

Capítulo 10: Projeto de Sistemas de Controle de Feedback

10.1 Introdução

O desempenho de um sistema com *feedback* envolve estabilidade, boa resposta transitória, baixa sensibilidade e pequeno erro em regime. Ajustar apenas ganhos pode não bastar: às vezes é preciso **compensar**, isto é, inserir um **compensador** para corrigir deficiências específicas. Quando o compensador fica no caminho direto, chamamos de **compensação em cascata**.

10.2 Abordagens para o Projeto de Sistemas

Podemos projetar no **tempo** (índices como T_r , $P.O.$, T_s) ou na **frequência** (Nyquist, Bode, Nichols). Duas famílias comuns:

- **Lugar das raízes (LGR):** posiciona polos no plano- s (dominância, ζ , ω_n).
- **Resposta em frequência:** molda margens (ganho/fase), banda e erro estacionário.

Avanço de fase (lead) tende a acelerar e aumentar amortecimento; **atraso (lag)** aumenta ganho CC (melhora erro estacionário) com pouco impacto em alta.

10.3 Compensadores em Cascata

O compensador $G_c(s)$ em série com a planta $G(s)$ forma a malha $L(s) = G_c(s)G(s)H(s)$. Um compensador de 1^a ordem:

$$G_c(s) = K \frac{s + z}{s + p}.$$

Com polos/zeros reais na EHP, vale:

$$z < p \Rightarrow \text{avanço}(\text{lead}), \quad z > p \Rightarrow \text{atraso}(\text{lag}).$$

Intuição: avanço “antecipa” (zero mais à direita), atraso “retarda” (polo mais à direita).

10.4 Projeto de Compensador de Avanço de Fase Utilizando o Diagrama de Bode

Exemplo: $G(s) = 10s(s + 1)$. No Bode:

1. Defina metas (M_ϕ , banda, e_{ss}).
2. Meça o *deficit* de fase na frequência de cruzamento desejada.
3. Escolha um **lead** $G_c(s) = K \frac{1+Ts}{1+\beta Ts}$ com $0 < \beta < 1$ para fornecer o avanço necessário ($\phi_{\max} \approx \sin^{-1} 1 - \beta 1 + \beta$).
4. Ajuste K para cruzamento na frequência-alvo e verifique margens.

10.5 Projeto de Compensador de Avanço de Fase Utilizando o Lugar das Raízes

Suponha $L(s) = G_c(s)G(s) = 10Ks(s+1)$ e desejamos polos dominantes em $s = -1 \pm j2$ ($\zeta \approx \cos \arctan(2/1) \approx 0,45$). Procedimento:

1. Coloque um zero do lead ($s + z$) próximo ao eixo real para aumentar amortecimento.
2. Posicione o polo do lead ($s + p$) mais à esquerda ($z < p$) para dar avanço de fase.
3. Ajuste K para que o LGR passe pelos polos desejados.

10.6 Projeto de Sistemas Usando Compensadores de Integração

Aumentar ganho direto reduz e_{ss} , mas pode prejudicar estabilidade. Um **PI**

$$G_c(s) = K_p + \frac{K_I}{s}$$

adiciona um integrador (eleva o *tipo* do sistema em 1), o que zera o erro a degrau unitário (para planta estável própria). Ajuste K_p, K_I visando bom ζ e T_s .

10.7 Projeto de Compensador de Atraso de Fase Utilizando o Lugar das Raízes

Um **lag** típico:

$$G_c(s) = K \frac{1+Ts}{1+\beta Ts}, \quad \beta > 1.$$

Exemplo com $L(s) = 10s(s+1)$: escolha T grande (zero e polo baixos) e $\beta > 1$ para elevar o ganho CC (K/β na banda baixa) com impacto mínimo na fase perto da frequência de cruzamento. Ajuste K para manter margens adequadas.

10.8 Projeto de Compensador de Atraso de Fase Utilizando o Diagrama de Bode

Use

$$G_c(s) = K \frac{1 + \tau s}{1 + \beta \tau s}, \quad \beta > 1,$$

e alinhe o **polo do lag** abaixo da frequência de cruzamento, colocando o zero uma década abaixo ainda. Depois, reponha o cruzamento ajustando K e verifique M_f/M_g .

10.9 Projeto no Diagrama de Bode Usando Métodos Analíticos

Para um estágio

$$G_c(s) = K \frac{1 + Ts}{1 + \alpha Ts},$$

a contribuição de fase máxima é $\phi_{\max} \approx \sin^{-1} \frac{1-\alpha}{1+\alpha}$ (com $0 < \alpha < 1$ para **lead**). A partir de ϕ_{\max} e da frequência-alvo, resolvemos α e T ; então ajustamos K para fechar na banda desejada. Para **lag**, use $\alpha > 1$.

10.10 Sistema com um pré-filtro

Um **pré-filtro** $G_p(s)$ na trajetória da referência molda a resposta sem alterar o laço interno. Se o loop interno com PI dá

$$T(s) = \frac{(K_p s + K_I) G_p(s)}{s^2 + K_p s + K_I},$$

um zero indesejado (por exemplo em $s = -8$) pode ser **atenuado** escolhendo

$$G_p(s) = \frac{s + 8}{8},$$

o que compensa a curvatura inicial sem mexer nas margens do laço.

10.11 Projeto para Resposta Deadbeat

“*Deadbeat*” busca atingir o nível desejado rapidamente, com mínimo overshoot. Um modelo de 3ª ordem:

$$T(s) = \frac{\omega_n^3}{s^3 + a \omega_n s^2 + b \omega_n^2 s + \omega_n^3},$$

ou, normalizado,

$$T(s) = \frac{1}{s^3 + a s^2 + b s + 1}.$$

Exemplo de malha fechada:

$$T(s) = \frac{Kz}{s^3 + (1+p)s^2 + (K+p)s + Kz}.$$

Ideia prática: escolha (a, b) (ou (p, K, z)) para polos reais dominantes e semi-grupo bem amortecido, ajustando ω_n (ou K) para cumprir T_r e T_s com $P.O.$ baixo. Em implementação digital, “deadbeat” costuma referir-se a colocar polos em z -plano para zerar o erro em N amostras.