(x, y), b(x, y))$;

$g(x, y)$是目标图像。

值不变，位置变。

2.平移变换

设: $a(x, y) = x + x_0$;　　$b(x, y) = y + y_0$;

用齐次矩阵表示：

$$\begin{vmatrix} a(x,y) \\ b(x,y) \\ 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & x_0 \\ 0 & 1 & y_0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} x \\ y \\ 1 \end{vmatrix}$$

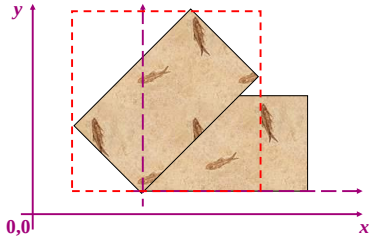
3. 旋转变换——绕原点旋转α度

设: $a(x, y) = x\cos(\alpha) - y\sin(\alpha)$;

$b(x, y) = x\sin(\alpha) + y\cos(\alpha)$;

用齐次矩阵表示：

$$\begin{vmatrix} a(x,y) \\ b(x,y) \\ 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) & 0 \\ \sin(\alpha) & \cos(\alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} x \\ y \\ 1 \end{vmatrix}$$

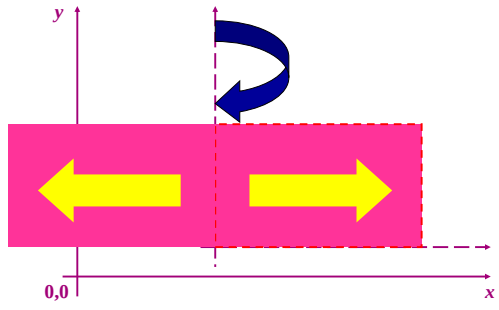


4. 水平镜像

设: $a(x, y) = -x$; $b(x, y) = y$;

用齐次矩阵表示:

$$\begin{vmatrix} a(x,y) \\ b(x,y) \\ 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} x \\ y \\ 1 \end{vmatrix}$$

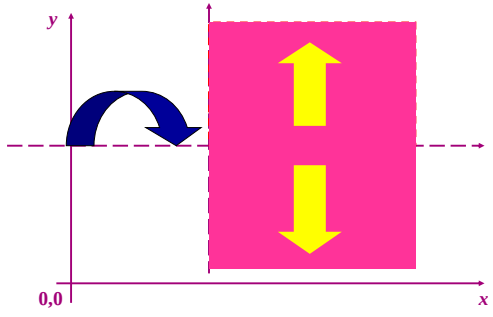


5. 垂直镜像

设: $a(x, y) = x$; $b(x, y) = -y$;

用齐次矩阵表示:

$$\begin{vmatrix} a(x,y) \\ b(x,y) \\ 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} x \\ y \\ 1 \end{vmatrix}$$



6. 放缩变换

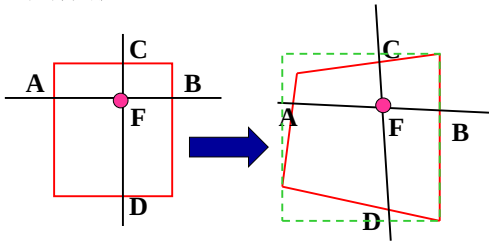
x方向放缩c倍，y方向放缩d倍

设: $a(x, y) = c\,x$, $b(x, y) = d\,y$

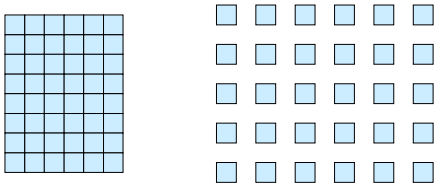
用齐次矩阵表示:

$$\begin{vmatrix} a(x,y) \\ b(x,y) \\ 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} c & 0 & 0 \\ 0 & d & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} x \\ y \\ 1 \end{vmatrix}$$

7. 拉伸变换



8. 旋转、放缩、拉伸变换的漏点问题



向前映射计算法

$g(x', y') = f(a(x, y), b(x, y))$;

从原图像坐标计算出目标图像坐标

——镜像、平移变换使用这种计算方法

向后映射计算法

$g(a'(x, y), b'(x, y)) = f(x, y)$;

从结果图像的坐标计算原图像的坐标

——旋转、拉伸、放缩可以使用

解决了漏点的问题，出现了马赛克

灰度级插值

- 最邻近插值法
- 双线性插值（一阶插值）
- 高阶插值

(1)最邻近插值法

——就是最邻近点复制

(2)双线性插值（一阶插值）

已知正方形的4个顶点，求正方形内部的点，有双线性方程：$f(x, y) = ax + by + cxy + d$

设4个顶点的坐标为：

$(x_0, y_0), (x_1, y_0), (x_0, y_1), (x_1, y_1)$

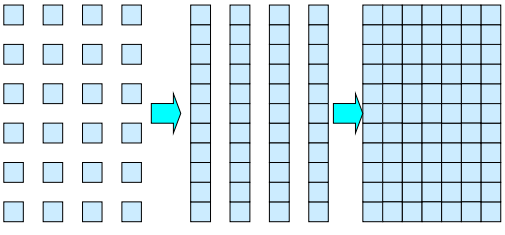
$f(x, y_0) = f(x_0, y_0) + x[f(x_1, y_0) - f(x_0, y_0)] / (x_1 - x_0)$

$f(x, y_1) = f(x_0, y_1) + x[f(x_1, y_1) - f(x_0, y_1)] / (x_1 - x_0)$

……

$f(x, y) = f(x, y_0) + y[f(x, y_1) - f(x, y_0)] / (y_1 - y_0)$

(2)双线性插值（一阶插值）



(3)高阶插值

- 双线性插值的缺陷
  - 平滑作用使图像细节退化，尤其在放大时
  - 不连续性会产生不希望的结果
- 高阶插值的实现
  - 用三次样条插值
  - 常用卷积来实现
  - 将大大增加计算量

1.3. 空域图像增强算子

- 扩展对比度的灰度变换
- 消除噪声的各种平滑算法
- 增强边缘的各种锐化技术

一. 灰度修正

1. 灰度校正

现象：图像灰度与实际景物亮度不匹配

原因：场景离光轴的距离不同

摄像管扫描景物的各点灵敏度有差异（不均匀曝光）

办法：

$f(x,y)$ ——景物真实灰度，$g(x,y)$ ——取得图像，

$e(x,y)$ ——采集系统因子。

$$g(x,y) = f(x,y)\, e(x,y)$$

若有灰度均匀的景物部分D，$f(x,y) = C$，$(x,y) \in D$

则有

$$g_c(x,y) = e(x,y)C \qquad \therefore e(x,y) = g_c(x,y)/C$$

灰度校正：

$$f(x,y) = C\, g(x,y)/g_c(x,y)$$

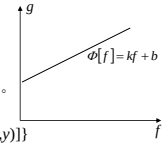
2. 灰度变换

现象：整幅图像的灰度变化范围很小。

原因：曝光不足。记录装置动态范围过小。

办法：点运算（直方图为主要工具）

点点对应，映射φ:{$g(x,y) = \varphi[f(x,y)]$}



(1) 线性映射：$\Phi[f] = kf + b$

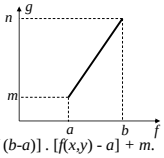
k>1，对比度扩展的增强作用

k<1，对比度的压缩作用

k=1，b≠0，偏亮或偏暗，

（灰度值上移或下移）

k<0 {暗→亮，亮→暗}

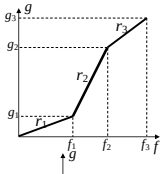


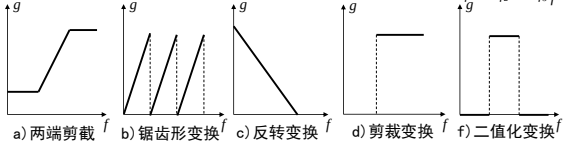
一般的，$[a,b] \rightarrow [m,n]$，则 $g(x,y) = [(n-m)/(b-a)] \cdot [f(x,y) - a] + m$.

(2) 分段线性变换：

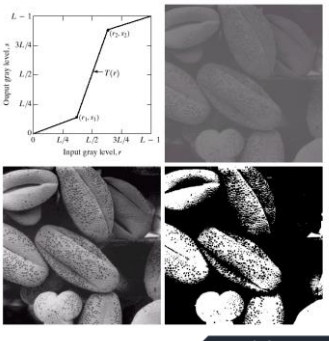
常分三段：

$$g = \begin{cases} r_1 f + b_1 & , r_1 = g_1 / f_1 \\ r_2 f + b_2 & , r_2 = (g_2 - g_1)/(f_2 - f_1) \\ r_3 f + b_3 & , r_3 = (g_3 - g_2)/(f_3 - f_2) \end{cases}$$



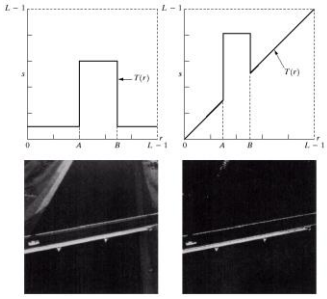


a) 两端剪截　b) 锯齿形变换　c) 反转变换　d) 剪裁变换　f) 二值化变换



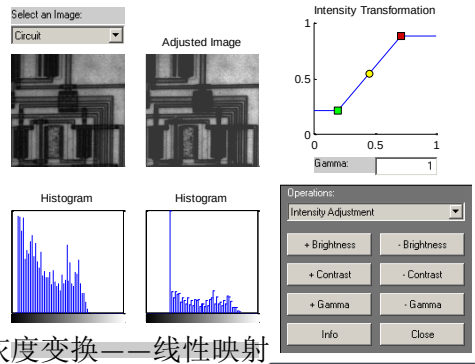
a b
c d

FIGURE 3.10 Contrast stretching. (a) Form of transformation function. (b) A low-contrast image. (c) Result of contrast stretching. (d) Result of thresholding. (Original image courtesy of Dr. Roger Heady, Research School of Biological Sciences, Australian National University, Canberra, Australia.)

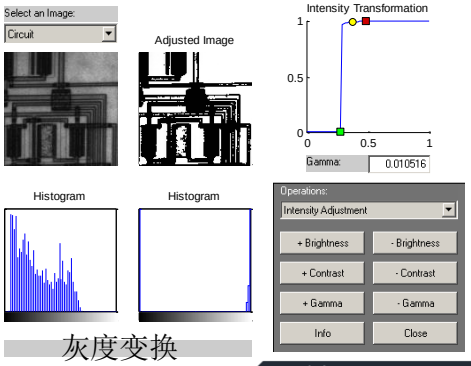


a b
c d

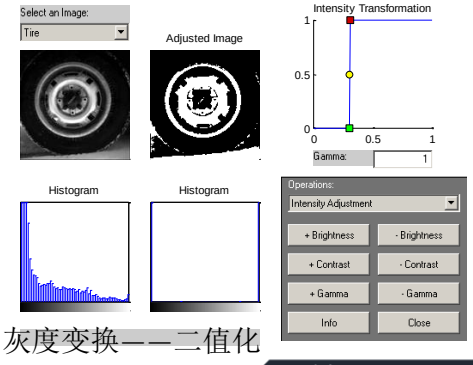
FIGURE 3.11 (a) This transformation highlights range [A, B] of gray levels and reduces all others to a constant level. (b) This transformation highlights range [A, B] but preserves all other levels. (c) An image. (d) Result of using the transformation in (a).



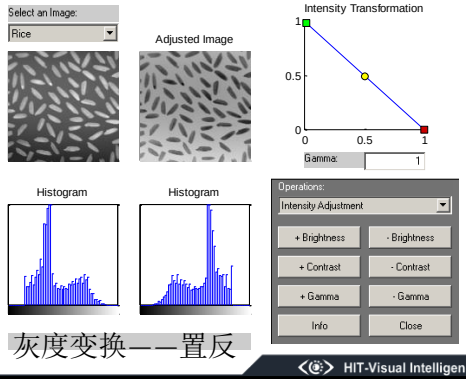
灰度变换——线性映射



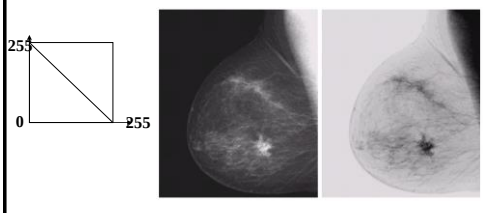
灰度变换



灰度变换——二值化



灰度变换——置反



a b

FIGURE 3.4 (a) Original digital mammogram. (b) Negative image obtained using the negative transformation in Eq. (3.2-1). (Courtesy of G.E. Medical Systems.)

第二部分——

- 上节课重点内容复习回顾：

1 空域中图像处理算子

1.1. 空域图像基本运算

算术运算（加法、减法、乘法）

逻辑运算（反、与、或、异或）

1.2. 空域图像几何变换

平移、旋转、镜像（水平、垂直）、放缩、拉伸

1.3. 空域图像增强算子

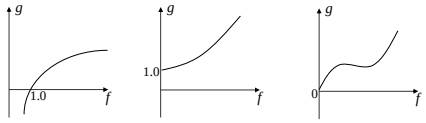
（线性、非线性）映射

(3) 非线性变换：

对数变换： $g(x,y)=\log[f(x,y)]$

作用：扩展$f(x,y)$中低灰度区的对比度，压缩高灰度值。

同态滤波：$f(x,y)$→对数变换→指数变换。



a) 对数变换　b) 指数变换　c) 非线性变换

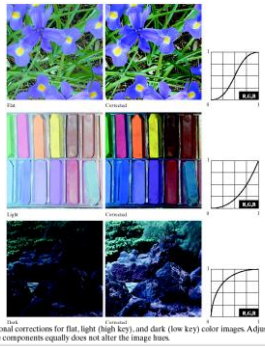
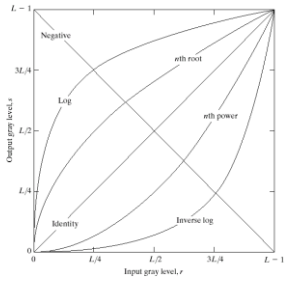


FIGURE 6.35 Tonal corrections for flat, light (high key), and dark (low key) color images. Adjusting the red, green, and blue components equally does not alter the image hues.

FIGURE 3.3 Some basic gray-level transformation functions used for image enhancement.

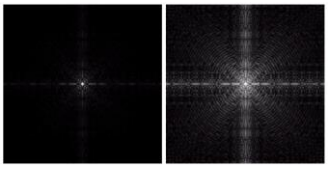


灰度变换——对数映射

a b

FIGURE 3.5 (a) Fourier spectrum. (b) Result of applying the log transformation given in Eq. (3.2-2) with $c = 1$.

$s = c\log(1+r)$

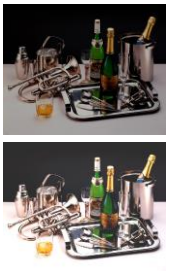


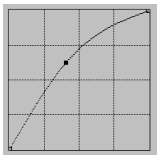
A classic example

Spectrum values range from 0 to 10^6 or higher (unusual)

→ $\log(1+x)$

灰度（彩色）变换——对数映射





对比度拉伸

显示器 —— 相加混色法（**RGB**）

绘画、摄影、印刷 、印染、打印 ——相减混色法（**CMY**）

（青色+黄色）颜料 = 白色 - 红色 - 蓝色 = 绿色

（青色+紫色）颜料 = 白色 - 红色 - 绿色 = 蓝色

（黄色+紫色）颜料 = 白色 - 蓝色 - 绿色 = 红色

（青色+黄色+紫色）颜料 = 白色 - 红色 - 蓝色 - 绿色 = 黑色

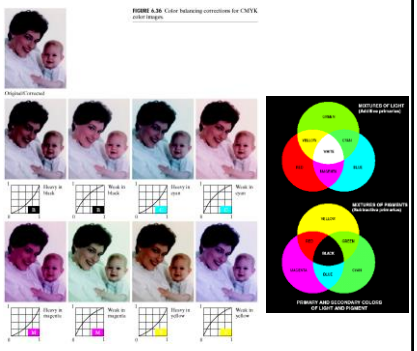
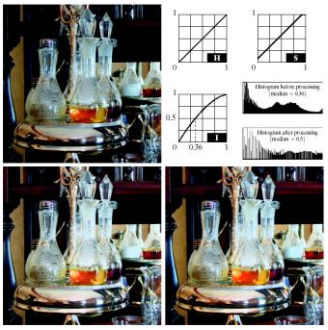


FIGURE 6.36 Color balancing corrections for CMYK color images.



a b
c d
FIGURE 6.37 Histogram equalization (followed by saturation adjustment) in the HSI color space.

To transform from ***RGB*** space to ***YUV*** space:

$$\begin{bmatrix} Y \\ U \\ V \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.299 & 0.587 & 0.114 \\ -0.147 & -0.289 & 0.436 \\ 0.615 & -0.515 & -0.100 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R \\ G \\ B \end{bmatrix}$$

To transform from ***RGB*** space to ***YIQ*** space:

$$\begin{bmatrix} Y \\ I \\ Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.299 & 0.587 & 0.114 \\ 0.596 & -0.274 & -0.322 \\ 0.211 & -0.523 & 0.312 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R \\ G \\ B \end{bmatrix}$$

Conversion from ***YUV*** to ***RGB*** :

$$\begin{pmatrix} R \\ G \\ B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1.140 \\ 1 & -0.395 & -0.581 \\ 1 & 2.032 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Y \\ U \\ V \end{pmatrix}$$

Conversion from ***YIQ*** to ***RGB*** :

$$\begin{pmatrix} R \\ G \\ B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0.956 & 0.621 \\ 1 & -0.272 & -0.647 \\ 1 & -1.106 & -1.703 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Y \\ I \\ Q \end{pmatrix}$$

HSI图

a b c
FIGURE 6.39 HSI components of the RGB color image in Fig. 6.38(a). (a) Hue. (b) Saturation. (c) Intensity.

To transform from ***RGB*** space to ***HSI*** space:

$$I = \frac{1}{3}(R+G+B)$$

$$S = 1 - \frac{3}{R+G+B}[\min(R,G,B)]$$

$$H = \arccos\left\{\frac{[(R-G)+(R-B)]/2}{(R-G)^2+(R-B)(G-B)^{1/2}}\right\}$$

To transform from ***HSI*** space to ***RGB*** space:

当 $H \in [0^0, 120^0]$

$$B = I(1-S)$$

$$R = I\left[1 + \frac{S\cos H}{\cos(60^0 - H)}\right]$$

$$G = 3I - (B + R)$$

To transform from ***HSI*** space to ***RGB*** space:

当 $H \in [120^0, 240^0]$

$$R = I(1-S)$$

$$G = I\left[1 + \frac{S\cos(H - 120^0)}{\cos(180^0 - H)}\right]$$

$$B = 3I - (R + G)$$

To transform from ***HSI*** space to ***RGB*** space:

当 $H \in [240^0, 360^0]$

$$G = I(1-S)$$

$$B = I\left[1 + \frac{S\cos(H - 240^0)}{\cos(300^0 - H)}\right]$$

$$R = 3I - (G + B)$$

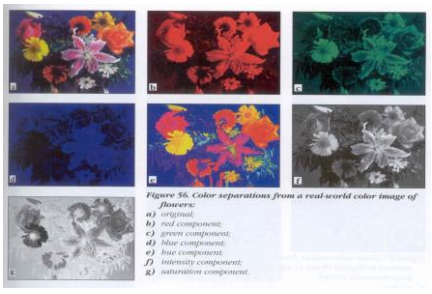


Figure 56. Color separations from a real-world color image of flowers:
a) original;
b) red component;
c) green component;
d) blue component;
e) hue component;
f) intensity component;
g) saturation component.

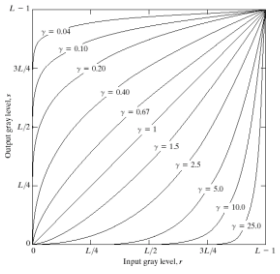
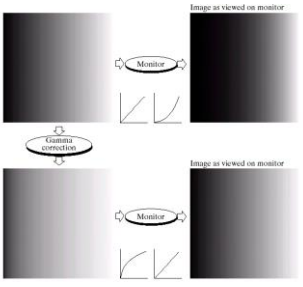


FIGURE 3.6 Plots of the equation $s = cr^{\gamma}$ for various values of γ ($c = 1$ in all cases).



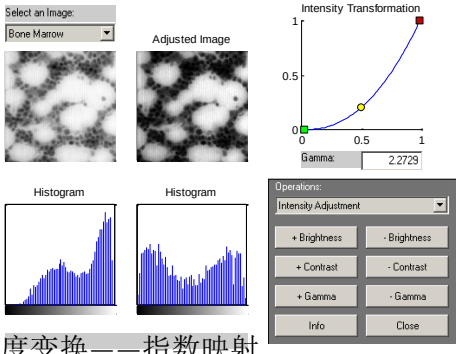
a b
c d

FIGURE 3.7 (a) Linear-wedge gray-scale image. (b) Response of monitor to linear wedge. (c) Gamma-corrected wedge. (d) Output of monitor.

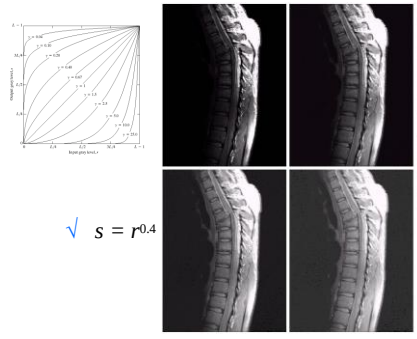
$s = r^{1/2.5}$

CRT-

Intensity-to-voltage response that is a power function, with exponents varying from approximately 1.8 to 2.5



灰度变换——指数映射



a b
c d

FIGURE 3.8 (a) Magnetic resonance (MR) image of a fractured human spine. (b)–(d) Results of applying the transformation in Eq. (3.2-3) with $c = 1$ and $\gamma = 0.6, 0.4$, and 0.3, respectively. (Original image for this example courtesy of Dr. David R. Pickens, Department of Radiology and Radiological Sciences, Vanderbilt University Medical Center.)

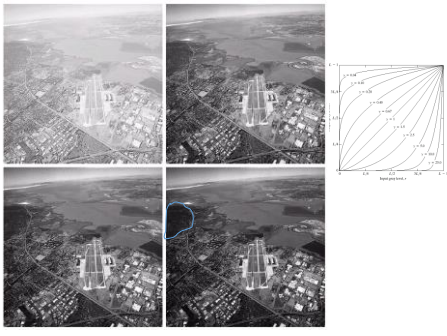
$s = r^{0.6}$

√ $s = r^{0.4}$

$s = r^{0.3}$

a b
c d

FIGURE 3.9 (a) Aerial image. (b)–(d) Results of applying the transformation in Eq. (3.2-3) with $c = 1$ and $\gamma = 3.0, 4.0$, and 5.0, respectively. (Original image for this example courtesy of NASA.)



☺

3．直方图变换 （the gray-level histogram，灰度直方图）

最简单、最有效的工具之一。(以概率理论作基础的灰度点运算变换)

(1)直方图定义：统计图像中具有某种灰度的像素数目

- **定义1**：灰度级的函数，描述的是图像中**具有该灰度级的像素的个数**，其中横坐标是灰度级，纵坐标是**该灰度级发生的频率**。
- **定义2**：假设有一连续图像 D(*x*,*y*)，从中心的高灰度级平滑地变化到边沿的低灰度级。将图像中所有具有灰度值D1的点的集合的轮廓连接起来，使封闭的轮廓线包围了灰度值大于等于D1的所有点的区域。

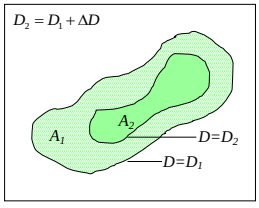
D ——灰度级

$A(D)$ ——阈值区域面积函数

直方图的定义：

$$H(D) = \lim_{\Delta D \to 0} \frac{A(D) - A(D + \Delta D)}{\Delta D} = -\frac{d}{dD} A(D)$$

面积函数相当于累积分布函数，灰度直方图对应着概率密度函数。



对于离散情形：$\Delta D \to 1$

$H(D) = A(D) - A(D+1)$

(2)直方图的特性

•对 $H(D) = -\frac{d}{dD} A(D)$ 积分

$$\int_D^\infty H(P)dP = -[A(P)]_D^\infty = A(D)$$

若图像灰度为非负（nonnegative）的，则图像面积$=\int_0^\infty H(P)dP$

对离散系统， $\sum_{D=0}^{255} H(D) = NL \times NS$

其中NL、NS分别表示行、列数。

灰度为 D_1 的单个目标轮廓区域面积= $\int_{D_1}^{\infty} H(D)dD$

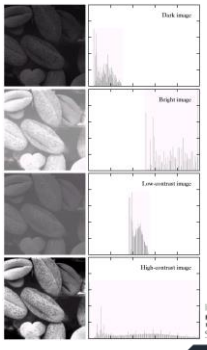
•直方图可直接定义为每个灰度级所含像素的个数

一个图包含2个不连的区域，已知两个区域的直方图
——全图的直方图等于两者局域直方图之和。

将直方图除以面积进行归一化就形成了概率密度函数（PDF）—— probability density function P(*f*)

对面积函数进行同样的归一化就产生了累积分布函数（CDF） —— Cumulative distribution function C(*f*)

——重要的统计特性



a b
FIGURE 3.15 Four basic image types: dark, light, low contrast, high contrast, and their corresponding histograms. (Original image courtesy of Dr. Roger Heady, Research School of Biological Sciences, Australian National University, Canberra, Australia.)

(3) 直方图的运用

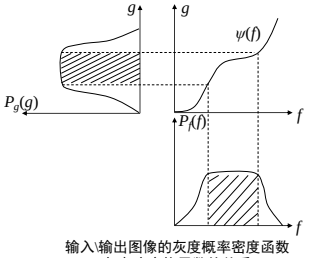
1．数字化参数——有效的量化间隔

数字图像处理技术：直方图修正中具有最优性质的是直方图均衡。

将图像灰度作规一化处理：原范围[$r'_{\min}$，$r'_{\max}$] →[0,1]

线性变换 $r = \dfrac{r' - r'_{\min}}{r'_{\max} - r'_{\min}}$， $r' \in [r'_{\min}, r'_{\max}] \to r \in [0,1]$

图像变换 $\int_0^r P_n(\omega)d\omega$ ，其中 $P_n(\omega)$ 是 r 的分布密度。



输入\输出图像的灰度概率密度函数
与灰度变换函数的关系

f——输入图像[0, 255]
g——输出图像[0, 255]
g =*ψ*(*f*)——单值单调增函数
$P_f(f)$——输入图像的概率密度
$P_g(g)$——输出图像的概率密度

通过 $g = \varphi(f)$的点运算，可分别求出 $f \to g$, $f+\Delta f \to g+\Delta g$.

输入图像落在[$f, f+\Delta f$] ⟷ 输出图像中落在[$g, g+\Delta g$],

即 $\int_g^{g+\Delta g} P_g(\omega)d\omega = \int_f^{f+\Delta f} P_f(\omega)d\omega$ ， ω是虚设积分变量

一般地

$$\int_{g_{\min}}^{g} P_g(\omega)d\omega = \int_{f_{\min}}^{f} P_f(\omega)d\omega = C(f)$$ 累积分布函数

设具有 n 级灰度的图像，其第 k 级灰度出现的概率为P_k，则它包含的信息量为

$$I(k) = \log_a \frac{1}{P_K} = -\log_a P_K$$

整幅图像的信息熵为

$$H = E\{I(k)\} = -\sum_{k=1}^{n} P_K \log_a P_K$$

可以证明：**具有平坦分布(平坦直方图)的图像，其信息量H最大。**

也就是说，如果 $P_1 = P_2 = \ldots\ldots = P_n = 1/n$. 则$H = max$.

变换后的图像在[0,1]均匀分布（若随机变量 x 的分布函数$F(x)$是连续的，那么统计量$F(x)$在[0,1]均匀分布）

——直方图均衡 histogram equalization

若期望输出图像概率密度是均匀分布的，uniform

$$P_g(g)=\frac{1}{g_{\max}-g_{\min}}$$

$$\int_{g_{\min}}^{g}\frac{1}{g_{\max}-g_{\min}}d\omega=C(f)$$

$$\frac{1}{g_{\max}-g_{\min}}(g-g_{\min})=C(f)$$

$$\therefore g=[g_{\max}-g_{\min}]C(f)+g_{\min}$$

连续图——概率密度描述

离散图——概率分布/直方图描述

└连续随机变量概率密度的近似

输入图像累积分布函数$C(f)$—— 累加直方图函数来近似

$$C(f)=\sum_{j=0}^{k}P_f(f_j),\ j=0,1,\ldots,k,\ldots,L-1$$

L为灰度级数目。

直方图均衡的步骤：**Histogram Equalization**

1° 统计原始图像各灰度级的像素数目n_j, $j=0,1,\ldots,k,\ldots,L$-1

2° 作灰度分布直方图 $P_f(f_j)=n_j/n$， n为图像的总像素数

3° 计算累积分布函数 $C(f)=\sum_{j=0}^{k}P_f(f_j)=T(r_k)$

4° 计算映射后的 $g_j=\lfloor(g_{\max}-g_{\min})C(f)+g_{\min}+0.5\rfloor$

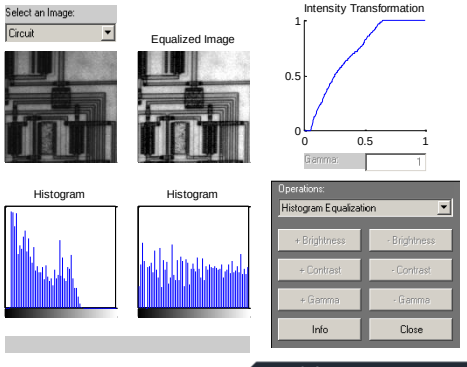
5° 统计映射后各灰度级的像素数目n_i, $i=0,1,\ldots\ldots,P$-1

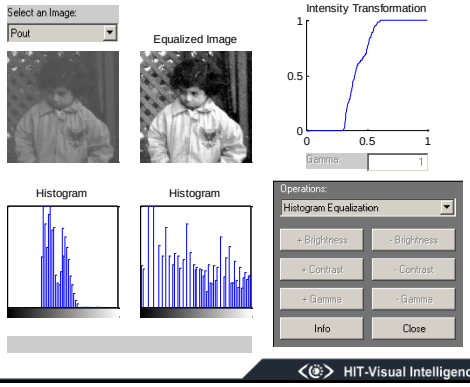
6° 计算输出图像直方图 $P_g(g_i)=n_i/n$, $i=0,1,\ldots\ldots,P$-1

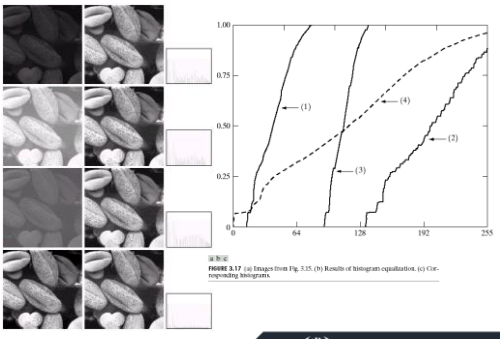
7° 用 f_j和 g_i 的影射关系，修改原始图像的灰度级，获得直方图近似均匀的输出图像

例： 64×64 8个灰度量化级

	0	1	2	3	4	5	6	7	
1° 统计n_j	790	1023	850	656	329	245	122	81	
2° 计算$P_f(f_j)=n_j/n$	0.19	0.25	0.21	0.16	0.08	0.06	0.03	0.02	n=4096
3° 计算$C(f)$	0.19	0.44	0.65	0.81	0.89	0.95	0.98	1.00	
4° 求$\lfloor 7C(f)+0.5\rfloor$	1	3	5	6	6	7	7	7	
5° 计算n_i	790	1023	850	985			448		
6° 计算$P_g(g_i)=n_i/n$	0.19	0.25	0.21	0.24			0.11		
7° 映射关系 f_j→ g_i	0→1	1→3	2→5	3, 4 → 6		5, 6, 7 → 7			





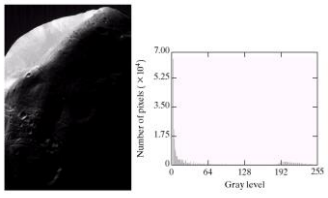


a b c

FIGURE 3.17 (a) Images from Fig. 3.15. (b) Results of histogram equalization. (c) Corresponding histograms.

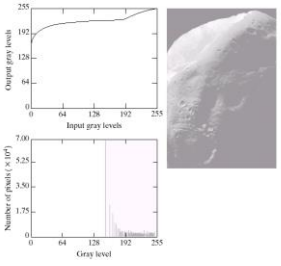
直方图均衡化的实质是减少图像的灰度等级，以换取对比度的加大。

直方图均衡化的特点是能自动地增强整个图像的对比度，但它的具体增强效果不易控制，处理的结果总是得到全局均衡化的直方图。实际中有时需要变换直方图使之成为某个特定形状，从而有选择地增强某个灰度值范围内的对比度。——→直方图规定化（有可能获得比直方图均衡化更好的效果）。



a b

FIGURE 3.20 (a) Image of the Mars moon Photos taken by NASA's *Mars Global Surveyor.* (b) Histogram. (Original image courtesy of NASA.)



a b c

FIGURE 3.21 (a) Transformation function for histogram equalization. (b) Histogram-equalized image (note the washed-out appearance). (c) Histogram of (b).

直方图规定化(Histogram matching/specification)

令原始图像转换成期望输出图像的具有人为规定的直方图。

设原始图像直方图为 $P_f(f_j)$；输出图像期望有直方图 $P_z(Z_i)$，且假定 f_j、Z_i 的取值区间处于相同范围。

直方图规定化的过程可以概括如下：

1° 分别对 $P_f(f_j)$、$P_z(Z_i)$ 作均衡化处理

$f_j \rightarrow g_m$，$Z_i \rightarrow y_n$，g_m、y_n 的直方图都应当近似均匀分布。

在取值范围内 $g_m \approx y_n$ 处，将两次均衡结果组合在一起。

2° 把两次映射组合成一个函数，使 $P_f(f_j)$ 变换成 $P_z(Z_i)$，

$$P_f(f_j) \rightarrow P_z(z_i)$$

记 $g_m = T(f_j)$，$y_n = G(Z_i)$

在 $g_m \approx y_n$ 处，$Z_i = G^{-1}[T(f_j)]$，由此可使 $P_f(f_j) \rightarrow P_z(z_i)$

注意：这一变换对数字图像来说是近似的。规定的和最后算得的直方图之间存在一定的误差。灰度级较少时，这种误差更趋增强。虽然是近似的，在实际应用中仍能收到有用的增强效果。

	0	1	2	3	4	5	6	7	
1° 统计n_j	790	1023	850	656	329	245	122	81	
2° 计算 $P_f(f_j)=n_j/n$	0.19	0.25	0.21	0.16	0.08	0.06	0.03	0.02	n =4096
3° 计算 $C(f)=\sum_{j=0}^{k}P_f(f_j)$	0.19	0.44	0.65	0.81	0.89	0.95	0.98	1.00	
4° 映射 $g_m=\lfloor 7C(f)+0.5\rfloor$	1	3	5	6	6	7	7	7	
规定z_i				3	4	5	6	7	
规定 $P_z(Z_i)$				0.15	0.20	0.30	0.20	0.15	
5° 计算 $C(z)=\sum_{i=0}^{k}P_z(Z_i)$				0.15	0.35	0.65	0.85	1.00	
6° 映射 $y_n=\lfloor 7C(z)+0.5\rfloor$				1	2	5	6	7	
7° 查找映射对应关系(g_m≈y_n处)f_j →Z_i				0→3	1→4	2→5	3,4→6	5,6,7→7	
8° 映射变换后得到的 $P_z(Z_i)$				0.19	0.25	0.21	0.24	0.11	

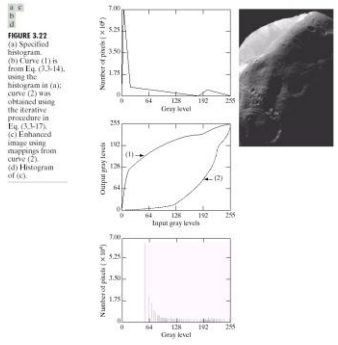


FIGURE 3.22 (a) Specified histogram. (b) Curve (1) is from Eq. (3.3-14), using the histogram in (a); curve (2) was obtained using the iterative procedure in Eq. (3.3-17). (c) Enhanced image using mappings from curve (2). (d) Histogram of (c).

输出图像灰度密度数学模型	转 移 函 数
$p_g(g)=\dfrac{1}{g_{\max}-g_{\min}},\ g_{\max}\le g\le g_{\min}$	$g=[g_{\max}-g_{\min}]C(f)+g_{\min}$
$p_g(g)=2\exp[-\alpha(g-g_{\min})],\ g\ge g_{\min}$	$g=g_{\min}-\dfrac{1}{2}\ln[1-C(f)]$
$p_g(g)=\dfrac{g-g_{\min}}{\alpha^2}\exp[-\dfrac{(g-g_{\min})^2}{2\alpha^2}],\ g\ge g_{\min}$	$g=g_{\min}+[2\alpha^2\ln(\dfrac{1}{1-C(f)})]^{1/2}$
$p_g(g)=\dfrac{1}{3}[\dfrac{g^{-2/3}}{g_{\max}^{1/3}-g_{\min}^{1/3}}]$	$g=[g_{\max}^{1/3}-g_{\min}^{1/3}]+[2\alpha^2\ln(\dfrac{1}{1-C(f)})]^{1/2}$
$p_g(g)=\dfrac{1}{g[\ln(g_{\max})-\ln(g_{\min})]}$	$g=g_{\min}[\dfrac{g_{\max}}{g_{\min}}]^{C(f)}$